绪论

为了把握数字莫尔三维测量技术的研究背景，本章对比了常用的两种三维测量方法——机械三维测量法和光学三维测量法，并简要介绍了两种方法的实现原理和适用场景。在对比了两种方法的优缺点后，本章第二部分介绍了数字莫尔三维测量的具体步骤和各步骤涉及的专有名词。本章最后一节介绍了数字莫尔三维测量方法的应用。

三维测量方法对比

三维测量，又称三维面形测量。根据其采用物理性质，实现方式不同，分为多种测量方案。首先，从物理机制上分类，三维测量可分为光学三维面形测量，电磁学三维面形测量,超声波三维面形测量，和机械三维测量。前三中方案借助被测物体在光学，电磁或超声学上的物理特性，无需接触被测物体，就可得出物体三维形貌，因此对被测物体损伤较小。这三者中，光学三维测量对被测物体的伤害更是微小。但相比之下，机械三维测量采用的一般是接触式测量方法。因此，机械三维测量，适合测量如机加工件不易变形的被测物体，在工业生产上也有广泛应用。总而言之，三维测量能适应各领域多样的测量要求，在实际生产生活中发挥着重要作用。

三坐标测量机

三坐标测量机是得到广泛认可的机械三维测量方案。三坐标测量机工作原理：在测量平台上，建立相对坐标系后，由后端算法生成控制CNC系统带动测量头移动的G代码，并对被测物体多点接触，提取大量接触点的空间坐标。根据该工作原理，三坐标测量机需接触，而且是大量接触被测物体。在测量过程中，三坐标测量机的效率，（即测量同一几何尺寸的物体所需时间），取决于后端控制软件生成的采样轨迹。为了在短时间内获得物体的三维信息，有学者基于样条函数等数学工具，提出了改进方案，但三坐标测量机的测量过程仍需要一定的时间[1]。但由于该方法使用的接触传感器为压电陶瓷等灵敏度较高的材料，三坐标测量机测量精度高。甚至在前沿研究领域，在使用微动平台和封闭试验箱实验条件下，三坐标测量机测量精度可以到达纳米级别[2]。在工业生产上，三坐标测量机，采用高精度CNC系统和接触传感器，能胜任大多数机加工工件检测[3, 4]和逆向三维建模[4]。但是，该方案有以下局限性：受到测量平台和CNC系统运动范围的约束，量程相对有限；需要和物体接触，无法测量易变形，运动中的被测物体；虽然三坐标测量机，由于机加工零件少有不规则曲面，能胜任一般工业检测[1]，但该方法仍然不适用于复杂曲面的三维测量。

表 1 三坐标测量机和光学三维测量对比

三坐标测量机 光学三维测量

安装校准 一次性安装校准，但费用贵 无需安装，移动设备需校准

适用表面 坚硬 漫反射

量程 固定，由设备尺寸决定 较大，有投影图样和设备分辨率决定

算法难度 前期路径规划，NP问题 后期图像处理，可借助GPU并行处理

成本 非常昂贵，维护成本高 较昂贵，但设备普及

便携 由于测量精度要求，无法随意移动 部分方案，可随意移动

精度 非常高 还原三维模型，精度差

时间 前期路径规划时间长，测量时间长 测量时间短，处理时间较长

光学三维测量

与三坐标测量机方案所采取的接触式，机械式的测量方式不同，光学三维测量方案将作有一定调制作用的图样投射到待测表面，采集图像后，利用电脑后端处理算法，还原被测表面高度分布。目前光学三维测量的成像方法包括，条纹调制，格状调制，连续变化函数调制和多次投影法等[5]。根据使用的成像方法，设计方案和测量目的不同，光学三维测量需选择的不同的设备和后端处理算法。例如，在测量过程中，如果被测物体运动或变形速度缓慢，数字莫尔三维测量方法需要普通相机和投影仪即可完成测量任务。但当待测物体移动速度较快时，则需要使用高速相机和较高刷新频率的投影仪[6]。对比三坐标测量机方案来看，光学三维测量方案，量程相对较大，设备简单，成本低廉，可测量柔软和移动中物体。

数字莫尔三维测量方法过程

数字莫尔三维测量，将传统莫尔测量中，产生莫尔图样的过程和由该莫尔图样得出所测表面三维模型的过程，转移到计算机后端处理。在传统莫尔测量方法中， 需要投影光栅和参考光栅重合，在被测物体上形成与等高线对应的莫尔图样[7]。而在数字莫尔测量方法中，投影光栅被投影仪的数字光处理芯片代替，直接将莫尔图样投影到被测物体上，然后由数码相机的CCD传感器捕捉图片，最后利用电脑程序，将和投影条纹同频率但是不同初始相位的条纹图样重合，形成莫尔条纹。使用后端处理算法，叠加同周期条纹图样和被物体高度信息扭曲的条纹图样，产生莫尔条纹的过程，称为数字相移。经过数字相移得到的莫尔图样，不仅包含有所需的等高线，还含有调制物体高度信息的高频条纹。为了得到单一高度信息，为下一步处理做准备，数字相移的图像要进一步滤波。去除由数字相移得到图像中的高频噪声的方法叫做条纹去除。经过这两步计算得出的单张莫尔图样，需要结合其他莫尔图样，利用三角函数关系，得出和被测面高度对应的相位。该过程成为相位提取。在相位提取过程中的多张莫尔图样，必须是投影条纹图样不同初始相位但同一条纹频率的条纹图样，经过数字相移得到。但由相位提取得出相位图像，并非和被测面高度直接对应，因此被称为折叠相位。由于所用三角函数关系具有2π整数的不确定性，提取的相位需要使用不同条纹频率得到的折叠相位作为参考，最终得出连续变化的，对应物体高度的展开相位。使用不同调制频率的条纹得到的折叠相位作为参考，补充折叠相位和高度对应关系2π整数差异的过程，成为相位展开。至此，一个符合物体相对几何特征的相位已经得到。之后，在实际测量中，为了得到一个准确符合被测物体相对几何特征三维模型，数字莫尔三维测量要求在测量前，通过系统校准得出莫尔波长和测量高度的关系。最后利用该关系，物体的绝对三维模型可以通过展开相位分布计算得到。使用平板，在不同高度位置，测量莫尔波长，最终得出莫尔波长和高度对应关系的过程称为为系统校准[8]。利用相高关系得出被测物体绝对三维模型的过程称为高度转换。

数字莫尔三维测量方法的应用

数字莫尔三维测量具有无需直接接触被测物体，量程大，设备易携带等优点，因此得到较为广泛的应用。首先在工业生产中，有学者提出了使用数字莫尔三维测量技术检测汽车表面喷漆平整度的方案。该方案充分利用了数字莫尔三维测量的非接触性和量程大的特点，在结合了后期处理软件后，可自动识别产品瑕疵[9]。在逆向工程和快速原型搭建方面，浙江杭州的先临三维 科技有限公司所开发的基于光栅光学的桌面3D扫描仪系列，将投影仪和照相设备封装在一起，结合设备底部的匀速旋转平台，充分拓展了数字莫尔三维测量技术无法测量物体背面的局限性[10]。在文物保护方面，早在2005年，意大利研究院就开始使用莫尔三维测量技术数字化意大利著名古建筑蒙特城堡 的泥砖外墙[11]。除此以外，数字莫尔三维测量方法在医疗，辅助科学研究等其他领域均有重要应用[12]。

相位-高度对应关系

传统莫尔三维测量和数字摩尔三维测量有三点不同。第一个区别是是光栅的使用。传统莫尔三维测量，无论是投影莫尔法，还是阴影莫尔法,都需要使用至少一个光栅。数字莫尔三维测量不再使用光栅，而是直接使用投影仪对物体投影条纹图样；第二个区别是莫尔条纹产生的原理。对于传统莫尔方法，必须通过光栅和光栅的投影或者光栅和另一个相同参数的光栅在被测物体上重叠就产生莫尔条纹。而数字莫尔三维测量则是，在测量后，在电脑后端处理使用数字相移实现莫尔效应；最后一个区别是后期处理。早期的莫尔测量由于信息技术的发展有限，只能得出莫尔条纹，并以此作为等高线，人工定标，操作复杂。而随着电脑处理器速度的提高，数字莫尔三维测量使用后端处理算法，不仅能得到被测物体的数字三维模型，同时还可使用拟合等多种手段提高精度[13]。

莫尔条纹产生原理

莫尔条纹 可由不同周期，不同重复周期函数，不同光栅初始相位，光栅有夹角，不同光栅材料折射率等原因造成[14]。首先讨论等间隔不同周期光栅叠的情况。如图，等间隔光栅A，间隔为a和等间隔光栅B，间隔为b。当两光栅以θ角度重合时，出现的明暗变化的图样就是莫尔条纹。上图中，黑色虚线为莫尔条纹，水平直线组代表光栅A，倾斜直线组代表光栅B。观察几何关系，可得，

S\_CDEF=DE×a=CD ×d=CE×b (2.1)

CD^2=CE^2+ DE^2-2CE×DEcosθ (2.2)

将DE，CD，CE均用"S" \_"CDEF" 和"a，b，c" 等表示，约分化简可得，

d=ab/√(a^2+b^2-2abcosθ) (2.3)

又可由，

sinφ=d/DE (2.4)

DE=b/( sinφ) (2.5)

可得，

"sinφ=" "asinθ" /√("a" ^"2" "+" "b" ^"2" "-2abcosθ" ) (2.6)

则，可由重叠光栅的间隔和交角计算出莫尔条纹的周期间隔和相对于光栅的夹角。当a=b时，即使用相同间隔光栅重叠时,可得，

d=a/(2sin⁡(θ/2)) (2.7)

sinφ=cos θ/2 (2.8)

此时，莫尔条纹和两光栅夹角的平分线垂直。由于数字莫尔三维测量使用的相同间隔周期的条纹重叠形成莫尔条纹，可以将物体所扭曲的条纹处理解为两光栅出现一定夹角，而该夹角根据被测物体各位置高度而变化。

使用简化几何关系分析莫尔条纹的产生和其参数是解释莫尔现象的多种数学模型之一[15]。除此之外，也有学者通过傅立叶变换和光栅透过率函数来研究不同频率条纹间隔，即不同周期光栅叠加产生的莫尔条纹[13, 16]。推导过程如下。

首先，傅立叶级数f\_1 (x,y)和f\_2 (x,y)描述两不同频率光栅的透过率函数。描述一个非正弦，且只在一定范围内周期重复的光栅，需要无穷多个不同系数的余弦函数分量求和。分量的系数决定了最后光栅的几何特征,而余弦函数的相位是关于位置坐标的函数，决定了具体以某一个光栅周期为中心展开。傅立叶级数表达光栅1和2的传递函数如下。

f\_1 (x,y)=a\_1+ ∑\_(n=1)^∞▒〖b\_1n cos⁡[nϕ\_1 (x,y)]〗 (2.9)

f\_2 (x,y)=a\_2+ ∑\_(m=1)^∞▒〖b\_1m cos⁡[mϕ\_2 (x,y)]〗 (2.10)

在上两式中，nϕ(x,y)对应表二中正弦函数中nπx/L。根据光栅间隔不同，展开周期具体级数不同，nϕ(x,y)取不同的值。而系数b\_ij则对应着傅立叶系数，决定着最后求和所得到的光栅几何特征。上述二式可表述任意两不同光栅。

表 2常见周期函数和其单周期傅立叶展开级数

函数名称 单个周期函数表达式 单周期傅立叶级数展开

方波 2[H(x/L)-H(x/L-1)]-1 4/π ∑\_(n=1,3,5…)^∞▒〖1/n sin⁡(nπx/L)〗

锯齿波 x/2L 1/2-1/π ∑\_(n=1)^∞▒〖1/n sin⁡(nπx/L)〗

三角波 T(x) 8/π^2 ∑\_(n=1,3,5…)^∞▒〖〖(-1)〗^((n-1)/2)/n^2 sin⁡(nπx/L)〗

当这两个光栅重叠时，总体透过率函数为二者透过率函数之积,可表达如下，

f\_1 (x,y) f\_2 (x,y)=(a\_1+ ∑\_(n=1)^∞▒〖b\_1n cos⁡[nϕ\_1 (x,y)] 〗)(a\_2+ ∑\_(m=1)^∞▒〖b\_1m cos⁡[mϕ\_2 (x,y)] 〗) (2.11)

=a\_1 a\_2+a\_1 ∑\_(m=1)^∞▒〖b\_1m cos⁡[mϕ\_2 (x,y)] 〗+a\_2 ∑\_(n=1)^∞▒〖b\_1n cos⁡[nϕ\_1 (x,y)] 〗+∑\_(n=1)^∞▒〖b\_1n cos⁡[nϕ\_1 (x,y)] 〗 ∑\_(m=1)^∞▒〖b\_1m cos⁡[mϕ\_2 (x,y)] 〗

=a\_1 a\_2+a\_1 ∑\_(m=1)^∞▒〖b\_1m cos⁡[mϕ\_2 (x,y)] 〗+a\_2 ∑\_(n=1)^∞▒〖b\_1n cos⁡[nϕ\_1 (x,y)] 〗+∑\_(n=1)^∞▒∑\_(m=1)^∞▒〖b\_1n b\_1m cos⁡〖[nϕ\_1 (x,y)] cos⁡[mϕ\_2 (x,y)] 〗 〗

该式前三项为条纹本身的强度，对应着数字莫尔三维测量中需要去除的高频噪声。而第四项可以使用积化和差，计算出差频和和频两项。这两项为莫尔条文所携带的信息。而这一信息来源于物体高度扭曲了投影条纹，使得原本等间距，零夹角的两幅条纹出现了夹角变化，夹角变化。从莫尔条纹反推恢复物体高度是下一小节三角测量法，以及本论文的重点。

三角测量法

在数字莫尔三维测量中，莫尔条纹是由经待测表面各点不同高度扭曲后的条纹图样和相同周期条纹图样叠加而产生。所以由此生成的莫尔条文含有物体的高度信息。利用三角测量法的数学模型可建立待测面高度和投影仪，相机和被测点连线延长线与参考平面两交点之间的条纹相位差之间的联系。

如上图所示，在相机C和投影仪P(以下称C-P平面)和参考平面（坐标系XY平面）平行，以及投影仪投影光线和参考平面垂直的两个前提条件下，可根据几何条件计算出待测点O的高度h和A，B两点相位差之间的关系。根据，

∆ABO∼ΔCPO (2.12)

可得，

h/(H-h)=|AB|/d (2.12)

又由A，B两点相位和投影后周期长度L的关系可得，

|AB|=(φ\_B-φ\_A)/2π L=(φ\_BA L)/2π (2.13)

带入(2.12)式，可得出待测点高度和相位之间的对应关系，

h=H/(1+2πd/(Lφ\_BA )) (2.14)

其中相机和投影仪之间距离为d，C-P平面到参考平面之间的距离为H，投影条纹在参考平面上的周期L以及A，B两点之间的相位差，在实际测量过程中，并不是直接测量以上几何参数并带入(2.14)式[8]。实际测量过程的高度和相位关系在下一章节系统校准中会详细讨论。

实物系统校准

前一章定性分析了莫尔条纹和物体高度信息的对应关系，之后通过三角测量法的几何模型得出单一待测点高度和参考平面对应点相位差之间的关系。该关系式子含有实际测量过程中难以精确测量也不便测量的几何参数。为了这一解决问题，本章将拓展上一章得到的相位-高度关系，并根据前人文献和数学工具，提出实际测量系统校准的具体过程。

非线性校准原理

2007年加拿大学者根据(2.14)式子中单一被测点的高度-相位差关系，提出了非线性和线性校准两种方法，以下是非线性校准的具体推导过程[17]。在(2.14)式中，

h=H/(1+2πd/(Lφ\_BA ))

φ\_BA=φ\_B-φ\_A，如图-7，根据费马定理，测量过程位于O点的投影条纹，应与无被测物体时位于参考平面上B点的投影条纹是同一级次。因此，B，O两点的相位相等，即φ\_B=φ\_O。则，φ\_BA=φ\_O-φ\_A，将此关系带入(2.14)中，可将该式关系变换为被测点高度与被测点和相机-被测点延长线与参考平面交点相位之差的关系。

考虑被测点位于X-Z平面之外的情况，即被测点位于纸面外的情况。假设被测点X-Y坐标为(x\_0,y\_0)。如下图，

在上图中同样存在∆ABO∼ΔCPO。则，

|CP|/|AB| =d/(L∆φ(x\_0,y\_0 )∕2π)=|MO|/|NO| (3.1)

又⊿ODN∼ΔMEO，

|MO|/|NO| =|ME|/|OD| =(H-h(x\_0,y\_0))/(h(x\_0,y\_0)) (3.2)

由上两式可得

h(x\_0,y\_0)=H/(1+2πd/(L∆φ(x\_0,y\_0))) (3.3)

由于上式对任何被测点均成立，考虑整个待测平面，可有

h(x,y)=H/(1+2πd/(L∆φ(x,y))) (3.4)

将上式整理得，

∆φ(x,y)=(2πd/LH h(x,y))/(1-1/H h(x,y)) (3.5)

该式描述了相位分布和和高度分布的非线性关系。在非线性校准中，需要确定的参数如下。

m=2πd/LH (3.6)

n=1/H (3.7)

m和n均和测量装置的几何参数有关，可通过最小二乘方法处理已知h(x,y)和∆φ(x,y)的数据，得出最大似然系数m和n的具体数值[17]。然后，可将拟合所得的参数打入如相位-高度非线性关系(3.5)中，从而用于后续测量过程中。最后可用该式(3.5)将相位分布转换为待测表面高度分布。

线性校准原理

在提出非线性校准的同一篇文献中，该学者提出了线性校准[17]。但值得注意的是，线性校准在莫尔三维测量早期已有应用[18]。线性校准和非线性校准同样使用最小二乘法估计参数，但线性校准了利用了近似关系，将相位-高度关系转变为线性方程。具体推导过程如下。

在3.1节中，高度相位关系为，

h(x,y)=H/(1+2πd/(L∆φ(x,y))) (3.8)

当H≫h时，可将分母中的常数项忽略。整理，可得

h(x,y)=LH/2πd Δφ (3.9)

即，

h(x,y)=KΔφ (3.9)

系数K同样与测量系统的几何参数有关，可使用已知位置分布和相位分布的数据估计。

莫尔波长与相位-高度转换

相位-高度线性关系(3.9)大大简化了系统校准的数学解释和处理过程。为了进一步理解系统校准的原理，莫尔波长作为过渡变量被引入[8, 19]。当投影平面垂直于投影方向靠近或远离投影仪时，条纹会向上或向下移动。虽然该过程伴随着投影条纹的放大和缩小，但当条纹移动一个周期时，由于投影仪投影张角较大且条纹周期尺度在mm级别，可近似认为莫尔条纹大小不变，此时投影平面移动的距离则为莫尔波长。

由图-10几何关系得，在已知条纹周期和相机-投影仪光轴夹角θ，可得莫尔波长为

λ=L/tanθ (3.10)

该公式表明物体高度每变化λ，则投影条纹变化一个周期，此时莫尔条纹也变化一个周期，其相位变化2π。则在相位-高度关系式(3.9)中，

K= λ/2π (3.11)

即一个莫尔波长的高度变化，对应相位变化2π。但该系数并不是常数。在被测高度变化处于周期尺度范围内，投影条纹可看作恒定大小，K可看作常数。当高度变化范围更大时，投影仪对投射出的条纹图样具有放大或缩小作用，会使条纹周期L发生变化。随着高度增加，条纹图样缩小，条纹周期L减小，莫尔波长减小。反之，条纹周期L变大，莫尔波长变大。因此，在线性系统校准时，需要针对不同周期，即L不同，不同位置，即高度不同处的数据，拟合得出针对单一周期的莫尔波长随高度变化直线。

线性校准过程

为了建立被测面高度分布和相位分布的精准对应关系，需要得出莫尔波长和高度的对应关系，然后使用适合物体高度分布的莫尔波长完成相位-高度转换[8]。因此线性校准需要在一系列已知高度的位置放置平板并投影捕捉条纹图像。经过这一系列的数据采集后，根据相位信息和已知高度信息，拟合出莫尔波长和高度的线性变化关系。由于后期相位展开需要两个或三个不同莫尔波长的折叠相位图，而且对于同一测量物体有限的高度变化范围内，需通过投影不同周期周期的条纹图样，产生不同莫尔波长，线性系统校准过程需要针对条纹周期和已知高度位置两个维度，完成相位-高度线性关系的拟合。以下是根据文献[8]提出的线性校准步骤和具体测量要求，所推荐的数字莫尔三维测量方法的系统校准过程。

为了同时满足尺寸较大和较小的待测物体的测量要求，测量范围需为[0 mm,250 mm]。同时，采用的投影条纹的相对周期 分别为6，8，10，12，18像素。

在0 mm到250 mm范围内，以0.5mm为间隔，取500个位置，并分别在这500个位置，捕捉针对5个不同周期的条纹图样投影到平板上的图像，共2500张图像。

利用数字相移和条纹去除，得出每一位置，每一周期的投影条纹的相位分布图。

针对同一周期的投影条纹得到的相位图的某一像素点，标出像素点灰度与高度变化的数据点，并拟合得出该像素点灰度和高度变化的关系。

针对（4）中得到的类正弦关系，将连续两个极大值高度之差作为远离投影仪-相机平面的极大值处，对应后一极大值高度位置的莫尔波长。

将（5），针对（4）中像素灰度和高度变化的类正弦关系的每组连续极大值，重复，得到该像素莫尔波长和其对应高度的数据，即

〖(λ〗\_(i,j,k),h\_(i,j,k))

其中i=1,2,3……m,为灰度极小处的级次，h\_(i,j,k)为第i级次极大值处，位于图像(j,k)处对应的高度，而

λ\_(i,j,k)=h\_(i,j,k)-h\_(i-1,j,k)

则为第i极大值处，位于图像(j,k)处像素的莫尔波长。

将（4）（5）（6）针对（4）中同一周期条纹得到的相位图的每一点像素重复，并将同一高度得到的莫尔波长针对不同位置像素点平均，得到该高度处，该周期条纹得到的莫尔波长。对于分辨率M×N的相位图，

λ(h\_i )=1/MN ∑\_j▒∑\_k▒λ\_(i,j,k)

将（7）中得到的高度-莫尔波长数据，拟合出线性关系，留作最后相位展开使用

针对不同周期的条纹，重复（7）（8），并所得关系留作最后相位展开使用。

在系统校准过程中，有两个前提假设。首先，假设可将在已知高度位置的拍摄的图像成功转换为相位分布。其次，在物体的高度变化范围内可使用同一莫尔波长。前一个假设，是第4章和第5章讨论的重点。第二个假设，是第6章相位展开方法和高度转换的近似处理要求。

假设位置取样个数S，条纹周期个数P的情况下，系统校准方法的时间复杂度为O(S^2 PMN)。从此可看出，精准系统校准过程需要大量的时间投入，这一要求也限制了由分离投影仪器和相机组成的数字莫尔三维测量系统的便携性。但在商用设备中，由于系统的几何参数固定，该校准过程一般在出厂完成，对用户体验无严重影响。由于系统校准需要使用实物测量系统，本论文不着重讨论数据收集和处理过程。

数字相移

第2，3章的讨论得出了相位分布和高度分布的线性关系。那么，为了三维重建被测面，计算出相位分布尤为重要。计算相位分布需要使用数字相移和滤波两个过程。本章讨论了数字莫尔三维测量中，数字相移法，这一关键步骤。本章首先介绍相移条纹和物体高度扭曲后投影条纹叠加的强度分布公式，然后分析了由数字相移得到的相位分布。

数字相移原理

将二值条纹图样投影到待测物体表面后，捕捉到图像的强度分布函数为

I\_o (x,y)= b\_o+ sign(sin⁡(ϕ(x,y))) (4.1)

其中，

ϕ(x,y)=2πx/L+∆φ(x,y) (4.2)

最后的强度分布函数的相位来源与参考平面本身相位和由于物体高度变化而引起的相位变化之和。第2，3章已经得出∆φ(x,y)含有物体高度信息，因此数字相移法，最终要为得出∆φ(x,y)而服务。在上式子中(4.2)，b\_o为背景光造成的灰度变化。

数字相移的做法是将一个同周期，但初始相位相差δ的条纹和所捕捉图像，灰度值矩阵每元素对应相乘，得到

I\_ps (x,y)=I\_o (x,y)\*I\_R (x,y)

= (b\_o+sign(sin⁡(2πx/L+∆φ(x,y)) ))\*sign(sin⁡(2πx/L+δ) )

= b\_o sign(sin⁡(2πx/L+δ) )+ sign(sin⁡〖(2πx/L+∆φ(x,y)) sin⁡(2πx/L+δ) 〗 )

=b\_o sign(sin⁡(2πx/L+δ) )+ sign((cos(4πx/L+∆φ(x,y)+δ)-cos⁡(∆φ(x,y)-δ))/2)

(4.3)

在上式中，第一项是高频条纹，第二项中

cos(4πx/L+∆φ(x,y)+δ)

相对于cos⁡(∆φ(x,y)-δ)同样属于高频变化成分，是被物体高度扭曲的投影条纹。假设通过滤波，可从上式子中分离出低频成分。

I\_filtered=cos⁡(∆φ(x,y)-δ) (4.4)

则可通过相位提取公式[20, 21]，反解出∆φ(x,y)。具体推导，详见第6章相位提取。

结果分析

在数字相移中，需要将有一定相位差的条纹和捕捉到的图像的灰度矩阵元素对应相乘。其结果是含有高频噪声的莫尔图样。在图13-c中，可观察出有与物体等高线对应的莫尔条纹。无出莫尔现象的原因是，处于同一高度位置的相位与参考平面的相位差相同。将相位差带入强度分布公式(4.3)中后，得出的灰度值也一致。在后期相位提取中需要四张有不同相位差数字相移得到莫尔图样。这是由于莫尔条纹会根据初始相位差不同，而出现强度的重新分布。下图中，比较了相位差为π林肯脸三维模型发尖和鼻尖的相位对比。通过这两处的对比，并借助相同强度的位置所对应的高度一致则相位一致的条件，可以推断出，初始相位差导致莫尔条纹相位整体发生了移动。这一点验证了关于式子(4.3)中低频项cos⁡(∆φ(x,y)-δ)对应莫尔条纹的假设。

下一章将讨论如何过滤上图中的高频成分，得出对应被测面高度信息的低频成分，以便用于相位提取部分。在相位提取中，需要4张初始相位不同的莫尔图样，来计算折叠相位分布。但由于这4张莫尔图样，是在原捕捉图像上，叠加不同初始相位的同周期条纹得到。所以数字莫尔三维测量只需捕捉一张图像，就能得到一张折叠相位图像。这是数字莫尔三维测量的一大优势，并为其提供了测量变形中，或运动中物体的潜力[22]。

高频载波滤波

根据第四章的讨论，为了得到去高频噪的莫尔条纹，以便于从其相位得出有关物体高度分布，需要首先去除数字相移中，叠加的同周期，不同初始相位的高频条纹和被物体高度分布扭曲的投影条纹。为了达到这一目的，很多滤波方法被提出。在早期莫尔三维测量中，该工作是由测绘员勾勒莫尔等高线，费时复杂，误差大[18]。随着计算机技术的发展，不断有学者利用快速傅立叶变换等算法，过滤噪声[20]。但在傅立叶变换后，使用低通滤波器，也会使得图像细节模糊，信息丢失。为了解决这一问题，平稳小波变换结合傅立叶低通滤波的方法被提出[8, 23, 24]。

平稳小波变换，和离散小波变换不同，每经过一个高通或者低通滤波器，都伴随一个上采样过程，最终得到的变换结果和原始数据个数一致。虽有实现平稳小波变化的方法多样，但均属于非抽取变换。在变化后，结果和原始数据维度一致[25, 26]。同时，平稳小波变化具有时移不变性，即将信号t(x)平移到t(x-x\_0 ),经过平稳小波变换的结果相同。这一性质对于噪声消除极为重要[8, 27]。

一维小波变换是在每一分解层通过高通和低通滤波器，不断将信号二分成子带。二维小波变换则是，分别在每一行和每一列进行一维小波变换。

程序解释

本论文去除高频信号的程序，参考了[8, 24]。以下是滤波算法的具体步骤：

根据分解层数N，小波函数W，利用MATLAB自带swt2函数得到近似系数A，水平系数H，竖直系数V和细节系数D。四个系数的第三个纬度表示分解层数。例如，第三分解层的近似系数在MATLAB中表示为A(:,:,3)

对于每一分解层：

只存在水平方向条纹，噪声集中在水平悉数中。故仅对水平系数进行傅立叶变换得到频域分布FH。

在水平系数矩阵中，只在列中出现高频率重复像素，故在傅立叶变换后，只需要针对竖直方向的空间频率进行高斯低通滤波。

在低通滤波后，傅立叶逆变换，得到低通后的水平系数矩阵

利用MATLAB自带平稳小波逆变换iswt，带入未改变的近似系数A,竖直系数V，和细节系数D以及滤波后的水平系数，可得到去除高频噪声的莫尔条纹图样。

假设向滤波函数，输入条纹背景灰度矩阵，并规定N=3,W为第五多贝西小波函数，得出的结果如上图。根据[8]，可由以下粗糙指数公式衡量滤波效果

ρ=‖h⨂X‖/‖X‖

其中，h为索伯算子中检测横向边缘的卷积核。在h⨂X中，横向条纹处，灰度值较大，而其他位置灰度值较小。经过取模运算后，相对原图X，该值越大，则横向条纹越多，滤波效果越差，这一标准也可用来优化，滤波参数，例如，多贝西小波函数，高斯低通滤波带宽，平稳小波变换分解层数。图13-a粗糙指数为6.3426，图13-b粗糙指数为0.3333，滤波后，粗糙指数相对降幅94.74%。

结果分析

如上图所示，图15-a是由平稳小波变换中第三分解层的水平系数，可见经过三次高通滤波后，叠加和物体高度分布扭曲的高频条纹集中水平系数中。图15-c是该水平系数经傅立叶变化后，频谱的幅度分布。在图15-c中，只在竖向频率出现较高幅度分布，符合高斯低通滤波算法部署时的假设——无需对水平空间频率滤波。在图15-c每一列乘以标准差为10，平均值为0的高斯函数取样序列便得到了图15-d。图15-d是经高斯低通滤波后的频谱幅度图，。从图中可见，集中于竖向空间频率的带状幅度分布，这表明在最后得到的图样中，依然有条纹出现，只是频率较低。在图15-b中，可观察到莫尔等高线，以及在背景中未去除中的条纹噪声。最后，将经过高斯低通滤波后的水平系数和其他系数，回带到MATLAB平稳小波逆变化中，得到最终强度分布结果，如图16。

在上图中，发现有对应低频噪声的背景条纹，该条纹频率小于所需的莫尔等高线频率，无法直接通过高斯低通滤波器滤除。如果选择选择带通，该滤波方法无法适用于多样的测量任务。而关于滤波参数的优化，本就需要针对单一测量物体来进行。这也是该滤波方法的缺陷。在优化滤波参数过程中，高斯低通滤波的器标准差σ确定了低通带的带宽。σ太大，对高频过滤作用有限。σ太小， 无法让莫尔登高线的频谱通过。分解层数N决定了经过多少子带二分，当分解层数恰好能分离出水平参数里的高频信号而保留莫尔图样。该参数过小，高频成分过滤效果差，该参数过大，得到的图像会严重变形。同时，由于小波变换和傅立叶变化不同，完备正交对是具有局部特性的小波函数系，在使用不同小波函数时，对于图像细节产生影响也就大。

确定滤波参数的优化过程一般可采取网格搜索优化，或先大致确定参数范围，然后在逐步缩小可调参数范围，并利用粗糙指数和观察评判所得莫尔条纹的效果。

相位提取展开

相位提取

4.1节中，假设了通过滤波得到的强度分布可由下式(4.4)表述

I\_filtered=cos⁡(∆φ(x,y)-δ)

观察不同初始相位的滤波后的莫尔图样，

发现，有背景噪声和调制系数项，对(4.4)式进行修正，得，

I(x,y)=a(x,y)+b(x,y)sin⁡(Φ(x,y)+δ) (6.1)

根据相位提取公式[21]，

Φ(x,y)=-〖tan〗^(-1) ((∑\_(i=1)^N▒〖I\_i (x,y)sinδ\_i 〗)/(∑\_(i=1)^N▒〖I\_i (x,y)cosδ\_i 〗)),i=1,2,…,N (6.2)

在本论文中，采用了四个不同初始相位0，π，δ，δ+π 的叠加图，带入计算过滤后的强度分布公式(6.1)，得

I\_1 (x,y)=a(x,y)+b(x,y) sin⁡(Φ(x,y)) (6.3)

I\_2 (x,y)=a(x,y)+b(x,y) sin⁡(Φ(x,y)+π) (6.4)

I\_3 (x,y)=a(x,y)+b(x,y) sin⁡(Φ(x,y)+δ) (6.5)

I\_4 (x,y)=a(x,y)+b(x,y) sin⁡(Φ(x,y)+δ+π) (6.6)

利用和差化积公式和相位反解公式可得，

Φ(x,y)=artan(( I\_2 (x,y)- I\_1 (x,y))sinδ/( I\_4 (x,y)- I\_3 (x,y)-I\_2 (x,y)+ I\_1 (x,y))sinδ) (6.7)`

该公式[8]是莫尔三维测量外差法求相位分布的方法。其中δ为平移一个像素，所对应的相位。将经过滤波的强度分布矩阵带入上式，可得相位分布。该相位分布和被测物体高度并不是直接对应。问题出在，该相位分布出现多个断带(不连续处)而被测物体高度无此突变。在利用(6.7)式，得出相位分布时，由于arctan函数所的求出相位范围处于

[-π/2,π/2]

通过判断(6.7)式中分子分母符号，可将上述范围延拓到[-π,π]。但此范围仍不能和物体高度分布一一对应。这一相位分布称为折叠相位，需经过相位展开，和高度转换得出最终被测物体的三维模型。

相位展开

本论文使用了[28]中提出的，利用多个周期条纹产生的折叠相位互为参考的时间相位展开法，得出莫尔条纹相位处于周期的级次。该方法具体做法是比较不同莫尔波长的折叠相位，在高度较小时，莫尔波长较小的折叠相位因超前与莫尔波长较大的折叠相位。当高度较大并出现相位反超时，小莫尔波长的物体的折叠相位已经过一周期。故在小莫尔波长相位上增加2π。由于时间相位展开方法，需要使用系统校准得出的莫尔波长和高度之间的关系，本论文不展开讨论。

结论

本论文在研究前人文献的基础上，定性分析了数字莫尔测量过程中，近似处理，数字相移过程中高频噪声，滤波改变图像细节等因素对数字莫尔三维测量误差的影响。在数字莫尔三维测量理论基础上，本论文使用3dS Max三维建模仿真软件，和MATLAB科学计算包，探索并验证了数字莫尔测量过程中关键步骤的处理算法，为后期实际搭建数字莫尔3D测量系统做了可行性和难点分析。

在第1章中，本论文首先对比了三维测量技术中具有代表性的三坐标测量机和光学三维测量，然后针对数字莫尔三维测量全过程中的专业名字给出了定义和解释，最后总结了数字莫尔测量技术在实际生产生活中的应用。

在第2章中，本论文利用几何关系和傅立叶级数两种视角讨论了莫尔条纹产生的原理，并利用三角测量法的几何模型中得出相位差和高度的对应关系。

在第3章中，本论文拓展了第2章的相位差-高度关系，利用立体几何关系推导出相位分布和高度分布的非线性关系，并简要描述了利用该关系的非线性校准方法；当物体高度远小于相机-投影仪平面到物体距离时，可将相位分布和高度分布非线性关系近似得到相位-高度的线性关系表达式。本论文还讨论了莫尔波长在相邻极大值之间恒定的假设对最终测量精度的影响。最后，基于第3章探讨的记录，一个试探性的系统校准过程被提出。

在第4章，本论文进行了将物体扭曲的投影条纹和同周期不同初始相位条纹叠加后所得强度分布的表达。

第5章中讨论了结合平稳小波变换和傅立叶频域的滤波方法，需要注意的是，能实现滤除高频条纹的方法很多，并各有优势，本文仅探讨了一种滤波方法，并给出了该滤波方法的局限和参数优化步骤。

最后，在第6章中，本论文修正了第4章中的莫尔条纹灰度值与相位分布关系，并利用外差法计算出折叠相位分布，然后简要秒除了时间相位展开法的原理。

参考文献

蔡海云, 三坐标机复杂曲线曲面轮廓度自适应评价方法的研究及软件开发. 2000, 西安理工大学.

冯建, 纳米三坐标机之高精度微型环境箱研制. 2016, 合肥工业大学.

刘佳, 三坐标测量机在数控机床配件检测中的应用初探. 内燃机与配件, 2019(04): p. 75-76.

黄文周 and 孙福英, 三坐标测量机在轴承端盖质量检测中的应用. 时代农机, 2019. 46(02): p. 54+59.

李托拓, 胡锋, and 耿征, 基于结构光的三维成像技术. 网络新媒体技术, 2012. 1(01): p. 22-33.

Bell, T. and S. Zhang, Toward superfast three-dimensional optical metrology with digital micromirror device platforms. Optical Engineering, 2014. 53(11): p. 112206.

曹向群 and 黄维实, 莫尔技术的现状和展望. 光电工程, 1990(03): p. 48-56.

Mohammadi, F., 3D optical metrology by digital moiré: Pixel-wise calibration refinement, grid removal, and temporal phase unwrapping. 2017.

Lawman, S., et al. Applications of optical coherence tomography in the non-contact assessment of automotive paints. in Optical Measurement Systems for Industrial Inspection X. 2017. International Society for Optics and Photonics.

丁一飞, 数字光栅投影测量关键技术研究. 2016, 合肥工业大学.

Warden, R. and S. Al Ratrout, Moiré Contours for Documenting Petroglyphs at Montezuma Castle. 2005.

Gorthi, S.S. and P. Rastogi, Fringe projection techniques: whither we are? Optics and lasers in engineering, 2010. 48(ARTICLE): p. 133-140.

朱丽君, 数字莫尔条纹三维面形测量技术研究. 2016, 山东大学.

Nishijima, Y. and G. Oster, Moiré patterns: their application to refractive index and refractive index gradient measurements. JOSA, 1964. 54(1): p. 1-5.

Amidror, I. and R.D. Hersch, Mathematical moiré models and their limitations. Journal of Modern Optics, 2010. 57(1): p. 23-36.

Creath, K. and J. Wyant, Moiré and fringe projection techniques. Optical shop testing, 1992. 2: p. 653-685.

Jia, P., J. Kofman, and C.E. English, Comparison of linear and nonlinear calibration methods for phase-measuring profilometry. Optical Engineering, 2007. 46(4): p. 043601.

Takasaki, H., Moiré topography. Applied optics, 1970. 9(6): p. 1467-1472.

Dirckx, J.J. and W.F. Decraemer, Automatic calibration method for phase shift shadow moiré interferometry. Applied optics, 1990. 29(10): p. 1474-1476.

Halioua, M. and H.-C. Liu, Optical three-dimensional sensing by phase measuring profilometry. Optics and lasers in engineering, 1989. 11(3): p. 185-215.

urrel, Y., Design of algorithms for phase measurements by the use of phase stepping. Applied optics, 1996. 35(1): p. 51-60.

Zhou, C., et al., Dynamic 3D shape measurement based on the phase-shifting moir\'e algorithm. arXiv preprint arXiv:1807.01399, 2018.

Mohammadi, F. and J. Kofman, Improved grid-noise removal in single-frame digital moiré 3D shape measurement. Optics and Lasers in Engineering, 2016. 86: p. 143-155.

Münch, B., et al., Stripe and ring artifact removal with combined wavelet—Fourier filtering. Optics express, 2009. 17(10): p. 8567-8591.

Nason, G.P. and B.W. Silverman, The stationary wavelet transform and some statistical applications, in Wavelets and statistics. 1995, Springer. p. 281-299.

Gyaourova, A., C. Kamath, and I.K. Fodor, Undecimated wavelet transforms for image de-noising. 2002, Lawrence Livermore National Lab., CA (US).

Coifman, R.R. and D.L. Donoho, Translation-invariant de-noising, in Wavelets and statistics. 1995, Springer. p. 125-150.

Mohammadi, F. and J. Kofman, Multi-Wavelength Digital-Phase-Shifting Moiré Based on Moiré Wavelength. Applied Sciences, 2019. 9(9): p. 1917.