EJERCICIOS RESUELTOS
MAT – 1105 “ E ”
MÉTODOS NUMERICOS I

DOCENTE: M.Sc.Ing. Edgar Medina Tapia

AUXILIAR: Univ. Jhonny Nina Gutiérrez

FECHA DE EMICION: 22 mayo de 2010

INTEGRACIÓN NUMERICA

1) *Usar las fórmulas cerradas de NEWTON cortes (Trapecio, Simpson $\frac{1}{3}$ Simpson $\frac{3}{8}$) de $n = 9$ franjas. Calcular las integrales y comparar resultados y discutirlas.*

$a)\ \int_0^1 x^4\,dx \qquad b)\ \int_{0.1}^{0.2} \ln x\,dx \qquad c)\ \int_0^3 \frac{1}{1+x}\,dx$

solución

a.

i	x_i	$f(x_i)$
0	0	0
1	0.1111	$1.52354833*10^{-4}$
2	0.2222	$2.43767733*10^{-3}$
3	0.3333	0.0123407414
4	0.4444	0.0390028372
5	0.5555	0.0952217706
6	0.6666	0.1974518437
7	0.7777	0.3658039543
8	0.8888	0.6240453964
9	1	1

- ***METODO DEL TRAPECIO:***

$$I=\frac{0.1111}{2}\{0+1+2(1.52354833e^{-4}+2.43767733e^{-3}+0.0123407414+0.0390028372+0.0952217706+0.1974518437+0.3658039543)\}$$

$$\boldsymbol{I=0.204030}$$

- ***METODO SIMPSON $\frac{1}{3}$***

$$I=\frac{1}{3}*(0.1111)\{0+1+4(1.52354833e^{-4}+0.0123407414+0.0952217706+0.3658039543)+2(2.43767733e^{-3}+0.0390028372+0.1974518437+0.6240453964)\}$$

$$\boldsymbol{I-0.1711}$$

- *METODO SIMPSON $\frac{3}{8}$*

$$I=\frac{3}{8}*(0.1111)\{0+1+2(0.0123407414+0.1974518637)+3(1.52354833e^{-4}+2.43767733e^{-3}+0.0390028372+0.0952217706+0.3058039543+0.6240453564)\}$$

$$\boldsymbol{I=0.10629892}$$

b.

$J_{0.1}$ $\quad h=\frac{}{n}=\frac{}{9}=0.0111$

i	x_i	$f(x_i)$
0	*0.1*	*-2.3025*
1	*0.1111*	*-2.1973*
2	*0.1222*	*-2.1020*
3	*0.1333*	*-2.0151*
4	*0.1444*	*-1.9351*
5	*0.1555*	*-1.8611*
6	*0.1666*	*-1.792*
7	*0.1777*	*-1.727*
8	*0.1888*	*-1.667*
9	*0.199=0.2*	*-1609*

- METODO DEL TRAPECIO:

$$I = \frac{0.1111}{2}\{-2.3025 - 1.309 + 2(-2.1973 - 2.1020 - 2.0151 - 1.9351 - 1.8611 - 1.792 - 1.727 - 1.667)\}$$

$$\boldsymbol{I = -0.1915}$$

- METODO SIMPSON $\frac{1}{3}$

$$I = \frac{1}{3} * (0.1111)\{-2.3025 - 1.609 + 4(-2.1973 - 2.0151 - 1.8611 - 1.727) + 2(-2.1020 - 1.9351 - 1.792 - 1.667)\}$$

$$\boldsymbol{I = -0.1853}$$

- METODO SIMPSON $\frac{3}{8}$

$$I = \frac{3}{8} * (0.1111)\{-2.3025 - 1.609 + 2(-2.0151 - 1.792) + 3(-2.1873 - 2.1020 - 1.9351 - 1.8611 - 1.727 - 1.667)\}$$

$$I = -0.19145$$

La resolucion directa es:

$$\int_{0.1}^{0.2} \ln x = x\ln x - x\Big|_{0.1}^{0.2} = -0.5218 - (-0.3302) = \boldsymbol{-0.19154}$$

Resp.: El método que más se acerca es el último "SIMPSON $\frac{3}{8}$"

c. $\int_0^3 \frac{1}{1+x}dx \qquad h = \frac{b-a}{n} = \frac{3-0}{9} = 0.333$

i	x_i	$f(x_i)$
0	0	1
1	0.333	0.7501
2	0.666	0.6002
3	0.999	0.5002
4	1.332	0.4288
5	1.665	0.3752
6	1.998	0.333

7	2.331	0.3002
8	2.664	0.2729
9	2.99=3	0.250

Ø *METODO DEL TRAPECIO:*

$$I = \frac{0.333}{2}\{1 + 0.25 + 2(0.6002 + 0.5002 + 0.4288 + 0.3752 + 0.333 + 0.30020.2729)\}$$

$$I = 1.144$$

Ø *METODO SIMPSON* $\frac{1}{3}$

$$I = \frac{0.333}{3}\{1 + 0.25 + 4(0.7501 + 0.5002 + 0.3752 + 0.3002) + 2(0.6002 + 0.4288 + 0.333 + 0.2729)\}$$

$$I = 1.356$$

Ø *METODO SIMPSON* $\frac{3}{8}$

$$I = \frac{3}{8} * (0.333)\{1 + 0.25 + 2(0.5002 + 0.333) + 3(0.7501 + 0.6002 + 0.4288 + 0.3002 + 0.2729)\}$$

$$I = 1.244$$

2) *Hallar una aproximación a* $I = \int_1^3 \frac{\sin x^2}{x}\,dx$ *usando cuadratura de Gauss con tres puntos, compara el resultado teórico.*

Solución

$$I = \int_a^b f^{\cdot\cdot}(x)\,dx = \frac{b-a}{2}\sum_{i=1}^{n} w_i\,F\left\{\frac{b-a}{2}z_i + \frac{b+a}{2}\right\}$$

Para los puntos

$$w_1 = w_3 = \frac{5}{9};\ \ w_2 = \frac{8}{9} \qquad -z_1 = z_3 = \sqrt{0.6};\ \ z_2 = 0$$

Para el primer punto $x_1 = \frac{b-a}{2}z_1 + \frac{b+a}{2} = \frac{3-1}{2}(-\sqrt{0.6}) + \frac{3+1}{2} = 1.225$

Donde $z_1 = -\sqrt{0.6}$

Reenlazando en la ecuación $f(x_1) = 0.7225 \rightarrow f(z_1)$

Para el segundo punto $x_2 = \frac{3-1}{2}(0) + \frac{3+1}{2} = 2$

Donde $z_2 = 0$

Reenlazando en la ecuación $f(x_2) = 0.4134 \to f(z_2)$

Para el tercer punto $x_3 = \frac{3-1}{2}\left(\sqrt{0.6}\right) + \frac{3+1}{2} = 2.77459$

Donde $z_3 = \sqrt{0.6}$

Reenlazando en la ecuación $f(x_3) = 0.0465 \to f(z_3)$

Finalmente se tiene la integral

$I = 1\{0.79468\} = 0.794688 \to$ Resultado de la Aproximación

$I = \int_1^5 \frac{\sin x^2}{x}\, dx = 0.79482518 \to$ Resultado teórico.

3) Calcular la integral doble por el método “Trapecio”

$$I_{doble} = \int_1^2 \int_0^1 sen(x+y)\, dydx \qquad n = 2 \; direcciones \, "x","y"$$

Para el cambio de variable

$$G(x) = \int_0^1 sen(x+y)\, dy \Rightarrow I_{doble} = \int_1^2 G(x) dx$$

Para el valor de h_x en la dirección x

$$h_x = \frac{2-1}{2} = 0,5$$

$$I_{doble} = \int_1^2 G(x)dx = \frac{h}{2}\left[G(x_0) + 2G(x_1) + G(x_2)\right]$$

$$I_{doble} = \int_1^2 G(x)dx = \frac{0,5}{2}\left[\int_0^1 sen(0+y)dy + 2\int_0^1 sen(0,5+y)dy + \int_0^1 sen(1+y)dy\right]$$

Evaluando las integrales para n=2 en dirección y

$$h_y = \frac{1-0}{2} = 0{,}5$$

$$\int_0^1 sen(y)dy = \frac{0{,}5}{2}\left[0 + 2(0{,}4742) + 0{,}84147\right] = 0{,}45$$

$$\int_0^1 sen(0{,}5 + y)dy = \frac{0{,}5}{2}\left[0{,}4794 + 2(0{,}84147) + 0{,}99749\right] = 0{,}78999$$

$$\int_0^1 sen(1 + y)dy = \frac{0{,}5}{2}\left[0 + 4(0{,}3535) + 0{,}7071\right] = 1$$

Finalmente reemplazando valores:

$$I_{doble} = \int_1^2 G(x)dx = \frac{0{,}5}{2}\left[0{,}45 + 2(0{,}7899) + 0{,}93643\right]$$

$$I_{doble} = 0{,}74159$$