Preliminares del Tema 2: Cuestiones sobre coste recursivo y uso de los Teoremas de Coste

Para resolver los ejercicios de esta actividad es (más que) recomendable consultar el documento Conceptos Previos II (slide-show): coste de métodos recursivos disponible en mi carpeta Tema 2 de Recursos de esta PoliformaT; en concreto,

- Te puede ayudar a resolver los 2 primeros ejercicios de este examen el ejemplo Cáculo del coste Temporal del método *sumar*, T_{sumar} (transparencias "animadas" de la nº 1 a la nº 3).
- Te puede ayudar a resolver el tercer y último ejercicio de este examen el ejemplo Cáculo del coste Temporal del método *potenciaV1*, $T_{potenciaV1}$ (transparencias "animadas" de la nº 5 a la nº 7).
- También necesitarás usar los Teoremas de Coste Recursivo.

PREGUNTA 1

SIN usar espacios en blanco, y siguiendo los pasos que se te indican en el ejemplo Cáculo del coste Temporal del método *sumar*, T_{sumar}, completa los huecos para realizar el análisis del coste Temporal Asintótico del siguiente método:

```
private static int potencia(int a, int k) {
    if (k == 0) {   return 1;  }
    else {  return a * potencia(a, k - 1);  }
}
```

Paso 1. La talla del problema, expresada en función de los parámetros del método, es x = ________.

Paso 2. Para una talla x dada, indica cuáles de las siguientes (una o más) son las instancias significativas que presenta el método, poniendo V o F en los huecos que figuran delante de ellas:

- ___ No existen instancias significativas, ni Peor ni Mejor de los Casos, pues independientemente de los valores de a y k se realizan el mismo número de llamadas recursivas (potencia es un método de Recorrido).
- ___El Mejor de los Casos se da cuando k vale 0, pues es posible devolver el resultado del método sin realizar llamada recursiva alguna.
- ___ El Mejor de los Casos se da cuando a vale 0, pues a^0 vale 1 por definición.
- ___ El Peor de los Casos se da cuando k es mayor que 0, pues para devolver el resultado del método se realizan el máximo número de llamadas posibles.
- ___ El Peor de los Casos se da cuando k vale a, pues para devolver el resultado del método se realiza el máximo número de llamadas posibles.

Paso 3. Para las instancias significativas detectadas, escribe sus Relaciones de Recurrencia para el caso general. Para ello, completa los huecos de las que aparecen a continuación expresando la sobrecarga como sigue: si crees que es...

- **Constante, escribe k;**
- **Lineal, escribe k*x;**
- **Cuadrática, escribe k*x*x.**

Además, muy importante, si crees que NO hay instancias significativas escribe un guión (-) en cada hueco de la relación asociada al Mejor de los Casos y completa solo los de la asociada al Peor, como si esta fuera la asociada al coste del método sin instancias significativas.

- En el Mejor de los Casos, si x ____

$T_{Mpotencia}(x)$ = ____* $T_{M\ potencia}$(____) + ____

- En el Peor de los Casos, si x ____

$T_{Ppotencia}(x)$ = ____ * $T_{Ppotencia}$(____) + ____

Paso 4. Utilizando los teoremas de coste, obtén el coste Temporal Asintótico; para ello, completa cada hueco de las siguientes dos líneas con alguna de las siguientes opciones: 1, logx, x, x*x, x*logx, 2^x, Theta, Omega, O. Además, muy importante: si crees que NO hay instancias significativas escribe un guión en todos los huecos de la primera línea (la asociada a $T^{M}_{potencia}(x)$) y completa solo los de la segunda línea (la asociada a $T^{P}_{potencia}(x)$), como si esta fuera la asociada al coste del método sin instancias signi cativas.

$T^{M}_{potencia}((x)$ ∈ ____ (____) → $T_{potencia}(x)$ ∈ ____(____)

$T^{P}_{potencia}(x)$ ∈ ____(____) → $T_{potencia}(x)$ ∈ ____ (____)

Respuesta correcta:

k, V|T, F, F, F, F, -, -, -, -, >0|>=1|> 0| >0| > 0||>= 1|| >=1|| >= 1, 1, x-1|x - 1|x -1| x -1| x - 1 , k, -, -, -, -, Theta, x, Theta, x

PREGUNTA 2

```
/*  SII n>=0 */
private static int factorial(int n) {
    if (n == 0) { return 1; }
    else { return n * factorial(n - 1); }
}

/* SII a>=0 AND b>=0 */
private static int multiplicar(int a, int b) {
    if (a == 0) { return 0; }
    else { return multiplicar(a - 1, b) + b; }
}

/* SII 0 <= inicio <= v.length AND fin == v.length-1 */
private static <T>  int buscar(T[] v, T b, int inicio, int fin) {
    if (inicio > fin) { return -1; }
    else {
        if (v[inicio].equals(b)) { return inicio; }
        else { return buscar(v, b, inicio + 1, fin); }
    }
}
```

- Para una talla x dada, el único de estos métodos que presenta Peor y Mejor de los Casos es ______ . Por ello:
  - $T^{M}(x)$ ∈ ____ (____) → T(x) ∈ ____(____)
  - $T^{P}(x)$ ∈ ____(____) → T(x) ∈ ____ (____)

NOTA: usa para completar los huecos alguna de las siguientes opciones: 1, logx, x, x*x, x*logx, 2^x, Theta, Omega, O.

- El coste Temporal Asintótico de los dos métodos que NO presentan significativas es el mismo:
  - T(x) ∈ ____ (____)

NOTA: usa para completar los huecos alguna de las siguientes opciones: 1, logx, x, x*x, x*logx, 2^x, Theta, Omega, O.

- Siendo potencia, factorial, multiplicar y buscar métodos recursivos que resuelven problemas tan distintos, sus Ecuaciones de Recurrencia se pueden resolver y acotar aplicando el mismo teorema, el nº ____, porque todos ellos presentan el mismo tipo Recursión, ______ , y la misma sobrecarga, ____ .

Respuesta correcta:

buscar, Theta, 1, Omega, 1, Theta, x, O|0, x, Theta, x, 1, Lineal|lineal, constante|k|cte.|cte

PREGUNTA 3

SIN usar espacios en blanco, y siguiendo los pasos que se te indican en el ejemplo Cáculo del coste Temporal del método *potenciaV1*, $T_{potenciaV1}$, completa los huecos para realizar el análisis del coste Temporal Asintótico

del siguiente método:

```
private static <T> boolean metodoR(T[] a, T d, int izq, int der) {
    boolean res = false;
    if (izq == der) {   res = a[izq].equals(d);  }    else {
      int medio = (izq + der) / 2;     res = metodoR(a, d, medio + 1, der);
   if (!res) {   res = metodoR(a, d, izq, medio);  }
     }     return res;
}
```

Paso 1. La talla del problema, expresada en función de los parámetros del método, es x = ______ .

Paso 2. Para una talla x dada, indica cuáles de las siguientes (una o más) son las instancias significativas que presenta el método, poniendo V o F en los huecos que figuran delante de ellas:

- ___ No existen instancias significativas, pues siempre se visitan la mitad de los elementos del subarray a[izq, der] que se le pase como argumento en su llamada más alta (principal).
- ___ El Mejor de los Casos se da cuando el subarray a[izq, der] que se le pase como argumento en su llamada más alta tiene un solo elemento, i..e , cuando x=1, pues cuando izq==der es posible calcular el resultado del método, res, sin realizar llamada recursiva alguna.
- ___ El Mejor de los Casos se da cuando d se encuentra en la posición der del subarray a[izq, der] que se le pase como argumento en su llamada más alta.
- ___ El Mejor de los Casos se da cuando d se encuentra en la posición izq del subarray a[izq, der] que se le pase como argumento en su llamada más alta.
- ___ El Peor de los Casos se da cuando d no está en la primera mitad del subarray a[izq, der] que se le pase como argumento en su llamada más alta.
- ___ El Peor de los Casos se da cuando d no está en la segunda mitad del subarray a[izq, der] que se le pase como argumento en su llamada más alta.
- ___ El Peor de los Casos se da cuando d no está en el subarray a[izq, der] que se le pase como argumento en su llamada más alta.
- ___ El Peor de los Casos se da cuando a[0, a.length-1] es el subarray que se le pasa como argumento en su llamada más alta, i.e. cuando el subarray a explorar es (todo) a.

Paso 3. Para las instancias significativas detectadas, escribe sus Relaciones de Recurrencia para el caso general. Para ello, completa los huecos de las que aparecen a continuación expresando la sobrecarga como sigue: si crees que es...

- **Constante, escribe k;**
- **Lineal, escribe k*x;**
- **Cuadrática, escribe k*x*x.**

Además, muy importante, si crees que NO hay instancias significativas escribe un guión (-) en cada hueco de la relación asociada al Mejor de los Casos y completa solo los de la asociada al Peor, como si esta fuera la asociada al coste del método sin instancias significativas.

- En el Mejor de los Casos, si x ___
  - $T^{M}_{metodoR}(x)$ = ____ * $T^{M}_{metodoR}$(____) + ____
- En el Peor de los Casos, si x ____
  - $T^{P}_{metodoR}(x)$ = ____ * $T^{P}_{metodoR}$(____) + ____

Paso 4. Utilizando los teoremas de coste, obtén el coste Temporal Asintótico; para ello, completa cada hueco de las siguientes dos líneas con alguna de las siguientes opciones: 1, logx, x, x*x, x*logx, 2^x, Theta, Omega, O. Además, muy importante: si crees que NO hay instancias significativas escribe un guión en todos los huecos de la primera línea (la asociada a $T^{M}_{metodoR}(x)$) y completa solo los de la segunda línea (la asociada a $T^{P}_{metodoR}(x)$), como si esta fuera la asociada al coste del método sin instancias significativas.

$T^{M}_{metodoR}(x) \in$ ____ (____) $\rightarrow$ $T_{metodoR}(x) \in$ ____ (____)

$T^{P}_{metodoR}(x) \in$ ____ (____) $\rightarrow$ $T_{metodoR}(x) \in$ ____ (____)

Respuesta correcta:

der-izq+1, F, F, V|T, F, F, F, V|T, F, >1|>=2|=>2|> 1|>= 2|=> 2| > 1| >= 2| => 2, 1, x/2|x / 2| x / 2, k, >1|>=2|=>2|> 1|>= 2|=> 2| > 1| >= 2| => 2, 2, x/2|x / 2| x / 2, k, Theta, logx|log x, Omega, logx|log x, Theta, x, O, x