

2004-12-16

---

## GUÍA SOBRE LA INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN PARA PRINCIPIANTES



E: A BEGINNER'S GUIDE TO UNCERTAINTY OF MEASUREMENT

---

CORRESPONDENCIA: esta norma es una adopción idéntica (IDT) por traducción de la NPL Measurement Good Practice Guide No. 11

---

DESCRIPTORES: metrología; incertidumbre; medición.

---

I.C.S.: 17.020.00

---

Editada por el Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación (ICONTEC)  
Apartado 14237 Bogotá, D.C. - Tel. 6078888 - Fax 2221435

---

Prohibida su reproducción

Editada 2005-01-19

## PRÓLOGO

El Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación, **ICONTEC**, es el organismo nacional de normalización, según el Decreto 2269 de 1993.

**ICONTEC** es una entidad de carácter privado, sin ánimo de lucro, cuya Misión es fundamental para brindar soporte y desarrollo al productor y protección al consumidor. Colabora con el sector gubernamental y apoya al sector privado del país, para lograr ventajas competitivas en los mercados interno y externo.

La representación de todos los sectores involucrados en el proceso de Normalización Técnica está garantizada por los Comités Técnicos y el período de Consulta Pública, este último caracterizado por la participación del público en general.

La GTC 115 fue ratificada por el Consejo Directivo del 2004-12-16.

Esta norma está sujeta a ser actualizada permanentemente con el objeto de que responda en todo momento a las necesidades y exigencias actuales.

A continuación se relacionan las empresas que colaboraron en el estudio de esta norma a través de su participación en el Comité Técnico 2 Metrología.

ALPINA S.A.	LABORATORIOS SIGMA EU
BCI	SENA
CASA DETECTO	SUPERINTENDENCIA DE INDUSTRIA Y
FUNDACIÓN CENTRO DE CALIDAD Y	COMERCIO
METROLOGÍA	

Además de las anteriores, en Consulta Pública el Proyecto se puso a consideración de las siguientes empresas:

AGROGESTIÓN XXI	COMPROIND LTDA.
ASOCRETOS	CONTACTOS MUNDIALES
ASOPESAJE	E&M
BALANZAS BAICO LTDA.	ECOPETROL
BÁSCULAS COMERCIALES E	ELECTROPORCELANA GAMMA
INDUSTRIALES LTDA.	EMPRESA DE ACUEDUCTO Y
BÁSCULAS MORESCO	ALCANTARILLADO DE BOGOTÁ
CALORCOL S.A.	EQUIPOS Y CONTROLES INDUSTRIALES
CATS CADENA LABORATORIO	ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA
LONGITUDES	ESCUELA COLOMBIANA DE INGENIERÍA
CEMENTOS PAZ DEL RÍO	FUNDACIÓN CENTRO DE CALIDAD Y
CENTRAGAS	METROLOGÍA - CCM
CENTROAGUAS S.A. E.S.P.	GASES DE BOYACÁ Y SANTANDER
COLCERÁMICAS S.A.	GESTIÓN AMBIENTAL
COLCLINKER	

GESTIÓN DE CALIDAD Y AMBIENTE  
EMPRESARIAL  
GUILLERMO POMBO & CÍA. E.U.  
HOLCIM  
HORNOPS Y MONTAJES INDUSTRIALES  
LTDA.  
ICPC  
IMPROTEC LTDA.  
INDUSTRIAS PHILIPS S.A.  
INGENIERÍA DE SERVICIOS  
LABORATORIO DE FUERZA  
METROLABOR LTDA.  
METRON QUALITY CONSULTING  
MINISTERIO DE DESARROLLO  
MULTI-INGENIERÍA  
POSTOBÓN

PREINT LTDA.  
PROMETÁLICOS S.A. LABORATORIO  
MASAS Y BALANZAS  
PROMIGAS E.S.P.  
SENA CENTRO NACIONAL COLOMBO  
ITALIANO  
SERVINTEGRAL LTDA.  
SHELL COLOMBIA S.A.  
SIGMA E.U.  
SUPERINTENDENCIA DE INDUSTRIA Y  
COMERCIO  
TECNIBÁSCULAS LTDA.  
UNILEVER ANDINA S.A.  
UNIVERSIDAD NACIONAL  
UNIVERSIDAD UIS

**ICONTEC** cuenta con un Centro de Información que pone a disposición de los interesados normas internacionales, regionales y nacionales.

**DIRECCIÓN DE NORMALIZACIÓN**

## GUÍA SOBRE LA INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN PARA PRINCIPIANTES

### 1. MEDICIÓN

#### 1.1 ¿QUÉ ES UNA MEDICIÓN?

Una medición nos informa sobre una propiedad de algo. Nos puede informar qué tan pesado es un objeto o qué tan caliente o largo es. Una medición proporciona una cantidad para esa propiedad.

Las mediciones siempre se hacen usando instrumentos de algún tipo. Reglas, cronómetros, escalas de pesaje y termómetros son todos instrumentos de medición.

Normalmente, una medición está compuesta por dos partes: una cantidad y una unidad de medición, por ejemplo, ¿cuál es su longitud?... 2 m.

#### 1.2 ¿QUÉ NO CONSTITUYE UNA MEDICIÓN?

Existen algunos procesos que parecen ser mediciones, pero no lo son. Por ejemplo, comparar dos trozos de cuerda para ver cuál es la más larga no constituye realmente una medición. El recuento normalmente no se ve como una medición. Con frecuencia un ensayo no es una medición: normalmente, los ensayos originan una respuesta "sí/ no" o un resultado "aprobó/ falló". Sin embargo, la medición puede formar parte del proceso que lleva al resultado del ensayo.

### 2. INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN

#### 2.1 ¿QUÉ ES LA INCERTIDUMBRE DE UNA MEDICIÓN?

La incertidumbre de una medición nos informa acerca de su cualidad.

La **incertidumbre de la medición** es la duda que existe acerca del resultado de cualquier medición. Usted podría pensar que las reglas, relojes y termómetros bien hechos deberían ser confiables y dar respuestas correctas. Pero para cada medición, aún la más cuidadosa, siempre existe un margen de duda. En lenguaje cotidiano, esto se podría expresar como "poner o quitar"... es decir, una vara puede tener dos metros de longitud, "ponga o quite un centímetro".

## 2.2 EXPRESIÓN DE LA INCERTIDUMBRE DE UNA MEDICIÓN

Puesto que siempre existe un margen de duda en toda medición, es necesario saber qué tan grande es el margen y qué tan mala es la duda. De este modo, realmente se necesitan dos cantidades para cuantificar una incertidumbre. Una es el ancho del margen o **intervalo**. La otra es el **nivel de confianza** y establece la seguridad que tenemos de que el "valor verdadero" esté dentro de ese margen.

Por ejemplo:

Podemos decir que la longitud de una vara mide 20 centímetros más o menos 1 centímetro, en un nivel de confianza de 95 por ciento. Este resultado se podría escribir:

20 cm  $\pm$  1 cm, en un nivel de confianza de 95 %

La declaración afirma que estamos 95 % seguros de que la longitud de la vara está entre 19 cm y 21 cm. Existen otras formas de establecer los niveles de confianza. Este tema se discutirá en más detalle en la sección 7.

## 2.3 ERROR FRENTE A INCERTIDUMBRE

Es importante no confundir los términos "error" e "incertidumbre".

**Error** es la diferencia entre el valor medido y el "valor verdadero" del objeto que se está midiendo.

**Incertidumbre** es una cuantificación de la duda acerca del resultado de la medición.

Siempre que es posible intentamos corregir todos los errores conocidos; por ejemplo, aplicando **correcciones** a partir de los certificados de calibración. Pero un error cuyo valor no conocemos es una fuente de incertidumbre.

## 2.4 ¿POR QUÉ ES IMPORTANTE LA INCERTIDUMBRE DE UNA MEDICIÓN?

Usted puede estar interesado en la incertidumbre de una medición simplemente porque desea hacer mediciones de buena calidad y para entender los resultados. Sin embargo, existen otras razones particulares para considerar la incertidumbre de una medición.

Usted puede hacer mediciones como parte de :

- una **calibración**, en donde se debe reportar la incertidumbre de la medición en el certificado;
- un **ensayo**, en donde es necesario determinar la incertidumbre de la medición para aprobarlo o fallarlo.

o para satisfacer

- la **tolerancia**, es necesario conocer la incertidumbre antes de poder decidir si se satisface o no la tolerancia.

También, puede que usted necesite leer y entender un certificado de calibración o una especificación escrita para un ensayo o una medición.

### 3. ESTADÍSTICA BÁSICA EN CONJUNTOS DE NÚMEROS

#### 3.1 "MIDA TRES VECES, CORTE UNA" ...ERROR DE OPERADOR

Existe un dicho entre los artesanos: "Mida tres veces, corte una". Esto significa que usted puede reducir el riesgo de cometer un error en la obra revisando la medición por segunda o tercera vez antes de proseguir.



**Mida tres veces, corte una". Usted puede reducir el riesgo de cometer un error en la obra revisando la medición por segunda o tercera vez**

De hecho, es prudente repetir toda medición al menos tres veces. Hacer sólo una medición implica que el error podría pasar completamente inadvertido. Si usted hace dos mediciones y ellas no concuerdan, aún no sabrá qué es lo que anda mal. Pero si realiza tres mediciones y dos concuerdan entre sí, mientras que la tercera es muy diferente, entonces se puede sospechar de la tercera.

Así, simplemente como salvaguarda contra errores grandes o *error de operador*, es sensato realizar mínimo tres intentos en toda medición. Pero la incertidumbre de una medición realmente no se relaciona con el error de operador. Existen otras buenas razones para repetir muchas veces las mediciones.

#### 3.2 CÁLCULOS DE ESTADÍSTICA BÁSICA

Se puede incrementar la información que se obtiene de las mediciones tomando una cantidad de lecturas y llevando a cabo algunos cálculos de estadística básica. Los dos cálculos estadísticos más importantes son: encontrar el promedio o **media aritmética** y la **desviación estándar** para un conjunto de números.

#### 3.3 OBTENCIÓN DEL ESTIMADO ÓPTIMO - TOMANDO EL PROMEDIO DE VARIAS LECTURAS

Si mediciones repetidas dan respuestas diferentes, puede que usted no esté haciendo algo incorrecto. Ello se puede deber a las variaciones naturales en lo que está sucediendo (por ejemplo, si usted mide la velocidad del viento al aire libre, a menudo, no existirá un valor estable). También se puede deber a que el instrumento de medición no se comporta de forma estable (por ejemplo, las cintas métricas se pueden estirar y dar resultados diferentes).

Cuando existe variación en las lecturas, cuando ellas se repiten, es mejor tomar varias lecturas y obtener el promedio. Un promedio proporciona un estimado del valor "verdadero". Un promedio o media aritmética, usualmente se representa con un símbolo con una barra sobre él,

por ejemplo,  $\bar{x}$  ("x-barra") es el valor medio de  $x$ . La Figura 1 ilustra un conjunto de valores y su valor medio. El ejemplo 1 muestra como calcular una media aritmética.

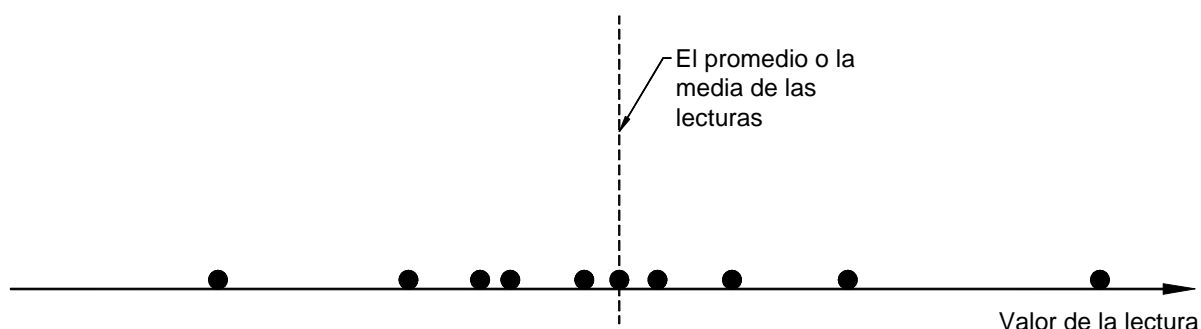


Figura 1. Diagrama de puntos que ilustra un ejemplo de un conjunto de valores y su valor medio

#### EJEMPLO 1

*Promedio o media aritmética* de un conjunto de valores.

Suponga que tiene un conjunto de 10 valores. Para hallar el promedio súmelos todos y divídalos por la cantidad de valores (10 en este caso).

Las lecturas son: 16, 19, 18, 16, 17, 19, 20, 15, 17 y 13

La suma de ellas es: 170

El promedio de las 10 lecturas es:  $\frac{170}{10} = 17$

### 3.4 ¿CUÁNTAS LECTURAS SON NECESARIAS PARA HALLAR UN PROMEDIO?

En términos generales, entre más mediciones utilice, mejor el estimado que obtendrá. Lo ideal sería encontrar el valor medio a partir de un conjunto infinito de valores. Entre más resultados use, más cerca estará del estimado ideal del valor medio. Pero realizar más mediciones exige esfuerzo adicional y produce "disminución de la retribución". ¿Cuál es la mejor cantidad? Diez es una elección popular porque facilita la aritmética. Usar 20 daría un estimado ligeramente mejor que 10. Usar 50 sería sólo ligeramente mejor que 20. Usualmente es suficiente como método práctico entre 4 y 10 lecturas.

### 3.5 DISPERSIÓN... DESVIACIÓN ESTÁNDAR

Cuando las mediciones repetidas dan resultados diferentes, queremos saber qué tan *dispersas* están las lecturas. La dispersión de los valores nos informa sobre la incertidumbre de la medición. Conociendo la magnitud de esta dispersión, podemos juzgar la calidad de la medición o del conjunto de mediciones.

Algunas veces es suficiente conocer en *rango* entre los valores máximos y mínimos, pero para un conjunto pequeño de valores puede que esto no le brinde información útil acerca de la dispersión de las lecturas entre la máxima y la mínima. Por ejemplo, una gran dispersión se podría originar porque una sola lectura es muy diferente de las otras.

La forma usual de cuantificar la dispersión es la *desviación estándar*. La desviación estándar de un conjunto nos informa sobre qué tan diferentes son las lecturas individuales con respecto al promedio del conjunto.

Como "método práctico", a groso modo, dos tercios de todas las lecturas estarán entre más o menos ( $\pm$ ) una desviación estándar del promedio. En términos generales, 95 % de todas las lecturas estará entre dos desviaciones estándar. Este método se aplica ampliamente aunque, de ningún modo es universal.

El valor "verdadero" para la desviación estándar solamente se puede hallar a partir de un conjunto muy grande (infinito) de lecturas. Partiendo de una cantidad moderada de valores, únicamente se puede obtener un estimado de la desviación estándar. Comúnmente, se usa el símbolo  $s$  para la **desviación estándar estimada**.

### 3.6 CÁLCULO DE LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR ESTIMADA

El ejemplo 2 ilustra la forma de calcular un estimado de la desviación estándar.

#### EJEMPLO 2

Cálculo de la desviación estándar de un conjunto de valores.

Rara vez es conveniente calcular las desviaciones estándar manualmente, sólo con papel y lápiz, pero se puede hacer de la siguiente manera:

Suponga que tiene un conjunto de 10 lecturas (usemos el mismo conjunto del ejemplo anterior). Empezamos por hallar el promedio:

Para el conjunto de lecturas usado anteriormente, 16, 19, 18, 16, 17, 19, 20, 15, 17 y 13, el promedio es 17.

A continuación, obtenga la diferencia entre cada lectura y el promedio, es decir,

-1      +2      +1      -1      0      +2      +3      -2      0      -4;

eleva al cuadrado cada uno de estos, es decir,

1      4      1      1      0      4      9      4      0      16.

Ahora, obtenga el total y divida por  $n-1$  (en este caso,  $n$  es 10, de modo que  $n-1$  es 9), así:

$$\frac{1+4+1+1+0+4+9+4+0+16}{9} = \frac{40}{9} = 4,44$$

La desviación estándar estimada se obtiene tomando la raíz cuadrada del total, así:

$$s = \sqrt{4,44} = 2,1$$

(se corrige hasta un decimal).

El proceso completo para el cálculo de la desviación estándar estimada para una serie de  $n$  mediciones se puede expresar matemáticamente como :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}} \quad (1)$$

en donde  $x_i$  es el resultado de la  $i$ -ésima medición y  $\bar{x}$  es la media aritmética de  $n$  resultados considerados.



**Calculadora:** es más fácil usar la tecla de la función de una calculadora para obtener la desviación estándar estimada. Introduzca las lecturas en la memoria de la calculadora, siguiendo las instrucciones de ésta, luego use la tecla "desviación estándar estimada" ( $s$  o  $\sigma_{n-1}$ , "sigma  $n$  menos 1"). Véase sección 13 para más información sobre el uso de la calculadora.

### 3.7 ¿CUÁNTAS LECTURAS SON NECESARIAS PARA OBTENER LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR ESTIMADA?

De nuevo, entre más lecturas utilice, mejor será el estimado. En este caso, es el estimado de la incertidumbre el que mejora con la cantidad de lecturas (no el estimado del valor medio ni el "resultado final"). En situaciones comunes, 10 lecturas son suficientes. Para un estimado más completo, los resultados se deberían ajustar teniendo en cuenta la cantidad de lecturas. (Véase sección 15 para más información sobre este tema).

## 4. ¿DÓNDE SE ORIGINAN LOS ERRORES Y LAS INCERTIDUMBRES?

Muchas cosas pueden minar una medición. Los defectos en la medición pueden ser visibles o invisibles. Debido a que las mediciones reales nunca se realizan bajo condiciones perfectas, los errores y las incertidumbres se pueden originar en:

- **El instrumento de medición.** Los instrumentos pueden sufrir por errores de sesgo, cambios por el paso del tiempo, desgaste u otros tipos de desviaciones, pobre lectura, ruido (para instrumentos eléctricos) y muchos otros problemas.
- **El elemento que se está midiendo.** El elemento puede no ser estable. Imagine tratar de medir el tamaño de un cubo de hielo en un recinto cálido.
- **El proceso de medición.** La medición puede ser difícil de ejecutar. Por ejemplo la medición del peso de animales pequeños pero vivos presenta dificultades particulares para hacer que los sujetos colaboren.
- **Incertidumbres "importadas".** La calibración del instrumento tiene una incertidumbre que luego se incorpora a la incertidumbre de la medición que se realiza. Recuerde que la incertidumbre debida a la falta de calibración será mucho peor.
- **Destreza del operador.** Algunas mediciones dependen de la destreza y del juicio del operador. Una persona puede ser mejor que otra en la delicada labor de ajustar una medición o en la lectura de detalles finos a simple vista. El uso de un instrumento, como por ejemplo un cronómetro depende del tiempo de reacción del operador. Los errores grandes son un asunto diferente y no cuentan como incertidumbres.



El alineamiento visual es una destreza del operador. Un movimiento del observador puede hacer que parezca que el objeto se mueve. Los "errores paralelos" de este tipo se pueden presentar cuando se lee una escala con un indicador.

- **Problemas de muestreo.** La medición que se realiza debe ser apropiadamente representativa del proceso que se intenta evaluar. Si usted quiere saber la temperatura en el banco de trabajo, no la mida con un termómetro colocado en la pared cercana a la salida del aire acondicionado. Si está seleccionando muestras de una línea de producción para la medición, no tome siempre las diez primeras que se hacen el lunes en la mañana.
- **El ambiente.** La temperatura, la presión del aire, la humedad y muchas otras condiciones pueden afectar al instrumento de medición o al objeto que se está midiendo.

Cuando se conocen el tamaño y el efecto de un error (por ejemplo, por el certificado de calibración), se puede aplicar una corrección al resultado de la medición. Pero, en general, las incertidumbres debidas a cada una de estas fuentes, y de otras, constituyen "entradas" individuales que contribuyen a la incertidumbre total de la medición.

## 5. TIPOS GENERALES DE INCERTIDUMBRE EN TODA MEDICIÓN

### 5.1 ALEATORIA O SISTEMÁTICA

Los efectos que originan la incertidumbre en la medición pueden ser:

- **Aleatorios**, cuando las mediciones dan un resultado aleatoriamente diferente. Si es así, entre más mediciones realice y luego promedie, mejor será el estimado que puede esperar obtener.
- **Sistemáticos**, cuando la misma influencia afecta el resultado para cada una de las mediciones repetidas (pero puede que usted no tenga la capacidad de decirlo). En este caso, no aprende nada adicional solamente por repetir mediciones. Otros métodos son necesarios para estimar las incertidumbres debido a los efectos sistemáticos, por ejemplo, más mediciones o cálculos.

## 5.2 DISTRIBUCIÓN - LA "FORMA" DE LOS ERRORES

La dispersión de un conjunto de valores puede tomar formas o distribuciones de probabilidad diferentes.

### 5.2.1 Distribución normal

En un conjunto de lecturas, en ocasiones es más probable que los valores estén cerca del promedio a que estén alejados. Esto es típico en una distribución *normal* o *Gaussiana*. Puede ver este tipo de distribución si examina las estaturas de los individuos en un grupo grande de hombres. La mayoría de los hombres están cerca de la estatura promedio; algunos son extremadamente altos o bajos.

La Figura 2 presenta un conjunto de 10 valores "al azar" en una distribución aproximadamente normal. En la Figura 3 se muestra un esquema de una distribución normal.

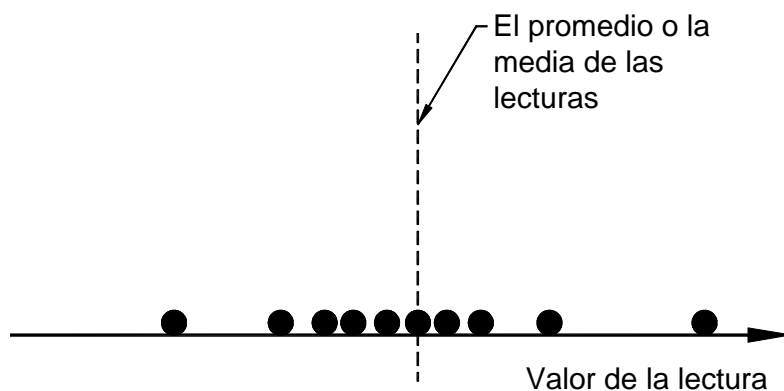


Figura 2. Diagrama de puntos de un conjunto de valores que están en una distribución normal

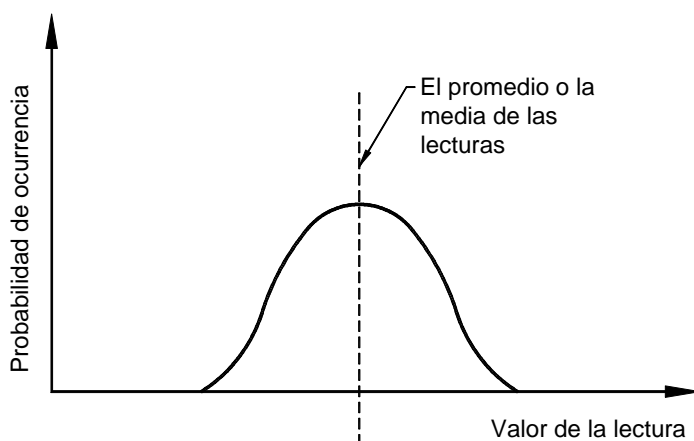


Figura 3. Esquema de una distribución "normal"

### 5.2.2 Distribución uniforme o rectangular

Cuando las mediciones se distribuyen uniformemente entre los valores máximo y mínimo, se genera una distribución *rectangular* o *uniforme*. Esto se vería si se examina la forma en que la

lluvia cae sobre un cable de teléfono recto y delgado, por ejemplo. Tendría la misma probabilidad de caer en una u otra parte.

La Figura 4 muestra 10 valores "al azar" en una distribución aproximadamente rectangular. En la Figura 5 se presenta un esquema de una distribución rectangular.

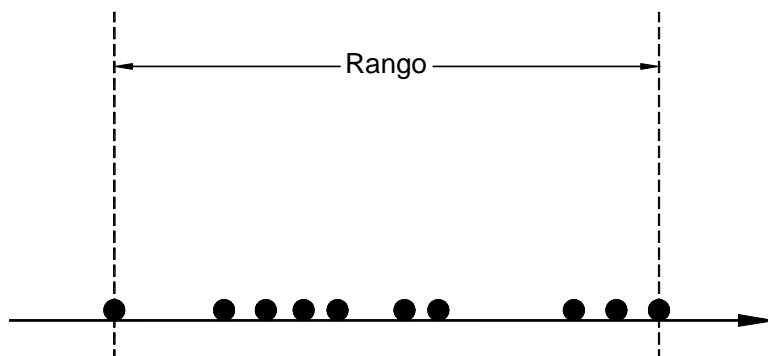


Figura 4. Diagrama de puntos de un conjunto de valores que están en una distribución rectangular

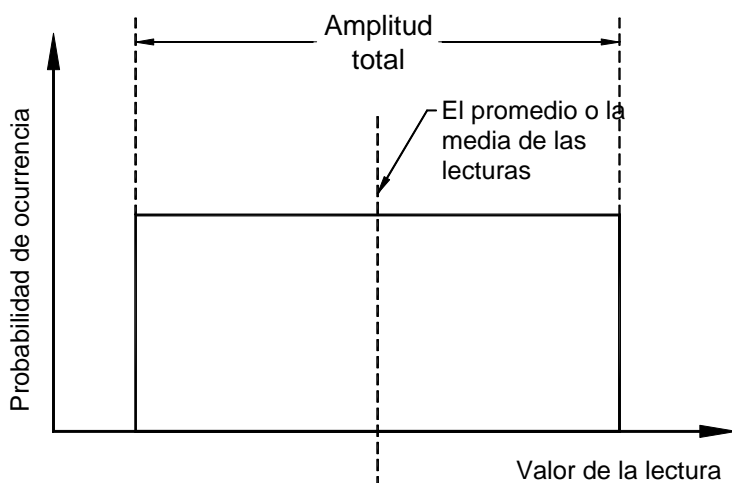


Figura 5. Esquema de una distribución rectangular

### 5.2.3 Otras distribuciones

Con menos frecuencia, las distribuciones pueden tener otras formas, por ejemplo triangular, en forma de M (bimodal o con dos picos), con un lado oblicuo (sesgado).

### 5.3 ¿QUÉ NO CONSTITUYE INCERTIDUMBRE DE UNA MEDICIÓN?

Las equivocaciones de los operadores no son incertidumbres de la medición. No se deberían contar como contribuyentes a la incertidumbre. Tales equivocaciones se deben evitar trabajando cuidadosamente y verificando el trabajo.

Las tolerancias no son incertidumbres. Son límites de aceptación que se seleccionan para un proceso o un producto. (Véase sección 10, acerca del cumplimiento de las especificaciones).

Exactitud (o mejor inexactitud) no es lo mismo que incertidumbre. Infortunadamente, a menudo el uso de estas dos palabras es confuso. Correctamente hablando, "exactitud" es un término cualitativo (usted podría decir, por ejemplo, que una medición fue "exacta" o "no exacta"). La incertidumbre es cuantitativa. Cuando se indica una cifra "más o menos", se puede llamar incertidumbre, pero no exactitud.

Los errores no son lo mismo que las incertidumbres (aunque ha sido común en el pasado intercambiar el uso de las palabras en frases como "análisis del error"). Véanse los comentarios en la sección 2.3.

Análisis estadístico no es lo mismo que análisis de incertidumbre. La estadística se puede usar para obtener toda clase de conclusiones que, en sí mismas, no nos dicen nada sobre la incertidumbre. El análisis de incertidumbre es sólo uno de los usos de la estadística.

## **6. COMO CALCULAR LA INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN**

Para calcular la incertidumbre de una medición, primero se deben identificar las fuentes de incertidumbre en la medición. Luego, se debe estimar el tamaño de la incertidumbre de cada fuente. Finalmente, se combinan las incertidumbres individuales para obtener una cifra total.

Existen reglas claras para evaluar la contribución de cada una de las incertidumbres y para combinarlas.

### **6.1 DOS MÉTODOS PARA ESTIMAR LAS INCERTIDUMBRES**

Independientemente de las fuentes de las incertidumbres, existen dos enfoques para estimarlas: Evaluaciones de "Tipo A" y de "Tipo B". En la mayoría de situaciones de medición se necesitan evaluaciones de incertidumbre de ambos tipos.

**Evaluaciones de tipo A.** Estimados de la incertidumbre usando estadística (usualmente a partir de lecturas repetidas).

**Evaluaciones de tipo B.** Estimados de la incertidumbre a partir de otra información. Esta podría ser información de experiencias de mediciones anteriores, certificados de calibración, las especificaciones del fabricante, cálculos, información publicada y el sentido común.

Existe la tendencia a considerar el tipo A como aleatorio y el tipo B como sistemático, pero esto no es necesariamente cierto.

La manera de usar la información proveniente de las evaluaciones de tipo A y de tipo B se describe posteriormente.

### **6.2 OCHO PASOS PRINCIPALES PARA EVALUAR LA INCERTIDUMBRE**

Los pasos principales para evaluar la incertidumbre total de una medición son los siguientes:

1. Decida qué es lo que necesita obtener de sus mediciones. Decida las mediciones y cálculos reales que se necesitan para lograr el resultado final.
2. Realice las mediciones necesarias.

3. Estime la incertidumbre de cada una de las cantidades que entran a alimentar el resultado final. Expresé todas las incertidumbres en términos similares (véase la sección 7.1).
4. Decida si los errores de las cantidades de entrada son independientes entre sí. Si no lo cree así, entonces se necesita información o cálculos adicionales (véase la correlación en la sección 7.3).
5. Calcule el resultado de su medición (incluyendo todas las correcciones conocidas para aspectos tales como la calibración).
6. Obtenga la incertidumbre combinada estándar a partir de todos los aspectos individuales (véase la sección 7.2).
7. Expresé la incertidumbre en términos de un factor de cobertura (véase la sección 7.4), junto con el tamaño del intervalo de incertidumbre y el nivel de confianza.
8. Registre el resultado de la medición y la incertidumbre y especifique la forma en que obtuvo estos datos (véase la sección 8).

Esta es una guía general del proceso. En la sección 9 se presenta un ejemplo en donde se llevan a cabo estos pasos.

## 7. OTROS ASPECTOS QUE SE DEBEN CONOCER ANTES DE CALCULAR LA INCERTIDUMBRE

Las contribuciones de la incertidumbre se deben expresar en términos similares antes de combinarlas. De este modo, todas las incertidumbres se deben dar en las mismas unidades y en el mismo nivel de confianza.

### 7.1 INCERTIDUMBRE ESTÁNDAR

Todas las incertidumbres contribuyentes se deberían expresar en el mismo nivel de confianza, convirtiéndolas en **incertidumbres estándar**. Una incertidumbre estándar es un margen cuyo tamaño se puede considerar como "más o menos una desviación estándar". La incertidumbre estándar nos informa sobre la incertidumbre de un promedio (no sólo sobre la dispersión de los valores). Una incertidumbre estándar se ilustra usualmente con el símbolo  $u$  ( $u$  minúscula) o  $u(y)$  (incertidumbre estándar en  $y$ ).

#### 7.1.1 Cálculo de la incertidumbre estándar para una evaluación de tipo A

Cuando se toma un conjunto de varias lecturas repetidas (para un estimado tipo A de la incertidumbre), se pueden calcular el valor medio,  $\bar{x}$ , y la desviación estándar estimada,  $s$ . A partir de esto, la incertidumbre estándar estimada,  $u$ , de la media se calcula a partir de :

$$u = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2)$$

donde  $n$  es el número de mediciones en el conjunto. Históricamente, la incertidumbre estándar del valor medio se ha llamado desviación estándar de la media o error estándar de la media)

### 7.1.2 Cálculo de la incertidumbre estándar para una evaluación de tipo B

Cuando la información es más escasa (en algunos estimados de tipo B), solamente se pueden estimar los límites superior e inferior de la incertidumbre. Entonces, se tendrá que asumir que el valor tiene la misma probabilidad de estar en cualquier parte en una distribución rectangular o uniforme. La incertidumbre estándar para una distribución regular se obtiene a partir de :

$$\frac{a}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

donde  $a$  es el semirango (o media amplitud) entre los límites superior e inferior.

Las distribuciones rectangular o uniforme se presentan con frecuencia, pero si existe una buena razón para esperar alguna otra distribución, el cálculo se debería basar en ella. Por ejemplo, se puede asumir usualmente que las incertidumbres "importadas" del certificado de calibración para un instrumento de medición se distribuyen normalmente.

### 7.1.3 Conversión de incertidumbres de una unidad de medición a otra

Las contribuciones de la incertidumbre deben estar en las mismas unidades antes de combinarlas. Como dice el dicho, no se pueden "comparar manzanas con peras".

Por ejemplo, al hacer una medición de longitud, la incertidumbre de la medición, eventualmente también estará establecida en términos de longitud. Una fuente de incertidumbre puede ser la variación en la temperatura ambiente. Aunque la *fuentes* de esta incertidumbre es la temperatura, el *efecto* está en términos de longitud y se debe explicar en unidades de longitud. Podría saberse que el material que se está midiendo se expande en longitud en 1 por ciento por cada grado de incremento de la temperatura. En ese caso, una incertidumbre de temperatura de  $\pm 2$  °C daría una incertidumbre de longitud de  $\pm 2$  cm en una pieza del material con 100 cm de longitud.

Una vez que se han expresado las incertidumbres estándar en unidades consistentes, la incertidumbre combinada se puede hallar usando una de las siguientes técnicas.

## 7.2 COMBINACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES ESTÁNDAR

Las incertidumbres estándar individuales calculadas con las evaluaciones de tipo A o de tipo B se pueden combinar de forma válida mediante la "sumatoria de cuadratura" (también conocida como "raíz de la suma de los cuadrados" o "raíz cuadrada media"). El resultado se denomina *incertidumbre estándar combinada*, presentada como  $u_c$  o  $u_c(y)$ .

La sumatoria de cuadratura es más sencilla cuando el resultado de una medición se logra adicionando o sustrayendo. Los casos más complicados se tratan posteriormente para la multiplicación y división de mediciones, así como para otras funciones.

### 7.2.1 Suma cuadrática para adición y sustracción

El caso más simple es cuando el resultado es la suma de una serie de valores medidos (ya sea sumados o restados). Por ejemplo, puede ser necesario hallar la longitud total de una valla hecha con paneles de diferente ancho. Si la incertidumbre estándar (en metros) de la longitud de cada panel fue dada por  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , etc., entonces la incertidumbre estándar combinada (en metros) para toda la valla se hallaría llevando al cuadrado las incertidumbres, sumándolas y luego sacando la raíz cuadrada del total, es decir,

$$\text{incertidumbre estándar combinada} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 \dots \text{etc.}} \quad (4)$$

### 7.2.2 Suma cuadrática para multiplicación o división

Para casos más complicados, puede ser útil trabajar en términos de incertidumbres relativas o fraccionales para simplificar los cálculos.

Por ejemplo, puede ser necesario hallar un área,  $A$ , de un tapete regular, multiplicando la longitud,  $L$ , por el ancho,  $W$  (es decir,  $A = L \times W$ ). La incertidumbre relativa o fraccional en el área del tapete se puede obtener a partir de las incertidumbres fraccionales en la longitud y el ancho. Para la longitud  $L$  con incertidumbre  $u(L)$ , la incertidumbre relativa es  $u(L)/L$ . Para el ancho  $W$  con incertidumbre relativa de  $u(W)/W$ . Entonces la incertidumbre relativa  $u(A)/A$  en el área está dada por:

$$\frac{u(A)}{A} = \sqrt{\left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + \left(\frac{u(W)}{W}\right)^2} \quad (5)$$

Para un caso en donde el resultado se obtiene multiplicando tres factores, la ecuación anterior tendría tres de tales términos y así sucesivamente. La ecuación anterior también se puede usar del mismo modo para un caso en donde el resultado es un cociente de dos valores (es decir, un número dividido por otro, por ejemplo, longitud dividida por el ancho). En otras palabras, esta forma de la ecuación cubre todos los casos, cuando las operaciones son multiplicación o división.

### 7.2.3 Sumatoria cuadrática para funciones más complicadas

Cuando un valor se eleva al cuadrado (por ejemplo  $Z^2$ ) en el cálculo del resultado final de la medición, entonces la incertidumbre relativa debida al componente cuadrado se da en la forma:

$$\frac{2u(Z)}{Z} \quad (6)$$

Cuando la raíz cuadrada (por ejemplo,  $\sqrt{Z}$ ) es parte del cálculo del resultado, entonces la incertidumbre relativa debida al componente se da en la forma:

$$\frac{u(Z)}{2Z} \quad (7)$$

Es claro que algunas mediciones se procesan usando fórmulas que combinan adición, sustracción, multiplicación y división, etc. Por ejemplo, se mide la resistencia eléctrica  $R$  y la tensión  $V$  y luego se calcula la potencia resultante  $P$  usando la relación:

$$P = \frac{V^2}{R} \quad (8)$$

En este caso, la incertidumbre relativa  $u(P)/P$  en el valor de la potencia estaría dada por:

$$\frac{u(P)}{P} = \sqrt{\left(\frac{2u(V)}{V}\right)^2 + \left(\frac{u(R)}{R}\right)^2} \quad (9)$$



En términos generales, para cálculos de pasos múltiples, el proceso de combinación de las incertidumbres estándar en cuadratura también se puede hacer en varios pasos, usando la forma pertinente para la adición, multiplicación, etc., en cada paso. La combinación de las incertidumbres estándar para fórmulas complicadas se discute en más detalle en otros documentos (por ejemplo, la publicación UKAS M 3003).

### 7.3 CORRELACIÓN

Las ecuaciones de la sección 7.2 para calcular la incertidumbre estándar combinada sólo son correctas si las incertidumbres estándar de entrada no se interrelacionan ni *correlacionan*. Esto significa que, usualmente es necesario cuestionar si todas las contribuciones de la incertidumbre son independientes. ¿Podría un error grande en una entrada causar un error grande en otra? ¿Podría alguna influencia externa, como la temperatura, tener un efecto similar en varios aspectos de la incertidumbre a la vez, ya sea visible o invisible? Con frecuencia, los errores individuales son independientes. Pero si no lo son, se necesitan cálculos adicionales. Éstos no se detallan en esta guía para principiantes, pero se pueden encontrar en algunas otras lecturas adicionales enumeradas en la sección 16.

### 7.4 FACTOR DE COBERTURA $k$

Habiendo escalado los componentes de la incertidumbre de forma consistente, para hallar la incertidumbre estándar combinada, es posible que se quiera reescalar el resultado. Se puede pensar que la incertidumbre estándar combinada es equivalente a "una desviación estándar" pero tal vez queramos tener una incertidumbre total establecida en otro nivel de confianza, por ejemplo, 95 por ciento. Esta reescala se puede obtener usando un *factor de cobertura*,  $k$ . Multiplicando la *incertidumbre estándar combinada*,  $u_c$ , por un *factor de cobertura*, se obtiene un resultado que se llama *incertidumbre extendida*, usualmente conocida por el símbolo  $U$  ( $U$  mayúscula), es decir,

$$U = k u_c \quad (10)$$

Un valor del factor de cobertura suministra un nivel de confianza particular para la incertidumbre extendida.

Más comúnmente, se escala la incertidumbre total usando un factor de cobertura  $k = 2$ , para obtener un nivel de confianza de 95 por ciento. ( $k = 2$  es correcto si la incertidumbre estándar combinada tiene distribución normal. Usualmente esta es una suposición cierta, pero la explicación subyacente se detalla en otros documentos, en las referencias en la sección 16).

Algunos otros factores de cobertura (para una distribución normal) son:

$k = 1$  para un nivel de confianza aproximado de 68 %

$k = 2$  para un nivel de confianza de 99 %

$k = 3$  para un nivel de confianza de 99,7 %.

Otras formas, menos comunes, de distribución tienen diferentes factores de cobertura.

Por el contrario, siempre que se cite una incertidumbre extendida con un factor de cobertura determinado, se puede hallar la incertidumbre estándar mediante el proceso inverso, es decir, dividiendo por el factor de cobertura adecuado. (Esta es la base para hallar la incertidumbre estándar combinada tal como se ilustra en las secciones 7.1.1 y 7.1.2). Esto significa que las

incertidumbres extendidas dadas en los certificados de calibración, si se expresan apropiadamente, se pueden decodificar en incertidumbres estándar.

## 8. EXPRESIÓN DE LA RESPUESTA

Es importante expresar la respuesta de manera que el lector pueda usar la información. Los aspectos principales que se deben mencionar son:

- El resultado de la medición, junto con la cifra de incertidumbre, por ejemplo, "La longitud de la vara es de  $20 \text{ cm} \pm 1 \text{ cm}$ ".
- Declaración del factor de cobertura y del nivel de confianza. Una redacción recomendada es: "La incertidumbre reportada se basa en una incertidumbre estándar multiplicada por un factor de cobertura  $k = 2$ , dando un nivel de confianza de 95 %, aproximadamente".
- Método de estimación de la incertidumbre. (Puede hacer referencia a la publicación en donde se describe el método, por ejemplo, la publicación UKAS M 3003).

## 9. EJEMPLO: CÁLCULO BÁSICO DE LA INCERTIDUMBRE

A continuación se presenta un ejemplo trabajado de un análisis sencillo de la incertidumbre. No es real en todos los detalles, pero intenta ser lo suficientemente simple y claro para ilustrar el método. Primero se describe la medición y luego el análisis de la incertidumbre. En segundo lugar se presenta el análisis de la incertidumbre en la tabla (en forma de "hoja de cálculo" o de "presupuesto de incertidumbre").

### 9.1 MEDICIÓN: ¿CUÁL ES LA LONGITUD DE UN TROZO DE CUERDA?

Suponga que es necesario estimar cuidadosamente la longitud de un trozo de cuerda.

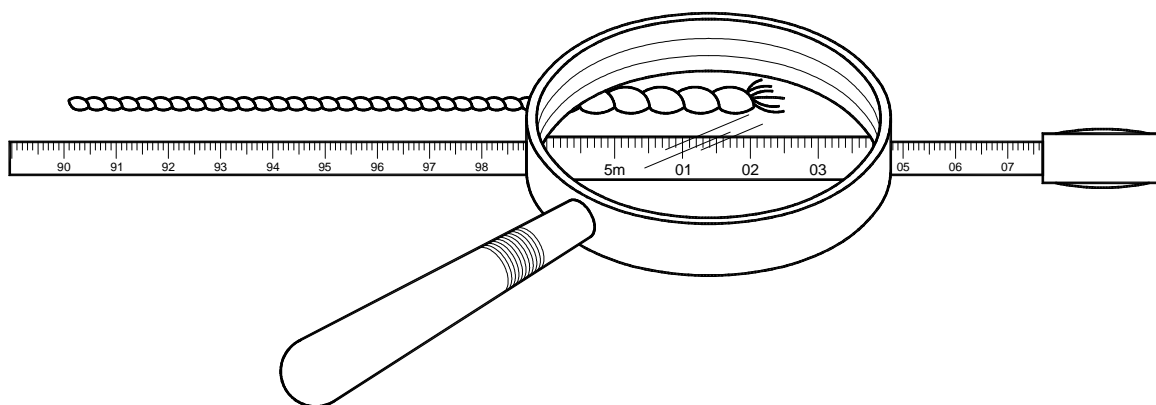


Figura 6. ¿Cuál es la longitud de un trozo de cuerda?.

Siguiendo los pasos enumerados en la sección 6.2, el proceso es el siguiente:

#### EJEMPLO 3

Cálculo de la incertidumbre en la longitud de un trozo de cuerda.

**Paso 1. Decida lo que necesita obtener de su medición. Decida las mediciones y cálculos reales que son necesarios para lograr el resultado final.** Es necesario hacer una medición de la longitud usando una cinta métrica. Además de la lectura real de la longitud en la cinta métrica, es necesario considerar:

- Posibles errores de la cinta métrica:
  - ¿Es necesaria alguna corrección o la calibración ha mostrado que mide correctamente? ¿Cuál es la incertidumbre en la calibración?
  - ¿Es propensa la cinta métrica a estirarse?
  - ¿Podría el doblamiento haberla acortado? ¿Cuánto podría haber cambiado desde la última calibración?
  - ¿Cuál es la resolución, es decir, qué tan pequeñas son las divisiones de la cinta (por ejemplo, milímetros)?
- Posibles errores debido al elemento que se está midiendo:
  - ¿Se mantiene recta la cuerda? ¿Está sub o extra estirada?
  - ¿La temperatura o la humedad prevaleciente (o alguna otra circunstancia) afecta su longitud real?
  - ¿Están bien definidos los extremos de la cuerda o están deshilados?
- Posibles errores debidos al proceso de medición y la persona que realiza la medición:
  - ¿Hasta qué punto se puede alinear el comienzo de la cuerda con el comienzo de la cinta métrica?
  - ¿Se puede colocar la cinta métrica paralela de forma apropiada a la cuerda?
  - ¿En qué medida es repetible la medición?

¿Puede considerar otros aspectos?

**Paso 2. Realice las mediciones necesarias.** Mida y registre sus mediciones de la longitud. Para que sea muy completa, repita la medición 10 veces, alineando la cinta métrica nuevamente cada vez (¡tal vez no muy probable en realidad!). Supongamos que la media calculada es de 5,017 m y la desviación estándar calculada es de 0,0021 m (2,1 mm).

Para una medición cuidadosa también se debe registrar:

- el momento en se realizó;
- la forma de realizarla, por ejemplo, sobre el suelo o verticalmente, invirtiendo la cinta métrica o no y otros detalles acerca del la forma en que se alineó la cinta métrica con la cuerda;
- ¿cuál cinta métrica utilizó?;
- condiciones ambientales (si considera que ellas podrían afectar sus resultados);
- toda otra información que pueda ser pertinente.

**Paso 3. Estime la incertidumbre de cada cantidad de entrada que alimente al resultado final. Expresé todas las incertidumbres en términos similares (incertidumbre estándar,  $u$ ).** Considere todas las posibles fuentes de incertidumbre y estime la magnitud de cada una. Supongamos en este caso:

- La cinta métrica ha sido calibrada. No necesita corrección, pero la incertidumbre de la calibración es de 0,1 % de la lectura, con un factor de cobertura  $k=2$  (para distribución normal). En este caso, 0,1 % de 5,017 m se aproxima a 5 mm. Dividiendo por 2 se obtiene la incertidumbre estándar (para  $k=1$ ) como  $u = 2,5$  mm.
- La cinta métrica está dividida en milímetros. La lectura hasta la división más próxima produce un error de no más de  $\pm 0,5$  mm. Podemos tomar esto como incertidumbre uniformemente distribuida (las lecturas verdaderas pueden estar variablemente en cualquier parte del intervalo de 1 mm, es decir,  $\pm 0,5$  mm). Para hallar la incertidumbre estándar,  $u$ , dividimos la media amplitud (0,5 mm) por  $\sqrt{3}$ , obteniendo  $u = 0,3$  mm, aproximadamente.
- La cinta métrica esta recta, pero supongamos que inevitablemente la cuerda tiene unos dobleces ligeros. Por lo tanto, es probable que la medición subestime la longitud real de la cuerda. Supongamos que la subestimación es de 0,2 % y que la incertidumbre también es de 0,2 % como máximo. Ello implica que deberíamos corregir el resultado adicionando 0,2 % (es decir, 10 mm). Se asume que la incertidumbre se distribuye uniformemente, en ausencia de mejor información. Dividiendo la media amplitud de la incertidumbre (10 mm) por  $\sqrt{3}$  se obtiene la incertidumbre estándar  $u = 5,8$  mm (con aproximación de 0,1 mm).

Todos los anteriores son estimados de tipo B. A continuación se presenta un estimado de tipo A.

- Las desviación estándar nos informa sobre la medida en que es repetible la ubicación de la cinta métrica, y en qué medida contribuye esto a la incertidumbre del valor medio. La desviación estándar estimada de la media de las 10 lecturas se obtiene con la ecuación de la sección 3.6:

$$\frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{2,1}{\sqrt{10}} = 0,7 \text{ mm (hasta un lugar decimal)}$$

Supongamos que no es necesario tener en cuenta otras incertidumbres en este ejemplo. (En realidad, probablemente sería necesario incluir otros aspectos).

**Paso 4. Decida si los errores de las cantidades de entrada son independientes entre sí. Si considera que no es así, se necesitan cálculos e información adicionales.** En este caso, supongamos que todas son independientes.

**Paso 5. Calcule el resultado de su medición (incluyendo todas las correcciones conocidas para aspectos tales como la calibración).** El resultado proviene de la lectura media junto con la correcciones necesarias para la cuerda que está ligeramente torcida, es decir.,

$$5,07 \text{ m} + 0,010 \text{ m} = 5,027 \text{ m}$$

**Paso 6. Obtenga la incertidumbre estándar combinada partiendo de todos los aspectos individuales.** El único cálculo usado para hallar el resultado fue la adición de una corrección, de modo que la sumatoria de cuadratura se puede usar en su forma más simple (usando la ecuación de la sección 7.2.1). Las incertidumbres estándar se combinan así:

$$\begin{aligned} \text{incertidumbre estándar combinada} &= \sqrt{2,5^2 + 0,3^2 + 5,8^2 + 0,7^2} \\ &= 6,4 \text{ mm (hasta un lugar decimal)} \end{aligned}$$

**Paso 7. Expresar la incertidumbre en términos de un factor de cobertura (véase sección 7.4), junto con el tamaño del intervalo de incertidumbre y establezca un nivel de confianza.** Para un factor de cobertura  $k = 2$ , multiplique la incertidumbre estándar combinada por 2 para obtener una incertidumbre extendida de 12,8 mm (0,0128 m). Esto da un nivel de confianza de 95 %, aproximadamente.

**Paso 8. Registre el resultado de la medición y la incertidumbre, y especifique la forma en que obtuvo estos datos.** Usted debe registrar:

"La longitud de la cuerda fue de 5,027 m  $\pm$  0,013 m. La incertidumbre extendida reportada se basó en una incertidumbre estándar multiplicada por un factor de cobertura  $k = 2$ , suministrando un nivel de confianza de 95 %, aproximadamente".

"La longitud reportada es la media de 10 mediciones repetidas de una cuerda que yace horizontalmente. El resultado está corregido para el efecto estimado de la cuerda que no está completamente recta en el momento de la medición. La incertidumbre se estimó de acuerdo con el método del documento "Guía para principiantes sobre la incertidumbre de la medición".

## 9.2 ANÁLISIS DE LA INCERTIDUMBRE - MODELO EN HOJA DE CÁLCULO

Para facilitar el proceso de cálculo, puede ser útil resumir el análisis de la incertidumbre o "presupuesto de la incertidumbre" en una hoja de cálculo, como se ilustra en la Tabla 1.

Tabla 1. Modelo de hoja de cálculo que ilustra el "presupuesto de la incertidumbre"

Fuente de incertidumbre	Valor $\pm$	Distribución probable	Divisor	Incertidumbre estándar
Incertidumbre de la calibración	5,0 mm	Normal	2	2,5 mm
Resolución (tamaño de las divisiones)	0,5 mm*	Rectangular	$\sqrt{3}$	0,3 mm
Cuerda que no está perfectamente recta	10,0 mm*	Rectangular	$\sqrt{3}$	5,8 mm
Incertidumbre estándar de la media de 10 lecturas repetidas	0,7 mm	Normal	1	0,7 mm
Incertidumbre estándar combinada		Se asume normal		6,4 mm
Incertidumbre extendida		Se asume normal (k = 2)		12,8 mm

\* Aquí se usa ( $\pm$ ) media amplitud dividida por  $\sqrt{3}$ .

## 10. OTRAS AFIRMACIONES (por ejemplo, cumplimiento de la especificación)

Cuando se obtienen conclusiones a partir de los resultados de la medición, no se debe olvidar la incertidumbre de las mediciones. Esto es particularmente importante cuando las mediciones se usan para probar si se satisface o no una especificación.

En ocasiones, un resultado puede estar claramente dentro o fuera del límite de la especificación, pero la incertidumbre puede traslapar el límite. En la ilustración de la Figura 7 se presentan cuatro tipos de resultados.

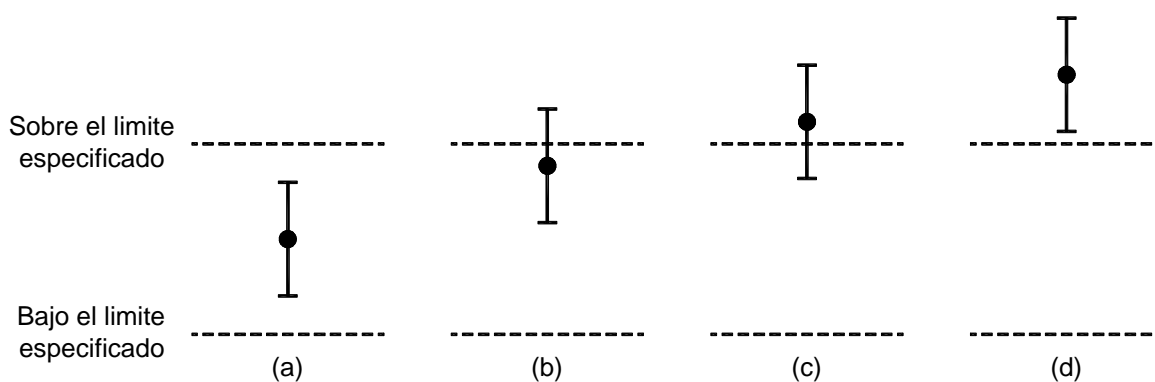


Figura 7. Cuatro ejemplos de la manera en que pueden estar el resultado de una medición y su incertidumbre con relación a la especificación establecida. De forma similar, una incertidumbre puede traslapar el límite inferior de una especificación.

En el caso (a), tanto el resultado como la incertidumbre están dentro de los límites especificados. Esto se clasifica como "conformidad".

En el caso (d), ni el resultado ni ninguna parte de la banda de la incertidumbre están dentro de los límites especificados. Esto se clasifica como "no conformidad".

En los casos (b) y (c), no están ni completamente dentro ni completamente fuera de los límites. No se puede concluir nada firme acerca de la conformidad.

Antes de establecer la conformidad con una especificación, verifique siempre la especificación. En ocasiones, una especificación cubre varias propiedades, tales como apariencia, conexiones eléctricas, intercambiabilidad, etc., que no tienen nada que ver con lo que se ha medido.

## 11. COMO REDUCIR LA INCERTIDUMBRE DE LA MEDICIÓN

Siempre recuerde que es importante reducir la incertidumbre así como la cantidad de ésta, estas son algunas buenas prácticas las cuales pueden ayudar a reducir la incertidumbre en la toma de la medición, algunas recomendaciones son:

- Calibre los instrumentos de medición (o haga que se los calibren) y utilice las correcciones de calibración suministradas en el certificado.
- Realice las correcciones para compensar todos los errores que conozca.
- Haga que sus mediciones sean trazables hasta patrones nacionales, usando calibraciones que se puedan trazar hasta patrones nacionales a través de una cadena ininterrumpida de mediciones. Se puede confiar en la trazabilidad de la medición, si las mediciones tienen aseguramiento de la calidad mediante la acreditación de la medición (UKAS en el Reino Unido).
- Seleccione los mejores instrumentos de medición y use los medios de calibración con las incertidumbres mínimas.
- Verifique las mediciones repitiéndolas o haciendo que alguien más las repita ocasionalmente, o utilice otros tipos de verificación. La verificación con un método diferente puede ser la mejor de todas.
- Verifique los cálculos y, cuando los números se copian de una parte a otra, también verifíquelo.
- Use un presupuesto de incertidumbre para identificar las peores incertidumbres y abórdelas.
- Recuerde que en una cadena sucesiva de calibraciones, la incertidumbre se incrementa en cada paso de la cadena.

## 12. OTRAS BUENAS PRÁCTICAS DE MEDICIÓN

Ante todo, utilice buenas prácticas reconocidas de medición, por ejemplo:

- Siga las instrucciones del fabricante para el uso y el mantenimiento de los instrumentos.

- Use personal con experiencia y brinde capacitación para realizar la medición.
- Verifique o valide el software para garantizar que funciona correctamente.
- Use correctamente el redondeo en los cálculos (véase la sección 13.4).
- Conserve buenos registros de sus mediciones y cálculos. Escriba las lecturas en el momento en que las realiza. Registre toda información adicional que pueda ser pertinente. Si las mediciones anteriores alguna vez se han puesto en duda, tales registros pueden ser muy útiles.

Muchas otras buenas prácticas de medición se detallan en otros documentos, por ejemplo UKAS NAMAS Accreditation Standard M10" (véase sección 16).

### 13. USO DE CALCULADORAS

Cuando se usan calculadoras o computadores para trabajar las incertidumbres, es necesario saber cómo evitar los errores en su uso.

#### 13.1 TECLAS DE LA CALCULADORA

La tecla  $x$  (" $x$  barra") le proporciona el promedio de los números que usted ha introducido en la memoria de la calculadora.

La tecla  $s_{n-1}$  ("sigma n menos 1"), marcada algunas veces como "s", suministra la desviación estándar estimada de la "población" con base en su muestra limitada. En la práctica, todo conjunto de lecturas es una muestra pequeña proveniente de una "población infinita" de lecturas posibles. El valor  $s_{n-1}$  o  $s$ , es el estimado de la desviación estándar que usted usaría en el cálculo de la incertidumbre estándar para la evaluación de tipo A, como en la sección 7.1.1 de esta guía.

Su calculadora también puede tener una tecla marcada como  $s_n$ . Normalmente, usted debería usar  $s_n$  para estimar la incertidumbre:  $s_n$  suministra la desviación estándar para la muestra en sí y no un "estimado" para la "población" más grande que usted intenta caracterizar. Para una cantidad muy grande de lecturas,  $s_n$  es muy próximo a  $s_{n-1}$ . Pero en situaciones de medición real, con cantidad moderada de lecturas, no se debería usar  $s_n$ .

#### 13.2 ERRORES DE CALCULADORA Y DE SOFTWARE



Una calculadora es útil para aritmética complicada, pero también puede ser una fuente de error.

¡Las calculadoras pueden cometer errores! En particular, pueden dar resultados inesperados cuando trabajan con cantidades muy grandes. Por ejemplo, algunas calculadoras darían equivocadamente:

$$0,00000002 \times 0,0000002 = 0 \text{ (exactamente),}$$

Cuando la respuesta correcta es  $0,000000000000004$ . Por supuesto, esto se expresaría mejor como  $2 \times 10^{-7} \times 2 \times 10^{-7} = 4 \times 10^{-14}$ . Aún los computadores pueden sufrir de esta forma de error de redondeo. Para identificar este problema, se debería verificar el software de hoja de cálculo ejecutando un cálculo común, a mano, para asegurarse de que ambos métodos concuerdan. Para evitar estos problemas con el redondeo, es una buena práctica trabajar en sus cálculos con números "transformados" (algunas veces esto se llama "escalamiento" o "codificación de los datos").

### 13.3 ESCALAMIENTO

El ejemplo 4 ilustra la forma de realizar el "escalamiento" para evitar errores de software y de calculadora y facilitar la aritmética, si usted trabaja sin calculadora.

#### EJEMPLO 4

Obtenga el promedio y la desviación estándar estimada de 1,00000003; 1,00000006 y 1,00000012.

Trabajando con los números enteros, usted puede hallar el promedio de 3, 6 y 12 (que es 7) y luego deducir que el promedio del número original es 1,00000007.

Paso a paso: se resta el número entero (1) de 1,00000003; 1,00000006 y 1,00000012, lo que da:

$$0,00000003; 0,00000006 \quad \text{y} \quad 0,00000012;$$

luego multiplique por 100.000.000 ( $10^8$ ) para llevar todo el cálculo a números enteros, es decir 3, 6 y 12.

Después de tomar el promedio,

$$\frac{3+6+12}{3} = 7,$$

invierta los pasos, dividiendo el promedio por  $10^8$ , esto es,

$$7 / 100.000.000 = 0,00000007$$

y adicionando nuevamente 1 es 1.00000007.

El escalamiento para calcular la desviación estándar estimada se realiza de forma similar. Los datos transformados son como los anteriores: 3, 6 y 12, y el promedio transformado es 7.

La desviación estándar estimada se obtiene, bien sea con calculadora o como se hizo en la sección 3.6, usando

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{(n-1)}}$$

obteniendo la diferencia entre cada lectura y el promedio, entonces

$$-4 \quad -1 \quad 5,$$

elevando al cuadrado cada uno de estos valores tenemos

$$16 \quad 1 \quad 25,$$



se obtiene el total y dividiendo por  $n - 1$  tenemos:

$$\frac{h + 1 + 25}{2} = 42$$

y tomando la raíz cuadrada:  $\sqrt{42} = 6,5$  (hasta un lugar decimal).

El resultado (6,5) luego se transforma nuevamente hasta la escala original, para obtener una desviación estándar de 0,000000065 (Observe que no es 1,000000065, ya que la desviación estándar del conjunto "alterado" de números no cambia).

### 13.4 REDONDEO

Las calculadoras y hojas de cálculo pueden dar respuestas con muchos decimales. Existen algunas prácticas recomendadas para redondear los resultados:

- Utilice un grado significativo de redondeo en los cálculos. La incertidumbre en el resultado de una medición puede definir la cantidad de decimales que usted debería reportar. Por ejemplo, si la incertidumbre en su resultado está en el primer decimal, entonces el resultado de la medición probablemente se debería establecer hasta un lugar decimal, por ejemplo,  $20,1 \text{ cm} \pm 0,2 \text{ cm}$ .
- Realice sus cálculos hasta al menos una cifra significativa más de lo que eventualmente requeriría. Tenga en cuenta la cantidad de cifras significativas que usted necesita usar cuando multiplica, divide o realiza cálculos más complejos.
- El redondeo de los valores se debería realizar únicamente al final de los cálculos para evitar errores de redondeo. Por ejemplo, si 2,346 se redondea hasta 2,35 en una etapa temprana del cálculo, posteriormente se podría redondear hasta 2,4. Pero si 2,346 se usa en todo el cálculo, estaría bien redondeado hasta 2,3 al final de la etapa.
- Aunque los *resultados* finalmente se redondean, bien sea hacia más o hacia menos, dependiendo de cuál es la cifra más próxima, la regla para redondear *incertidumbres* es diferente. La incertidumbre final se redondea hasta la cifra próxima mayor, no hacia la menor.

## 14. APRENDER MÁS Y PONERLO EN PRÁCTICA

Ahora conoce lo básico de la estimación de la incertidumbre. Sin embargo, necesitará guía adicional antes de poder poner en práctica este conocimiento.

Información adicional se puede hallar en los textos enumerados en la sección 16, "Lectura adicional". Directrices detalladas sobre la forma de llevar a cabo un análisis correcto y completo de la incertidumbre de la medición se brindan en el documento M 3003, "The Expression of Uncertainty and Confidence in Measurement", publicado por UKAS (United Kingdom Accreditation Service). Este documento se dirige principalmente a laboratorios que buscan la acreditación para la calibración o el ensayo. Proporciona directrices completas para la estimación de las incertidumbres de la medición, junto con ejemplos trabajados para diferentes tipos de mediciones. También suministra definiciones técnicas de términos relacionados con la incertidumbre y enumera los símbolos usados comúnmente para ellos. Igualmente, trata casos especiales y algunos puntos adicionales que en ocasiones es necesario considerar para hacer cálculos correctos de la incertidumbre.

## 15. ADVERTENCIA

El análisis de incertidumbre es un tema en evolución. Con los años, han existido cambios sutiles en el enfoque. Es más, las reglas presentadas en esta guía no son "absolutas", están llenas de casos especiales en donde se aplican reglas ligeramente diferentes. Hay espacio para el debate sobre los puntos más finos acerca de la manera de explicar incertidumbres particulares, pero los consejos dados en esta publicación representan una buena práctica normal.

Lo presentado aquí no es toda la historia. Los casos especiales no se han tratado en esta guía. Se aplican reglas adicionales:

- si usted usa estadística en conjuntos muy pequeños de datos (menos de 10);
- si un componente de incertidumbre es mucho mayor que todos los otros involucrados;
- si algunas entradas para los cálculos se correlacionan;
- si la dispersión o distribución tiene forma inusual;
- si la incertidumbre no es para un solo resultado, sino para adaptar una curva o línea a un número de puntos.

Estos casos se tratan en algunos de los textos enumerados en la sección "Lectura adicional".

## 16. LECTURA ADICIONAL

- (1) BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML. Guide to the Expression of Uncertainty in measurement. International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland. ISBN 92-67-10188-9, First Edition 1993, corrected and reprinted 1995. (BSI Equivalent: BSI PD 6461: 1995, Vocabulary of Metrology, Part 3. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. BSI ISBN 0 580 23482 7).
- (2) BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML. International Vocabulary of Basic and General Terms in metrology. International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland. Second Edition 1993.
- (3) Chatfield. C. (1983) Statistics for technology. Third Edition. (New York: Chapman and Hall).
- (4) Dietrich, C.F. (1991), Uncertainty, calibration and probability. Second Edition, Adam-Hilger (Bristol).
- (5) EAL-R2, Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration. Edition 1, April 1997, European co-operation for Accreditation of Laboratories, Rotterdam.
- (6) EAL-R2-S1, Supplement 1 to EAL- R2 Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration, Edition 1, November 1997, European co-operation for Accreditation of Laboratories, Rotterdam.

- (7) International Standard ISO 3534-1 Statistics - vocabulary and symbols - Part 1: Probability and General Statistical Terms, First Edition, 1993, International Organization for Standardization, Geneva.
- (8) PD 6461: 1995 Vocabulary of Metrology, Part 1: Basic and General Terms (international), British Standards Institution, London.
- (9) Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement, 1995, ISBN 0-948926-08-2-
- (10) UKAS publication M 3003 The Expression of Uncertainty and Confidence in measurement, Edition 1, December 1997.
- (11) UKAS publication M 10 NAMAS Accreditation Standard, Edition 1, March 1989.
- (12) UKAS publication NIS 80 Guide to the Expression of Uncertainty in Testing, Edition 1, September 1994.

En el momento de publicación, las siguientes páginas web contenían información útil sobre la estimación de la incertidumbre de una medición:

<http://physics.nist.gov/cuu/Uncertainty/index.html>

<http://www.ukas.com/uncertainty.html>

## ANEXO A

## TERMINOLOGÍA

En el glosario que se presenta a continuación, se explican unas pocas palabras importantes. No se brindan definiciones rigurosas ni precisas, éstas se pueden encontrar en otros documentos como por ejemplo en International Vocabulary of Basic and General Terms in Metrology. Un grupo útil y correcto de definiciones también se puede encontrar en la publicación UKAS M 3003, The Expression of Uncertainty and Confidence in Measurement (Véase sección 16).

**exactitud**

proximidad de concordancia entre el resultado de la medición y el valor real. (Exactitud es un término únicamente cualitativo).

**sesgo (de un instrumento de medición)**

error sistemático de la indicación de un instrumento de medición.

**calibración**

comparación de un instrumento frente a un estándar o referencia para determinar errores en los valores indicados por el instrumento.

**nivel de confianza**

cantidad (por ejemplo, 95 %) que expresa el grado de confianza en un resultado.

**corrección (corrección de la calibración)**

cantidad adicionada a la lectura de un instrumento para corregir un error, desviación o sesgo. (De igual modo, una lectura se puede multiplicar o dividir por un **factor de corrección** para corregir el valor).

**correlación**

interdependencia o relación entre los datos o las cantidades medidas.

**factor de cobertura**

cantidad que se multiplica por la incertidumbre estándar combinada para obtener una incertidumbre extendida para un nivel particular de confianza.

**error**

desviación o desplazamiento (bien sea positivo o negativo) del valor correcto.

**desviación estándar estimada**

estimado de la desviación estándar de la "población" con base en una muestra limitada.

**incertidumbre extendida**

incertidumbre estándar (o incertidumbre estándar combinada) multiplicada por un factor de cobertura  $k$ , para obtener un nivel particular de confianza.

**distribución gaussiana** (véase distribución normal).

**intervalo (intervalo de confianza)**

margen dentro del cual se puede decir que está el "valor verdadero" que se mide, con un nivel determinado de confianza.

**media (media aritmética)**

promedio de un conjunto de números.

**mensurando**

cantidad particular sometida a medición.

**distribución normal**

distribución de valores en un patrón característico de dispersión (curva Gaussiana), con mayor probabilidad de que los valores estén cerca de la media a que estén alejados de ella.

**error de operador**

equivocación.

**precisión**

término que significa "finura de la discriminación", pero con frecuencia se confunde su uso con "exactitud" o "incertidumbre". En lo posible, su uso se debería evitar.

**error aleatorio**

error cuyos efectos observados varían al azar.

**rango**

diferencia entre el valor máximo y el mínimo en un conjunto de valores.

**lectura**

valor observado y registrado en el momento de la medición.

**distribución rectangular**

distribución de valores con igual probabilidad de estar en alguna parte dentro del rango.

**repetibilidad (de un instrumento o de los resultados de la medición)**

proximidad en la concordancia entre las mediciones repetidas de la misma propiedad, bajo las mismas condiciones.

**reproducibilidad (de un instrumento o de los resultados de la medición)**

proximidad en la concordancia entre las mediciones de la misma propiedad, realizadas bajo condiciones diferentes de medición (por ejemplo, por un operador diferente, o en momentos diferentes).

**resolución**

diferencia mínima que se puede distinguir de forma significativa (por ejemplo, un cambio de uno (1) en el último lugar de una pantalla digital).

**resultado (de una medición)**

valor obtenido a partir de una medición, bien sea antes o después de una corrección o de obtener el promedio.

**sensibilidad**

cambio en la respuesta (de un instrumento) dividido por el cambio correspondiente en el estímulo.

**desviación estándar**

medición de la dispersión de un conjunto de resultados, que describe la forma en que los valores difieren típicamente del promedio del conjunto. Cuando no es posible obtener un

conjunto infinito de resultados (en la práctica nunca lo es), se usa en su lugar la desviación estándar estimada.

**incertidumbre estándar**

incertidumbre de una medición expresada como un margen equivalente a más o menos ( $\pm$ ) una desviación estándar.

**error sistemático**

sesgo o desviación (positiva o negativa) del valor correcto.

**valor verdadero**

valor que se obtendría con una medición perfecta.

**evaluación tipo A de la incertidumbre**

evaluación de la incertidumbre mediante métodos estadísticos.

**evaluación tipo B de la incertidumbre**

evaluación de la incertidumbre mediante métodos no estadísticos.

**presupuesto de incertidumbre**

resumen de los cálculos de la incertidumbre.

**incertidumbre de una medición**

duda cuantificada acerca del resultado de una medición.

**distribución uniforme**

distribución de valores con igual probabilidad de estar en alguna parte dentro del rango.

**DOCUMENTO DE REFERENCIA**

NATIONAL PHYSICAL LABORATORY. Measurement Good Practice Guide No. 11. A Beginner's Guide to Uncertainty of Measurement. Stephanie Bell. London, 30 p. 1999. ISSN 1368-6550.