

题目

已知平面三连杆机械臂，其连杆长度计为 L_1, L_2, L_3 ，每个关节计为 $\theta_0, \theta_1, \theta_2$ ，范围为 $[-\pi, \pi]$ ，平面中额外有一圆，计为 $C = [\mathbf{c} \in \mathbb{R}^2, r]$ ，其中 \mathbf{c} 是其中心点坐标， r 是其半径。

设计算法实现以下需求：

- C++/Python实现，并可可视化
- 输出一系列路径点 $\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n$ ，使得机械臂末端沿 C 的外部圆弧运动，视圆的大小，尽可能覆盖尽量多的圆弧，如下半圆弧等
- 使得 $\sum_{i=1}^{n-1} \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{i+1}\|_2$ 最小
- 考虑每个连杆有3个圆（半径为 $L_i/6$ ），以及平面上有若干碰撞圆，在考虑碰撞的情况下，完成上述任务（加分项，选做）
- 用三种不同方法实现上述任务（超级加分项，选做，提示：采样、优化、解析暴力）

要求

- 不限制AI，需吸收消化，会根据代码提问，包括数学原理
- 如果使用非线性优化，需要手动推导梯度，使用求解器作为参考传入
- 如果做不出来，尽可能展现自己的思路和思考
- 最终提交
 - 运动可视化录制（MP4格式）*1
 - 代码*1
 - 解题文档（包含公式推导，PDF格式）*1