



**Área académica de ingeniería en Computadores**

**I Semestre 2022**

**CE3102 - Análisis Numérico para Ingeniería**

**Método: Regla de Boole.**

**Profesor:**

Juan Pablo Soto Quirós

**Realizado por:**

José Julián Camacho Hernández - 2019201459

Juan Pablo Carrillo Salazar - 2019380111

José Leonardo Guillén Fernández - 2019031688

Fabián Ramírez Arrieta - 2018099536

**Junio, 2022, Costa Rica**

## Formulación matemática:

La regla de Boole (llamada así debido a George Boole) utiliza cinco puntos consecutivos igualmente separados para calcular la integral aproximada de la función utilizando un polinomio de cuarto grado.

En esta, igual que en las otras fórmulas de Newton-Cotes, se divide el intervalo  $[a, b]$  en cuatro partes iguales, donde  $h = \frac{b-a}{4}$ , y se toma el polinomio de interpolación de  $f$  en los puntos  $x_i = a + i \times h$ , para  $i = 0, 1, 2, 3, 4$ . Obteniendo que:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{2h}{45} (7f(x_0) + 32f(x_1) + 12f(x_2) + 32f(x_3) + 7f(x_4))$$

## Cálculo de la cota del error:

La cota de error se calcula como:

$$\left| \int_a^b f(x)dx - \int_a^b P_4(x)dx \right| \leq \frac{8h^7}{945} * \alpha_{max}$$

Donde:

$$\alpha_{max} = \max |f^{(6)}(x)|, \text{ donde } x \in [a, b]$$

## Ejemplo numérico:

$$\text{Aproximando: } \int_0^1 e^x dx$$

**Cálculo de la aproximación:**

$$h = \frac{b-a}{4} = \frac{1-0}{4} = 0.25$$

$$f(x_0) = e^0 = 1$$

$$f(x_1) = e^{0.25} = 1.2840$$

$$f(x_2) = e^{0.5} = 1.6487$$

$$f(x_3) = e^{0.75} = 2.1170$$

$$f(x_4) = e^1 = 2.7183$$

$$\rightarrow \int_0^1 e^x dx \approx \frac{2(0.25)}{45} (7(1) + 32(1.2840) + 12(1.6487) + 32(2.1170) + 7(2.7183))$$

$$\rightarrow \int_0^1 e^x dx \approx 1.71827$$

**Cálculo de la cota de error:**

$$\left| \int_0^1 e^x dx - I_{Boole} \right| \leq \frac{8h^7}{945} * \alpha_{max}$$

$$\alpha_{max} = \max | [e^x]^{(6)} | = e^x = e^1 = e$$

$$\frac{8h^7}{945} \times \alpha_{max} = \frac{8(0.25)^7}{945} \times e = 1.4045 \times 10^{-6}$$