

Simulación de Transmisión de Señales en un Sistema de Comunicaciones

Nohelia Agudelo Cuervo 2210413
Jaiver Josept Buitrago Graterón 2204277
Fabian Camilo Chacon Vargas 2214192

Aclaraciones previas

Para todos los puntos aquí enunciados, se obtendrán tanto G , como a de la siguiente manera:

- G es el dígito final de la suma de los últimos dígitos de los códigos de los integrantes del grupo.

$$3 + 7 + 2 = 12$$

- a es la mediana de los dígitos del código de todos los integrantes del grupo.

$$[2, 2, 1, 0, 4, 1, 3, 2, 2, 0, 4, 2, 7, 7, 2, 2, 1, 4, 1, 9, 2] \Rightarrow Me = 2$$

Por lo anterior, $G = 2$ y $a = 2$.

1 Punto 1: Ruido Gaussiano y Ancho de Banda

Situación: En sistemas de monitoreo remoto, las señales enviadas por los sensores pueden estar afectadas por ruido o interferencia de otros equipos. Sin un filtrado adecuado, la señal útil puede perderse o volverse poco confiable. Ante esta situación, un receptor SDR recibe una señal con ruido blanco gaussiano, el cual pasa por un filtro de entrada LTI.

1.1 Tareas desarrolladas

- **Generación de señal de ruido** generación de señal aleatoria de ruido blanco gaussiano. con media cero y varianza 1.
- **Generación de señal convolucionada con ventana cuadrada:** aplicación de una ventana cuadrada como filtro para suavizar la señal.
- **Señal a través de un filtro LIT con respuesta al impulso multiplicada por $u(t)$:** evaluación de casos, aplicando o no $u(t)$ y variando los valores del tiempo (t).
- **Variaciones de media y varianza:** cálculo de parámetros estadísticos como media, desviación estándar y varianza, antes y después del filtrado.

1.2 Resultados

1.2.1 Generación de señal de ruido

Para el desarrollo de esta tarea, fue necesario simular una señal de ruido blanco gaussiano, es decir, una señal de ruido gaussiano de media 0 y varianza 1. La definición de la señal aleatoria de entrada $X(n)$ y su respectiva salida $Y(n)$ se da a partir del código propuesto en la guía del taller. Al ejecutarse, se graficará la autocorrelación de la señal de salida de ruido y su densidad espectral de potencia (ver figuras 1 y 2).

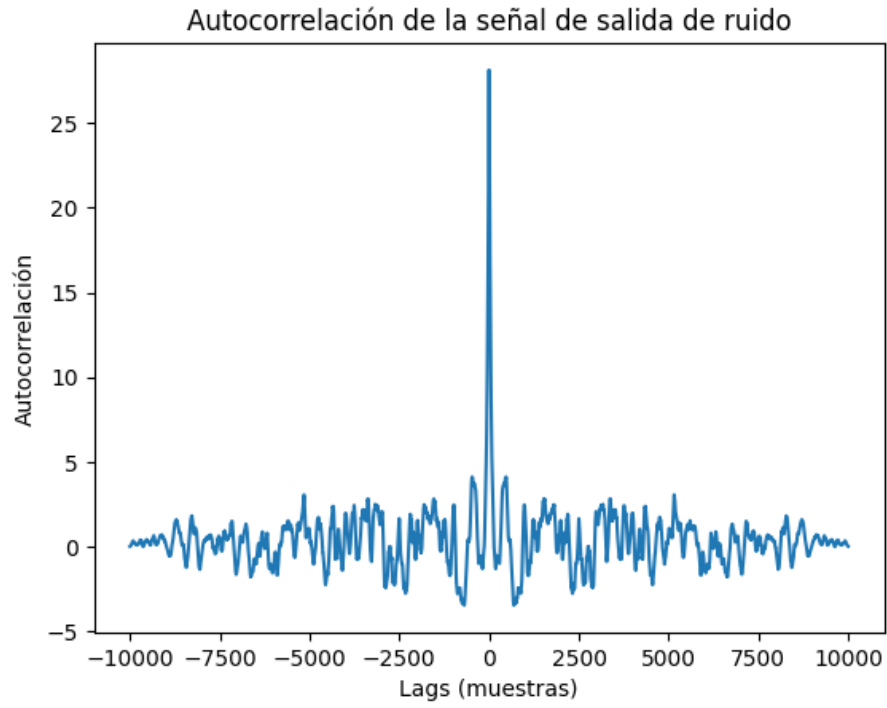


Figure 1: Autocorrelación de $Y(n)$.

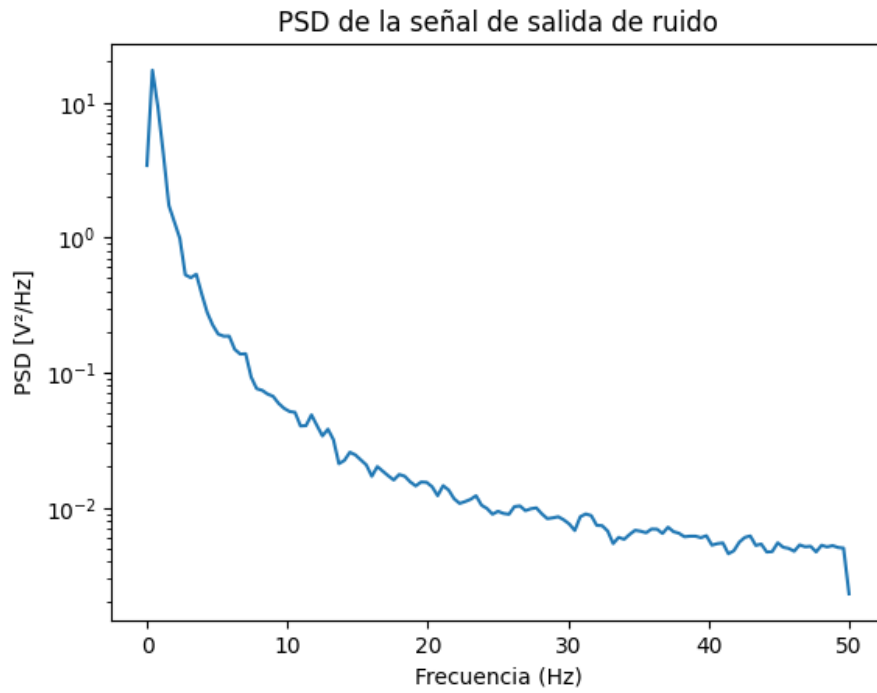


Figure 2: PSD de $Y(n)$.

Posteriormente, se crea un algoritmo de modo que grafique la función de densidad de probabilidad para la señal aleatoria inicial de ruido $Y(n)$ (ver figura 3) y calcule su desviación estándar (σ), media (μ) y varianza (σ^2). A modo de ejemplo, se obtuvo para una señal aleatoria $X(n)$ las siguientes estadísticas:

$$\sigma_1 = 5.2313$$

$$\mu_1 = 0.8782$$

$$\sigma_1^2 = 27.3674$$



Figure 3: PDF de $Y(n)$ inicial.

1.2.2 Generación de señal convolucionada con ventana cuadrada

La definición de la señal aleatoria de entrada $X(n)$ se mantiene, pero ahora su convolución será con una ventana cuadrada de $10 + G$ muestras (en el presente caso, 12 muestras), de la cual se pudo confirmar que es una función de densidad de probabilidad uniforme. Esto da como resultado una nueva salida $Y(n)$ con mayor suavidad con respecto a la señal de entrada. Además de obtener un mayor suavizado, se logra un valor de varianza menor (σ_2^2) en comparación con la varianza inicial (σ_1^2), puesto que la convolución actúa como un filtrado que atenúa altas frecuencias.

$$\sigma_2 = 0.2926$$

$$\mu_2 = 0.0177$$

$$\sigma_2^2 = 0.0856$$

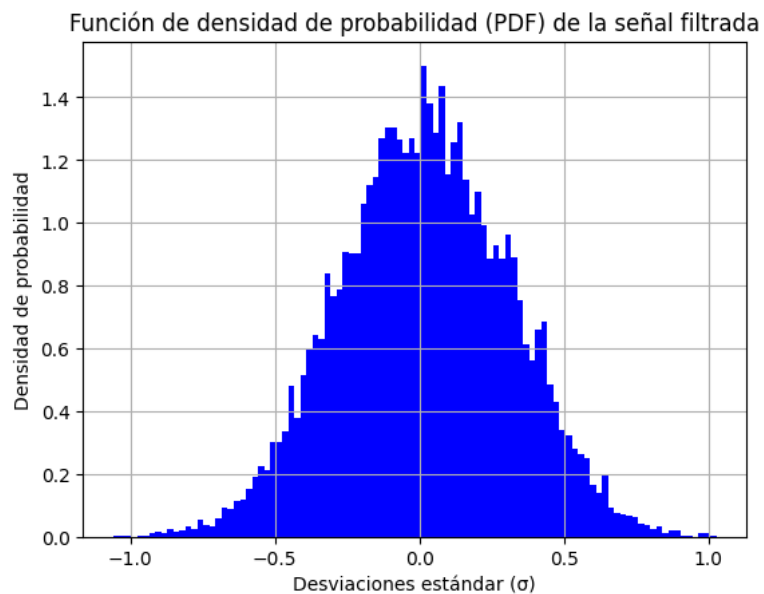


Figure 4: PDF de $Y(n)$ filtrada con ventana cuadrada.

1.2.3 Señal a través de un filtro LIT con respuesta al impulso multiplicada por $u(t)$

Ahora, véase lo que sucede cuando la señal pasa a través de un filtro LIT con respuesta al impulso $h(t) = e^{-at}u(t)$. En realidad, el cambio:

$$h(t) = e^{-at}$$
$$\Rightarrow h(t) = e^{-at}$$

no afecta el resultado de la gráfica correspondiente al PSD ni a la autocorrelación (ver gráficas 5 y 6). Lo anterior es debido a que al definir $Y(n)$ con *lfilter* se usa un vector de tiempo (t) con tiempos positivos que van de 0[s] a 10[s].

- **Caso 1: PSD resultante con $u(t)$ y valores positivos de t**

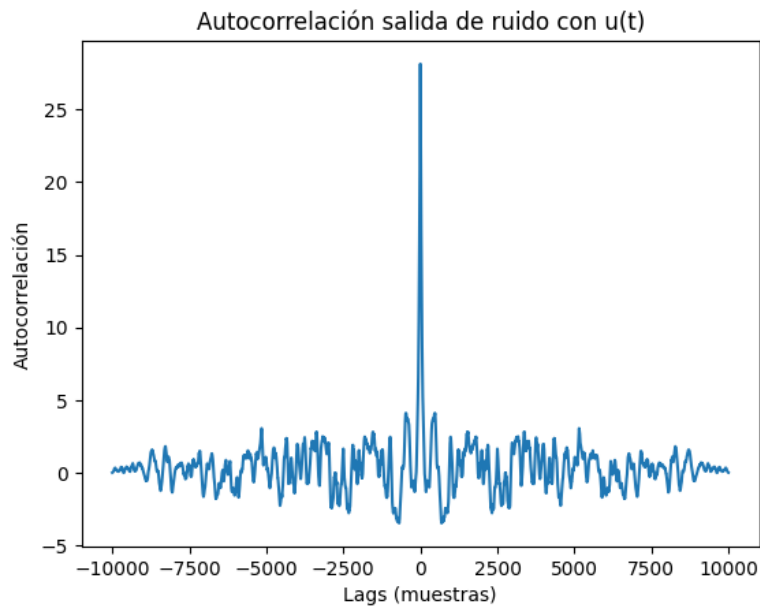


Figure 5: Autocorrelación de $Y(n)$ con $u(t)$.

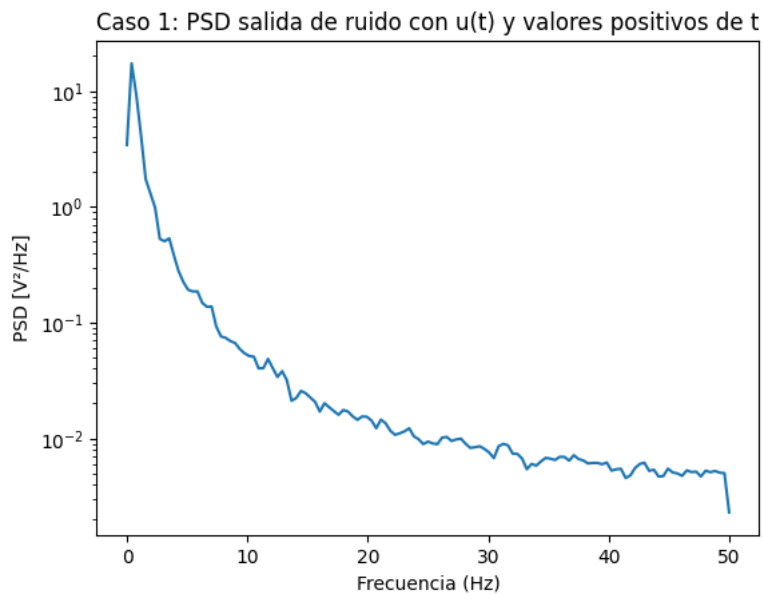


Figure 6: PSD de $Y(n)$ con $u(t)$ y valores positivos de t .

- **Caso 2: PSD resultante sin $u(t)$ y con valores negativos de t**

A continuación, se observa lo que sucedería para un valor diferente de t que sí incluya valores negativos (ver figura 7).

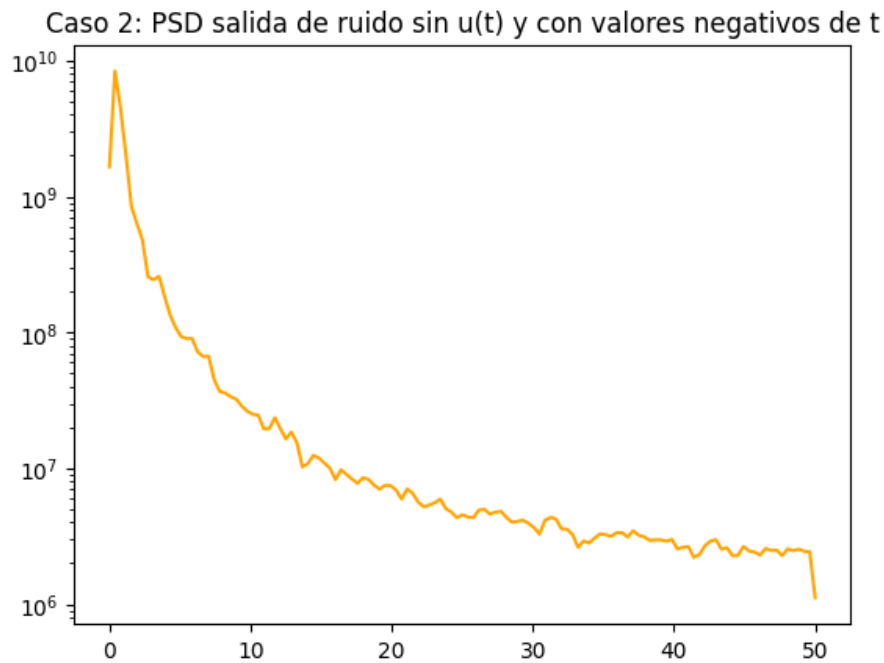


Figure 7: PSD de $Y(n)$ sin $u(t)$ y con valores negativos de t .

- **Caso 3: PSD resultante con $u(t)$ y valores negativos de t**

En este caso, se observa lo que sucedería para un valor diferente de t que sí incluya valores negativos (ver figura 7), pero conservando el $u(t)$ multiplicado en $h(t)$.

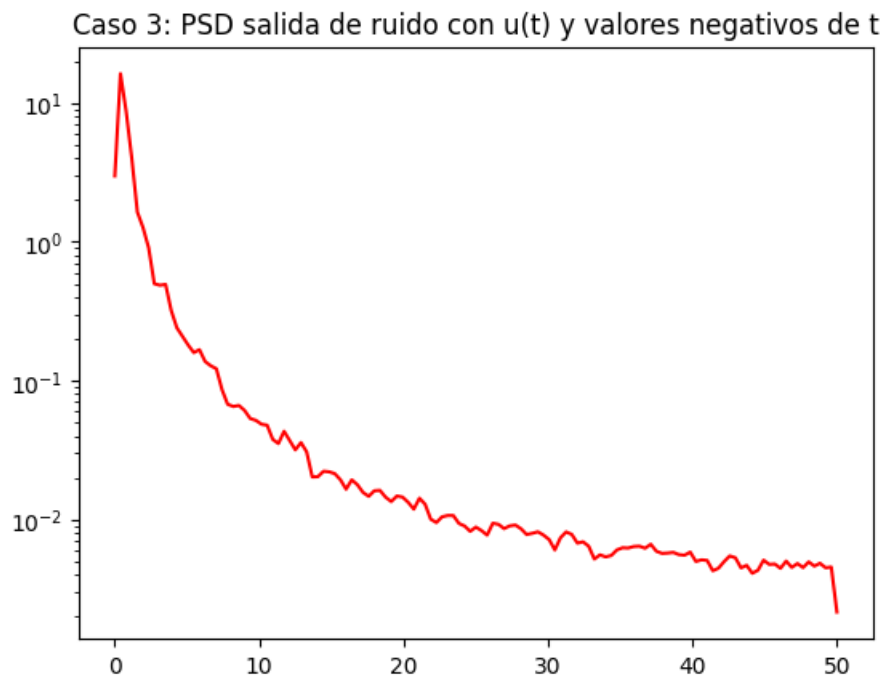


Figure 8: PSD de $Y(n)$ con $u(t)$ y con valores negativos de t .

1.2.4 Variaciones de media y varianza

Se toma como referencia el caso 1 del inciso anterior (pues los casos 2 y 3 fueron desarrollados solo con fines demostrativos para un mejor análisis de la tarea).

- **Autocorrelaciones de entrada y salida**

Se grafican las respectivas autocorrelaciones, densidades de potencial espectral y las siguientes estadísticas:

- Media de la entrada original: 0.0114
- Media de la salida original: 0.5890
- Varianza de la entrada original: 1.0183
- Varianza de la salida original: 26.9685

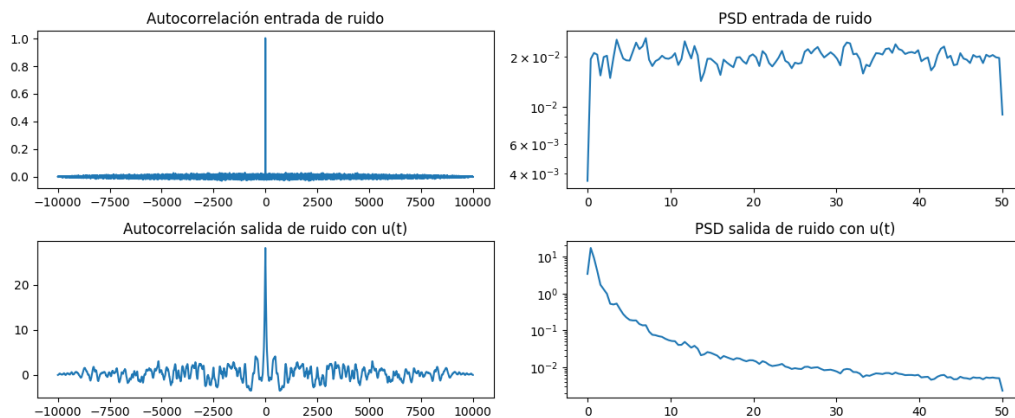


Figure 9: Autocorrelación de entrada $X(n)$ (original) y la salida $Y(n)$ del caso 1 de la subsección anterior.

- **Autocorrelaciones de entrada y salida con media modificada**

Realmente, una manera simple para modificar la media podría ser sencillamente cambiar el primer parámetro en la definición de la señal de entrada X : $x = np.random.normal(media, 1, A)$. Sin embargo, debido a que las señales generadas para X son aleatorias, no se implementa esta nueva línea de código ya que se estaría creando una señal de entrada diferente, y en ese sentido, no se podría comparar con la señal anteriormente mostrada (la original). Es por ello que se implementa en código una traslación en X de acuerdo con el valor de la media (μ):

$$\begin{aligned}x &\sim N(0, 1) \\ \Rightarrow x + \mu &\sim N(\mu, 1)\end{aligned}$$

Usando $\mu = 1$, se obtienen las siguientes gráficas y estadísticas:

- Media de la entrada modificada: 1.0183
- Media de la salida modificada: 34.3662

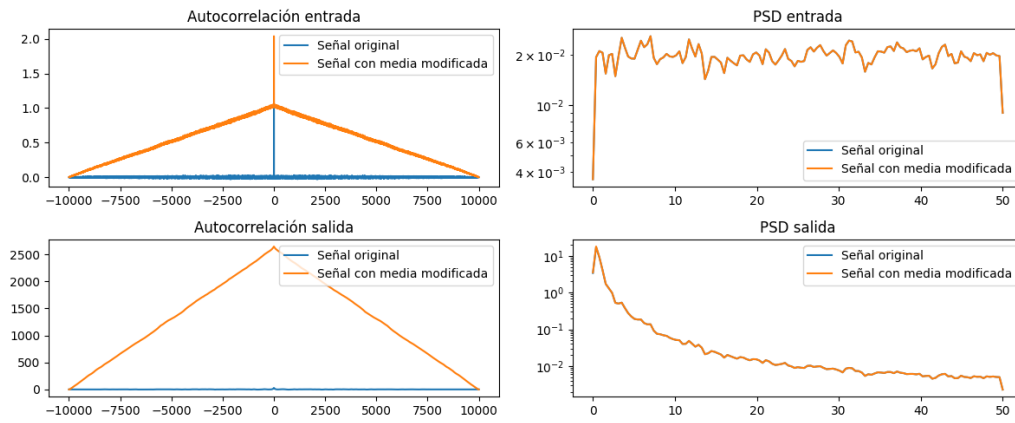


Figure 10: Autocorrelación de $X(n)$ y la $Y(n)$ del caso 1, así como $X(n)$ y la $Y(n)$ con media modificada.

• Autocorrelaciones de entrada y salida con varianza modificada

Análogo al caso anterior, una manera simple para modificar la varianza podría ser sencillamente cambiar el segundo parámetro en la definición de la señal de entrada X : $x = np.random.normal(0, \text{varianza}, A)$. Sin embargo, debido a que las señales generadas para X son aleatorias, no se implementa esta nueva línea de código ya que se estaría creando una señal de entrada diferente, por lo que no se podría comparar con las señales anteriormente mostradas. Es por ello que se implementa en código una escalación en X de acuerdo con el valor de la desviación estándar (σ) para cambiar la varianza (σ^2):

$$x \sim N(0, 1) \\ \Rightarrow x * \sigma \sim N(0, \sigma^2)$$

Usando $\sigma = 0.5$, se obtienen las siguientes gráficas y estadísticas:

- Varianza de la entrada modificada: 0.2545
- Varianza de la salida modificada: 6.7421

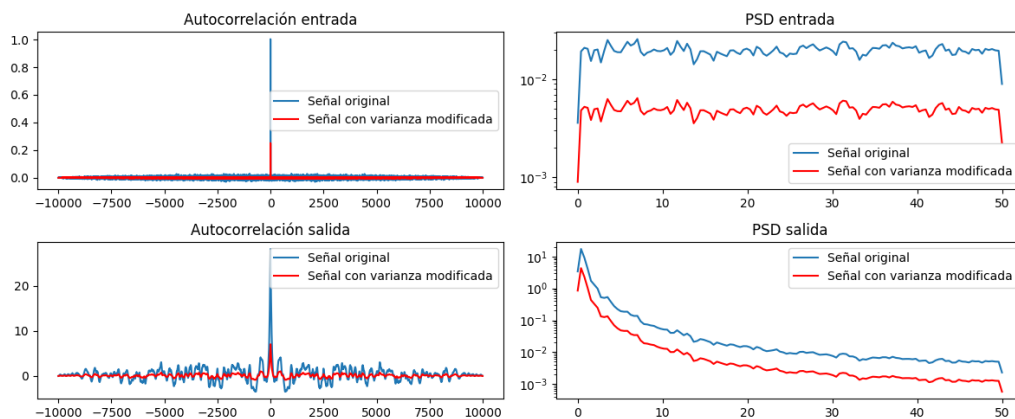


Figure 11: Autocorrelación de $X(n)$ y la $Y(n)$ del caso 1, así como $X(n)$ y la $Y(n)$ con varianza modificada.

1.3 Análisis de resultados

- Como se mencionó previamente, la varianza de la señal filtrada con la convolución de una ventana cuadrada cambia de modo que su valor disminuye. Inicialmente, se tenía una varianza grande en la señal de ruido, pero al convolucionar $X(n)$ con la ventana, se obtiene una varianza cercana a 0.08. Esto es debido a que se obtiene a la salida una señal $Y(n)$ que atenúa altas frecuencias, viéndose así como una señal con mayor suavidad.

- Cambiar $h(t) = e^{-at}$ a $h(t) = e^{-at}u(t)$ no afecta el resultado de la gráfica de la PSD en lo absoluto, ya que desde el inicio se definió $Y(n)$ dependiente de un vector de tiempo (t) con valores positivos que van de 0[s] a 10[s]. Por ende, si se deseaba ver un cambio más notable en las gráficas, había que variar el tiempo de modo que abarcara números negativos.
- Dado que inicialmente (caso 1) había sido definido t como un vector de valores positivos, el sistema por defecto ya era causal, puesto que se puede confirmar la causalidad si su respuesta al impulso $h(t)$ es cero para tiempos negativos (1). Como el tiempo solo estaba compuesto por valores positivos, entonces $h(t)$ era cero bajo dicha condición.

$$h(t) = 0, \forall t < 0 \quad (1)$$

Al usar $h(t) = e^{-at}$ y valores negativos para el vector t (caso 2), el sistema se convierte en no causal; esto es debido a que no se cumple la condición (1), o dicho de otro modo, $h(t) \neq 0$ para $t < 0$. En contraste, el caso 3 demuestra que al multiplicar el $u(t)$ en $h(t)$ garantiza que se cumpla (1), lo que implica que el sistema sea causal.

Por lo anterior, se explica así el por qué los diagramas de los casos 1 y 3 son iguales, y el caso 2 es diferente por sus valores de PSD (eje vertical de la gráfica).

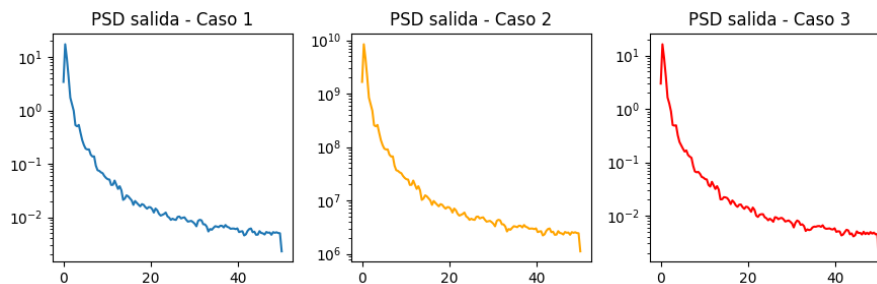


Figure 12: PSD de $Y(n)$ con $u(t)$ y con valores negativos de t .

- Para la autocorrelación, se pudo comprobar lo siguiente tras modificar los valores de la media y la varianza:
 - La media de un ruido blanco gaussiano es cero. Sin embargo, al modificar este valor, la señal muestra un patrón triangular en la autocorrelación. Esto es debido a que el valor agregado de la media actúa como una componente determinista constante.
 - Cuando se modifica la varianza, se está escalando su energía. Si $\sigma^2 \downarrow 1$, los valores son más bajos con respecto a la original ($\sigma^2 = 1$), y si $\sigma^2 \uparrow 1$, los valores son más altos. Cabe resaltar, que esto no implica que su contenido espectral ni la tendencia de la forma de la gráfica también cambie. Solo se aplica un escalamiento.
 - Como el sistema es LTI, el efecto de la varianza se conserva en la salida también.
 - El pico alto representa también una potencia. Es decir, $P = \sigma^2$.
- En cuanto a la densidad espectral de potencia (PSD), se puede afirmar tras modificar los valores de la media y la varianza lo siguiente:
 - Al modificar la media de una señal, las gráficas de PSD se mantienen prácticamente iguales. Esto ocurre dado que no existe afectación en la PSD: la media solo añade una componente en DC, que muchas veces es filtrada en la estimación (como ocurre con el uso de *welch*).
 - Cambiar la varianza escala verticalmente la PSD. Si $\sigma^2 \downarrow 1$, la curva generada estará por debajo de la curva original ($\sigma^2 = 1$), y si $\sigma^2 \uparrow 1$, la curva generada estará por encima. Así como pasa en la autocorrelación, no se modifica la forma de la gráfica.

2 Punto 2: Transformación de PDFs

Situación: En un sistema de transmisión digital, un canal inalámbrico introduce una distorsión en la forma de los pulsos, afectando la estadística de la señal recibida. Para recuperar la señal original, se emplean filtros LTI que modifican la distribución de la señal de entrada. Es necesario estudiar cómo cambia la distribución probabilística luego del filtrado.

2.1 Tareas desarrolladas

- **Generación de nuevas muestras:** generación de $10000 + G \cdot 100$ muestras de $X \sim N(1, 2^2)$.
- **Implementación un sistema LTI y filtro promedio simple:** uso de un sistema LTI con $h[k] = [\frac{1}{a}, 1, \frac{1}{a}]$ y luego aplicación de un filtro promedio simple de G muestras.

2.2 Resultados

2.2.1 Generación de nuevas muestras

Recordando que $G = 2$, el nuevo tamaño de la señal aleatoria es $A_m = 10200$. Se grafica en la figura 13 la comparación de la función de densidad de probabilidad (PDF) de una señal aleatoria de entrada $X(n)$ y su salida $Y(n)$. Cabe resaltar que estas señales son completamente diferentes a las del punto anterior:

- Media de la entrada original: 0.9830
- Media de la salida original: 1.9659
- Varianza de la entrada original: 3.9420
- Varianza de la salida original: 5.9523

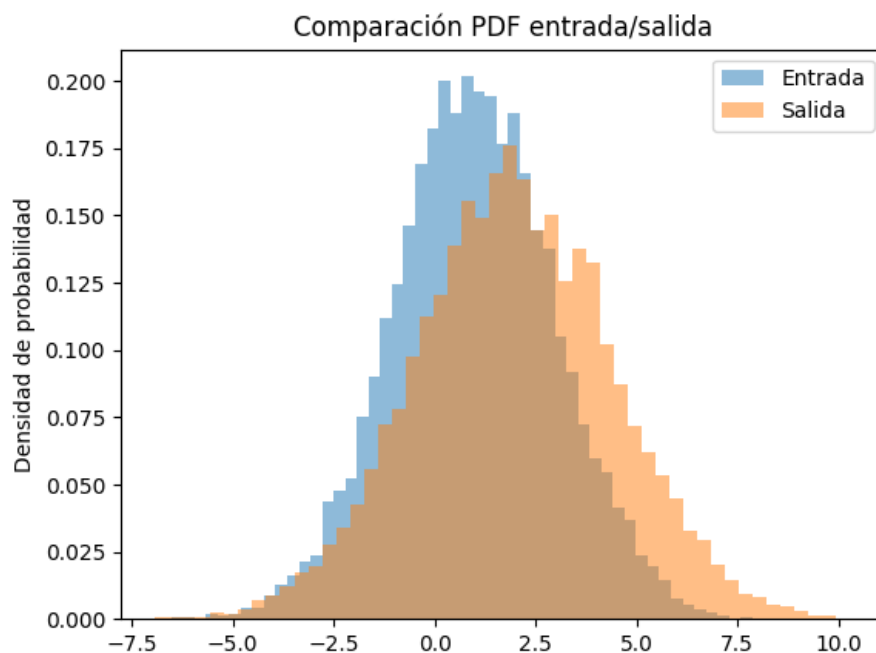


Figure 13: PDF de $X(n)$ y $Y(n)$.

2.2.2 Implementación un sistema LTI y filtro promedio simple:

Recordando que $G = 2$, se aplica un filtro promedio de 2 muestras $h[k]$, donde: $h[k] = \frac{1}{G}$ para $k = 0, 1, \dots, G - 1$. Se grafica así en la figura 14 la comparación de la PDF de una señal aleatoria de entrada $X(n)$ y su salida $Y(n)$ filtrada con el promedio simple. Así mismo, se calculan sus estadísticas:

- Media de la salida filtrada: 1.9658

- Varianza de la salida filtrada: 4.9321

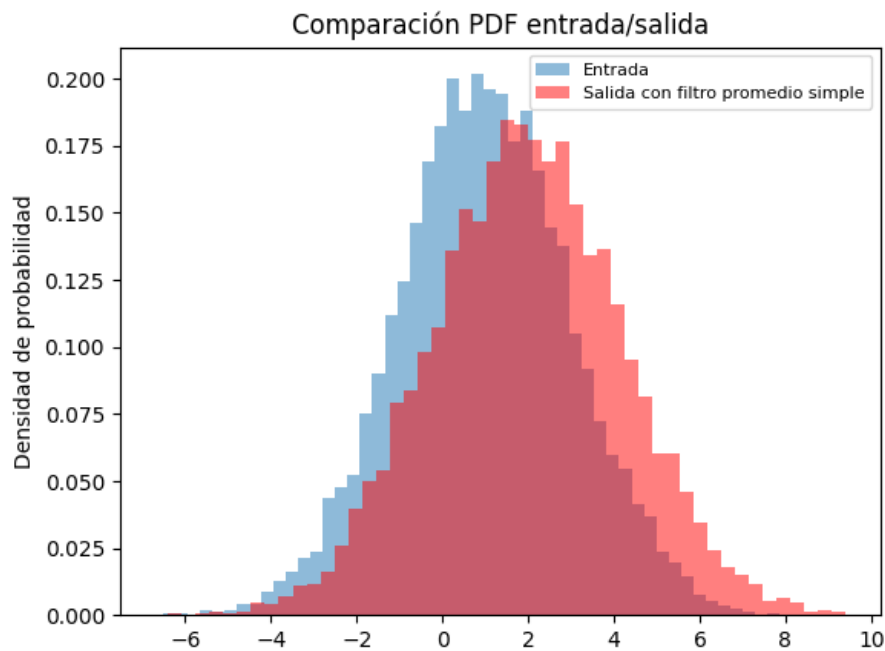


Figure 14: PDF de $X(n)$ (original) y $Y(n)$ con filtro promedio simple aplicado.

2.3 Análisis de resultados

- Si a tendiera al infinito, los valores de los coeficientes de los extremos de H tenderían a cero, de modo que:

$$\begin{aligned} H &= [1/a, 1, 1/a] \\ H &= [1/\infty, 1, 1/\infty] \\ \Rightarrow H &= [0, 1, 0] \end{aligned}$$

Lo anterior implica que la PDF de salida sería igual a la de entrada, pues realmente es como si no se estuviera haciendo ningún filtro, o dicho de otro modo, como si se estuviera convolucionando con 1.

- Si $a \neq 0$, se verá un leve suavizado con un desfase hacia la derecha de la salida con respecto hacia la entrada (y viceversa con $a < 0$).
- Al aplicar el filtro promedio simple, la varianza disminuirá su valor a la salida con respecto a la entrada original, ya que con el filtro se suaviza la señal. Por otro lado, la media no tiende a cambiar su valor por los mismos efectos del filtro.

3 Punto 3: Estacionariedad y Filtros

Situación: En una estación base de telecomunicaciones móviles, se analiza la señal de fondo para ajustar el sistema de recepción automática. $X(t)$ estacionaria en sentido amplio con función de autocorrelación $R_x(\tau) = 4e^{-|\tau|}$. Esta señal pasa por un filtro invariante en el tiempo con respuesta al impulso $h(t) = 3\delta(t - 2)$, donde $\delta(t)$ es la función delta de Dirac.

3.1 Tareas Desarrolladas

Resumen de Tareas del Proyecto:

- Generación de Señales:

- Generación de una señal autorregresiva de orden 1 (AR(1)) con propiedades estadísticas específicas (media y varianza).
- **Análisis de Autocorrelación:**
 - Cálculo y análisis de la función de autocorrelación para todas las señales generadas y procesadas en el proyecto.
- **Aplicación de Filtros Lineales Invariantes en el Tiempo (LTI):**
 - Implementación y aplicación de diversos filtros LTI (FIR, Impulso, Senoidal, Sinc) a las señales relevantes.
 - Ajuste de parámetros de los filtros para evitar distorsiones cuando sea necesario.
 - Análisis del efecto de los filtros en las propiedades estadísticas y la autocorrelación de las señales.
- **Análisis de Estacionariedad:**
 - Evaluación de la estacionariedad en sentido amplio (WSS) de las diferentes señales generadas y procesadas.
- **Organización del Código:**
 - Desarrollo modular del código en archivos `funciones.py`, `graficas.py` y `main.py` para la generación, cálculo y visualización de resultados.

NOTA: Para generar una señal $X(t)$ aleatoria con una función de autocorrelación fija, se implementó el uso de un proceso Autoregresivo (AR), que permite generar señales aleatorias de ruido (simulando las señales de fondo en el contexto de la situación planteada).

3.2 Proceso Autoregresivo de Primer Orden (AR)

Modela una señal $x[n]$ donde cada muestra depende de la anterior más ruido:

$$x[n] = \underbrace{\alpha \cdot x[n-1]}_{\text{Componente autoregresivo}} + \underbrace{w[n]}_{\text{Ruido blanco } \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)}$$

Parámetros Clave

- **Coficiente AR (α):** Controla la memoria del sistema.
 - Si $|\alpha| < 1$: Proceso estable y estacionario.
 - En el código: $\alpha = e^{-1} \approx 0.3679$ (decaimiento exponencial suave).
- **Ruido ($w[n]$):** Perturbación gaussiana con media 0 y varianza σ_w^2 .
 - **Relación con σ_x^2 :** $\sigma_x^2 = \frac{\sigma_w^2}{1-\alpha^2}$ (Equilibrio entre ruido y memoria para estacionariedad).
 - En el código: $\sigma_w = \sqrt{4(1-e^{-2})}$ asegura $\sigma_x^2 = 4$.

Autocorrelación Teórica

$$R_x[\tau] = \sigma_x^2 \cdot \alpha^{|\tau|} = 4e^{-|\tau|}$$

3.3 Resultados y Análisis de filtro LTI

En esta sección, se presenta el compartimiento de $X(t)$ en el tiempo y el espectro para un número de muestras n . El propósito de esto es poder comparar sus efectos en el espectro para visualizar el correcto uso de los filtros y tener una comparación con las funciones de autocorrelación.

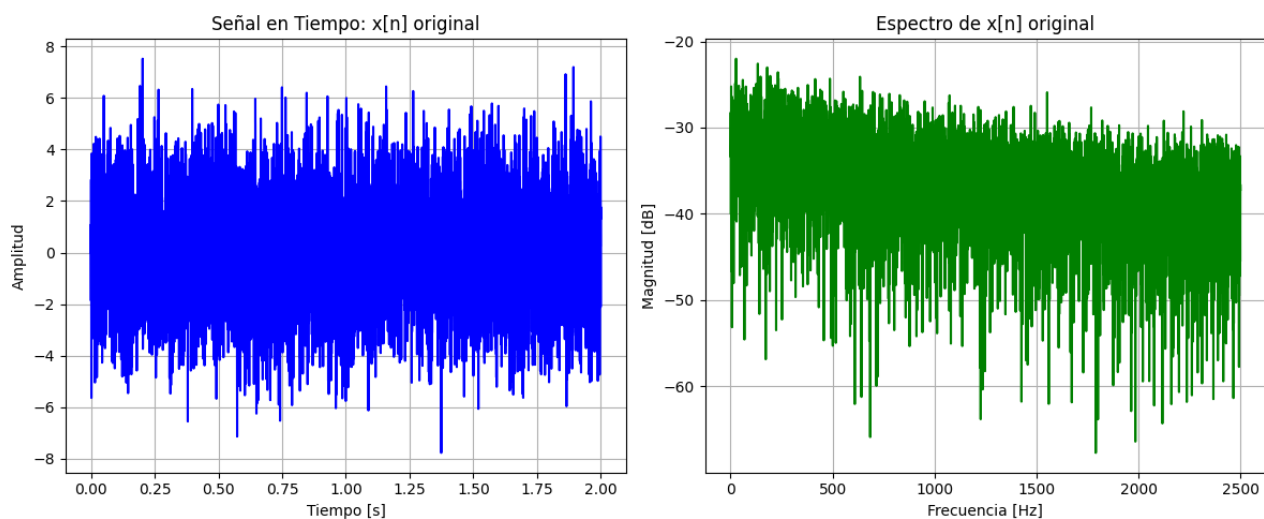


Figure 15: $X(t)$ tiempo y frecuencia .

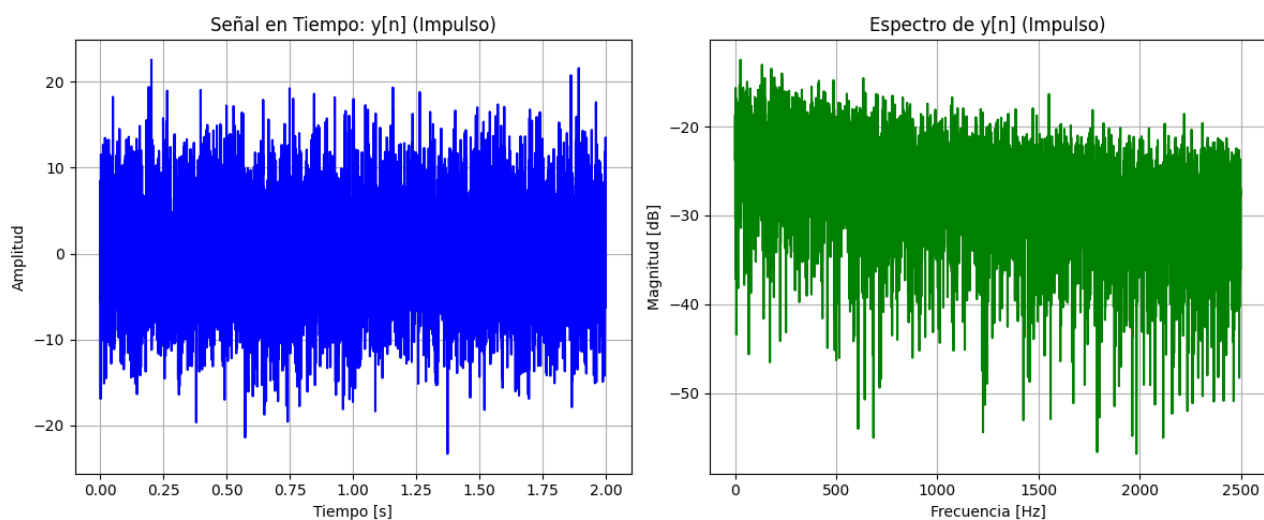


Figure 16: $y(t)$ tiempo y frecuencia de un impulso .

- **Aumento en la magnitud del espectro y tiempo** : Como se puede evidenciar en $x(t)$ una señal aleatoria que pasa por el filtro $h(t) = 3\delta(t - 2)$ que implica un aumento en 3 de su magnitud y desplazamiento en la frecuencia.

Relación filtro-estadísticos

Sea un filtro $h[n] = 3\delta[n - 2]$. Su acción es:

- **Media (μ_y)**: Amplifica la media de $x[n]$ por la **suma de coeficientes** del filtro:

$$\mu_y = \mu_x \cdot \underbrace{(3)}_{\text{ganancia}} = -0.02 \times 3 = -0.06 \approx -0.07$$

- **Varianza (σ_y^2)**: Amplifica la varianza de $x[n]$ por la **suma de cuadrados de coeficientes**:

$$\sigma_y^2 = \sigma_x^2 \cdot \underbrace{(3^2)}_{\text{energía del filtro}} = 3.94 \times 9 = 35.46 \approx 35.44$$

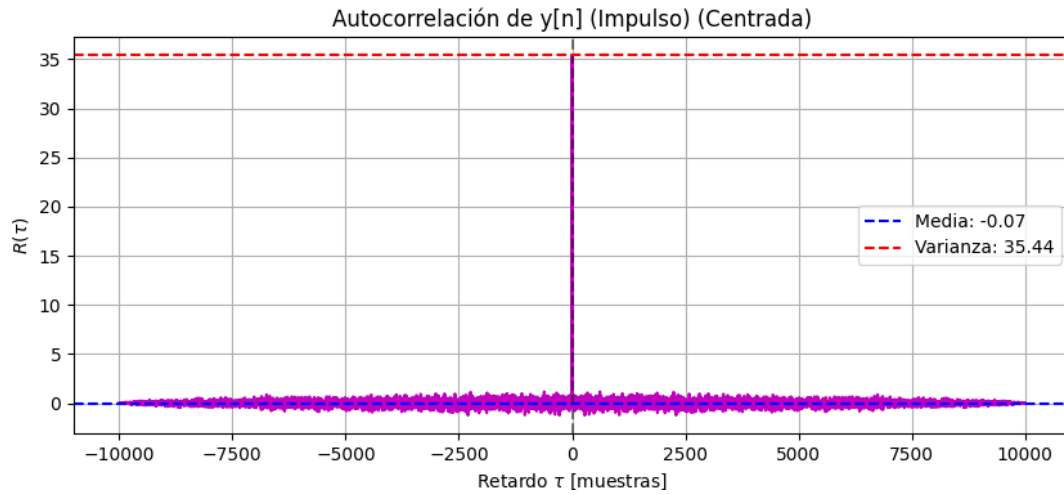


Figure 17: $y(t)$ tiempo y frecuencia de un impulso .

$x[n]$: Media = -0.02, Varianza = 3.94
 $y[n]$ Impulso: Media = -0.07, Varianza = 35.44

3.4 Resultados y Análisis de Filtros no lineales

En esta sección se implementaron el uso de 3 filtros $\sin(t)$, $\text{sinc}(t) = \frac{\sin(t)}{t}$ y $x^2(t)$. Para los cuales revisamos sus gráficas en magnitud , frecuencia y principalmente en la autocorrelacion que nos dara indicaciones para saber si el proceso sigue siendo estacionario o no.

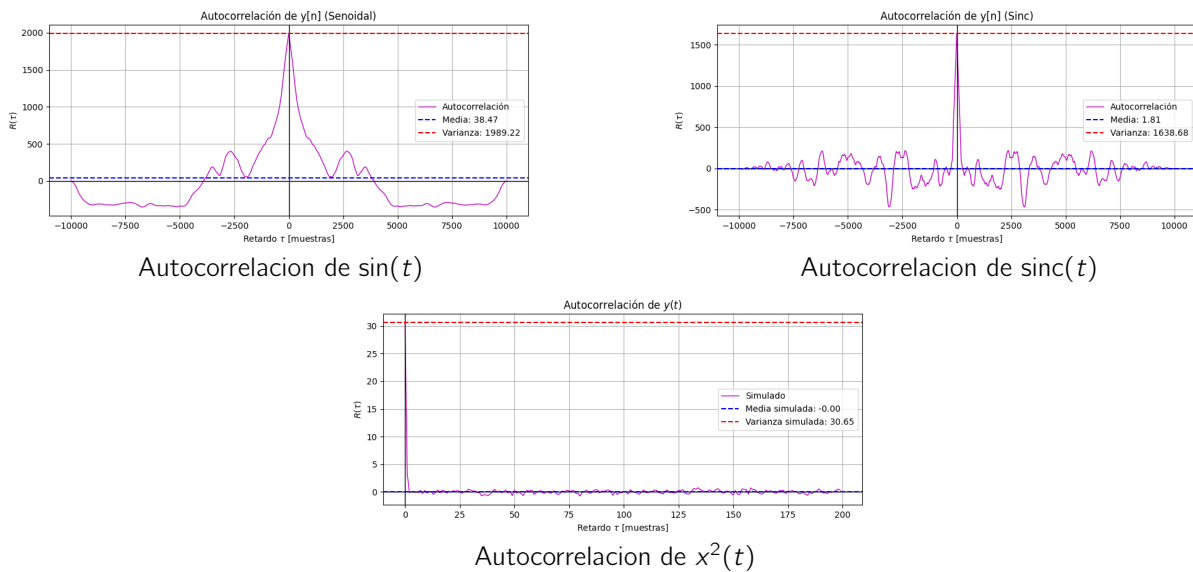


Figure 18: Comparación horizontal de funciones

Cuando no es un proceso estacionario la media y varianza ya no son constantes y eso es algo que se puede visualizar rapidamente en la graficas de autocorrelacion. A continuacion se explicara porque $x^2(t)$ es un proceso estacionario. Sea $x(t)$ un proceso gaussiano con media cero y varianza $\sigma_x^2 = 4$.

Definimos

$$y(t) = x^2(t) - E[x^2(t)].$$

Para un gaussiano con $E[x] = 0$ se cumple $E[x^4] = 3\sigma_x^4$. Luego

$$\text{Var}[y] = E[x^4] - (E[x^2])^2 = 3\sigma_x^4 - \sigma_x^4 = 2\sigma_x^4 = 2(4)^2 = 32.$$

```
----- Sistema no lineal y(t) = x2(t) -----  
y[n] Impulso: Media = -0.07, Varianza = 32.2  
}
```

Estacionariedad preservada:

- $y(t)$ mantiene estacionariedad en sentido amplio porque:
 - μ_y es constante (no depende de t)
 - $R_y(\tau) = E[x^2(t)x^2(t + \tau)]$ solo depende de τ

4 Punto 4: Ruido Blanco Gaussiano y Dispersión en Fibra Óptica

Situación: En una red metropolitana de fibra óptica que conecta universidades y centros de datos, se transmite información digital a 1 Gbps mediante modulación en cuadratura (QAM). Sin embargo, la dispersión cromática provoca que las señales de diferentes longitudes de onda viajen a velocidades ligeramente distintas, generando distorsión acumulativa en el receptor, esto se puede modelar como diferentes desplazamientos en fase de la señal. Además, el sistema se ve afectado por ruido térmico y de cuantización, modelado como ruido blanco gaussiano. La empresa responsable de la red necesita evaluar el impacto de la dispersión sobre el ruido del sistema y proponer estrategias de mitigación, como el uso de filtros digitales adaptados o ecualizadores.

Modelo Matemático de la Dispersión Cromática: Para modelar la dispersión cromática en la fibra óptica, se utilizó una representación en el dominio de la frecuencia mediante una respuesta al impulso del canal dada por:

$$H(f) = e^{-j\pi\beta_2 L f^2}$$

Donde:

- $H(f)$ es la respuesta en frecuencia del canal afectado por dispersión.
- β_2 es el parámetro de dispersión cromática de segundo orden (ps^2/km), característico del tipo de fibra utilizada.
- L es la longitud total de la fibra óptica (en km).
- f es la frecuencia relativa a la portadora (Hz).

Este modelo refleja cómo los diferentes componentes espectrales de la señal sufren un retardo de fase cuadrático con la frecuencia, generando un ensanchamiento temporal de los pulsos en el dominio del tiempo, y por tanto, una distorsión acumulativa en la señal recibida.

4.1 Tareas Desarrolladas

- **Generación de señal digital aleatoria** dentro de un rango de niveles determinado.
- **Modulación QAM tipo AM**, donde la amplitud de la portadora varía según la señal digital.
- **Inyección de ruido blanco gaussiano**, suavizado mediante convolución recursiva (ventana cuadrada).
- **Simulación del canal de fibra óptica**, que incluye atenuación y dispersión cromática (β_2).
- **Análisis de correlación cruzada** entre señal transmitida y recibida.
- **Estimación espectral (PSD)** usando el método de Welch.
- **Visualización de la densidad de probabilidad (PDF)** para ver la distorsión estadística.
- **Aplicación de filtros de compensación:**
 - Filtro de dispersión inversa.
 - Filtro de frecuencia tipo pasa banda.

4.2 Resultados y Análisis

En esta sección, se presenta el comportamiento de la señal a través de diversas gráficas.

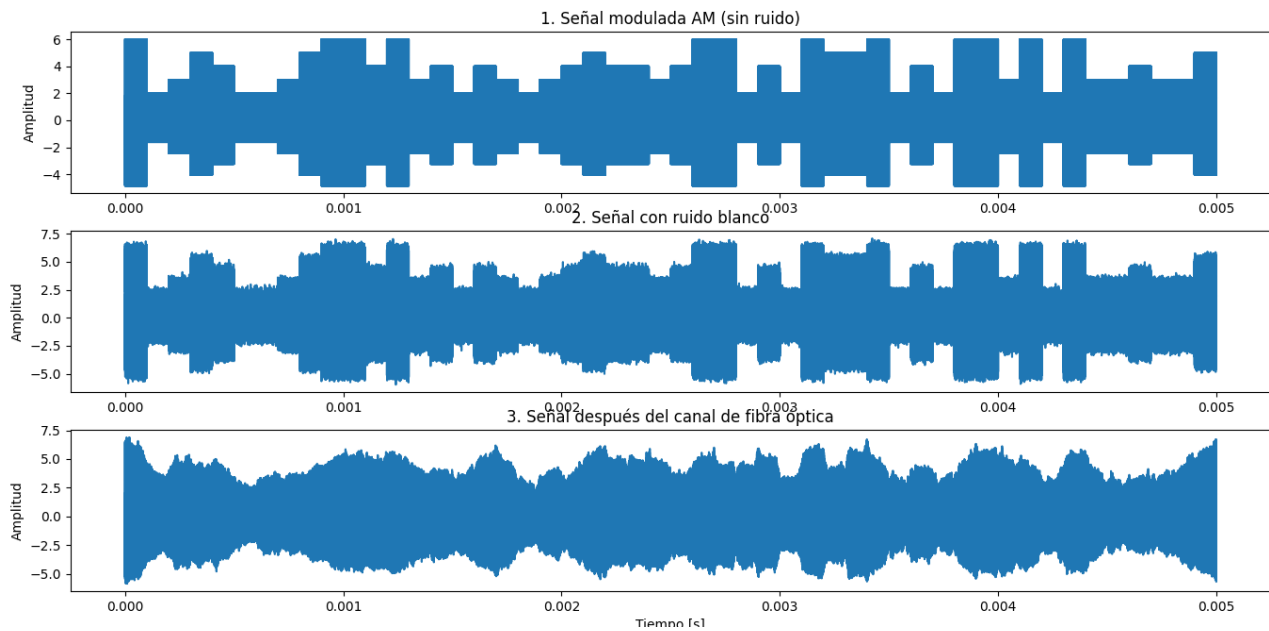


Figure 19: Cambios de la señal en el tiempo.

- **Ensanchamiento temporal:** La dispersión genera un ensanchamiento temporal de los pulsos, lo cual produce solapamiento entre bits (interferencia intersimbólica). Ver Figura 19.c.
- **Ruido gaussiano:** Afecta principalmente la amplitud, generando una distribución más dispersa en la salida. Ver Figura 19.b.
- **Correlación cruzada:** Se evidencia que la señal recibida ha perdido estructura debido al canal dispersivo por la forma ancha y difusa del patrón, sin un pico definido. Ver Figura 20.

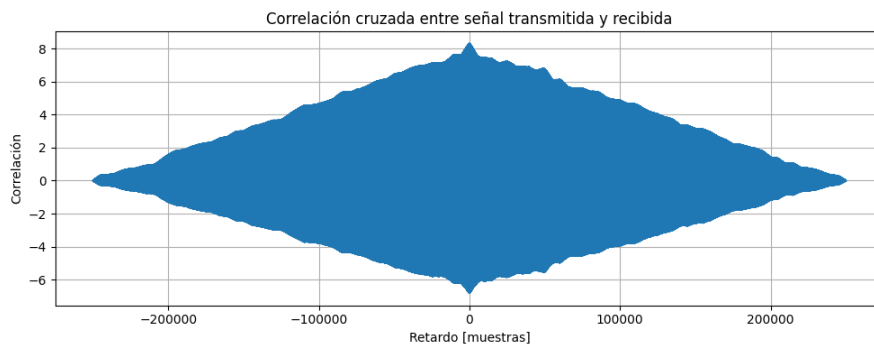


Figure 20: Correlación cruzada de la señal antes y después de pasar por el modelo de canal.

- **PSD:** Se observa un aumento de la banda ocupada por la señal tras pasar por la fibra, confirmando el efecto de dispersión. Ver Figura 21.

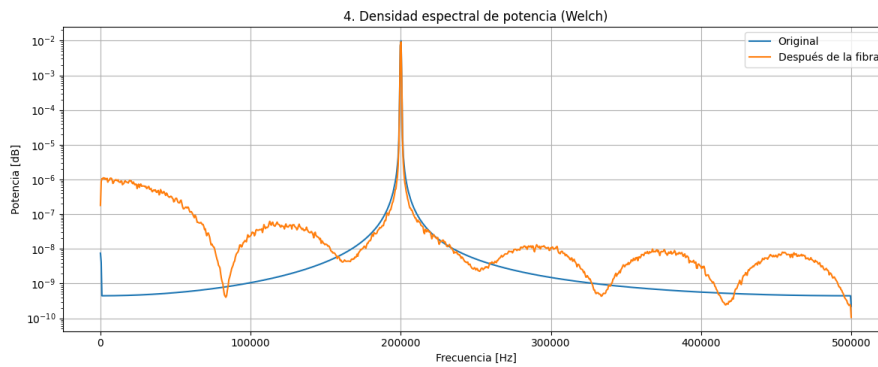


Figure 21: Cambios en la Densidad Espectral de Potencia.

- **PDF:** La señal de salida tiene mayor varianza y menor concentración alrededor de la media debido a la dispersión generada. Esto se evidencia de mejor manera al enviar un único pulso, ya que muestra cómo cambia la probabilidad dejando de lado una distribución única en el pulso enviado y se esparce alrededor de él. Ver Figura 22 y 23.

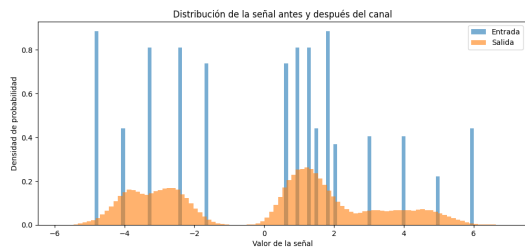


Figure 22: Señal aleatoria (varios bits).

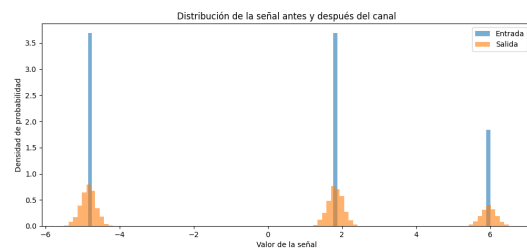


Figure 23: Pulso único.

NOTA: En la PDF, además de los niveles de la señal que inician desde 2 y van hasta 6 en números enteros, también aparecen valores tomados por la portadora, los cuales para este análisis son despreciables.

4.3 Análisis Cuantitativo

```
Entrada -> media: -7.802867685313685e-15 varianza: 8.969999999999981
Salida -> media: 0.0018743888178939195 varianza: 8.429276934146086
Coeficiente de correlacion: 0.9567073434985564
```

- **Estadísticas de la señal:**

- La **media** de la señal apenas cambia entre entrada y salida, lo que indica que el canal no introduce sesgo, aunque sí hay pequeñas variaciones.
- La **varianza** se reduce ligeramente lo que refleja cierta atenuación del contenido energético tras pasar por la fibra.

- **Coeficiente de correlación:**

- Se obtiene un valor cercano a 1 pero no 1, lo cual indica que aunque la forma global de la señal se mantiene existe cierta distorsión no despreciable provocada por la dispersión y el ruido del canal.

4.4 Estrategias de Mitigación

Se implementan dos filtros digitales para recuperar la señal:

- **Filtro inverso de dispersión cromática**, basado en invertir la fase generada por el canal a partir de la función que representa el cambio en la fase en el canal.

- **Filtro de frecuencia pasa banda**, centrado en la frecuencia portadora con un ancho de banda ajustado.

Estos filtros ayudan a reducir el ensanchamiento y mejorar la correlación con la señal original. Ver Figura 24.

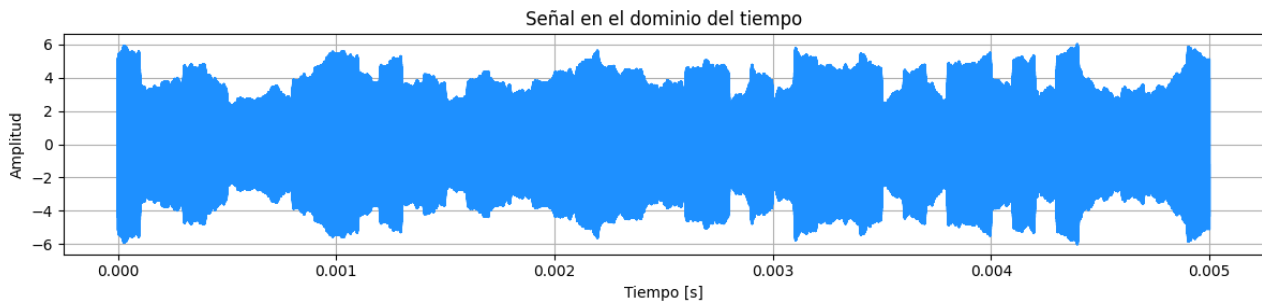


Figure 24: Señal después de filtrado.

En la Figura 24 Se puede evidenciar como se intenta recuperar la forma del mensaje sin embargo aun no es lo suficientemente optimo, se necesitan metodos mas robustos que los filtros propuestos para poder recuperar el mensaje correctamente.

Anexos

Código fuente:

https://github.com/FabianChacon3/WhiteNoise-RandomProcess_Project