INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN

RODOLFO ORTEGA ACOSTA

CONTENIDO

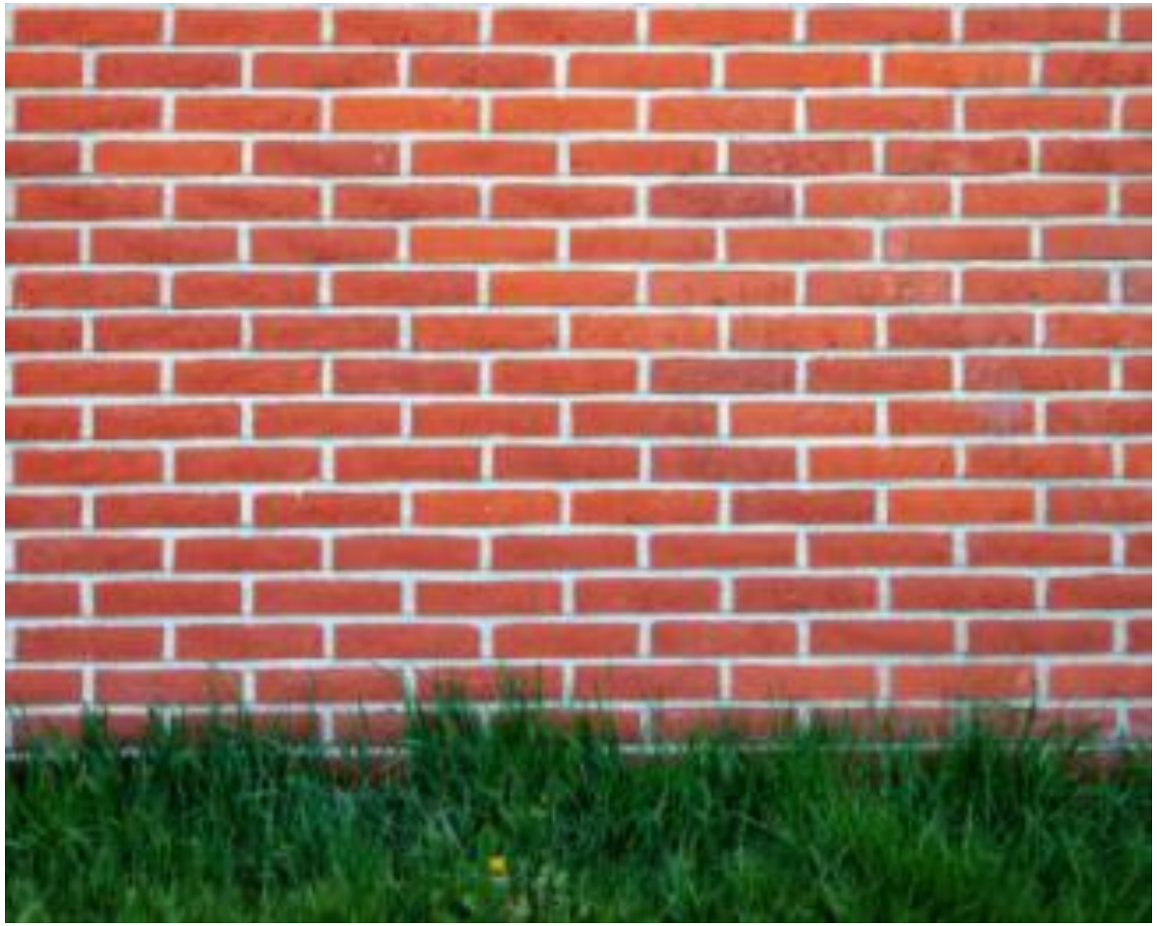
- Introducción
- Principios de Probabilidad y Estadística
- Distribuciones de probabilidad
- La incertidumbre de medición en la ISO/IEC 17025-2017
    - Modelos Físico y Matemático
    - Identificación de componentes de Incertidumbre
    - Tipos de Incertidumbre
    - Modelo Matemático robustecido
    - Cuantificación de componentes
    - Incertidumbres estándar e Incertidumbre estándar combinada
- Pasos para la Evaluación de la Incertidumbre
- Métodos directos de Medición (Ejercicio)

CONTENIDO

- Incertidumbre Expandida
- Factor de Cobertura k=2
- Incertidumbre Expandida
- Reporte de Resultados
- Determinación de grados Efectivos de Libertad individuales
- Fórmula de Welch-Satterthwaite Veff
- Tabla T de Student
- Factor de cobertura según Veff
- Métodos Indirectos de Medición con incertidumbre relativa
- Derivadas (Ejercicio)
- Coeficientes de Sensibilidad
- Método Indirecto

INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN

"EN GENERAL, EL RESULTADO DE UNA MEDICIÓN ES SÓLO UNA APROXIMACIÓN O ESTIMADO DE LA CANTIDAD ESPECÍFICA QUE SE ESTÁ MIDIENDO. POR LO TANTO, EL RESULTADO DE MEDICIÓN ÚNICAMENTE SE CONSIDERA COMPLETO SI VA ACOMPAÑADO DE UNA EXPRESIÓN CUANTITATIVA DE SU INCERTIDUMBRE".



INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN

INCERTIDUMBRE DE MEDICIÓN

Parámetro no negativo que caracteriza la dispersión de los valores atribuidos a un mensurando, a partir de la información que se utiliza

El propósito de una medición es determinar el valor de una magnitud, llamada el mensurando, que de acuerdo al VIM, es el atributo sujeto a medición de un fenómeno, cuerpo o sustancia que puede ser distinguido cualitativamente y determinado cuantitativamente.

El resultado de una medición incluye la mejor estimación del valor del mensurando y una estimación de la incertidumbre sobre ese valor.

La incertidumbre se compone de contribuciones de diversas fuentes, algunas de ellas descritas por las magnitudes de entrada respectivas. Algunas contribuciones son inevitables por la definición del propio mensurando, mientras otras pueden depender del principio de medición, del método y del procedimiento seleccionados para la medición.

EL GRADO DE RIGOR DEPENDE DE FACTORES COMO:

- Requisitos del método de calibración o ensayo
- Requisitos del cliente
- Existencia de límites estrechos en los cuales se basan las decisiones acerca de la conformidad con una especificación

PRINCIPIOS DE PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n}$$ *Es un estadístico*

Nota: n es el número de elementos de la muestra al azar (aleatoria)

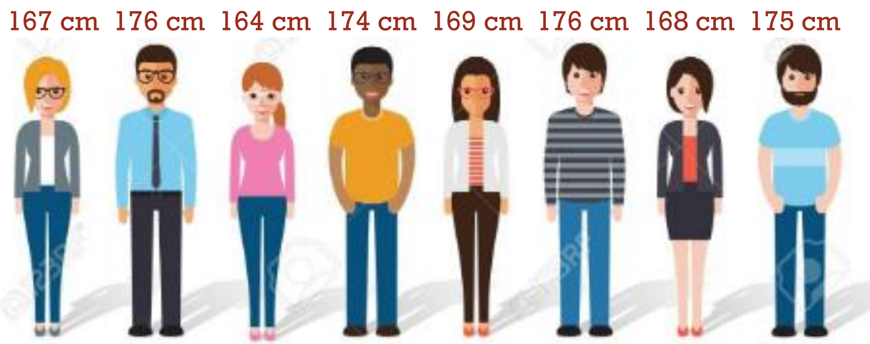
¿QUÉ ES UN ESTADÍSTICO?

- Un Estadístico es una medición de los elementos de una muestra aleatoria.

- Puesto que la única razón para tener una muestra aleatoria es inferir algo acerca de la población de la cual esta proviene, esta claro que cuando calculamos un estadístico dado, sólo hacemos esto para estimar el parámetro correspondiente de la población de donde la muestra fue obtenida.

- Como es indicado por el Teorema del límite central, el promedio de una muestra aleatoria puede ser usado para estimar el promedio de la población de la cual la muestra fue tomada.

PROMEDIO O MEDIA



$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{167\ cm + 176\ cm + 164\ cm + 174\ cm + 169\ cm + 176\ cm + 168\ cm + 175\ cm}{8}$$

$$\bar{x} = 171{,}13\ cm$$

- El promedio es uno de los varios índices de tendencia central que los estadísticos usan para indicar el punto en la escala de medición donde la población se centra.
- El promedio es la media de los resultados de la población. Numéricamente, este es igual a la suma de los resultados dividido por el número de resultados.

MEDIANA

- La mediana de una población es el punto que divide la distribución de los resultados en la mitad.

- Si la cantidad de datos es par, la mediana será el promedio de los dos datos centrales

- Para esto los datos deben ser Ordenados

mediana 171.5 cm

167 cm 176 cm 164 cm 174 cm 169 cm 176 cm 168 cm 175 cm

164	cm
167	cm
168	cm
169	cm
174	cm
175	cm
176	cm
176	cm

167 cm 176 cm 164 cm 174 cm 169 cm 176 cm 168 cm 175 cm

MODA

164cm
167cm
168cm
169cm
174cm
175cm
176cm
176cm

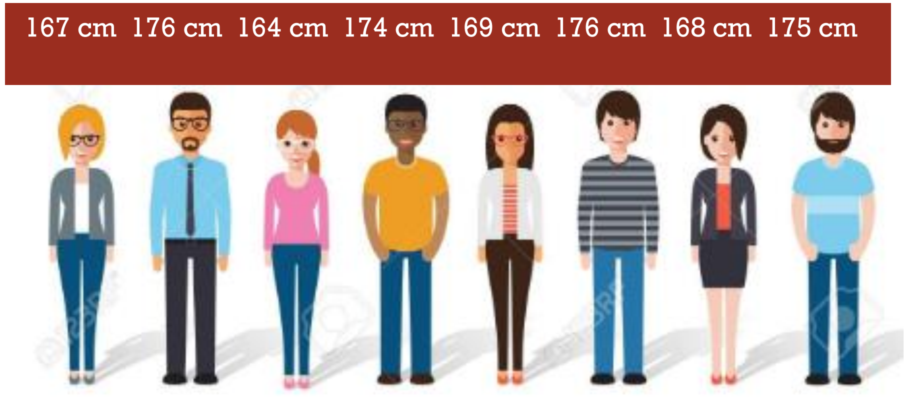
- La moda es el dato más repetido, el valor de la variable con mayor frecuencia absoluta
- Estos son los resultados en la población que ocurren más frecuentemente.
- Si hay dos (o más) resultados diferentes que ocurren con frecuencia igual y esa frecuencia es más alta que la frecuencia de cualquier otro resultado, la población se describe como multi-modal.
- Para esto los datos deben ser Ordenados

Moda 176 cm

FRECUENCIA ESTADÍSTICA

- En estadística la frecuencia es la cantidad de veces que se repite un valor dentro de una serie de datos, por ejemplo si tenemos la tabla anterior todos los valores aparecen una vez excepto el valor de 176 cm cuya frecuencia es dos.

- De esta manera se puede representar una tabla de datos sin necesidad de escribir todos los datos sino las veces que se repite dicho dato por ejemplo reescribamos la tabla anterior utilizando las frecuencias y los valores en orden ascendente para darle orden:



Estatura	frecuencia
164 cm	1
167 cm	1
168 cm	1
169 cm	1
174 cm	1
175 cm	1
176 cm	2

164	cm
167	cm
168	cm
169	cm
174	cm
175	cm
176	cm
176	cm

RANGO ESTADÍSTICO

- Es el intervalo entre el valor mínimo y el valor máximo (se puede calcular como la resta del valor máximo menos el valor mínimo de una serie de datos). Da una idea de la dispersión de los datos.

RANGO ESTADÍSTICO =

176 cm – 164 cm = 12 cm

VARIANZA

- La varianza es uno de los varios índices de variabilidad que usan los estadísticos para caracterizar la dispersión entre las mediciones de una muestra o de una población dada.

- Calcular la varianza, es necesariamente calcular primero el promedio de los resultados, luego midiendo la cantidad de cada desviación de cada resultado al promedio y luego elevando al cuadrado la desviación (multiplicándolo por sí misma).
- Se puede determinar la varianza de una población o la varianza de una muestra tomada de dicha población, la diferencia radica en que si se realiza el cálculo con toda la población la ecuación utilizada es una y si solo se toma una muestra tal como ocurre en medición en donde la población no puede ser limitada (tiende a infinito).

Varianza de la población:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n}$$

Varianza de una muestra:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

Donde:

n: es la cantidad de datos

X_i: *Es cada uno de los datos*

$\bar{X}$: *Es el promedio de los datos*

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{(167-171.13)^2+(176-171.13)^2+(164-171.13)^2+(174-171.13)^2+(169-171.13)^2+(176-171.13)^2+(168-171.13)^2+(175-171.13)^2}{8-1}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

$$s^2 = 21.84\ cm^2$$

164	cm
167	cm
168	cm
169	cm
174	cm
175	cm
176	cm
176	cm

VARIANZA

DESVIACIÓN ESTÁNDAR

- Al igual que la varianza se puede determinar la desviación estándar de la población o de la muestra. La desviación estándar viene siendo la raíz cuadrada de la varianza respectiva.
- Para determinar la desviación estándar de una muestra, tal como se usa en metrología se determina la desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza de la muestra:

$$s = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$s = 4{,}67\ cm$$

164	cm
167	cm
168	cm
169	cm
174	cm
175	cm
176	cm
176	cm

GRADOS DE LIBERTAD

164	cm
167	cm
168	cm
169	cm
174	cm
175	cm
176	cm
176	cm

- Los estadísticos usan el término "grados de libertad" para describir el número de valores en el cálculo final de un estadístico que están libres para variar. Se calcula como el número de observaciones (n) menos uno (en caso de la varianza)

- Por ejemplo: en el caso de un promedio si se dan dos observaciones una de ellas podrá variar respecto a la otra. O si se dan tres observaciones dos de ellas podrán variar respecto a la tercera, y así sucesivamente.

$$\vartheta_{eff} = n - 1 = 7$$

- Promedio
- Mediana
- Moda
- Rango
- Varianza
- Desviación estándar
- Tamaño de la muestra
- Grados de Libertad

Valor Medido	Frecuencia
5.4 g	1
5.5 g	2
5.6 g	1
5.7 g	1

EJERCICIO

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

Es una función que asigna a cada suceso definido sobre la variable la probabilidad de que dicho suceso ocurra.

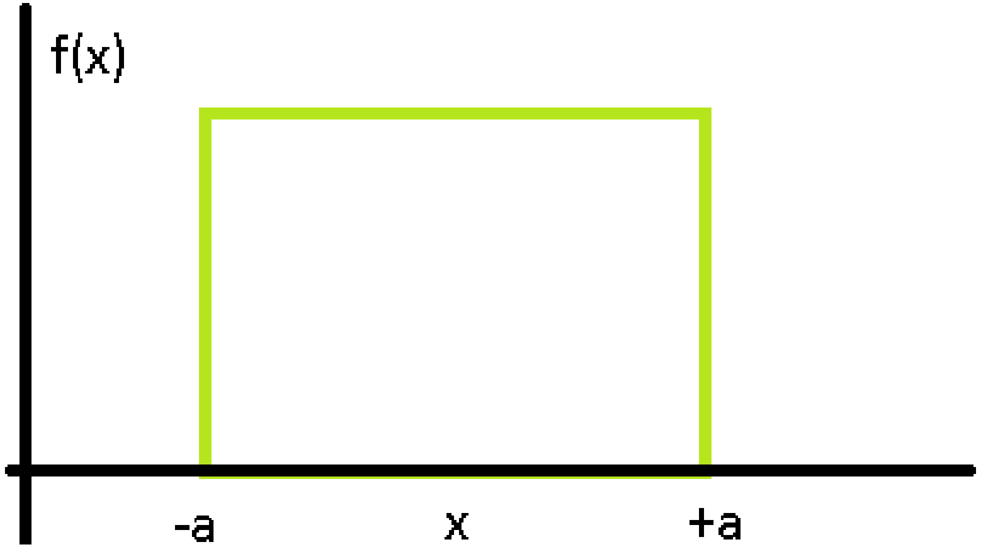
La distribución de probabilidad f(x) se define sobre el conjunto de todos y cada uno de los sucesos en el rango de valores de la variable aleatoria. También puede decirse que tiene una relación estrecha con las distribuciones de frecuencia. De hecho, una distribución de probabilidades puede comprenderse como una frecuencia teórica, ya que describe cómo se espera que varíen los resultados.

- Distribución Rectangular: denominada también distribución uniforme continua en donde para cada miembro de la familia en un intervalo son igualmente probables. El dominio está definido por dos parámetros,

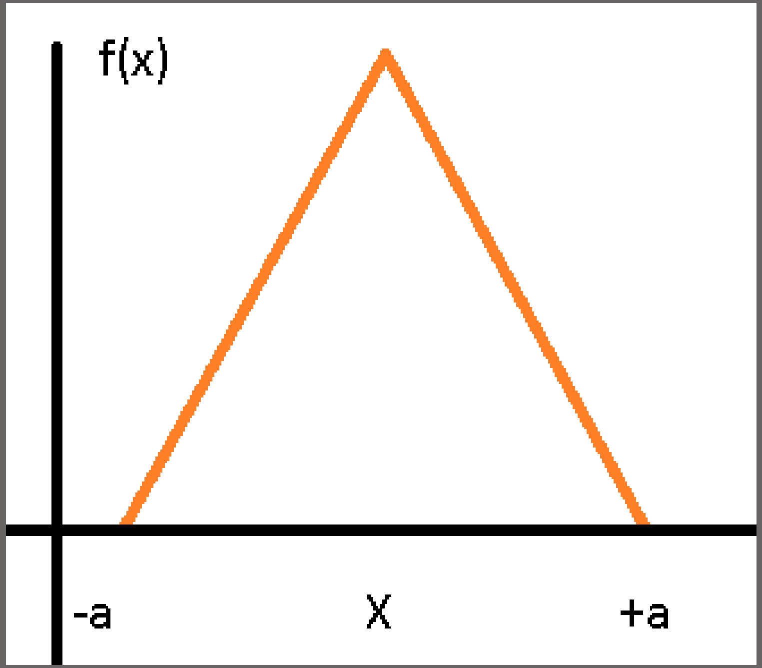
  -a y +a,

  que son sus valores mínimo y máximo.

Se representa mediante la gráfica de densidad de probabilidad:

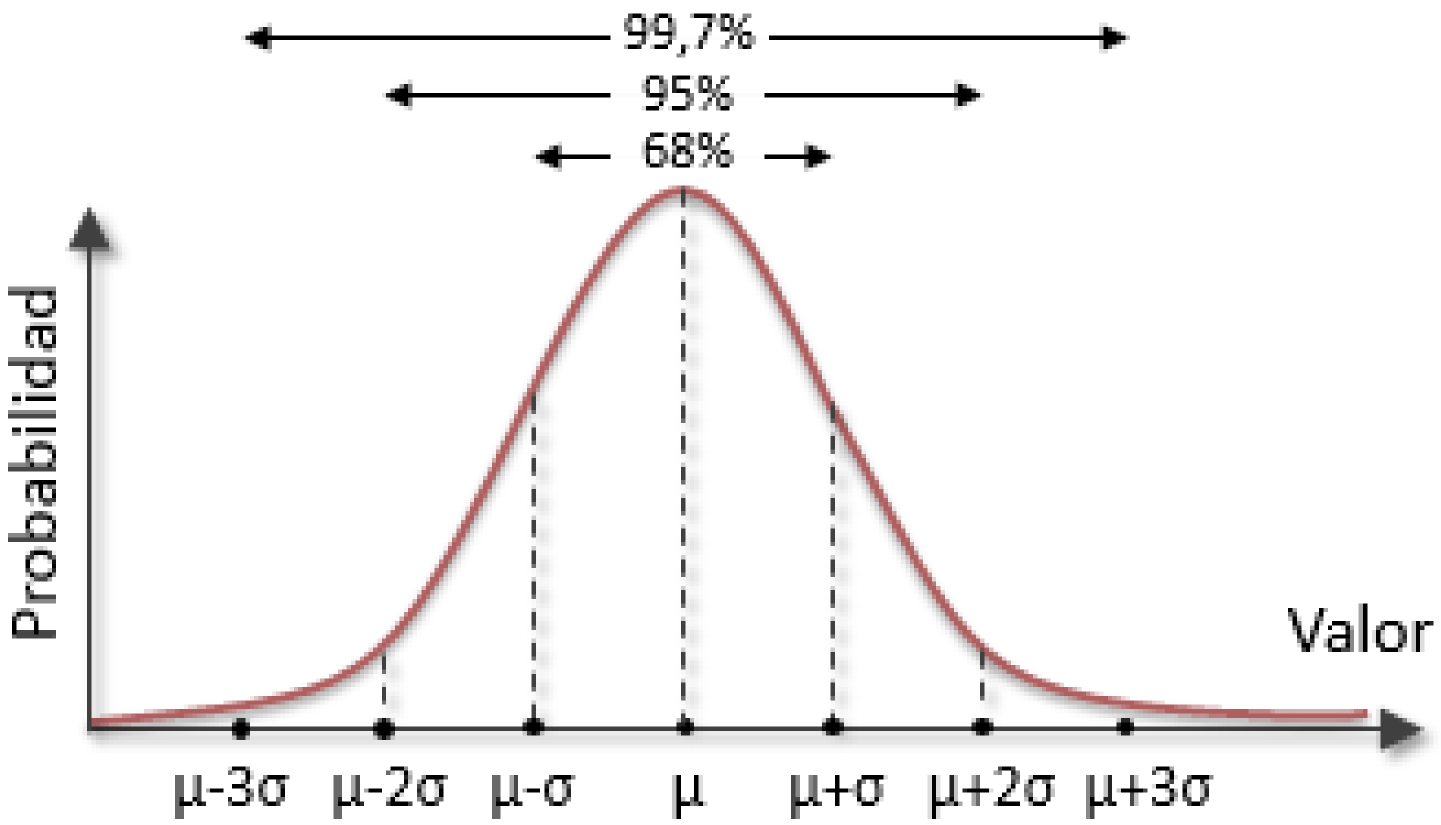


DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD



DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

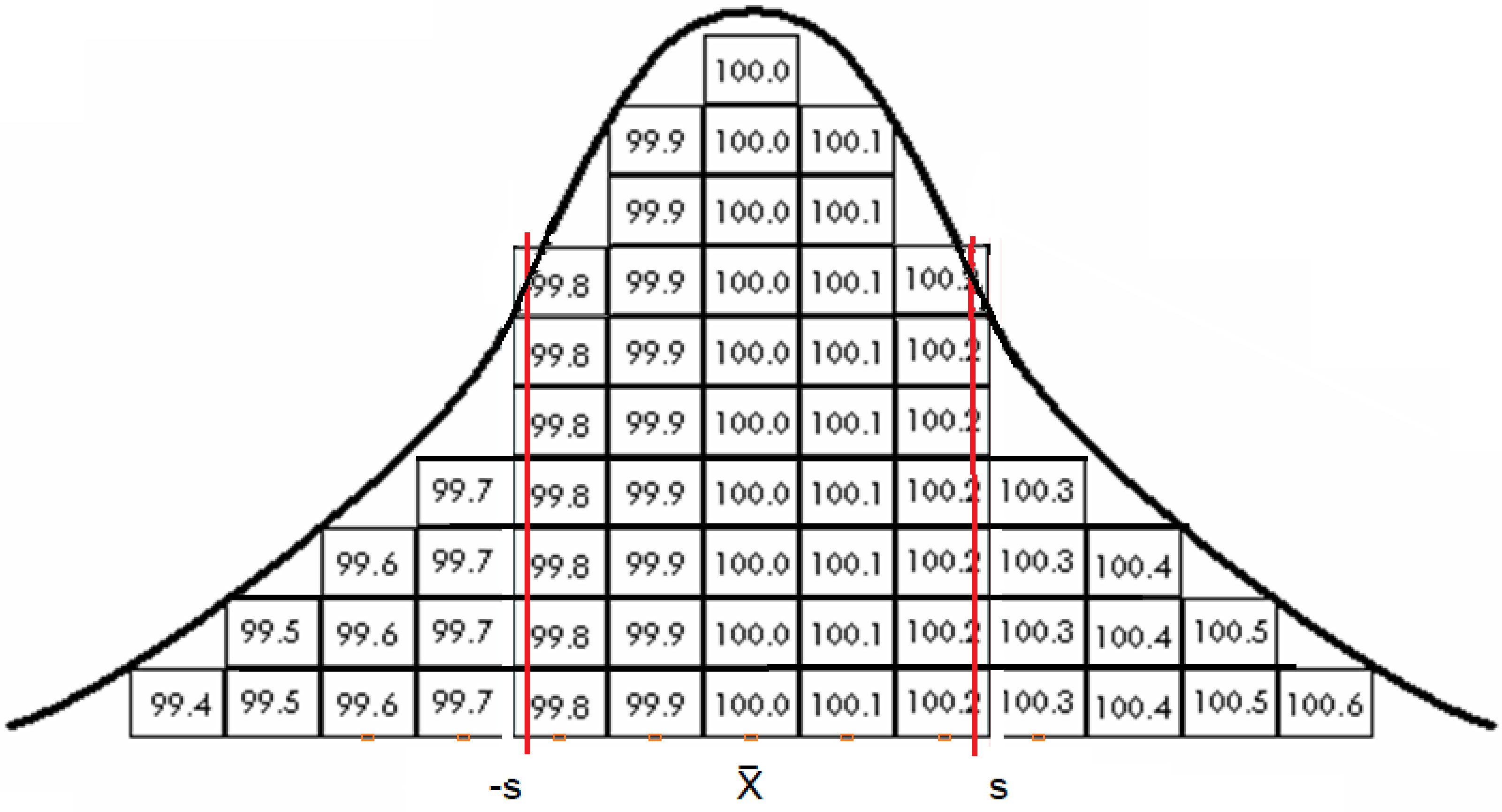
- Distribución Triangular: es la distribución de probabilidad continua que tiene un valor mínimo -a, un valor máximo +a y una moda X, de modo que la función de densidad de probabilidad es cero para los extremos (-a y +a), y afín entre cada extremo y la moda, por lo que su gráfico es un triángulo.



DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD

- Distribución Normal: es una distribución de probabilidad de variable continua cuya gráfica de su función de densidad tiene una forma acampanada y es simétrica respecto a un determinado parámetro estadístico. Es la distribución mas frecuente en estadística se le llama también distribución gaussiana

REPETICIÓN DE MEDICIONES



n = 62 $\bar{X}$ = 100.0 s = 0.26

REPETICIÓN DE MEDICIONES

Valores Medidos	Frecuencia
99.4	1
99.5	2
99.6	3
99.7	4
99.8	7
99.9	9
100	10
100.1	9
100.2	7
100.3	4
100.4	3
100.5	2
100.6	1

Datos dentro de s = ± 0.26 (sumando las frecuencias)	42

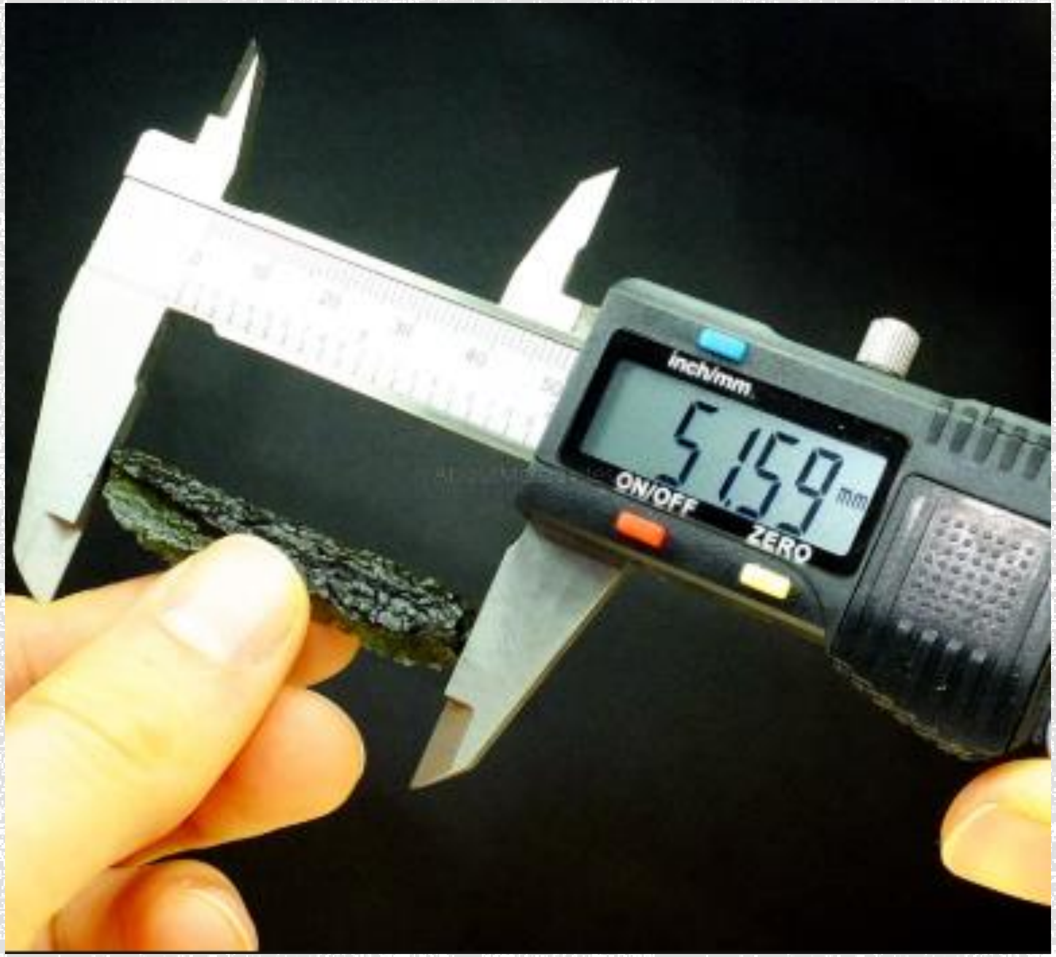
Valor x frec	(Xi-X)^2	Suma
99.4	0.36	0.36
199	0.25	0.5
298.8	0.16	0.48
398.8	0.09	0.36
698.6	0.04	0.28
899.1	0.01	0.09
1000	0	0
900.9	0.01	0.09
701.4	0.04	0.28
401.2	0.09	0.36
301.2	0.16	0.48
201	0.25	0.5
100.6	0.36	0.36

Total de datos (n)	62
Promedio	100.00
Desviación estandar Muestral (s)	0.26
Probabilidad de cobertura	68%
Datos dentro la Probabilidad de Cobertura de 68 %	42.16

PASOS PARA LA EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE

1. Establecer el modelo Físico
2. Establecer el modelo Matemático
3. Identificar componentes de Incertidumbre
4. Robustecer el Modelo Matemático
5. Cuantificar las componentes
6. Determinar el tipo de distribución de cada componente
7. Estandarizar las Componentes
8. Hallar la incertidumbre estándar combinada
9. Expandir la Incertidumbre

1. Establecer el modelo Físico



- Modelo Físico: Montaje para realizar las mediciones
- Modelo Matemático: representación mediante una ecuación que relacione el mensurando con la(s) entrada(s)

2. Establecer el modelo Matemático

$$L = Ipr$$

3. IDENTIFICAR COMPONENTES DE INCERTIDUMBRE

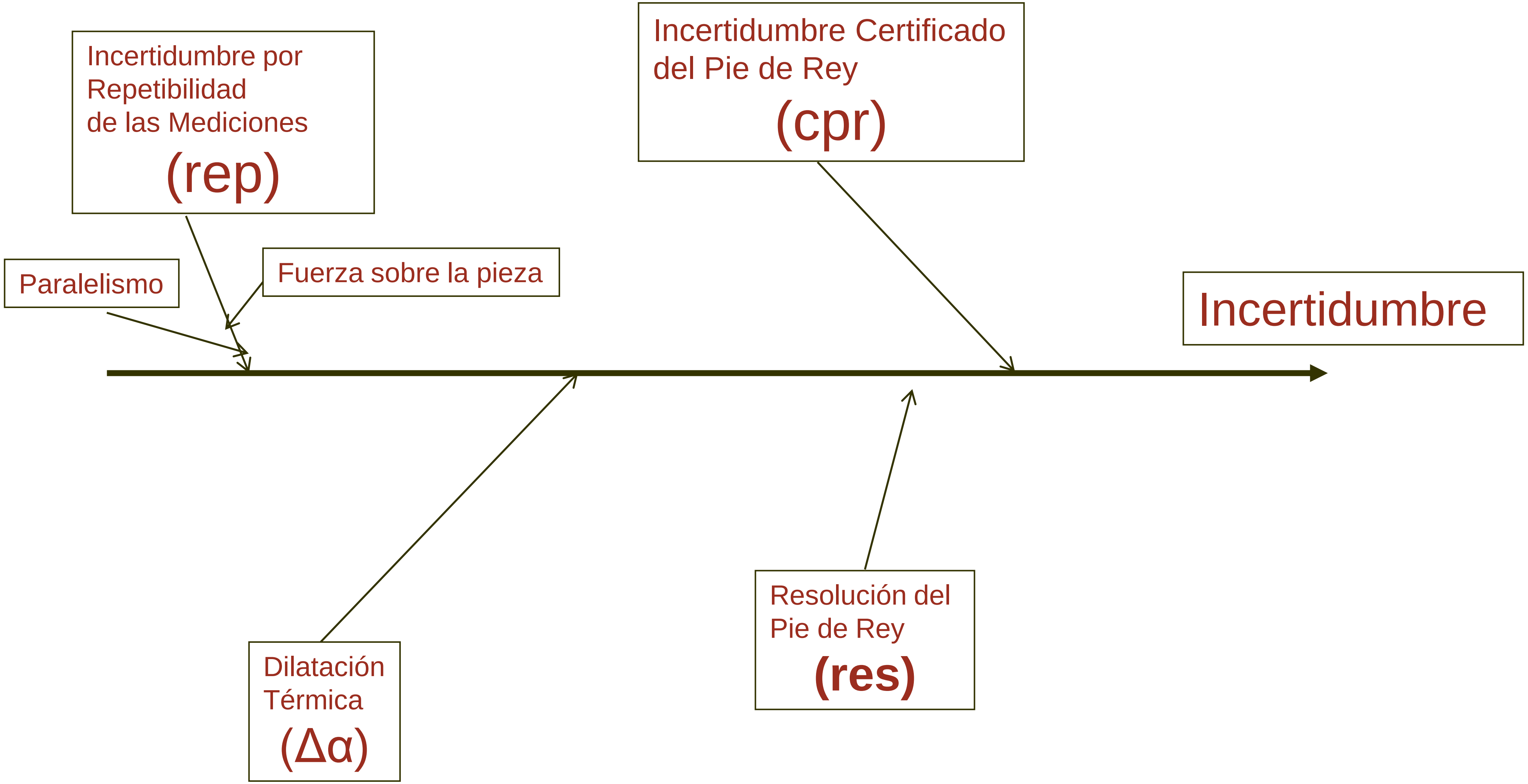


DIAGRAMA DE ISHIKAWA

4. ROBUSTECER EL MODELO MATEMÁTICO

Modelo Matemático: L = Ipr

Modelo Matemático robustecido

$$L = I_{pr} + C_{cpr} + C_{\Delta\alpha} + C_{rep} + C_{res}$$

Con:

L: *Longitud de la pieza*

I_{pr}: *Indicación del Pie de Rey*

C_{cpr}: *Corrección por certificado del pie de rey*

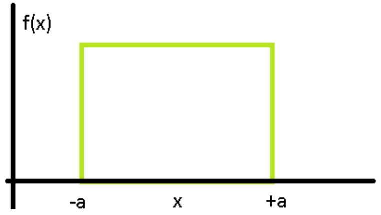
$C_{\Delta\alpha}$: *Corrección por dilatación térmica*

C_{rep}: *Corrección por repetibilidad*

C_{res}: *Corrección por resolución*

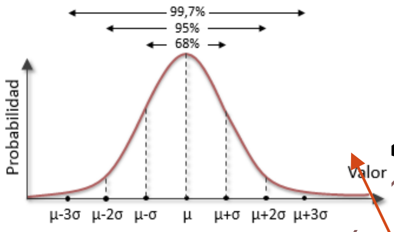
- Modelo Matemático Robustecido: Modelo matemático incluyendo los factores que afectan esa medición (componentes de incertidumbre) y pueden ser cuantificados.
- En la ecuación a los factores que afectan la medición se les llaman correcciones, los cuales algunos tienen valor de cero pero no así su incertidumbre.

5. CUANTIFICACIÓN DE LAS COMPONENTES
6. DETERMINAR EL TIPO DE DISTRIBUCIÓN DE CADA COMPONENTE
7. ESTANDARIZAR LAS COMPONENTES



u_{pr} =U/k ó EMP/√3

Incertidumbre dada en certificados ó EMP especificados y previamente verificados



$u_{rep} = s/\sqrt{n}$

Desviación Estándar de mediciones repetidas

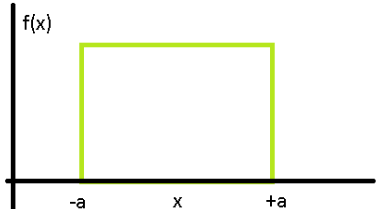
Cuantificación

u_{res}=res/2 √3

Resolución de la instrumentación involucrada

$u_{\Delta\alpha}$=Δα/√3

Otros especificados por el método



TIPOS DE INCERTIDUMBRE

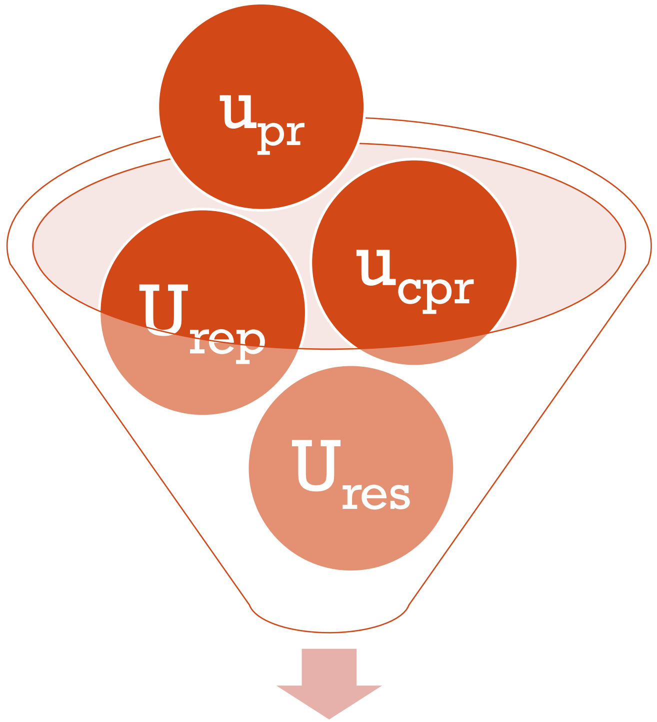
Incertidumbre Tipo A

- Es la incertidumbre obtenida exclusivamente por medios estadísticos, la mejor estimación es la desviación estándar.

Incertidumbre Tipo B

- Es la incertidumbre obtenida por medios diferentes a los estadísticos, tales como resolución del equipo, certificados de calibración, datos del fabricante, tablas, pruebas anteriores.

8. INCERTIDUMBRES ESTÁNDAR COMBINADA



Incertidumbre estándar combinada (u_c)

$$u_L^2 = u_{pr}^2 + u_{cpr}^2 + u_{rep}^2 + u_{res}^2$$

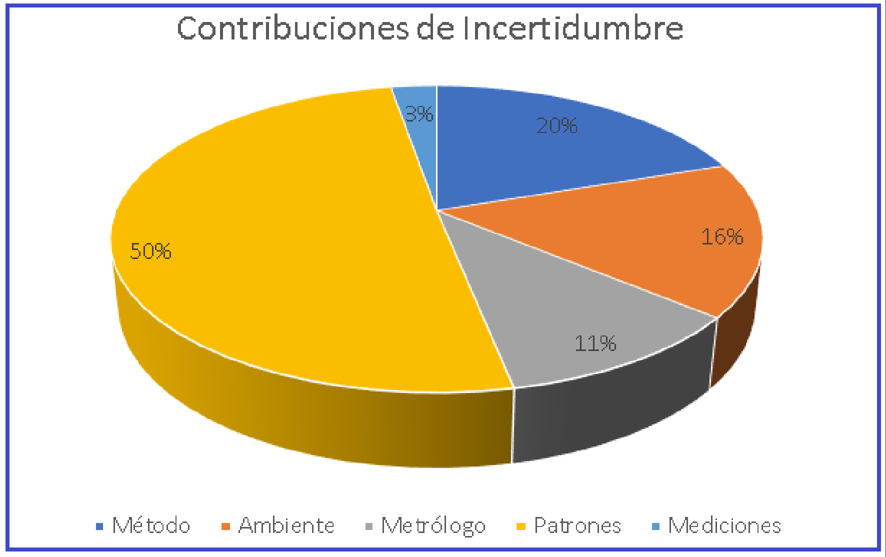
$$u_L = \sqrt{u_{pr}^2 + u_{cpr}^2 + u_{rep}^2 + u_{res}^2}$$

- El resultado de la combinación de las contribuciones de todas las fuentes es la incertidumbre estándar combinada uc(y).

- Cada uno de los componentes de incertidumbre está multiplicado por 1 siendo este el coeficiente de sensibilidad. Dependiendo del modelo matemático este coeficiente puede cambiar.

EVALUACIÓN DEL PESO DE LAS CONTRIBUCIONES

- Se deben tener en cuenta todas las contribuciones que son significativas, incluidas aquellas que surgen del muestreo, utilizando los métodos apropiados de análisis.



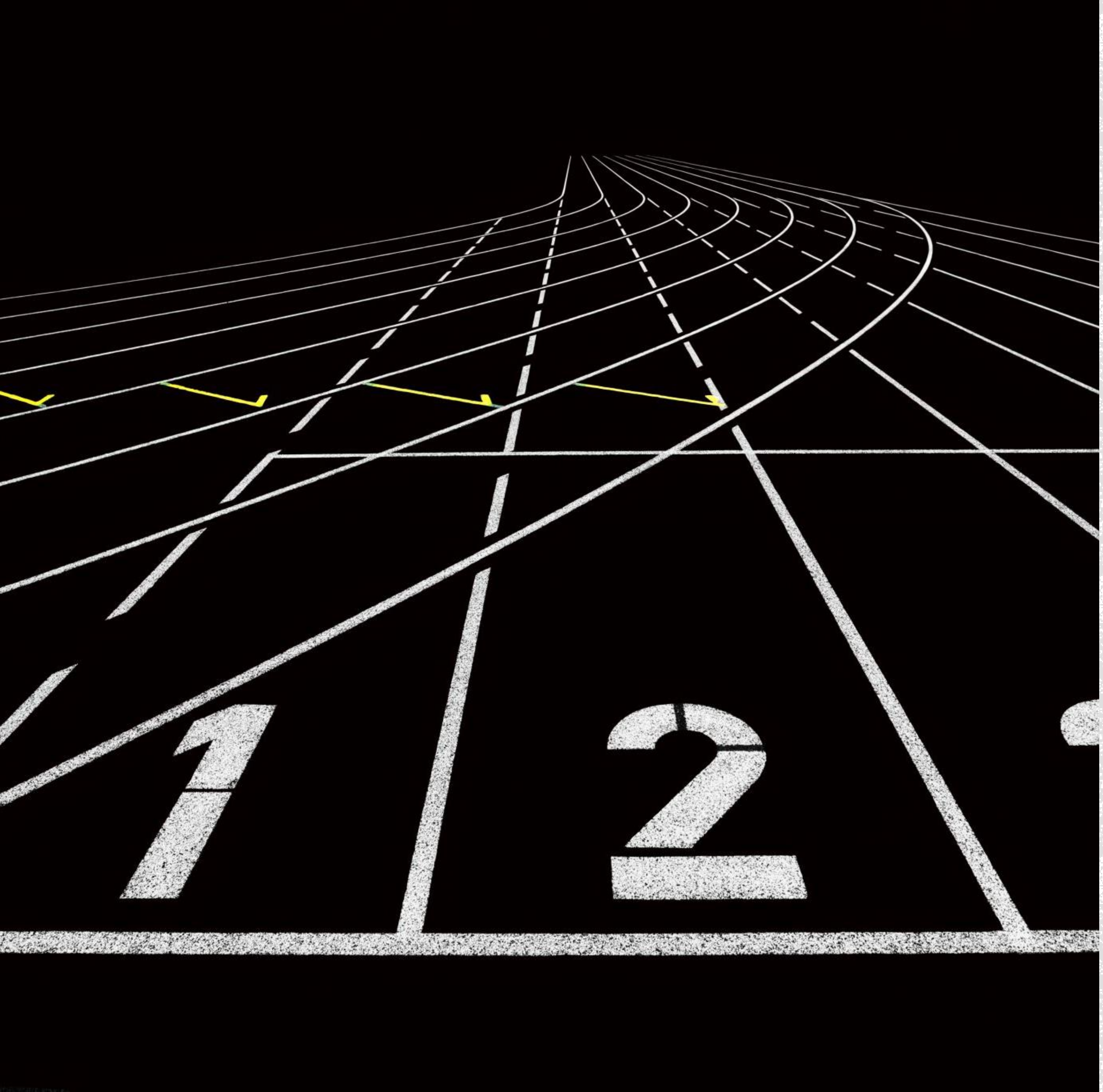
INCERTIDUMBRE EXPANDIDA

- La incertidumbre estándar combinada representa un intervalo de cobertura del 68 % aproximadamente, por lo tanto se debe ampliar por un factor (k) que comúnmente es de 2 para lograr un intervalo de cobertura de aproximadamente el 95 %

$$U = k \cdot u_L$$

REPORTE DE RESULTADOS

- Se expresa el resultado de medida que puede ser el error, la corrección o la lectura del instrumento
- Adicionalmente la incertidumbre expandida U redondeado a dos cifras significativas
- El factor de cobertura, ejemplo K=2
- Y el intervalo de cobertura ejemplo 95 %



EJERCICIO

Determinar el valor de temperatura Ambiental

Determinar la Incertidumbre de Medición de temperatura ambiental

Factor de cobertura y Probabilidad de cobertura

Generalmente se desea una probabilidad mayor de 68%, lo que se obtiene expandiendo este intervalo por un factor *k*, llamado factor de cobertura. El resultado se llama incertidumbre expandida *U*

La incertidumbre expandida *U* indica un *intervalo de confianza*, que representa una fracción *p (nivel de confianza)* de los valores que puede probablemente tomar el mensurando.

En el medio industrial, (cuando no es necesaria una estimación más rigurosa de la incertidumbre expandida) a menudo se elige el nivel de confianza de manera tal que corresponda a un factor de cobertura como un número entero de desviaciones estándar en una distribución normal.

Por ejemplo
k = 1 corresponde a p = 68,27 %
k = 2 corresponde a p = 95,45% y
k = 3 corresponde a p = 99,73 %.

La relación entre el factor de cobertura *k* y la probabilidad de cobertura depende de la distribución de probabilidad del mensurando.

Valores de $t_p(\nu)$ de la distribución t para ν grados de libertad

Grados de libertad	Fracción p en porcentaje					
ν	68,27 (a)	90	95	95,45 (b)	99	99,73 (a)
1	1.84	6.31	12.71	13.97	63.66	235.80
2	1.32	2.92	4.30	4.53	9.92	19.21
3	1.20	2.35	3.18	3.31	5.84	9.22
4	1.14	2.13	2.78	2.87	4.60	6.62
5	1.11	2.02	2.57	2.65	4.03	5.51
6	1.09	1.94	2.45	2.52	3.71	4.90
7	1.08	1.89	2.36	2.43	3.50	4.53
8	1.07	1.86	2.31	2.37	3.36	4.28
9	1.06	1.83	2.26	2.32	3.25	4.09
10	1.05	1.81	2.23	2.28	3.17	3.96
11	1.05	1.80	2.20	2.25	3.11	3.85
12	1.04	1.78	2.18	2.23	3.05	3.76
13	1.04	1.77	2.16	2.21	3.01	3.69
14	1.04	1.76	2.14	2.20	2.98	3.64
15	1.03	1.75	2.13	2.18	2.95	3.59
16	1.03	1.75	2.12	2.17	2.92	3.54
17	1.03	1.74	2.11	2.16	2.90	3.51
18	1.03	1.73	2.10	2.15	2.88	3.48
19	1.03	1.73	2.09	2.14	2.86	3.45
20	1.03	1.72	2.09	2.13	2.85	3.42
25	1.02	1.71	2.06	2.11	2.79	3.33
30	1.02	1.70	2.04	2.09	2.75	3.27
35	1.01	1.70	2.03	2.07	2.72	3.23
40	1.01	1.68	2.02	2.06	2.70	3.20
45	1.01	1.68	2.01	2.06	2.69	3.18
50	1.01	1.68	2.01	2.05	2.68	3.16
100	1.005	1.660	1.984	2.025	2.626	3.077
∞	1.000	1.645	1.960	2.000	2.576	3.000

DISTRIBUCIÓN T DE STUDENT

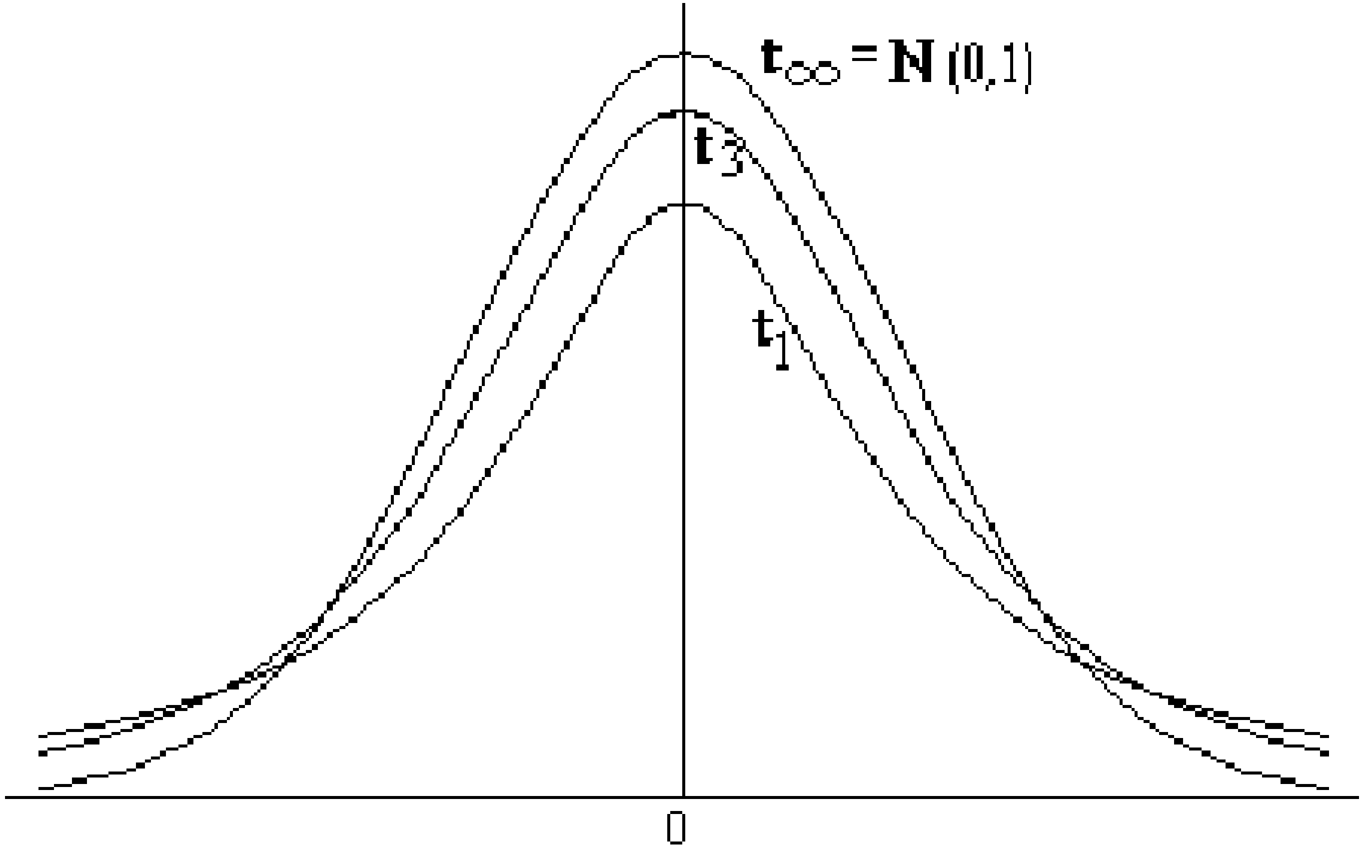
Frecuentemente, los valores del mensurando siguen una distribución normal. Sin embargo, el mejor estimado del mensurando, la media dividida entre su desviación estándar, sigue una distribución llamada t de Student, la cual refleja las limitaciones de la información disponible debidas al número finito de mediciones.

La distribución t de Student es caracterizada por un parámetro í llamado número de grados de libertad.

El intervalo correspondiente al nivel de confianza *p*, se calcula por:

$$U = t_p(\nu) \cdot u_c$$

Distribución t de Student



GRADOS DE LIBERTAD

Se determinan cuando es necesaria una estimación de Incertidumbre más rigurosa de la incertidumbre expandida.
El número í de grados de libertad asociado a una distribución de una magnitud (*Xi* o *Y*) puede considerarse una medida de incertidumbre de la incertidumbre de esa magnitud.
Entre mayor sea í la estimación de la incertidumbre será más confiable.
El número efectivo de grados de libertad í*ef* del mensurando considera el número de grados de libertad í*i* de cada fuente de incertidumbre.

En la estimación de incertidumbres por el método tipo A, í*i* depende directamente del número de datos considerados y disminuye conforme el número de parámetros estimados a partir de los mismos datos. **La repetibilidad de una medición, estimada por la desviación estándar experimental de *n* lecturas tiene *n*-1 grados de libertad**.

GRADOS DE LIBERTAD

- Si la incertidumbre se estima por un método tipo B, la determinación del número de grados de libertad implica el criterio del metrólogo soportado por su experiencia, aun cuando sea subjetiva, para determinar la incertidumbre relativa de la propia incertidumbre, y calcular el número de grados de libertad para esa fuente específica i con la ecuación:

$$\nu_i \approx \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\Delta u(x_i)}{u(x_i)} \right]^{-2} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{u(x_i)}{\Delta u(x_i)} \right]^{2}$$

GRADOS DE LIBERTAD

- Para la incertidumbre por resolución, ya que la certeza de que la lectura de un instrumento este dentro del intervalo de su resolución es absoluta (distribución rectangular), la estimación de la incertidumbre de la incertidumbre Δu(xi) es cero, por lo tanto el número de grados de libertad, son infinitos.
- Para las incertidumbres por certificado los grados efectivos de libertad se calculan de acuerdo al nivel de confianza dado en el certificado o al que se tenga del fabricante. Ejemplo: si en el certificado la incertidumbre expandida está dada con un nivel de confianza del 95% como es habitual, la incertidumbre de la incertidumbre Δu(xi) es del 5%, aplicando la ecuación los grados efectivos de libertad para esa fuente son:

$$v_i \approx \frac{1}{2} * \left[\frac{u_{cert}}{0{,}05 u_{cert}} \right]^2 = \frac{1}{2} * 400 = 200$$

GRADOS DE LIBERTAD

El número efectivo de grados de libertad se calcula según la ecuación de Welch-Satterthwaite, aun cuando existan observaciones sobre su validez merecedoras de atención. Esta ecuación puede escribirse en términos de la relación entre la contribución de la fuente i y la incertidumbre combinada como:

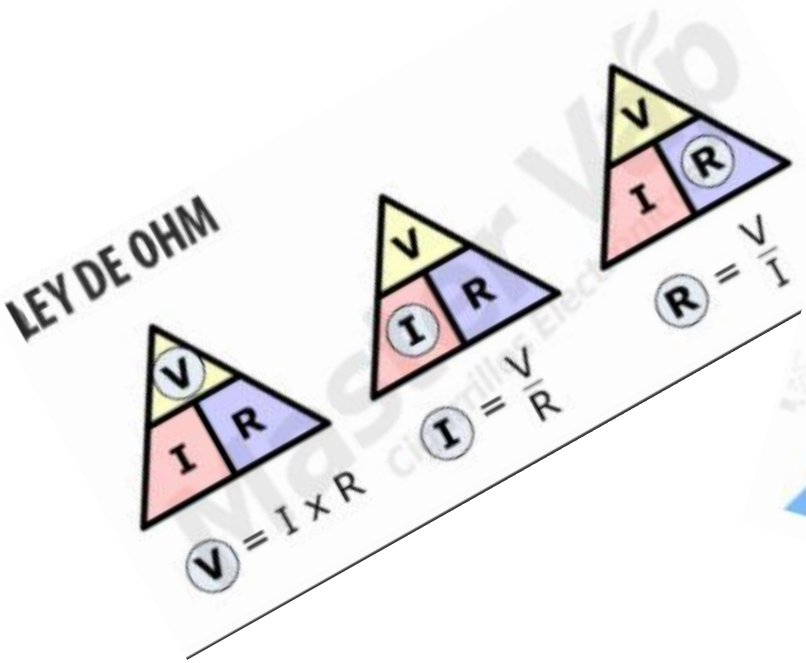
$$Veff = \frac{uc^4(y)}{\sum_{i=1}^{n} \frac{(ui)^4(y)}{Vi}}$$

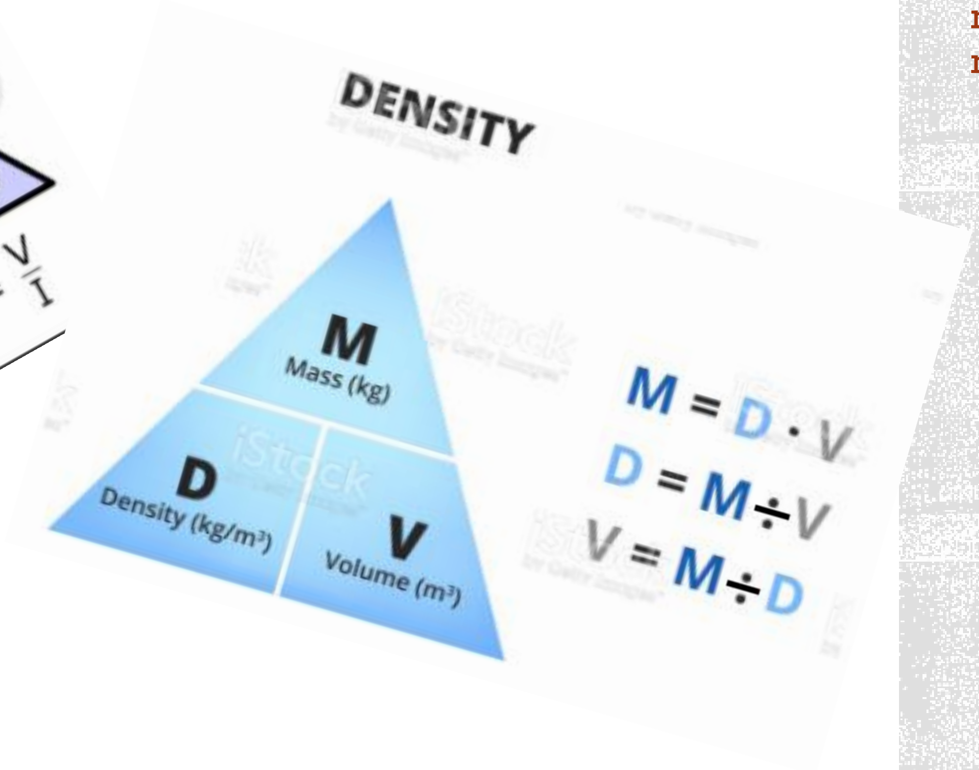
Para determinar cual es el factor de cobertura correspondiente a los grados de libertad hallados, se acude a la tabla de t de Student.

INCERTIDUMBRE EN UN MÉTODO INDIRECTO

En este caso las magnitudes de entrada pueden pertenecer a magnitudes diferentes de la magnitud de salida.

- Cada componente de incertidumbre no necesariamente tienen un peso relativamente similar es por esto que se requiere determinar coeficientes de sensibilidad.
- Estos se multiplicaran por sus componentes de incertidumbre respectivas.
- Ejemplos:





COEFICIENTE DE SENSIBILIDAD

El coeficiente de sensibilidad describe qué tan sensible es el mensurando con respecto a variaciones de la magnitud de entrada correspondiente. Para su
determinación se aplican 2 métodos:

1) *Determinación a partir de una relación funcional*
   Si el modelo matemático para el mensurando $Y = f(X1 , X2 , \ldots ,$ $XN)$ describe la influencia de la magnitud de entrada Xi suficientemente bien mediante una relación funcional, el coeficiente de sensibilidad ci se calcula por la derivada parcial de f con respecto a Xi :

$$c_i = \frac{\partial f(X_1, \ldots, X_N)}{\partial X_i} \Bigg|_{X_1 = x_1 \ldots X_N = x_N}$$

COEFICIENTE DE SENSIBILIDAD

2) Para influencias no determinadas:

Si la influencia de la magnitud de entrada *Xi* en el mensurando *Y* no está representada por una relación funcional, se determina el coeficiente de sensibilidad *ci* por una estimación del impacto de una variación de *Xi* en *Y* según:

$$c_i = \frac{\Delta Y}{\Delta X_i}$$

Esto es, manteniendo constantes las demás magnitudes de entrada, se determina el cambio de *Y* producido por un cambio en *Xi* por una medición o a partir de la información disponible (como una gráfica o una tabla).

PROPAGACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE PARA MAGNITUDES EN MÉTODO INDIRECTO

En el caso de método indirecto, la incertidumbre combinada *uc(y)* se calcula por la suma geométrica de las contribuciones particulares:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^{N} u_i^2(y)$$

$$\boxed{u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left[c_i \cdot u(x_i)\right]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left[\frac{\partial f}{\partial X_i} \cdot u(x_i)\right]^2}}$$

RESUMEN DE FORMULAS PARA HALLAR DERIVADAS

Derivadas básicas

Si $f(x) = mx + b \Rightarrow f'(x) = m$

SI $(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$

Si $f(x) = x^m \Rightarrow f'(x) = m\, x^{m-1}$

Si $f(x) = \ln x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$

Si $f(x) = a^x \Rightarrow f'(x) = a^x \cdot \ln a$

Si $g(x) = e^x \Rightarrow g'(x) = e^x$

Si $[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$

Derivadas de funciones

Si $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

Si $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

Si $g(x) = u^{m/n} \Rightarrow g'(x) = (u^{m/n})' = \frac{m}{n} \cdot u^{\frac{m}{n}-1} \cdot u'$

Si f(x) = sen x es $f'(x) = \cos x$

Si g(x) = cos x es $g'(x) = -\operatorname{sen} x$

CÁLCULO CON INCERTIDUMBRES RELATIVAS

- Si el modelo matemático se compone de productos de las magnitudes de entrada *Xi* :

$$f(X_1,\dots,X_N) = const \cdot \prod_{i=1}^{N} (X_i)^{p_i}$$

donde *const* es una constante y los exponentes *pi* son constantes reales, el cálculo se realiza con incertidumbres relativas. Los coeficientes de sensibilidad en este caso son *pi* , y la ley de propagación de incertidumbre para calcular la incertidumbre combinada relativa *uc,rel(y)* se simplifica:

$$u_{c,rel}(y) = \frac{u_c(y)}{y} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} [p_i \cdot u_{rel}(x_i)]^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left[p_i \cdot \frac{u(x_i)}{x_i} \right]^2}$$

Un caso particular muy común es que todos los exponentes *pi* son +1 o -1, o sea *Y* es un producto o cociente de las magnitudes de entrada, puesto que en este caso las coeficientes de sensibilidad son 1 y la incertidumbre combinada relativa *uc,rel(y)* es la suma geométrica de las incertidumbres relativas de las magnitudes de entrada:

$$u_{c,rel}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \left[u_{rel}(x_i)\right]^2}$$

EXPRESIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA EN LOS CERTIFICADOS DE CALIBRACIÓN

- En los certificados de calibración, el resultado completo de la medición, que consiste en el estimado y del mesurando y la incertidumbre expandida asociada U debe expresarse en la forma (y±U). También debe incluirse una nota explicatoria que, en el caso general, debería tener el siguiente contenido:

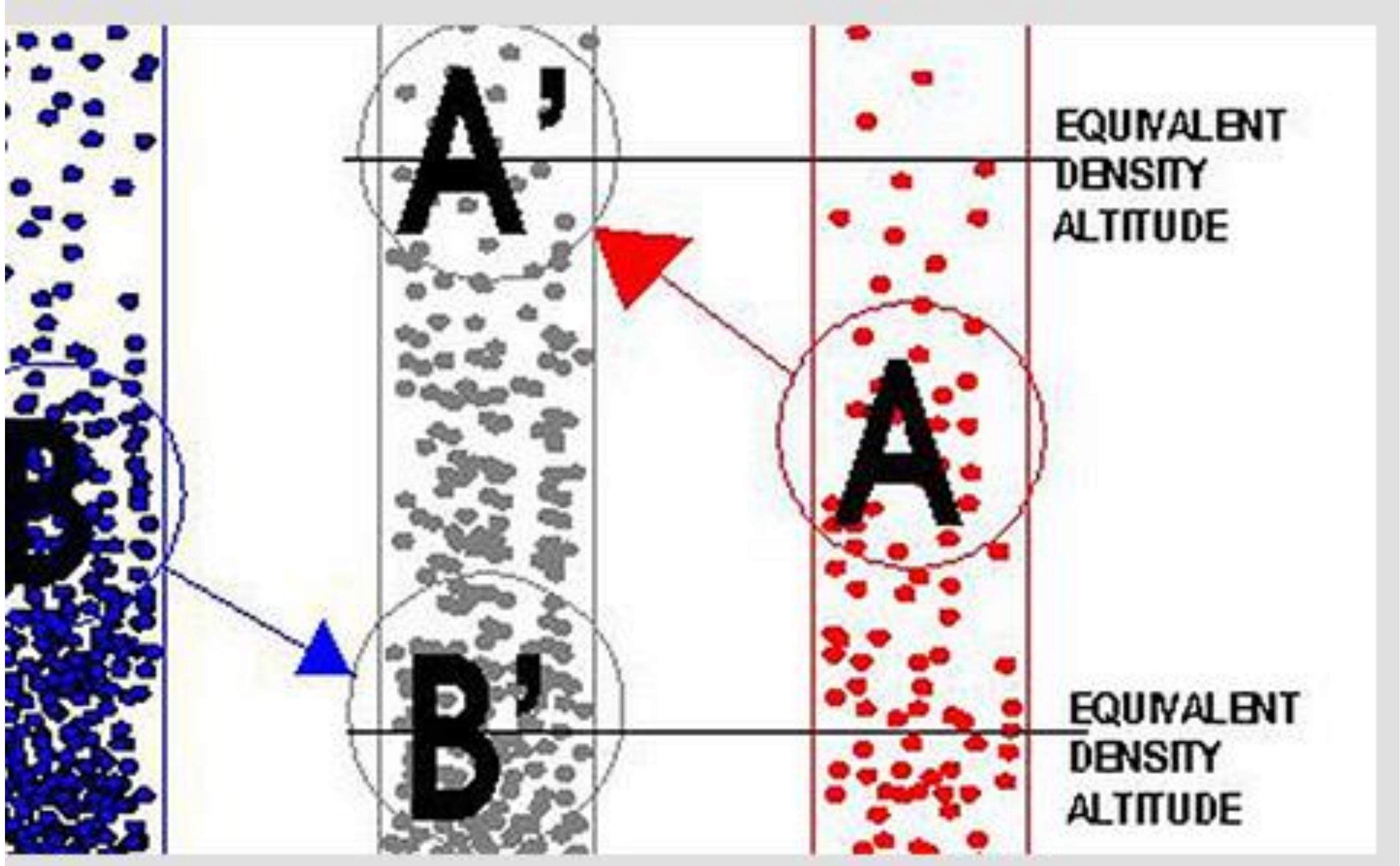
"La incertidumbre expandida de medida se ha obtenido multiplicando la incertidumbre típica de medición por el factor de cobertura k=2 que, para una distribución normal, corresponde a una probabilidad de cobertura de aproximadamente el 95%."

EXPRESIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE MEDIDA EN LOS CERTIFICADOS DE CALIBRACIÓN

- Sin embargo, cuando se haya calculado los grados de libertad, la nota explicatoria debería decir lo siguiente:

“La incertidumbre expandida de medida se ha obtenido multiplicando la incertidumbre típica de medida por el factor de cobertura k = XX que, para un distribución de t de Student con v ef = YY grados efectivos de libertad, corresponde a una probabilidad de cobertura de aproximadamente el 95%.”

- El valor numérico de la incertidumbre de medida debe expresarse, como máximo, con dos cifras significativas. El valor numérico del resultado de la medición debe redondearse en su expresión acorde a la incertidumbre expandida asignada al resultado de la medición.



EJERCICIO

Determinación de la Densidad del Aire

BIBLIOGRAFÍA

- Guide to the expression of uncertainty in measurement — Part 6: Developing and using measurement models (JCGM GUM-6:2020). Document produced by Working Group 1 of the Joint Committee for Guides in Metrology (JCGM/WG 1).
- Evaluación de datos de medición Guía para la Expresión de la Incertidumbre de Medida EDICIÓN DIGITAL 1 en español (traducción 1ª Ed. Sept. 2008) Primera edición Septiembre 2008 (original en inglés) Centro Español de Metrología
- ESTADISTÍCA Y PROBABILIDADES Instituto Profesional VIRGINIO GOMEZ de la Universidad de Concepción / Universidad Católica de la Santísima Concepción - Aaron Estuardo Morales