Resumen de teorico para el final de Probabilidad y Estadística

Agustin Curto, agucurto95@gmail.com

2015

Índice general

Capítulo 1

Estadística Descriptiva

Capítulo 2

Probabilidad

2.1. Modelo Probabilístico

Espacio Muestral: Es el conjunto de todos los resultados posibles del experimento. Se lo denota S.

Evento: Es cualquier subconjunto de S. Si el evento tiene un solo elemento se llama evento simple, si no, es un evento compuesto.

Definición: Cuando A y B (eventos) no tienen resultados en común, se dice que son eventos mutuamente excluyentes o disjuntos. Además $P(A \cap B) = \emptyset$.

A se dice **familia de eventos** si:

- $S \in A$
- Si $a \in A \Rightarrow \overline{a} \in A$
- $\{a_i\}_{i=1}^{\infty}$ tal que $a_i \in A \Rightarrow \cup_{i=1}^{\infty} a_i \in A$

Medida de Probabilidad: Diremos que $P : A \to [0, 1]$, con A evento, es medida de probabilidad si:

- $0 \leq P(a) \leq 1 \ \ \forall a \in A$
- $P(S) = 1$
- $\{a_i\}_{i=1}^{\infty}$ con $a_i \in A \; \forall i$ y mutuamente disjuntos.

Modelo Probabilístico: Es una terna compuesta (S, A, P), espacio muestral, familia de eventos y medida de probabilidad respectivamente.

Propiedades: Dado un experimento, tenemos (S, A, P) entonces se puede probar que:

- Si $A \subset B \Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$ y $P(B) \geq P(A)$
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$ $P(\emptyset) = 0$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

2.2. Técnicas de Conteo

Reglas del producto: Suponga que un conjunto consiste en colecciones ordenadas de k elementos y que hay n_1 opciones posibles para el primer elemento; para cada elección del primer elemento, hay n_2 elecciones posibles del segundo elemento; ... para elección posible de los $k-1$ elementos, hay n_k elecciones del k*-esimo* elemento. Entonces hay $n_1 n_2 \dots n_k$ k*-tuplas* posibles.

Definición: Para cualquier secuencia ordenada de k objetos tomada de un conjunto de n objetos, el número de *permutaciones* de tamaño k que se pueden construir a partir de n objetos, se denota $P_{k,n}$ y se define:

$$P_{k,n} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Definición: Dado un conjunto de n elementos distintos, cualquier subconjuto no ordenado de tamaño k de los objetos, se llama *combinación*. El número de combinaciones de tamaño k que se puede formar a partir de n objetos, se denota $\binom{n}{k}$, y se define:

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

2.3. Probabilidad Condicional

Sean A y B eventos tal que $P(B) > 0$, llamamos **probabilidad condicional** de A dado B, y denotamos $P(A|B)$, porbabilidad de A dado que ocurrio B, al evento:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Definición: Diremos que A y B son *eventos independientes*, si:

$$P(A \cap B) = P(A)\ P(B) \qquad\qquad \text{con A, B} \in \mathbf{a}$$

Proposición: Sean A y B eventos:

- $\overline{A}$ y $\overline{B}$ son independientes.
- $\overline{A}$ y B son independientes.
- A y $\overline{B}$ son independientes.

Definición: Diremos que $A_1, A_2 \dots A_n$ son *mutuamente independientes* si $\forall I \in \{1, 2, \dots n\}$ resulta que:

$$P(\cap_{i,j \in I} A_{i,j}) = \prod_{i,j \in I} P(A_{i,j})$$

Ley de la multiplicación: Sean $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ eventos en **a**, entonces:

$$P(\cap_{i=1}^{n} A_i) = P(A_1)\ P(A_2|A_1) P(A_3|A_1 \cap A_2) \dots P(A_n| \cap_{i=1}^{n-1} A_i)$$

Ley de Probabilidad Total: Si $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ son eventos disjuntos en **a** tal que $S = \cup_{i=1}^{n} A_i$ entonces $\forall B \in \mathbf{a}$:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)\ P(B|A_i)$$

Teorema de Bayes: Si $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ son eventos disjuntos en **a** y $P(A_i) > 0$ $\forall i$ tal que $S = \cup_{i=1}^{n} A_i$, entonces para cualquier otro evento B tal que $P(B) > 0$:

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A_i)\ P(B|A_i)}{P(B)}$$

donde $P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)\ P(B|A_i)$ como se dijo en la ley de probabilidad total.

Capítulo 3

Variables Aleatorias Discretas

Capítulo 4

Variables Aleatorias Continuas

Capítulo 5

Distribución de Probabilidad Conjunta

Capítulo 6

Estimación Puntual

Capítulo 7

Intervalos de Confianza

Capítulo 8

Prueba de Hipótesis

Bibliografía

[1] Agustín Curto, «Carpeta de Clase, 2015», *FaMAF, UNC.*