

Physik

Sammlung, gegliedert nach Modul

Fabian Suter, 12. Juni 2024

<https://github.com/FabianSuter/Physik.git>

1 Hydrostatik

1.1 Festkörper, Flüssigkeit, Gas

1.1.1 Festkörper

- kein Fluid
- festes Volumen; feste Gestalt
- Moleküle / Atome befinden sich in regelmässiger Gitter-Anordnung
- inkompressibel (sehr schlecht komprimierbar)
- Kraft: Weiterleitung (längs ihrer Wirkungslinie)
- Druck: Verstärkung

1.1.2 ideale Flüssigkeit

- Fluid
- festes Volumen; keine feste Gestalt
- Moleküle / Atome bewegen sich chaotisch aneinander vorbei
- Moleküle / Atome füllen den Raum aus / berühren sich
- inkompressibel (schlecht komprimierbar)
- reibungsfrei (keine Scherkräfte)
- Kraft: Verstärkung
- Druck: Weiterleitung (gleichmässig)

1.1.3 Gas

- Fluid
- kein festes Volumen; keine feste Gestalt
- Moleküle / Atome fliegen mit hoher Geschwindigkeit durch den Raum
- Es gibt sehr viel Zwischenraum
- Moleküle / Atome führen bei Zusammenstoss unter sich oder mit Gefässwand elastische Stösse aus
- kompressibel (gut komprimierbar)
- reibungsfrei (keine Scherkräfte)

1.2 Druck p / Schubspannung τ

Druck ist eine skalare Grösse (hat keine Richtung)

$$p = \frac{F_{\perp}}{A}$$

$$\tau = \frac{F_{\parallel}}{A}$$

p	Druck	$[p] = \text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
τ	Schubspannung (Scherkraft)	$[\tau] = \text{N}$
F_{\perp}	Kraft senkrecht zu A	$[F_{\perp}] = \text{N}$
F_{\parallel}	Kraft parallel zu A	$[F_{\parallel}] = \text{N}$
A	Fläche	$[A] = \text{m}^2$

In abgeschlossenen, miteinander verbundenen Systemen herrscht ein Druck-Gleichgewicht!

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

1.2.1 Weitere Einheiten von Druck

1 bar = 10^5 Pa (Absolutdruck: Vergleich zu Vakuum)
1 hPa = 100 Pa = 1 mbar
1 at = 1 kp · cm⁻² = 9.81 · 10⁴ Pa
1 atü = 1 at (Überdruck; Vergleich zu normalem Luftdruck)
1 Torr = $\frac{1}{760}$ at (1mm-Hg-Säule)
1 psi = 6894.76 Pa (Britisch)

1.3 Kompression

$$\text{Flüssigkeiten: } \Delta p = \frac{1}{\kappa} \cdot -\frac{\Delta V}{V} = K \cdot -\frac{\Delta V}{V}$$

$$\text{Gase: } \Delta p = p(h) - p_0 = \frac{1}{\kappa_T} \cdot -\frac{\Delta V}{V}$$

Δp	Druckerhöhung	$[\Delta p] = \text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
κ	Kompressibilität (Flüssigkeit)	$[\kappa] = \frac{1}{\text{Pa}}$
$K = \frac{1}{\kappa}$	Kompressionsmodul	$[K] = \text{Pa}$
κ_T	Kompressibilität (Gas)	$[\kappa_T] = \frac{1}{\text{Pa}}$
$-\frac{\Delta V}{V}$	relative Volumen-Abnahme	$[\frac{\Delta V}{V}] = 1$

1.4 Dichte ρ

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\Leftrightarrow m = \rho \cdot V$$

ρ	Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
m	Masse	$[m] = \text{kg}$
V	Volumen	$[V] = \text{m}^3$

1.4.1 Wichtige Dichten

$\rho_{\text{Wasser}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
 $\rho_{\text{Luft}} = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

1.5 Boyle-Mariotte

Das Gesetz von Boyle-Mariotte beschreibt die Kompressibilität von Gasen.
⇒ Das Gesetz gilt nur bei konstanter Temperatur!

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = \text{const} \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

ρ_x	Gas-Dichte	$[\rho_x] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
p_x	Gas-Druck	$[p_x] = \text{Pa}$
V_x	Volumen	$[V_x] = \text{m}^3$

1.6 Hydrostatischer Druck (Schweredruck)

Fluid inkompressibel!

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

ρ	Dichte der Flüssigkeit	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
g	Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$[g] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
h	Höhe unter der Flüssigkeits-Oberfläche	$[h] = \text{m}$

Der Druck ist nur von der Höhe der darüberliegenden Flüssigkeit abhängig, nicht von deren Volumen oder Gewicht.

1.7 Barometrische Höhenformel (Gase)

Fluid kompressibel!

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0}{p_0} \cdot g \cdot h}$$

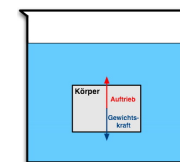
$p(h)$	Schweredruck des Gases bei Höhe h	$[p(h)] = \text{Pa}$
p_0	Luftdruck auf Meereshöhe $p_0 = 10^5$ Pa	$[p_0] = \text{Pa}$
ρ_0	Luft-Dichte auf Meereshöhe $\rho_0 = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$[\rho_0] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
g	Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$[g] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
h	Höhe über Meer	$[h] = \text{m}$

1.8 Statischer Auftrieb (Fluid)

Der Auftrieb eines Körpers entspricht dem Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit (Archimedes).

$$F_A = \rho_{Fl} \cdot V_K \cdot g$$

$$F_A = F_{G, Fl} = m_{Fl} \cdot g = \rho_{Fl} \cdot V_K \cdot g$$



F_A	Auftriebskraft	$[F_A] = \text{N}$
ρ_{Fl}	Dichte verdrängtes Fluid	$[\rho_{Fl}] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
V_K	verdrängtes Fluid-Volumen	$[V_K] = \text{m}^3$
g	Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$[g] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
m_{Fl}	Masse des verdrängten Fluids	$[m_{Fl}] = \text{kg}$
$F_{G, Fl}$	Gewichtskraft verdrängtes Fluid	$[F_{G, Fl}] = \text{N}$

1.9 Oberflächenspannung σ

$$\sigma := \frac{F}{l}$$

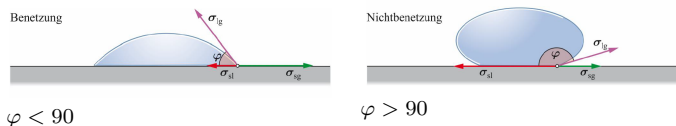
σ	Oberflächenspannung	$[\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}} = \frac{\text{J}}{\text{m}^2}$
F	Kraft	$[F] = \text{N}$
l	Länge	$[l] = \text{m}$

Die Länge l entspricht der gesamten Berührungslänge zwischen Flüssigkeit und Festkörper / Gas

Zylinder	$l = 2\pi r$
Lamellen	$l = 2b$ (beidseitig!)

1.10 Grenzflächenspannung

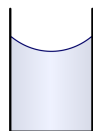
$$\sigma_{sl} + \sigma_{lg} \cdot \cos\varphi = \sigma_{sg}$$



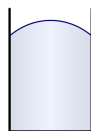
1.11 Kapillarität h

$$h = \frac{2 \cdot \sigma}{\rho \cdot g \cdot r} = \frac{\sigma}{\rho \cdot g \cdot d}$$

σ	Totale Grenzflächenspannung	$[\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$
ρ	Dichte der Flüssigkeit	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
r	Radius der Kapillare	$[r] = \text{m}$
d	Durchmesser der Kapillare	$[d] = \text{m}$



benetzend



nicht benetzend

1.12 Druck in Seifenblase p

$$p = \frac{2 \cdot \sigma}{r}$$

σ	Oberflächenspannung	$[\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$
r	Radius der Seifenblase	$[r] = \text{m}$

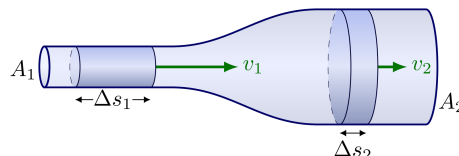
2 Hydrodynamik - Ideale Fluide

Ideale Fluide nehmen keine Scherkräfte auf (keine Reibung) und sind inkompressibel.

2.1 Stromlinien-Modell

- Stromlinien zeigen Geschwindigkeit des Fluids
- **Dichte** Stromlinien bedeutet **hohe** Geschwindigkeit
- **Dünne** Stromlinien bedeutet **niedrige** Geschwindigkeit
- Stationär: Stromlinien = Bahnlinien \Rightarrow schneiden sich nicht

2.2 Kontinuitätsgleichung



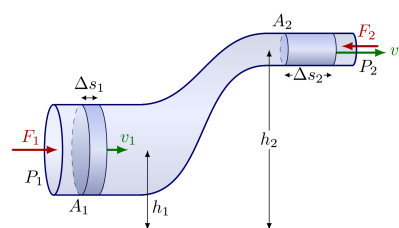
$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \dot{V} = A \cdot v = \text{const} \quad \Leftrightarrow \quad A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \dot{V}$$

ΔV	Volumenänderung	$[\Delta V] = \text{m}^3$
Δt	Zeitänderung	$[\Delta t] = \text{s}$
\dot{V}	Volumenstrom (Volumen pro Zeit)	$[\dot{V}] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
A_x	Querschnittsfläche	$[A_x] = \text{m}^2$
v_x	Geschwindigkeit der Flüssigkeit	$[v_x] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

\Rightarrow Gilt auch für Gase, wenn $v \ll v_{Schall}$

2.3 Bernoulli-Gleichung

Die Bernoulli-Gleichung beschreibt ein bewegtes Fluid



$$\underbrace{p + \rho \cdot g \cdot h}_{\text{statisch}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho \cdot v^2}_{\text{dynamisch}} = \text{const}$$

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

2.3.1 Spezialfall: Horizontal

$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const}$$

2.3.2 Spezialfall: Statik

$$p + \rho \cdot g \cdot h = \text{const}$$

2.3.3 Hydrodynamisches Paradoxon

Je grösser die Strömungsgeschwindigkeit, desto kleiner der Druck

2.4 Bernoulli-Gleichung und Energieerhaltung

Die in der Bernoulli-Gleichung vorkommenden Terme können als Energie pro Volumen betrachtet werden

$$\begin{aligned} E_{\text{Mech}} &= \text{elast. Energie} + \text{pot. Energie} + \text{kin. Energie} \\ &= p \cdot V + m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \text{const} \end{aligned}$$

Wenn durch das Volumen dividiert wird erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{E_{\text{Mech}}}{\text{Volumen}} &= \frac{\text{elastische Energie}}{\text{Volumen}} + \frac{\text{pot. Energie}}{\text{Volumen}} + \frac{\text{kin. Energie}}{\text{Volumen}} \\ &= p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const} \end{aligned}$$

Bei einer horizontalen Strömung entfällt die pot. Energie (pro Volumen)

$$\begin{aligned} \frac{E_{\text{Mech}}}{\text{Volumen}} &= \frac{\text{elastische Energie}}{\text{Volumen}} + \frac{\text{kin. Energie}}{\text{Volumen}} \\ &= p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const} \end{aligned}$$

3 Hydrodynamik - Reale Fluide

Reale Fluide nehmen Scherkräfte auf (Reibung)

3.1 Newton'sches Reibungs-Gesetz

Ein reales Fluid erfährt Reibung

$$\tau = \eta \cdot \frac{v}{d} \quad \tau = \eta \cdot \frac{dv}{dz}$$

τ	Schubspannung	$[\tau] = \text{N}$
η	dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$
v	Geschwindigkeitsdifferenz zw. Auflagen	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
z	Richtung senkrecht zur Verschiebung	$[z] = \text{m}$
d	Distanz zwischen den Auflagen	$[d] = \text{m}$
$\frac{dv}{dz}$	Geschwindigkeits-Gradient in z-Richtung	$[\frac{dv}{dz}] = \frac{1}{\text{s}}$

Beispiele: Werte für η

η_{Luft}	$:= 17 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
$\eta_{\text{Wasser}}(20^\circ\text{C})$	$:= 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
$\eta_{\text{Öl}}$	$:= 0.1 \text{ Pa} \cdot \text{s} \text{ bis } 1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$

3.1.1 Kinematische Zähigkeit ν

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

ν	kinematische Zähigkeit	$[\nu] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
ρ	Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

3.2 Stokes'sche Reibung F_R

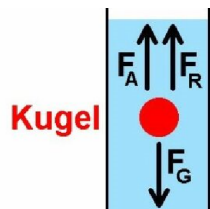
Z.B. für Kugel in Öl oder fallende Wassertropfen

$$F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot R \cdot v$$

F_R	Reibungskraft	$[F_R] = \text{N}$
η	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$
R	Kugelradius	$[R] = \text{m}$
v	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3.2.1 Kugelfall-Viskosimeter

Auf eine Kugel, welche in einer Flüssigkeit hinabgleitet wirken folgende Kräfte:



F_G	Gewichtskraft
F_A	statischer Auftrieb
F_R	Stokes'sche Reibung

Ansatz zum Lösen von Aufgaben:
Kräftegleichgewicht

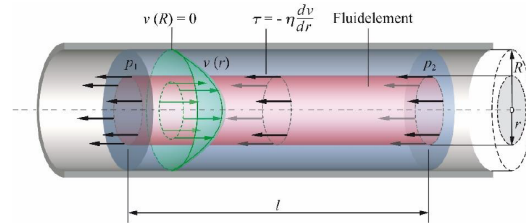
3.3 Hagen-Poiseuille

Beschreibung von laminaren Strömungen in einem runden Rohr
⇒ Schichtströmung

3.3.1 Gesetz von Hagen-Poiseuille

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l}$$

3.3.2 Geschwindigkeitsverteilung von $r = 0$ bis R



$$v(r) = \frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta p}{l} (R^2 - r^2)$$

$v(r)$	Fliessgeschwindigkeit beim Radius r	$[v(r)] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
r	betrachteter Radius	$[r] = \text{m}$
η	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$
R	Rohr-(Innen)Radius	$[R] = \text{m}$
Δp	Druckdifferenz	$[\Delta p] = \text{Pa}$
$\dot{V} = \frac{dV}{dt}$	Volumenstrom	$[\dot{V}] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
l	Länge des Rohrs	$[l] = \text{m}$

3.4 Reynolds-Zahl Re

Gibt ein Richtmass für die Wirbelbildung

- Druck-Differenz (Bernoulli) begünstigt Wirbelbildung
- Innere Reibung (Schubspannung) verhindert Wirbelbildung

$$Re = \frac{\Delta p}{\tau} = \frac{\rho \cdot \bar{v} \cdot d}{\eta} \quad \text{mit } \bar{v} = \frac{\dot{V}}{A}$$

Re	Reynolds-Zahl	$[Re] = 1$
η	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$
\bar{v}	Mittlere Geschwindigkeit	$[\bar{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
d	Typische Dimension (Rohrdurchmesser)	$[d] = \text{m}$
Δp	Druckdifferenz	$[\Delta p] = \text{Pa}$
τ	Schubspannung	$[\tau] = \text{N}$

Sobald die **Reynolds-Zahl Re grösser ist als ein kritischer Wert** bilden sich **Wirbel**

⇒ Rohr: $Re_{\text{kritisch}} \approx 2320$

3.4.1 Ähnlichkeitsgesetz

Reynolds-Zahl dient auch richtigem Vergleich von Modellversuchen.

⇒ Gleiche Reynolds-Zahl bedeutet gleiches Verhalten

⇒ Gleiche Reynolds-Zahl bedeutet auch gleiche Relative Grenzschicht-Dicke D (siehe 3.6)

3.5 Turbulente / Laminare Rohrströmung

3.5.1 Hilfe, um Reynoldszahl zu bestimmen (laminar)

$$\Delta p = 32 \cdot \eta \cdot l \cdot \frac{v}{d^2}$$

3.5.2 Druckunterschied in laminare / turbulente Strömung

$$\lambda_{\text{turbulent}} = \frac{0.316}{\sqrt[4]{Re}} \quad \lambda_{\text{laminar}} = \frac{64}{Re}$$

$$\Rightarrow \Delta p_x = \lambda_x \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

Δp_x	Druckdifferenz (laminar/turbulent)	$[\Delta p] = \text{Pa}$
η	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$
l	Rohr-Länge	$[l] = \text{m}$
v	Fliess-Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
d	Rohr-Durchmesser	$[d] = \text{m}$
ρ	Dichte des Fluids	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Re	Reynolds-Zahl	$[Re] = 1$

3.5.3 Unbekannt / Gemischt (Praktische Anwendung)

Vorgehen, wenn man nicht weiss, ob sich Wirbel bilden oder nicht

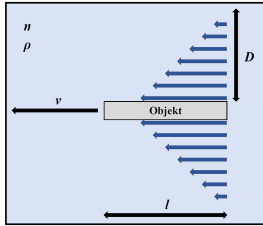
1. Laminar rechnen (um fehlenden Parameter ρ , v , d , oder η zu bestimmen)
2. Aus Resultat Reynolds-Zahl berechnen
3. Mit kritischer Reynolds-Zahl vergleichen
4. Beim **Überschreiten** ⇒ Turbulent rechnen!

3.6 Prandl'sche Grenzschicht-Dicke D

Prandl'sche Grenzschicht-Dicke D beschreibt, in welcher **Distanz** die **Geschwindigkeit** eines laminar bewegten Teils (z.B. ein Flugzeugflügel) **Null** ist.

$$D = \sqrt{\frac{\eta \cdot l}{\rho \cdot v}}$$

D	Prandl'sche Grenzschicht-Dicke	$[D] = \text{m}$
η	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$
ρ	Dichte des Fluids	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
l	Länge des bewegten Teils (in Richtung von v)	$[l] = \text{m}$
v	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$



Die Geschwindigkeit innerhalb der Grenzschicht D nimmt vom Teil bis hin zum äussersten Rand **linear** ab.

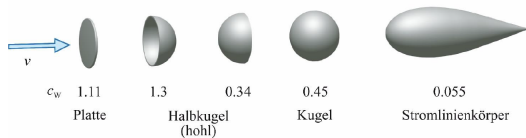
3.7 Bernoulli-Gleichung mit innerer Reibung

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \alpha_2 \cdot \rho \cdot v_2^2 + \Delta p_v$$

	turbulent	laminar
Korrekturfaktoren	$\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 2$	$\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 1$
Druckverlust Δp_v	$\Delta p_v = \lambda_x \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$	
	$\lambda_{turbulent} = \frac{0.316}{\sqrt{Re}}$	$\lambda_{laminar} = \frac{64}{Re}$

3.8 Druckwiderstand F_D

Bezeichnet die turbulente Luftreibungskraft F_R und wird meist als Luftwiderstand bezeichnet



$$F_D = \Delta p \cdot A_s = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A_s \cdot c_W$$

F_D	Druckwiderstand	$[F_D] = \text{N}$
Δp	Druckdifferenz	$[\Delta p] = \text{Pa}$
ρ	Luft-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
v	Strömungs-Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
c_W	Widerstandsbeiwert / Widerstandszahl	$[c_W] = 1$
A_s	projizierte Fläche senkrecht zur Strömung	$[A_s] = \text{m}^2$

Der Widerstandsbeiwert c_W ist **geometrieabhängig**!

3.9 Auftriebskraft F_A nach Kutta-Jukowski

Beschreibt Proportionalität zwischen dynamischem Auftrieb und Zirkulation

$$F_A = \rho \cdot v \cdot l \cdot \Gamma$$

F_A	dynamischer Auftrieb	$[F_A] = \text{N}$
ρ	Dichte des Fluids	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
v	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
l	Länge quer zur Strömung	$[l] = \text{m}$
Γ	Zirkulation	$[\Gamma] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

3.9.1 Zirkulation Γ

Die Zirkulation ist ein Mass für die **Rotation** im Strömungsfeld

$$\Gamma = \oint \vec{v} \cdot d\vec{s}$$

Γ	Zirkulation	$[\Gamma] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
$\vec{v} \cdot d\vec{s}$	Geschwindigkeit entlang dem Weg (Skalarprodukt: $\vec{v} \cdot d\vec{s} = a \cdot b \cdot \cos(\varphi)$)	$[\vec{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rotierender Zylinder:

$$\Gamma = 2\pi r v_{Zyl} = 4\pi^2 r^2 f$$

3.10 Dynamischer Auftrieb F_A

$$F_A = c_A \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2}_{\Delta p} \cdot A_{||}$$

F_A	dynamischer Auftrieb	$[F_A] = \text{N}$
c_A	Auftriebskoeffizient	$[c_A] = 1$
ρ	Luft-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
v	Strömungsgeschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$A_{ }$	Projizierte Fläche parallel zur Strömung	$[A_{ }] = \text{m}^2$

3.10.1 Wissenswertes zum dynamischen Auftrieb

Ein gerade ausgerichtetes, symmetrisches Stromlinienprofil erzeugt **keinen** dynamischen Auftrieb

An einem asymmetrischen Flügelprofil entsteht dynamischer Auftrieb

3.11 Induzierter Widerstand F_W

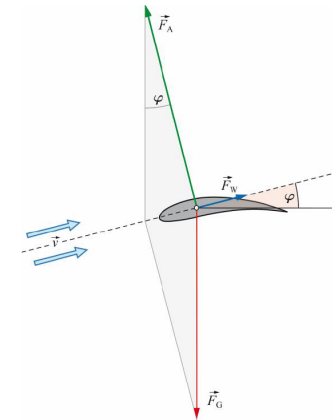
Kommt durch Energieverlust (Wirbelbildung) zu Stande, welcher entsteht, wenn die Umgebungsluft in Bewegung gesetzt wird

$$F_W = c_W^* \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A_{||}$$

F_W	Induzierter Widerstand	$[F_W] = \text{N}$
c_W^*	Widerstands-Koeffizient	$[c_W^*] = 1$
ρ	Luft-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
v	Strömungsgeschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$A_{ }$	Projizierte Fläche parallel zur Strömung	$[A_{ }] = \text{m}^2$

3.12 Gleitwinkel φ

Gibt die zurückgelegte Strecke pro verbrauchte Höhe an
Im Luft-Kanal ist dies der Anstell-Winkel



$$\tan(\varphi) = \frac{F_W}{F_A} = \frac{c_W^*}{c_A} = \frac{v_V}{v_H}$$

φ	Gleitwinkel	$[\varphi] = ^\circ$
F_W	Widerstandskraft	$[F_W] = \text{N}$
F_A	Auftriebskraft	$[F_A] = \text{N}$
c_W^*	Widerstands-Koeffizient	$[c_W^*] = 1$
c_A	Auftriebs-Koeffizient	$[c_A] = 1$
v_V	Vertikal-Geschwindigkeit	$[v_V] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
v_H	Horizontal-Geschwindigkeit	$[v_H] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3.12.1 Gängige Gleitzahlen

Flugobjekt	Gleitzahl
Hängegleiter	10 bis 15
Boeing 747	15
Airbus A380	20
Segelflugzeug	40 (Rekord 70)

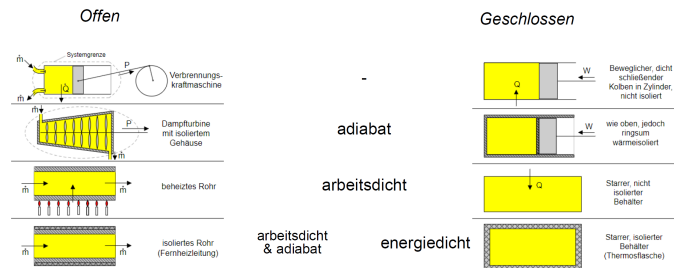
3.13 Helmholtz'sche Wirbelsätze

1. Wirbel hat kein Anfang und kein Ende
2. Wirbel besteht immer aus denselben Fluidteilchen
3. Zirkulation zeitlich konstant

4 Thermodynamik

4.1 Terminologie

System ist ↓	Materie-tausch	Energietausch	Arbeit	Wärme
offen	erlaubt	-	erlaubt	erlaubt
		adiabatisch	erlaubt	Nein
		arbeitsdicht	Nein	erlaubt
		beides	Nein	Nein
geschlossen	Nein	-	möglich	möglich
		adiabatisch	möglich	Nein
		arbeitsdicht	Nein	möglich
		energiedicht	Nein	Nein



4.2 Absolute Temperatur T

$$T = \theta + 273.15 \text{ K} = \theta - \theta_0$$

T	Absolute Temperatur gemessen in Kelvin	[T] = K
θ	Temperatur gemessen in °C	[θ] = °C
θ ₀	Absoluter Nullpunkt: = -273.15 °C = 0 K	

4.3 Thermische Ausdehnung

4.3.1 Längenausdehnung Δl

$$l' = l + \Delta l = l + \alpha \cdot l \cdot \Delta T = l(1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

l'	Länge nach Ausdehnung	[l'] = m
l	Anfangslänge	[l] = m
Δl	Längenänderung	[Δl] = m
α	Längenausdehnungskoeffizient	[α] = $\frac{1}{K}$
ΔT	Temperaturänderung	[ΔT] = K

4.3.2 Flächenausdehnung ΔA

$$A' = A + \Delta A = A + \underbrace{\beta}_{\approx 2\alpha} \cdot A \cdot \Delta T = A(1 + \beta \cdot \Delta T)$$

A'	Länge nach Ausdehnung	[A'] = m ²
A	Anfangslänge	[A] = m ²
ΔA	Längenänderung	[ΔA] = m ²
β	Flächenausdehnungskoeffizient	[β] = $\frac{1}{K}$
ΔT	Temperaturänderung	[ΔT] = K

4.3.3 Volumenausdehnung ΔV

$$V' = V + \Delta V = V + \underbrace{\gamma}_{\approx 3\alpha} \cdot V \cdot \Delta T = V(1 + \gamma \cdot \Delta T)$$

V'	Volumen nach Ausdehnung	[V'] = m ³
V	Anfangsvolumen	[V] = m ³
ΔV	Volumenänderung	[ΔV] = m ³
γ	Volumenausdehnungskoeffizient	[γ] = $\frac{1}{K}$
ΔT	Temperaturänderung	[ΔT] = K

Material	Koeffizient (10 ⁻⁶ K ⁻¹)
Aluminium	23
Eisen	12
Stahl, unlegiert	11 ... 13
Diamant	1.3
Silizium	2
Gummi	220
Beton	12
Polystyrol	70
Zerodur	0 ± 0.007

4.4 Thermische Spannung σ

$$p = \sigma = \varepsilon \cdot E = E \cdot \frac{\Delta l}{l} = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

σ	Thermische Spannung	[σ] = Pa
ε	Dehnung	[ε] = 1
E	Elastizitätsmodul	[E] = $\frac{N}{m^2}$
α	Längenausdehnungskoeffizient	[α] = $\frac{1}{K}$
ΔT	Temperaturänderung	[ΔT] = K
p	Druck	[p] = Pa

5 Ideales Gas

5.1 Modell des idealen Gases

Jedes Gas ist gleich!

1. Moleküle sind Massepunkte (keine Ausdehnung)
 2. Stöße sind elastisch (keine zwischenmolekularen Kräfte)
- Kein Volumen bei T = 0
Kein Druck bei T = 0

5.1.1 Thermische Ausdehnung von Gasen

- Ausdehnung von Gasen ist sehr gross
- Bei **allen** Gasen ist die Ausdehnung **gleich**
- Volumen beim Nullpunkt ist **Null**

5.2 Universelle Gasgleichung

Alle Gase verhalten sich gleich, insbesondere bei gleicher Anzahl Moleküle

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

p _x	Absolut-Druck	[p _x] = Pa
	Absolut-Druck: p ₀ + p	
V _x	Volumen	[V _x] = m ³
T _x	Absolut-Temperatur (in K)	[T] = K

5.2.1 Boyle-Mariotte

Das Gesetz gilt nur bei konstanter Temperatur!
⇒ Isotherme Zustandsänderung

$$p \cdot V = \text{const} \Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

5.2.2 Gay-Lussac

Das Gesetz gilt nur bei konstantem Druck!
⇒ Isobare Zustandsänderung

$$\frac{V}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

5.2.3 Gay-Lussac und Amontons

Das Gesetz gilt nur bei konstantem Volumen!
⇒ Isochore Zustandsänderung

$$\frac{p}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

5.3 Universelle Gasgleichung für ideale Gase

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = N \cdot k \cdot T$$

p	Absolut-Druck	[p] = Pa
	Absolut-Druck: p ₀ + p	
V	Volumen	[V] = m ³
n	Mol-Zahl	[n] = mol
R	Universelle Gaskonstante: R = 8.314 $\frac{J}{mol \cdot K}$	[R] = $\frac{J}{mol \cdot K}$
T	Absolut-Temperatur (in K)	[T] = K
N	Anzahl Moleküle	[N] = 1
k	Boltzmann-Konstante k = 1.381 · 10 ⁻²³ $\frac{J}{K}$	[k] = $\frac{J}{K}$

5.3.1 Zusammenhänge zwischen den Konstanten

$$R = k \cdot N_A = \frac{N \cdot k}{n}$$

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} = \frac{N \cdot k}{R}$$

R	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
N	Anzahl Moleküle	$[N] = 1$
N_A	Avogadrokonstante: $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$	$[N_A] = \frac{1}{\text{mol}}$
n	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
m	Masse	$[m] = \text{kg}$
M	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$

5.4 Mechanische Arbeit ΔW von Gasen

Folgende Formel ist für Flüssigkeiten **nicht** gültig, da diese inkompressibel sind ($\Delta V = 0$)

$$\Delta W = F \cdot \Delta s = p \cdot A \cdot \Delta s = p \cdot \Delta V$$

ΔW	Mechanische Arbeit von Gas	$[\Delta W] = \text{J}$
F	Kraft	$[F] = \text{N}$
Δs	Wegänderung	$[\Delta s] = \text{m}$
p	Druck	$[p] = \text{Pa}$
A	Fläche	$[A] = \text{m}^2$
ΔV	Volumenänderung	$[\Delta V] = \text{m}^3$

5.5 Gesetz von Avogadro

Ein Mol eines Gases nimmt bei Normalbedingungen immer das gleiche Volumen ein (=Molvolumen)

Ideale Gase enthalten bei gleichem Druck p und gleicher Temperatur T immer gleich viele Moleküle (im Molvolumen)

5.6 Molmasse M , Molvolumen V_m

Für 1 Mol Teilchen gilt:

$$p \cdot V = R \cdot T = N_A \cdot k \cdot T$$

Molmasse ist die **Ordnungszahl** im Periodensystem

$$n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$$

Mol-Volumen:

$$V_m = \frac{V}{n}$$

p	Absolut-Druck	$[p] = \text{Pa}$
	Absolut-Druck: $p_0 + p$	
V	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
R	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
T	Absolut-Temperatur (in K)	$[T] = \text{K}$
N_A	Avogadrokonstante: $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$	$[N_A] = \frac{1}{\text{mol}}$
k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
n	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
m	Masse	$[m] = \text{kg}$
M	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
N	Anzahl Moleküle	$[N] = 1$
V_m	Mol-Volumen	$[V_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$

5.7 Dichte eines Gases ρ

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{V_m} = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$$

ρ	Gas-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
m	Masse	$[m] = \text{kg}$
V	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
M	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
V_m	Mol-Volumen (22.4 L bei 0 °C und 1000 hPa)	$[V_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
p	Absolut-Druck	$[p] = \text{Pa}$
	Absolut-Druck: $p_0 + p$	
R	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
T	Absolut-Temperatur (in K)	$[T] = \text{K}$

5.8 Phänomene von idealen Gasen

5.8.1 Anomalie des Wassers

Die feste Form (Eis) ist leichter als die flüssige Form (Wasser)
Die **grösste Dichte weist Wasser bei 4 °C** auf, nicht beim Gefrierpunkt von 0 °C

⇒ Ein See gefriert somit nur an der Oberfläche. Am Grund des Sees beträgt die Wassertemperatur 4 °C

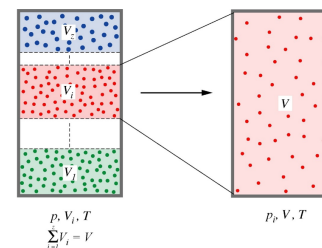
5.8.2 Osmotischer Druck (Zelldruck)

Grosse Moleküle innerhalb von vielen kleinen Molekülen in einer Flüssigkeit verhalten sich ähnlich wie die Moleküle eines idealen Gases, wenn die Flüssigkeit von einer für die Moleküle halb-durchlässigen (semi-permeabel) Membran umgeben ist.

Osmotischer Druck: $p = \frac{n}{V} \cdot R \cdot T$ (ideale Gasgleichung)

5.9 Partialdruck p_i

Ausgangslage: Gasegemisch (z.B. Luft: Sauerstoff-Stickstoff)



Der Partialdruck p_i ist der Druck, welcher die i-te Gaskomponente erzeugen würde, wenn ihr das gesamte Volumen zur Verfügung stehen würde.

5.10 Gesetz von Dalton

In einem Gas ist die Summe der Partialdrücke p_i gleich dem Gesamtdruck

$$\sum_{i=1}^n p_i = p$$

p_i	Partialdruck	$[p_i] = \text{Pa}$
p	(Gesamt-) Druck	$[p] = \text{Pa}$

5.11 Volumen- und Massenkonzentration (Gasegemisch)

5.11.1 Volumen-Konzentrationen (Volumen-Anteile)

$$q_i = \frac{V_i}{V} = \frac{n_i}{n} = \frac{p_i}{p}$$

q_i	Volumen-Konzentration	$[q_i] = 1$
V_i	Volumen der i-ten Gas-Komponente	$[V_i] = \text{m}^3$
V	Gesamt-Volumen	$[V] = \text{m}^3$
n_i	Molzahl der i-ten Gas-Komponente	$[n_i] = \text{mol}$
n	Gesamt-Molzahl des Gemischs	$[n] = \text{mol}$
p_i	Partialdruck der i-ten Gaskomponente	$[p_i] = \text{Pa}$
p	Druck des Gemischs	$[p] = \text{Pa}$

5.11.2 Massen-Konzentration (Massen-Anteile)

$$\mu_i = \frac{m_i}{m} = \frac{M_i}{M} \cdot q_i$$

μ_i	Volumen-Konzentrationen	$[\mu_i] = 1$
m_i	Masse der i-ten Gas-Komponente	$[m_i] = \text{kg}$
m	Masse des Gemischs	$[m] = \text{kg}$
M_i	Mol-Masse der i-ten Gas-Komponente	$[M_i] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
M	Mol-Masse des Gemischs	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
q_i	Volumen-Konzentration	$[q_i] = 1$

5.12 Mol-Masse Gasegemisch

Die Mol-Masse des Gas-Gemischs kann als gewichteter Mittelwert berechnet werden, gewichtet mit den jeweiligen Volumen-Anteilen

$$M = \sum_{i=1}^n q_i \cdot M_i$$

M	Mol-Masse Gasgemisch	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
q_i	Volumen-Konzentration	$[q_i] = 1$
M_i	Mol-Masse der i-ten Gas-Komponente	$[M_i] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$

6 Reales Gas

Im Vergleich zum idealen Gas müssen zwei Dinge berücksichtigt werden:

Eigen-Volumen:

Ideales Gas hat **kleineres** Volumen als gemessen
(Ideal-Gas-Volumen um das Molekül-Eigenvolumen reduzieren)

Binnen-Druck:

Ideales Gas hat **grösseren** Druck als gemessen
(Ideal-Gas-Druck um Binnendruck erhöhen)

6.1 Van der Waals-Gleichung (1 Mol)

⇒ Für nicht-ideale Gase!

$$p' \cdot V'_m = R \cdot T$$

$$p' = p + \frac{a}{V_m^2}$$

$$V'_m = V_m - b$$

p'	Korrigierter Druck	$[p'] = \text{Pa}$
V'_m	Korrigiertes Mol-Volumen	$[V'_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
R	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
T	Absolut -Temperatur (in K)	$[T] = \text{K}$
p	Druck des Gemischs	$[p] = \text{Pa}$
a	Eigenvolumen	$[a] = \frac{\text{J} \cdot \text{m}^3}{\text{mol}^2}$
b	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
V_m	Mol-Volumen	$[V_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$

6.2 Van der Waals-Gleichung (n Mol)

$$\left(p + \frac{n^2 \cdot a}{V^2}\right) \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T$$

p	Druck des Gemischs	$[p] = \text{Pa}$
n	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
a	Eigenvolumen	$[a] = \frac{\text{J} \cdot \text{m}^3}{\text{mol}^2}$
V	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
b	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
R	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
T	Absolut -Temperatur (in K)	$[T] = \text{K}$

6.2.1 Van der Waals-Parameter

$$a = \frac{9}{8} \cdot R \cdot T_k \cdot V_{mk} = \frac{27 R^2 T_k^2}{64 \cdot p_k}$$

$$b = \frac{V_{mk}}{3} = \frac{R T_k}{8 \cdot p_k}$$

$$V_{mk} = 3 \cdot b$$

$$T_k = \frac{8 \cdot a}{27 \cdot R \cdot b}$$

$$p_k = \frac{a}{27 \cdot b^2}$$

a	Eigenvolumen	$[a] = \frac{\text{J} \cdot \text{m}^3}{\text{mol}^2}$
R	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
T_k	Kritische Absolut -Temperatur	$[T_k] = \text{K}$
V_{mk}	Kritisches Mol-Volumen	$[V_{mk}] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
b	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
p_k	Kritischer Druck	$[p_k] = \text{Pa}$

7 Wärmelehre

7.1 Wärme Q

Wärme ist Energie, welche stets (**von allein**) von höherer zu niedrigerer Temperatur fliesst

$$\Delta U = \frac{1.HS \ 100\%}{2.HS \ 100\%} \Delta W + \Delta Q$$

7.2 Erster Hauptsatz der Wärmelehre

Nicht nur durch Wärmezufuhr, sondern auch durch mechanische Arbeit lässt sich die Temperatur und damit die innere Energie U erhöhen

$$\Delta U = \Delta W + \Delta Q$$

ΔU	Zu-/Abgeführte Innere Energie	$[\Delta U] = \text{J}$
ΔW	Zu-/Abgeführte Arbeit z.B. E_{kin} , E_{pot} , W_{Gas} , W_{reib}	$[\Delta W] = \text{J}$
ΔQ	Zu-/Abgeführte Wärme	$[\Delta Q] = \text{J}$

7.2.1 Ansätze für 1. HS

$$\Delta Q = E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\Delta Q = E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

$$\Delta \dot{Q} = \Delta P$$

7.2.2 Mechanische Arbeit eines Gases

Für mehr Details, siehe Abschnitt 5.4

$$\Delta W = p \cdot \Delta V$$

7.3 Mechanische Wärmeäquivalente

1 Kalorie = 4,1868 J (cal)

⇒ Energie, um 1 Gramm Wasser um 1 Grad zu erwärmen

1 kcal = 4186,8 J

⇒ Energie, um 1 Kilogramm Wasser um 1 Grad zu erwärmen

7.3.1 Elektrisches Wärmeäquivalent c

Elektrische Energie = Wärme

$$U \cdot I \cdot t = c \cdot m \cdot \Delta T \Leftrightarrow c = \frac{U \cdot I \cdot t}{m \cdot \Delta T}$$

c	Elektrisches Wärmeäquivalent	$[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
U	Spannung	$[U] = \text{V}$
I	Strom	$[I] = \text{A}$
t	Zeit	$[t] = \text{s}$
m	Masse	$[m] = \text{kg}$
ΔT	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

7.4 Wärmekapazität

Die Wärmekapazität drückt das Energiespeicher-Vermögen aus.

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = n \cdot c_M \cdot \Delta T = C \cdot \Delta T$$

7.4.1 Absolute Wärmekapazität C

Energiespeicher-Vermögen eines **Gegenstands**

$$\Delta Q = C \cdot \Delta T$$

7.4.2 Spezifische Wärmekapazität c

Energiespeicher-Vermögen einer **Substanz**

Substanz	c bei 20°C
Wasser	4182
Ethanol	2430
Glyzerin	2390
Quecksilber	139
Gold	129
Stahl	480

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

7.4.3 Molare Wärmekapazität c_M

Energiespeicher-Vermögen einer **Anzahl Moleküle**

$$c_M = \frac{c}{n} = M \cdot c$$

ΔQ	Zu-/Abgeführte Wärme	$[\Delta Q] = J$
c	spezifische Wärmekapazität	$[c] = \frac{J}{kg \cdot K}$
c_M	molare Wärmekapazität	$[c_M] = \frac{J}{mol \cdot K}$
C	absolute Wärmekapazität	$[C] = \frac{J}{K}$
m	Masse	$[m] = kg$
ΔT	Temperaturänderung	$[\Delta T] = K$
n	Mol-Zahl	$[n] = mol$
M	Mol-Masse	$[M] = \frac{kg}{mol}$

7.4.4 Molare Wärmekapazität von Gasen

$$C_{mp} - C_{mV} = R$$

C_{mp}	isobare Wärme-Kapazität ($p = \text{const}$)	$[C_{mp}] = \frac{J}{mol \cdot K}$
C_{mV}	isochore Wärme-Kapazität ($V = \text{const}$)	$[C_{mV}] = \frac{J}{mol \cdot K}$
R	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{J}{mol \cdot K}$	$[R] = \frac{J}{mol \cdot K}$

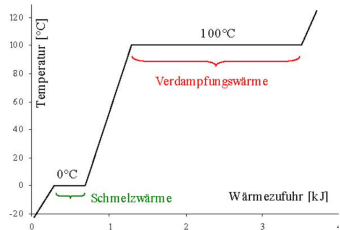
7.4.5 Molare Wärmekapazität von Festkörpern

$$T > \Theta_D : C_m \approx 3R \approx 25 \frac{J}{mol \cdot K} \quad (\text{Dulong - Petit})$$

$$T \ll \Theta_D : C_m = \frac{12 \cdot \pi^4}{5} \cdot R \cdot \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \quad (\text{Debye})$$

T	Absolut- Temperatur (in K)	$[T] = K$
Θ_D	Debye-Temperatur $\Theta_D \approx 200 K$	$[\Theta_D] = K$
C_m	molare Wärmekapazität	$[C_m] = \frac{J}{mol \cdot K}$
R	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{J}{mol \cdot K}$	$[R] = \frac{J}{mol \cdot K}$

7.5 Latente Wärme, Enthalpie (Schmelz-/ Verdampfungswärme)



Beim Schmelzen und Verdampfen findet **keine** Temperaturerhöhung statt
 Beim Gefrieren und oder Kondensieren wird diese versteckte Wärme wieder frei, **ohne** Abnahme der Temperatur

Die Schmelz-/ Verdampfungswärme ist stark druckabhängig

$$Q_f = q_f \cdot m \quad q_{fWasser} := 334 \frac{kJ}{kg}$$

$$Q_s = q_s \cdot m \quad q_{sWasser} := 2256 \frac{kJ}{kg}$$

Q_f	Schmelz-/Erstarrungs-Wärme	$[Q_f] = J$
q_f	Spezifische Schmelzwärme	$[q_f] = \frac{J}{kg}$
Q_s	Verdampfungs-/Kondensations-Wärme	$[Q_s] = J$
q_s	Spezifische Verdampfungs-Wärme	$[q_s] = \frac{J}{kg}$
m	Masse	$[m] = kg$

7.6 Wärmebilanz

Wärmeaustausch zwischen verschiedenen Materialien

In einem abgeschlossenen System (nach aussen isoliert) muss gelten:
Zugeführte Wärme = Abgeführte Wärme

$$\sum_{i=1}^n (\Delta Q_i + \Delta Q_{fi} + \Delta Q_{si}) = 0$$

ΔQ_i	i-te Wärme-Menge aus Temperatur-Zu-/Abnahme	$[\Delta Q_i] = J$
ΔQ_{fi}	i-te Wärme-Menge aus Schmelz-/Erstarrungs-Vorgang	$[\Delta Q_{fi}] = J$
ΔQ_{si}	i-te Wärme-Menge aus Verdampfungs-/Kondensations-Vorgang + zugeführte Wärme-Menge - abgeführter Wärme-Menge	$[\Delta Q_{si}] = J$

8 Phasen und Phasenübergänge

8.1 Phasen

- Fest**
feste Gestalt; festes Volumen
- Flüssig**
keine feste Gestalt; festes Volumen
- Gasförmig**
keine feste Gestalt; kein festes Volumen
- Plasma**
Bei sehr hoher Temperatur ist Materie ionisiert (Elektronengas)
- Mischung / Dispersion:**

	flüssig	gasförmig
fest	Suspension (Sol)	Aerosol (Rauch)
flüssig	Emulsion	Aerosol (Nebel)
gasförmig	Schaum	-

8.2 Dampfdruck $p_s(T)$

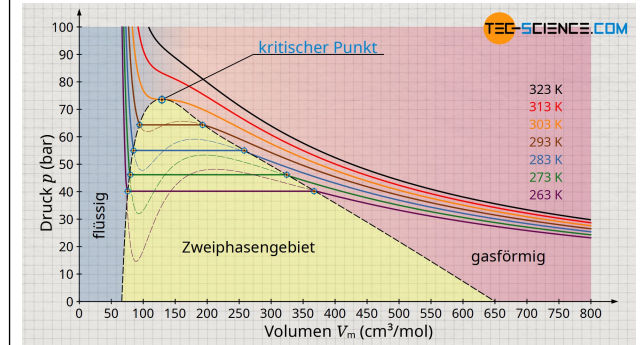
Der Dampfdruck bedeutet das Gleichgewicht der Flüssigkeit mit ihrer Dampfphase

Der Dampfdruck ist das Niveau des konstanten Drucks im 2-Phasengebiet eines realen Gases nach van der Waals.

Der Dampfdruck ist nur **temperaturabhängig**

Bei Kompression oder Expansion ändert sich der Dampfdruck nicht,

sondern der Anteil Flüssigkeit zu Gas muss ändern



Verdunsten \Rightarrow Schnellste Teilchen treten aus Flüssigkeit aus

Sieden/Verdampfen Dampfdruck = Umgebungsdruck

8.3 Dampfdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)

Kondensieren \Leftrightarrow Verdampfen flüssig \Leftrightarrow gasförmig

$$\frac{dp_s}{dT} = \frac{q_s}{T \cdot \left(\frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_f} \right)}$$

8.3.1 Dampfdruck $p_s(T)$ von Wasser (Clausius-Clapeyron)

$$p_s(T) = p_{s0} \cdot e^{\frac{q_s \cdot M_W}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$$

$$p_{s0} = 610.7 \text{ Pa} \quad T_0 = 273 \text{ K} \quad q_s = 2420 \frac{kJ}{kg} \quad M_W = 18.02 \frac{g}{mol}$$

8.4 Schmelzdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)

Erstarren \Leftrightarrow Schmelzen fest \Leftrightarrow flüssig

$$\frac{dp_f}{dT} = \frac{q_f}{T \cdot \left(\frac{1}{p_f} - \frac{1}{p_s} \right)}$$

8.5 Gasdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)

Desublimieren \Leftrightarrow Sublimieren fest \Leftrightarrow gasförmig

$$\frac{dp_{sub}}{dT} = \frac{q_s + q_f}{T \cdot \left(\frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_s} \right)}$$

q_s	spezifische Verdampfungs-Wärme	$[q_s] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$
q_f	spezifische Schmelz-Wärme	$[q_f] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$
$q_s + q_f$	spezifische Sublimations-Wärme	
p_s	Dampfdruck	$[p_s] = \text{Pa}$
p_f	Schmelzdruck	$[p_f] = \text{Pa}$
p_g	Schmelzdruck	$[p_g] = \text{Pa}$
ρ_g	Dichte Gas	$[\rho_g] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
ρ_f	Dichte Flüssigkeit	$[\rho_f] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
ρ_s	Dichte Festkörper	$[\rho_s] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
T	Temperatur	$[T] = \text{K}$
M	Molare Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
R	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

8.6 Formeln von Magnus

Die Formeln von Magnus dienen der vereinfachten Berechnung des Dampfdrucks von Wasser = Sättigungsdruck

8.6.1 Dampfdruck von Wasser $p_s(\theta)$ ($\theta \geq 0^\circ\text{C}$)

$$p_s(\theta) = p_{s0} \cdot 10^{\frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237}}$$

8.6.2 Schmelzdruck von Wasser $p_s(\theta)$ ($\theta \leq 0^\circ\text{C}$)

$$p_s(\theta) = p_{s0} \cdot 10^{\frac{9.5 \cdot \theta}{\theta + 265.5}}$$

8.6.3 WMO erweiterte Lösung $p_s(\theta)$ ($-40^\circ\text{C} < \theta < 50^\circ\text{C}$)

$$p_s(\theta) = p_{s0} \cdot e^{\left(\frac{17.62 \cdot \theta}{243.04 + \theta} \right)}$$

p_s	Dampfdruck / Schmelzdruck	$[p_s] = \text{Pa}$
p_{s0}	Dampfdruck bei 0°C $p_{s0} = 610.7 \text{ Pa}$	$[p_{s0}] = \text{Pa}$
θ	Temperatur	$[\theta] = ^\circ\text{C}$

8.7 Umkehrformeln von Magnus

8.7.1 $\theta(p_s)$ für $p_s \geq p_{s0}$

$$\theta(p_s) = \frac{237 \cdot \log\left(\frac{p_s}{6.107}\right)}{7.5 - \log\left(\frac{p_s}{6.107}\right)}$$

8.7.2 $\theta(p_s)$ für $p_s \leq p_{s0}$

$$\theta(p_s) = \frac{265.5 \cdot \log\left(\frac{p_s}{p_{s0}}\right)}{9.5 - \log\left(\frac{p_s}{p_{s0}}\right)}$$

8.8 Luftfeuchtigkeit

8.8.1 Absolute Luftfeuchtigkeit f

$$f = \frac{m_W}{V}$$

8.8.2 Relative Luftfeuchtigkeit f_r

$$f_r = \frac{m_W}{m_S} = \frac{p_D}{p_S} = \frac{p_D}{p_S(\theta)}$$

f	Absolute Luftfeuchtigkeit
f_r	Relative Luftfeuchtigkeit
m_W	Masse Wasserdampf
m_S	Masse Wasserdampf bei Sättigung
V	Volumen
p_D	Partialdruck Wasserdampf
p_S	Dampfdruck = Sättigungsdruck Wasserdampf
θ	Temperatur

$[f] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$[f_r] = 1$
$[m_W] = \text{kg}$
$[m_S] = \text{kg}$
$[V] = \text{m}^3$
$[p_D] = \text{Pa}$
$[p_S] = \text{Pa}$
$[\theta] = ^\circ\text{C}$

8.8.3 Feuchte vs. trockene Luft

Feuchte Luft ist leichter als trockene Luft!

$$\rho_f = \rho_t + \frac{p_D}{RT} (M_W - M_L)$$

ρ_f	Dichte feuchte Luft	$[\rho_f] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
ρ_t	Dichte trockene Luft	$[\rho_t] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
p_D	Partialdruck Wasserdampf	$[p_D] = \text{Pa}$
T	Temperatur	$[T] = \text{K}$
M_W	Molmasse H_2O	$[M_W] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
M_S	Molmasse Luft g	$[M_S] = \frac{\text{g}}{\text{mol}}$
R	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

8.9 Taupunkts-Temperatur θ_d

Temperatur, bei welcher 100% Luftfeuchtigkeit herrscht.

Wenn die Taupunkt-Temperatur unterschritten wird, dann kondensiert Wasser.

$$\theta_d(\theta, f_r) = \frac{237 \cdot \left(\log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237} \right)}{7.5 - \left(\log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237} \right)}$$

$$\theta_d(x) = \frac{237 \cdot x}{7.5 - x} \quad \text{mit} \quad x(\theta, f_r) = \log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237}$$

θ_d	Taupunkts-Temperatur	$[\theta_d] = ^\circ\text{C}$
f_r	relative Luftfeuchtigkeit	$[f_r] = 1$
θ	Temperatur	$[\theta] = ^\circ\text{C}$

8.10 Relative Innen-Feuchte f_{ri}

$$f_{ri} = \frac{p_s(\theta_a)}{p_s(\theta_i)} \cdot f_{ra}$$

f_{ri}	relative Feuchte im Inneren	$[f_{ri}] = 1$
f_{ra}	relative Feuchte der Aussenluft	$[f_{ra}] = 1$
$p_s(\theta_i)$	Dampfdruck bei Innentemperatur	$[p_s(\theta_i)] = \text{Pa}$
$p_s(\theta_a)$	Dampfdruck bei Aussentemperatur	$[p_s(\theta_a)] = \text{Pa}$

9 Kinetische Gas-Theorie

9.1 Aequipartitions-gesetz

Mittlere kinetische Energie

Idealisierte Annahmen:

1. Moleküle = Massenpunkte
2. Keine (bzw.) elastische Zusammenstöße
3. Keine Kräfte zwischen den Molekülen
4. Elastischer Stoss gegen Wand
5. Alle Moleküle haben gleiche Geschwindigkeit
6. 1/6 aller Moleküle fliegen gegen eine einzelne Wand

	$f = 3$	1-atomiges Gas
	$f = 5$	2-atomiges Gas
	$f = 6$	3-atomiges Gas

$$\overline{E} = f \cdot \frac{k \cdot T}{2}$$

\overline{E}	Mittlere kinetische Energie	$[\overline{E}] = \text{J}$
f	Freiheitsgrade	$[f] = 1$
k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
T	Absolute Temperatur	$[T] = \text{K}$

9.2 Geschwindigkeiten

9.2.1 Mittlere quadratische Geschwindigkeit u

$$u = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot R \cdot T}{M}}$$

9.2.2 Mittlere Geschwindigkeit \bar{v}

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot T}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8 \cdot R \cdot T}{\pi M}}$$

9.2.3 Wahrscheinlichste Geschwindigkeit v_0

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot T}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot R \cdot T}{M}}$$

k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
T	absolute Temperatur	$[T] = \text{K}$
m	Masse des Teilchens	$[m] = \text{kg}$
M	Molmasse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
R	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

9.3 Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$f(m, T, v) = \sqrt{\frac{2 \cdot m^3}{\pi \cdot k^3 \cdot T^3}} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{m \cdot v^2}{2 \cdot k \cdot T}}$$

m	Masse des Teilchens	$[m] = \text{kg}$
k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
T	absolute Temperatur	$[T] = \text{K}$
v	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

9.4 Mittlere freie Weglänge $\bar{\lambda}$

Gibt an, um welche Strecke sich ein Molekül im Mittel bis zum nächsten Zusammenstoß fortbewegen kann.

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n \cdot (\pi \cdot d^2)} \quad \text{mit Wirkungsquerschnitt } \sigma = \pi \cdot d^2$$

n	Molekül-Dichte	$[n] = \frac{1}{\text{m}^3}$
d	Molekül-Durchmesser	$[d] = \text{m}$

9.5 Dichtefunktion

Verteilungsfunktion der mittleren, freien Weglänge

$$f(x) = \frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

9.6 Transportvorgänge

9.6.1 Wärmeleitung

Transport von **kinetischer Energie** (als Wärme wahrgenommen)

$$j_Q = -\lambda_Q \cdot \frac{dT}{dx} \quad \lambda_Q = \frac{1}{6} \cdot n \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot f \cdot k$$

9.6.2 Diffusion

Transport von **Masse**

$$j_D = -D \cdot \frac{dn}{dx} \quad D = \frac{1}{3} \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda}$$

9.6.3 Viskosität ($v \ll v_{therm}$)

Transport von **Impuls**

$$\tau = -\eta \cdot \frac{dv}{dx} \quad \eta = \frac{1}{3} \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot \rho$$

j_Q	Wärmestrom	$[j_Q] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
λ_Q	Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda_Q] = \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$
j_D	Diffusionsstrom	$[j_D] = ?$
D	Diffusionskonstante	$[D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
τ	Schubspannung	$[\tau] = \frac{\text{N}}{\text{s}}$
η	Viskosität	$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$
n	Molekül-Dichte	$[n] = \frac{1}{\text{m}^3}$
\bar{v}	Mittlere Geschwindigkeit	$[\bar{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\bar{\lambda}$	Mittlere freie Weglänge	$[\bar{\lambda}] = \text{m}$
f	Anzahl Freiheitsgrade	$[f] = 1$
k	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
T	absolute Temperatur	$[T] = \text{K}$
ρ	Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

10 Temperaturstrahlung

- Wärmestrahlung = Berührungslose Übertragung von Wärme
- In Form von elektromagnetischen Wellen (λ @ IR)
- Körper absorbiert elektromagn. Strahlung und erhöht seine Temperatur
- Jeder Körper mit $T > 0 \text{ K}$ strahlt Wärme ab (Temp-strahlung)
- Für jede Wellenlänge muss ein Körper gleich viel Energie abstrahlen, wie er zuvor aufgenommen hat!

10.1 Strahlungs-Gesetze

10.1.1 Stefan-Boltzmann-Gesetz

- Ideal schwarzer Körper (Hohlraum) absorbiert **alle Wellenlängen zu 100 %**
- Je mehr ein Körper absorbiert, desto mehr muss er emittieren (**Energie-Gleichgewicht**)

Ein schwarzer Körper (=Hohlraumstrahler) der Temperatur T hat eine totale Abstrahlungs-Leistung **pro Oberfläche** K_S von:

$$K_S = \sigma \cdot T^4$$

K_S	Schwarzkörper-Emission	$[K_S] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
σ	Stefan-Boltzmann-Konstante	$[\sigma] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$
	$\sigma = 5.671 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$	
T	Temperatur	$[T] = \text{K}$

10.1.2 Wien'sches Verschiebungsgesetz

Verschiebung der maximalen Wellenlänge:

$$\lambda_{max} \cdot T = \text{const} = b$$

λ_{max}	Wellenlängen-Maximum (Planck)	$[\lambda_{max}] = \text{m}$
T	Temperatur	$[T] = \text{K}$
b	Konstante: $b = 2.898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$	$[b] = \text{m} \cdot \text{K}$

10.1.3 Planck'sches Gesetz der Quantenmechanik

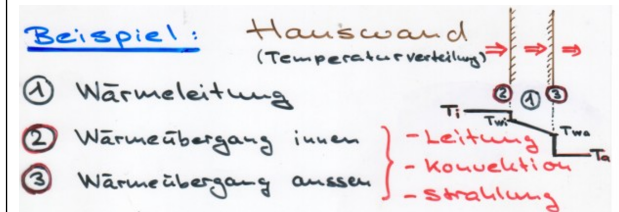
Ein Oszillator, welcher auf ein anderes Energieniveau (=Elektronen-Kreisbahnen nach Bohr) wechselt, setzt die Energiedifferenz ΔE in ein Lichtquant (Photon) mit entsprechender Frequenz f um.

Je nach Vorzeichen von ΔE wird das Photon emittiert oder absorbiert .

$$\Delta E = h \cdot f$$

ΔE	spektrale Abstrahlung (Energie)	$[\Delta E] = \text{J}$
h	Planck'sches Wirkungsquantum	$[h] = \text{J} \cdot \text{s}$
	$h = 6.628 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	
f	Frequenz des Photons	$[f] = \frac{1}{\text{s}} = \text{Hz}$

10.2 Wärmetransport (an Beispiel Hauswand)



10.2.1 Wärmeleitung

$$j = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$$

j	Wärmestromdichte	$[j] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
λ	Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda] = \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$
$\frac{dT}{dx}$	Wärmeabnahme / Gradient	$[\frac{dT}{dx}] = \frac{\text{K}}{\text{m}}$

10.2.2 Wärmeübergang

$$\text{innen: } j = \alpha_i \cdot (T_i - T_{wi}) \quad \text{mit } \alpha_i = 8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

$$\text{ausen: } j = \alpha_a \cdot (T_{wa} - T_a) \quad \text{mit } \alpha_a = 20 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

10.2.3 Wärmedurchgang

Material + Dicke zusammengefasst

$$j = k \cdot (T_i - T_a) = k \cdot \Delta T \quad \text{mit } k = \frac{\lambda}{d}$$

j	Wärmestromdichte	$[j] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
λ	Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda] = \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$
$\frac{dT}{dx}$	Wärmeabnahme / Gradient	$[\frac{dT}{dx}] = \frac{\text{K}}{\text{m}}$
α_i	Wärmeübergangszahl innen	$[\alpha_i] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$
α_a	Wärmeübergangszahl aussen	$[\alpha_a] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$
T_{wa}	Temperatur Wand aussen	$[T_{wa}] = \text{K}$
T_a	Aussentemperatur	$[T_a] = \text{K}$
T_{wi}	Temperatur Wand innen	$[T_{wi}] = \text{K}$
T_i	Innentemperatur	$[T_i] = \text{K}$
k	Wärmedurchgangszahl	$[k] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$
d	Dicke der Wand	$[d] = \text{m}$

$$P = \dot{Q} = j \cdot A$$

10.2.4 Wärmedurchgang komplett

Der komplette Wärmedurchgang leitet sich her durch die **Erhaltung der Wärmestromdichte** j und errechnet sich mit:

$$\text{n Schichten: } \frac{1}{k_{tot}} = \frac{1}{\alpha_i} + \sum_x \frac{1}{k_x} + \frac{1}{\alpha_a}$$

$$\text{zylindrisch: } \frac{1}{k_{tot}} = r_a \left(\frac{1}{\alpha_i \cdot r_i} + \sum_x \frac{1}{\lambda_x} \cdot \ln \left(\frac{r_{xa}}{r_{xi}} \right) + \frac{1}{\alpha_a \cdot r_a} \right)$$

k_x	Wärmedurchgangszahl x-te Schicht	$[k_x] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$
α_i	Wärmeübergangszahl innen	$[\alpha_i] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$
α_a	Wärmeübergangszahl aussen	$[\alpha_a] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$
r_i	Innenradius Rohr	$[r_i] = \text{m}$
r_a	Aussenradius Rohr	$[r_a] = \text{m}$
λ_x	Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda] = \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$

10.3 Wärme-Bedarf (Heizleistung)

Der Wärme-Bedarf (=Heizleistung) setzt sich zusammen aus **Wärmeverlust durch Wärmeleitung** und durch **Wärmeverlust durch Luftaustausch**:

$$\underbrace{\text{Wärmeverlust}}_Q = \underbrace{\text{Heizleistung}}_P$$

$$P = \dot{Q}_{tot} = \dot{Q}_W + \dot{Q}_L$$

$$\dot{Q}_W = A \cdot j = A \cdot k \cdot \Delta T$$

$$\dot{Q}_L = c_L \cdot \rho_L \cdot \dot{V} \cdot \Delta T$$

$$\text{allgemein: } \dot{Q}_{tot} = \sum_{i=1}^n [(A_i \cdot k_i + c_L \cdot \rho_L \cdot \dot{V}) \cdot \Delta T]$$

\dot{Q}_{tot}	Totaler Wärmeverlust	$[\dot{Q}_{tot}] = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$
\dot{Q}_W	Wärmeleitung	$[\dot{Q}_W] = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$
\dot{Q}_L	Luftaustausch	$[\dot{Q}_L] = \frac{\text{J}}{\text{s}} = \text{W}$
k_i	Wärmedurchgangszahl i-te Schicht	$[k_i] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$
\dot{V}	Volumenstrom	$[\dot{V}] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
ρ_L	Dichte der Luft: $\rho_L = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$[\rho_L] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
c_L	Wärmekapazität Luft: $c_L = 1000 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$	$[c_L] = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
A	Fläche der Wärmeleitung	$[A] = \text{m}^2$
ΔT	Temperaturdifferenz	$[\Delta T] = \text{K}$

10.4 Wärmeverlust durch Abstrahlung

Durch Strahlung kann auch Wärme übertragen werden.

$$j_{12} = c_{12} \cdot (T_1^4 - T_2^4) = \sigma \cdot \varepsilon \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

j_{12}	W-Transport durch Strahlungsaustausch	$[j_{12}] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
c_{12}	Strahlungsaustauschzahl	$[c_{12}] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$
σ	Stefan-Boltzmann-Konstante	$[\sigma] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$
	$\sigma = 5.671 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$	
ε	Emissionsverhältnis	$[\varepsilon] = 1$

10.5 Zustandsänderungen

Erinnerung 1. Hauptsatz: $\Delta U = \Delta W + \Delta Q$

10.5.1 Isotherm

bei konstanter Temperatur

$$W_{ab} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$$

$$\Delta Q_{zu} = W \quad (\Delta U = 0)$$

10.5.2 Isobar

bei konstantem Druck

$$W_{ab} = p \cdot (V_2 - V_1)$$

$$\Delta Q_{zu} = n \cdot C_{mp} \cdot \Delta T$$

10.5.3 Isochor

bei konstantem Volumen

$$W = 0$$

$$\Delta Q_{zu} = n \cdot C_{mV} \cdot \Delta T \quad (\Delta U = \Delta Q)$$

10.5.4 Adiabatisch

ohne Wärme-Austausch

$$W_{ab} = n \cdot C_{mV} \cdot \Delta T$$

$$\Delta Q = 0$$

11 Rückwandlung innerer Energie

11.1 Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre

Innere Energie kann **nicht zu 100 %** in Arbeit umgesetzt werden
⇒ Carnot-Wirkungsgrad ist der theoretisch höchstmögliche.

Wärme kann niemals von selbst von einem kälteren Ort zu einem wärmeren Ort fließen (Clausius)

Es gibt keine periodisch wirkende Maschine, die nichts anderes bewirkt als Erzeugung mechanischer Arbeit und Abkühlung eines Wärme-Reservoirs (Kelvin)
⇒ Es gibt kein Perpetuum mobile 2. Art

11.2 Kreisprozess (reversibler Prozess)

Anfangszustand = Endzustand

Rechtslaufender Kreisprozess

Linkslaufender Kreisprozess

- | | |
|---|---|
| • Gibt Arbeit ab | • Verbraucht Arbeit |
| • Wärmekraftmaschine | • Wärmepumpe |
| • Bei hoher T wird Wärme aus Prozess zugeführt | • Bei hoher T wird dem Prozess Wärme abgeführt |
| • Nur Bruchteil der Wärme in Arbeit verwandelbar | • Erzeugt mehrfaches an Wärme |
| • Obergrenze: Carnot-Wirkungsgrad | • Obergrenze: Inv. Carnot-Wirkungsgrad |

11.3 Carnot-Wirkungsgrad

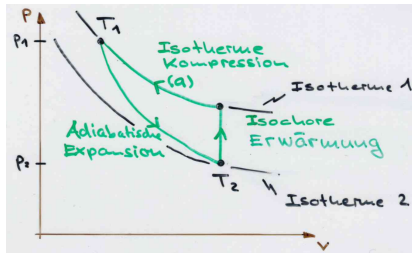
$$\text{Wärmekraftmaschine: } n_C = \frac{W_{ab}}{Q_{zu}} = \frac{T_{hoch} - T_{tief}}{T_{hoch}}$$

$$\text{Wärmepumpe: } n_{iC} = \frac{Q_{zu}}{W_{ab}} = \frac{T_{hoch}}{T_{hoch} - T_{tief}}$$

n_C	Carnot-Wirkungsgrad	$[n_C] = 1$
n_{iC}	Inverset Carnot-Wirkungsgrad	$[n_{iC}] = 1$
T_{tief}	Temperatur des Warm-Reservoirs	$[T_{tief}] = \text{K}$
T_{hoch}	Temperatur des Kalt-Reservoirs	$[T_{hoch}] = \text{K}$
Q_{zu}	zugeführte Wärme	$[Q_{zu}] = \text{J}$
W_{ab}	abgeführte Energie	$[W_{ab}] = \text{J}$

11.4 Adiabaten-Gleichung (Kreisprozess)

Adiabate wird beschrieben im pV- / TV- / Tp-Diagramm



$$p \cdot V^\kappa = \text{const}$$

$$T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const}$$

$$T^\kappa \cdot p^{1-\kappa} = \text{const}$$

$$\kappa = \frac{C_{mp}}{C_{mV}}$$

$$C_{mp} - C_{mV} = R$$

$$C_{mp} \quad \text{Molare Wärmekapazität @ } p = \text{const} \quad [C_{mp}] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$C_{mV} \quad \text{Molare Wärmekapazität @ } V = \text{const} \quad [C_{mV}] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

$$\kappa \quad \text{Adiabaten-Exponent} \quad [\kappa] = 1$$

$$R \quad \text{Universelle Gaskonstante } R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \quad [R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

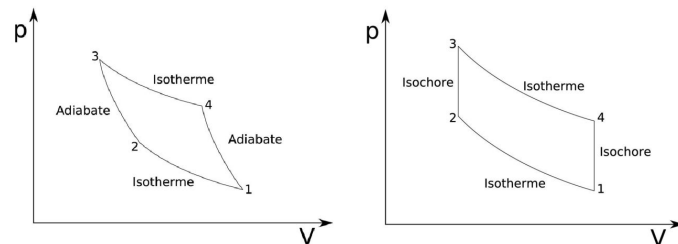
11.5 Kreisprozesse (Vorgänge)

isotherme Expansion liefert Wärme benötigt Energie
isotherme Kompression benötigt Wärme liefert Energie

adiabatische Expansion liefert Arbeit ohne Wärme
adiabatische Kompression benötigt Arbeit ohne Wärme

isochore Erwärmung ohne Arbeit benötigt Wärme
isochore Abkühlung ohne Arbeit liefert Wärme

11.6 Beispiel Kreisprozess



11.7 Entropie-Zunahme

11.7.1 Definition der Entropie-Zunahme

$$\Delta S = S_1 + S_2 = \int \frac{1}{T} dQ$$

11.7.2 Boltzmann-Gleichung für Entropie-Zunahme

$$\Delta S = k \cdot \ln(W)$$

ΔS Entropie

k Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$

W Wahrscheinlichkeit eines Zustands

$$[\Delta S] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$[W] = 1$$

11.7.3 Abgeschlossenes System

$\Delta S \geq 0$ Entropie kann nur zunehmen in abgeschl. System

$\Delta S > 0$ Irreversibler Prozess

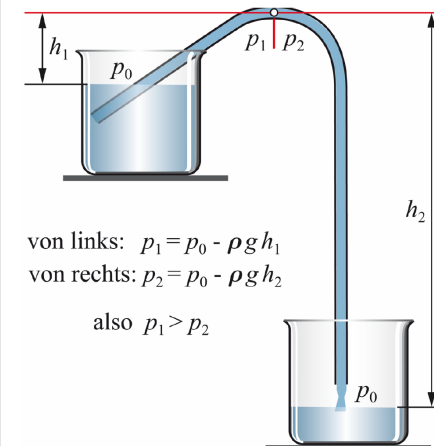
$\Delta S = 0$ Reversibler Prozess

12 Molmassen wichtiger Atome

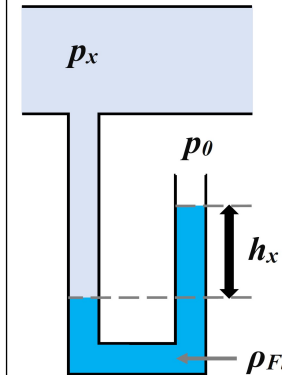
Symbol	Molekül	Molmasse
H	Wasserstoff	1.008 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
C	Kohlenstoff	12.011 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
N	Stickstoff	14.007 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
O	Sauerstoff	15.999 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
Al	Aluminium	26.982 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
Si	Silicium	28.982 $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$

13 Ansätze zu Aufgaben

13.1 Saugheber



13.2 Barometer



$$p_1 = p_0 + \underbrace{\rho_{FL} \cdot g \cdot h}_{p_s}$$

p_1 gemessener Druck

p_0 Luftdruck

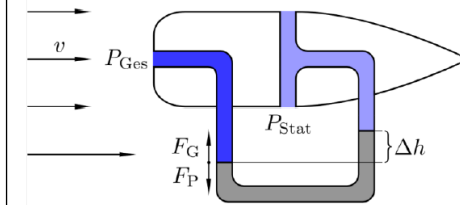
p_s Schweredruck

\Rightarrow Bernoulli

\Rightarrow Kontinuität

13.3 Pitotrohr

Prandtl'sches Staurohr; Staudruckmesser
Zur Messung von Strömungsgeschwindigkeiten



$$\text{Bernoulli horizontal: } \underbrace{\frac{p_1}{\rho_L}} + \frac{1}{2} \underbrace{\rho_L \cdot v_1^2}_0 = \underbrace{\frac{p_2}{\rho_L}}_{p_L - \Delta p} + \frac{1}{2} \underbrace{\rho_L \cdot v_2^2}_{\rho_L}$$

$$0 = -\Delta p + \frac{1}{2} \rho_L \cdot v_2^2 \Rightarrow \Delta p = \frac{1}{2} \rho_L \cdot v_2^2$$

$$\text{Gleichsetzen: } \Delta p = \rho_{FL} \cdot g \cdot h \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot \rho_{FL} \cdot g \cdot \Delta h}{\rho_L}}$$

13.4 Venturirohr

$$Q = A_1 \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho \left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)}} \quad [Q] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

13.5 Pumpe

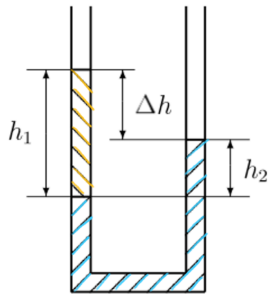
$$W = P \cdot t = F \cdot \Delta s = p \cdot A \cdot \Delta s = p \cdot \Delta V$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{p \cdot V}{t} = p \cdot \dot{V} \quad F = p \cdot A$$

13.6 Bewegungen

$$P = F \cdot v \quad E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

13.7 U-Rohr



Ansatz: Druckgleichgewicht

$$p_1 = p_2$$

$$\rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2$$

13.8 Wasser mit Dampf erhitzen

Ein Tasse mit einer Masse m_W Wasser und einer Temperatur von T_K wird an der Wasserdampfdüse einer Kaffeemaschine mittels Wasserdampf erhitzt. Der aus der Kaffeemaschine ausströmende Wasserdampf ist T_H heiss. Am Schluss haben sie 10 % mehr Wasser in der Tasse. (entspricht m_D)

Wie warm ist das Wasser nun?

Ansatz: 1. Hauptsatz $Q_{zu} = Q_{ab}$

$$m_W \cdot c_W (T_M - T_K) = q_s \cdot m_D + m_D \cdot c_W (T_H - T_M)$$

13.9 Eis in Wasser schmelzen

In einem Gefäß befinden sich eine Masse m_W Wasser. Dazu wird ein Eiswürfel mit Masse m_E gegeben. Das Eis hat eine Temperatur T_E und das Wasser hat eine Temperatur T_W . Die Temperatur T_0 steht für 0°C bzw. 273.15 K

Gesucht ist die Mischtemperatur T_M

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_{zu}$$

$$m_W \cdot c_W \cdot (T_W - T_M) = m_E \cdot c_E \cdot (T_E - T_0) + q_f \cdot m_E + c_W \cdot (T_M - T_0)$$

13.10 Beschlagenes Fenster

Gesucht: Aussentemperatur T_a

Gegeben: Innentemperatur T_i , Luftfeuchtigkeit f_i in %, Wärmedurchgangszahl des Fensters k und Wärmeübergangszahl α_i

Beschlag bei $p_s(T_{fi}) = f \cdot p_s(T_i) \Rightarrow T_{fi}$ mittels Magnusformel bestimmen

Wärmestromdichte in allen Schichten gleich: $k(T_a - T_i) = \alpha_i(T_{fi} - T_i)$

13.11 Luftbefeuchter

Gesucht: rel. Luftfeuchtigkeit f_{ri}

Gegeben: Volumen des Zimmers V , Menge verdampftes Wasser m , Zeit für kompletten Austausch t , Innentemperatur T_i , Aussentemperatur T_a , Luftfeuchtigkeit f_{ra}

\dot{m} = Massenfluss (ai=nach innen, b=Befeuchter, ia=nach draussen)

$$\dot{V} = \frac{V}{t} \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right], \quad \dot{m}_b = \frac{m}{t_0} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right], \quad M = 0.018 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$$

$\rho_s = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right]$ (Sättigungsdichte)

$$\dot{m}_{ai} + \dot{m}_b = \dot{m}_{ia}$$

$$\dot{m} = f_r \cdot \rho_s \cdot \dot{V}$$

$$f_{ra} \cdot \rho_{sa} \cdot \dot{V} + \dot{m}_b = f_{ri} \cdot \rho_{si} \cdot \dot{V}$$

$$\rho_s = p_s(\theta) \cdot \frac{M}{R \cdot T_i} \quad (\text{Magnusformel für } p_s(T_a \text{ resp. } T_i))$$