

# Aufgabensammlung II

Name: \_\_\_\_\_

Gruppe : \_\_\_\_\_

## Aufgabe 1 (Rotation 2D)

Leiten Sie anhand folgender Skizze die Rotationsmatrix für eine 2D-Rotation um den Ursprung her. D.h. stellen Sie die Position von  $z$  durch eine entsprechende Berechnung in Abhängigkeit von  $p$  dar. Benutzen Sie dazu die Bezeichnungen aus der Skizze (siehe Abb. 1)!

Hinweis:

$$\cos(a+b) = \cos(a) \cdot \cos(b) - \sin(a) \cdot \sin(b)$$

$$\sin(a+b) = \sin(a) \cdot \cos(b) + \cos(a) \cdot \sin(b)$$

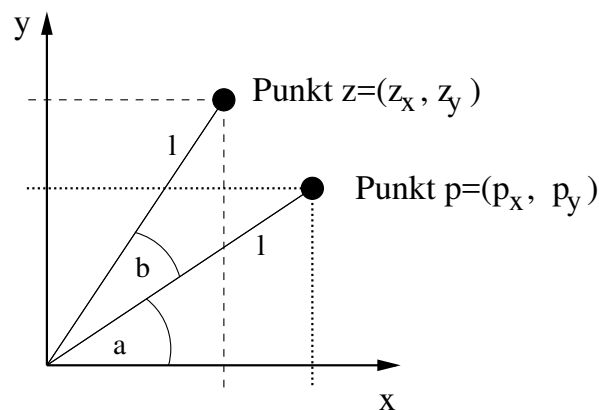


Abbildung 1: 2D Rotation.

## Aufgabe 2 (Transformationsmatrizen und homogene Koordinaten)

Geben Sie die Matrizen (4x4) an, die folgende Transformationen eines Punktes  $(x, y, z)^T$  realisieren. Führen Sie die Transformation des Punktes mit der Matrix durch:

- Translation um den Translationsvektor  $t = (u, v, w)^T$ .

- Rotation um die x-Achse mit Winkel  $\alpha$ .

- Rotation um die y-Achse mit Winkel  $\beta$ .

- Rotation um die z-Achse mit Winkel  $\gamma$ .

### Aufgabe 3 (Matrizenreihenfolge)

Zeigen Sie oder widerlegen Sie:  $Rot_x(\alpha) \cdot T(t) = T(t) \cdot Rot_x(\alpha)$   
mit  $T$  ist (4x4) Translationsmatrix mit Translationsvektor  $t = (u, v, w)^T$  und  
 $Rot_x(\alpha)$  ist (4x4) Rotationsmatrix um die x-Achse mit Winkel  $\alpha$ .

#### Aufgabe 4 (Kombination mehrerer Transformationen)

Geben Sie die Gesamtmatrix  $M$  ( $4 \times 4$ ) an, die folgende Transformationen eines Punktes  $(x, y, z)^T$  realisiert:

- Erst eine Translation um  $(0, 1, 0)^T$ , danach Rotation um die x-Achse um 90 Grad, danach Rotation um die y-Achse um 180 Grad.

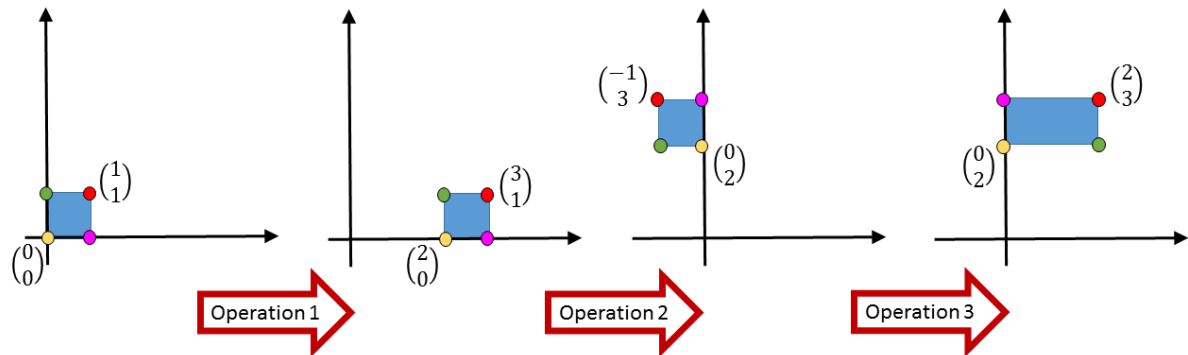
- Erst eine Rotation um die z-Achse um 90 Grad, danach Translation um  $(1, 1, 2)^T$ .

### Aufgabe 5 (Rotation um eine beliebige Achse)

Um eine Rotation  $\alpha$  um eine beliebige Achse durchzuführen, muss die Gesamt-Rotationsmatrix  $R_G(\alpha)$  berechnet werden. Unsere Drehachse sei  $c + \lambda d, \lambda \in \mathbb{R}, c = (c_x, c_y, c_z)^T, d = (0, 1, 0)^T$ , der Rotationswinkel sei  $\alpha$ . Die Gesamt-Rotationsmatrix  $R_G(\alpha)$  ergibt sich aus der Multiplikation von drei 4x4 Matrizen. Geben Sie diese 3 Matrizen (4x4) zur Berechnung der Gesamt-Rotationsmatrix  $R_G(\alpha)$  an.

## Aufgabe 6 (Transformationen)

**Teil 1:** Geben Sie für jede 2D-Operation (siehe Abbildung) die entsprechende Transformationsmatrix in homogenen Koordinaten ( $3 \times 3$  Matrix) an:



Operation 1:

Operation 2:

Operation 3:

Berechnen Sie die Gesamtmatrix  $M_G$  der Operationenfolge (siehe vorherige Abbildung):

Führen Sie mit der Matrix  $M_G$  die Transformation des Punktes  $P = (1, 1)^T$  (siehe vorherige Abbildung), dargestellt in homogenen Koordinaten, durch und geben Sie das **berechnete** Resultat  $P' \in \mathbb{R}^2$  an:

---