

# Physik

## Sammlung, gegliedert nach Modul

Fabian Suter, 10. Juni 2024

<https://github.com/FabianSuter/Physik.git>

## 1 Hydrostatik

### 1.1 Festkörper, Flüssigkeit, Gas

#### 1.1.1 Festkörper

- kein Fluid
- festes Volumen; feste Gestalt
- Moleküle / Atome befinden sich in regelmässiger Gitter-Anordnung
- inkompressibel (sehr schlecht komprimierbar)
- Kraft: Weiterleitung (längs ihrer Wirkungslinie)
- Druck: Verstärkung

#### 1.1.2 ideale Flüssigkeit

- Fluid
- festes Volumen; keine feste Gestalt
- Moleküle / Atome bewegen sich chaotisch aneinander vorbei
- Moleküle / Atome füllen den Raum aus / berühren sich
- inkompressibel (schlecht komprimierbar)
- reibungsfrei (keine Scherkräfte)
- Kraft: Verstärkung
- Druck: Weiterleitung (gleichmässig)

#### 1.1.3 Gas

- Fluid
- kein festes Volumen; keine feste Gestalt
- Moleküle / Atome fliegen mit hoher Geschwindigkeit durch den Raum
- Es gibt sehr viel Zwischenraum
- Moleküle / Atome führen bei Zusammenstoss unter sich oder mit Gefässwand elastische Stösse aus
- kompressibel (gut komprimierbar)
- reibungsfrei (keine Scherkräfte)

## 1.2 Druck $p$ / Schubspannung $\tau$

Druck ist eine skalare Grösse (hat keine Richtung)

$$p = \frac{F_{\perp}}{A} \quad \tau = \frac{F_{\parallel}}{A}$$

$p$	Druck	$[p] = \text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
$\tau$	Schubspannung (Scherkraft)	$[\tau] = \text{N}$
$F_{\perp}$	Kraft senkrecht zu A	$[F_{\perp}] = \text{N}$
$F_{\parallel}$	Kraft parallel zu A	$[F_{\parallel}] = \text{N}$
$A$	Fläche	$[A] = \text{m}^2$

In abgeschlossenen, miteinander verbundenen Systemen herrscht ein Druck-Gleichgewicht!

$$p_1 = p_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

#### 1.2.1 Weitere Einheiten von Druck

1 bar =  $10^5$  Pa (Absolutdruck: Vergleich zu Vakuum)

1 hPa = 100 Pa = 1 mbar

1 at = 1 kp · cm<sup>-2</sup> = 9.81 · 10<sup>4</sup> Pa

1 atü = 1 at (Überdruck; Vergleich zu normalem Luftdruck)

1 Torr =  $\frac{1}{760}$  at (1mm-Hg-Säule)

1 psi = 6894.76 Pa (Britisch)

## 1.3 Kompression

$$\text{Flüssigkeiten:} \quad \Delta p = \frac{1}{\kappa} \cdot -\frac{\Delta V}{V} = K \cdot -\frac{\Delta V}{V}$$

$$\text{Gase:} \quad \Delta p = p(h) - p_0 = \frac{1}{\kappa_T} \cdot -\frac{\Delta V}{V}$$

$\Delta p$	Druckerhöhung	$[\Delta p] = \text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
$\kappa$	Kompressibilität (Flüssigkeit)	$[\kappa] = \frac{1}{\text{Pa}}$
$K = \frac{1}{\kappa}$	Kompressionsmodul	$[K] = \text{Pa}$
$\kappa_T$	Kompressibilität (Gas)	$[\kappa_T] = \frac{1}{\text{Pa}}$
$-\frac{\Delta V}{V}$	relative Volumen-Abnahme	$[\frac{\Delta V}{V}] = 1$

## 1.4 Dichte $\rho$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad \Leftrightarrow \quad m = \rho \cdot V$$

$\rho$	Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$m$	Masse	$[m] = \text{kg}$
$V$	Volumen	$[V] = \text{m}^3$

#### 1.4.1 Wichtige Dichten

$$\rho_{\text{Wasser}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_{\text{Luft}} = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

## 1.5 Boyle-Mariotte

Das Gesetz von Boyle-Mariotte beschreibt die Kompressibilität von Gasen.  
 ⇒ Das Gesetz gilt nur bei konstanter Temperatur!

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = \text{const} \quad \Rightarrow \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$\rho_x$	Gas-Dichte	$[\rho_x] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$p_x$	Gas-Druck	$[p_x] = \text{Pa}$
$V_x$	Volumen	$[V_x] = \text{m}^3$

## 1.6 Hydrostatischer Druck (Schweredruck)

Fluid inkompressibel!

$$p = \rho \cdot g \cdot h$$

$\rho$	Dichte der Flüssigkeit	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$g$	Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$[g] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$h$	Höhe <b>unter</b> der Flüssigkeits-Oberfläche	$[h] = \text{m}$

Der Druck ist nur von der Höhe der darüberliegenden Flüssigkeit abhängig, nicht von deren Volumen oder Gewicht.

## 1.7 Barometrische Höhenformel (Gase)

Fluid kompressibel!

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{\rho_0}{p_0} \cdot g \cdot h}$$

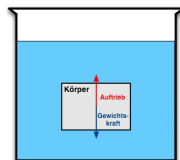
$p(h)$	Schweredruck des Gases bei Höhe $h$	$[p(h)] = \text{Pa}$
$p_0$	Luftdruck auf Meereshöhe $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$	$[p_0] = \text{Pa}$
$\rho_0$	Luft-Dichte auf Meereshöhe $\rho_0 = 1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$[\rho_0] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$g$	Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$[g] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$h$	Höhe über Meer	$[h] = \text{m}$

## 1.8 Statischer Auftrieb (Fluid)

Der Auftrieb eines Körpers entspricht dem Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit (Archimedes).

$$F_A = \rho_{Fl} \cdot V_K \cdot g$$

$$F_A = F_{G,Fl} = m_{Fl} \cdot g = \rho_{Fl} \cdot V_K \cdot g$$



$F_A$	Auftriebskraft	$[F_A] = \text{N}$
$\rho_{Fl}$	Dichte <b>verdrängtes Fluid</b>	$[\rho_{Fl}] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$V_K$	verdrängtes Fluid-Volumen	$[V_K] = \text{m}^3$
$g$	Erdbeschleunigung $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$[g] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$m_{Fl}$	Masse des <b>verdrängten Fluids</b>	$[m_{Fl}] = \text{kg}$
$F_{G,Fl}$	Gewichtskraft <b>verdrängtes Fluid</b>	$[F_{G,Fl}] = \text{N}$

## 1.9 Oberflächenspannung $\sigma$

$$\sigma := \frac{F}{l}$$

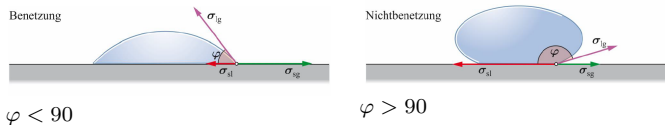
$\sigma$	Oberflächenspannung	$[\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}} = \frac{\text{J}}{\text{m}^2}$
$F$	Kraft	$[F] = \text{N}$
$l$	Länge	$[l] = \text{m}$

Die Länge  $l$  entspricht der gesamten Berührungslänge zwischen Flüssigkeit und Festkörper / Gas

Zylinder	$l = 2 \pi r$
Lamellen	$l = 2 b$ (beidseitig!)

## 1.10 Grenzflächenspannung

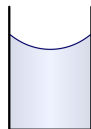
$$\sigma_{sl} + \sigma_{lg} \cdot \cos \varphi = \sigma_{sg}$$



## 1.11 Kapillarität $h$

$$h = \frac{2 \cdot \sigma}{\rho \cdot g \cdot r} = \frac{\sigma}{\rho \cdot g \cdot d}$$

$\sigma$	Totale Grenzflächenspannung	$[\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$
$\rho$	Dichte der Flüssigkeit	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$r$	Radius der Kapillare	$[r] = \text{m}$
$d$	Durchmesser der Kapillare	$[d] = \text{m}$



benetzend



nicht benetzend

## 1.12 Druck in Seifenblase $p$

$$p = \frac{2 \cdot \sigma}{r}$$

$\sigma$	Oberflächenspannung	$[\sigma] = \frac{\text{N}}{\text{m}}$
$r$	Radius der Seifenblase	$[r] = \text{m}$

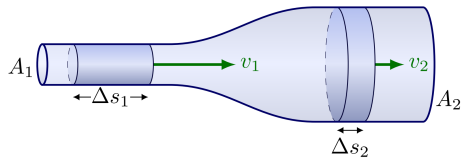
## 2 Hydrodynamik - Ideale Fluide

Ideale Fluide nehmen keine Scherkräfte auf (keine Reibung) und sind inkompressibel.

### 2.1 Stromlinien-Modell

- Stromlinien zeigen Geschwindigkeit des Fluids
- **Dichte** Stromlinien bedeutet **hohe** Geschwindigkeit
- **Dünne** Stromlinien bedeutet **niedrige** Geschwindigkeit
- Stationär: Stromlinien = Bahnlinien  $\Rightarrow$  schneiden sich nicht

### 2.2 Kontinuitätsgleichung



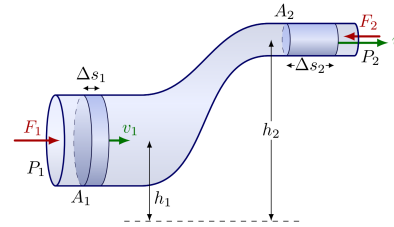
$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \dot{V} = A \cdot v = \text{const} \quad \Leftrightarrow \quad A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \dot{V}$$

$\Delta V$	Volumenänderung	$[\Delta V] = \text{m}^3$
$\Delta t$	Zeitänderung	$[\Delta t] = \text{s}$
$\dot{V}$	Volumenstrom (Volumen pro Zeit)	$[\dot{V}] = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
$A_x$	Querschnittsfläche	$[A_x] = \text{m}^2$
$v_x$	Geschwindigkeit der Flüssigkeit	$[v_x] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$\Rightarrow$  Gilt auch für Gase, wenn  $v \ll v_{\text{Schall}}$

## 2.3 Bernoulli-Gleichung

Die Bernoulli-Gleichung beschreibt ein bewegtes Fluid



$$\underbrace{p + \rho \cdot g \cdot h}_{\text{statisch}} + \underbrace{\frac{1}{2} \rho \cdot v^2}_{\text{dynamisch}} = \text{const}$$

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2$$

### 2.3.1 Spezialfall: Horizontal

$$p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const}$$

### 2.3.2 Spezialfall: Statik

$$p + \rho \cdot g \cdot h = \text{const}$$

### 2.3.3 Hydrodynamisches Paradoxon

Je grösser die Strömungsgeschwindigkeit, desto kleiner der Druck

## 2.4 Bernoulli-Gleichung und Energieerhaltung

Die in der Bernoulli-Gleichung vorkommenden Terme können als Energie pro Volumen betrachtet werden

$$\begin{aligned} E_{\text{Mech}} &= \text{elast. Energie} + \text{pot. Energie} + \text{kin. Energie} \\ &= p \cdot V + m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \text{const} \end{aligned}$$

Wenn durch das Volumen dividiert wird erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{E_{\text{Mech}}}{\text{Volumen}} &= \frac{\text{elastische Energie}}{\text{Volumen}} + \frac{\text{pot. Energie}}{\text{Volumen}} + \frac{\text{kin. Energie}}{\text{Volumen}} \\ &= p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const} \end{aligned}$$

Bei einer horizontalen Strömung entfällt die pot. Energie (pro Volumen)

$$\begin{aligned} \frac{E_{\text{Mech}}}{\text{Volumen}} &= \frac{\text{elastische Energie}}{\text{Volumen}} + \frac{\text{kin. Energie}}{\text{Volumen}} \\ &= p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 = \text{const} \end{aligned}$$

## 3 Hydrodynamik - Reale Fluide

Reale Fluide nehmen Scherkräfte auf (Reibung)

### 3.1 Newton'sches Reibungs-Gesetz

Ein reales Fluid erfährt Reibung

$$\tau = \eta \cdot \frac{v}{d} \quad \tau = \eta \cdot \frac{dv}{dz}$$

$\tau$	Schubspannung	$[\tau] = \text{N}$
$\eta$	dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$
$v$	Geschwindigkeitsdifferenz zw. Auflagen	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$z$	Richtung senkrecht zur Verschiebung	$[z] = \text{m}$
$d$	Distanz zwischen den Auflagen	$[d] = \text{m}$
$\frac{dv}{dz}$	Geschwindigkeits-Gradient in z-Richtung	$[\frac{dv}{dz}] = \frac{1}{\text{s}}$

Beispiele: Werte für  $\eta$

$\eta_{\text{Luft}}$	$:= 17 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
$\eta_{\text{Wasser}}(20^\circ\text{C})$	$:= 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$
$\eta_{\text{Öl}}$	$:= 0.1 \text{ Pa} \cdot \text{s} \text{ bis } 1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$

### 3.1.1 Kinematische Zähigkeit $\nu$

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

$\nu$	kinematische Zähigkeit	$[\nu] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
$\rho$	Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

## 3.2 Stokes'sche Reibung $F_R$

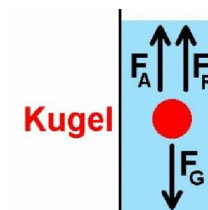
Z.B. für Kugel in Öl oder fallende Wassertropfen

$$F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot R \cdot v$$

$F_R$	Reibungskraft	$[F_R] = \text{N}$
$\eta$	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$
$R$	Kugelradius	$[R] = \text{m}$
$v$	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

### 3.2.1 Kugelfall-Viskosimeter

Auf eine Kugel, welche in einer Flüssigkeit hinabgleitet wirken folgende Kräfte:



$F_G$	Gewichtskraft
$F_A$	statischer Auftrieb
$F_R$	Stokes'sche Reibung

Ansatz zum Lösen von Aufgaben:  
**Kräftegleichgewicht**

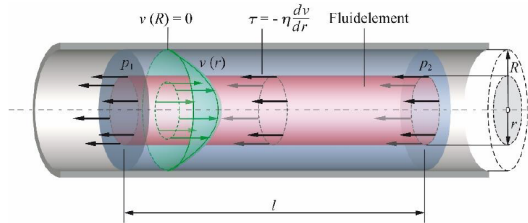
### 3.3 Hagen-Poiseuille

Beschreibung von laminaren Strömungen in einem runden Rohr  
 ⇒ Schichtströmung

#### 3.3.1 Gesetz von Hagen-Poiseuille

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l}$$

#### 3.3.2 Geschwindigkeitsverteilung von $r = 0$ bis $R$



$$v(r) = \frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta p}{l} (R^2 - r^2)$$

$v(r)$	Flie遡geschwindigkeit beim Radius $r$	$[v(r)] = \frac{m}{s}$
$r$	betrachteter Radius	$[r] = m$
$\eta$	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = Pa \cdot s$
$R$	Rohr-(Innen)Radius	$[R] = m$
$\Delta p$	Druckdifferenz	$[\Delta p] = Pa$
$\dot{V} = \frac{dV}{dt}$	Volumenstrom	$[\dot{V}] = \frac{m^3}{s}$
$l$	Länge des Rohrs	$[l] = m$

### 3.4 Reynolds-Zahl $Re$

Gibt ein Richtmass für die Wirbelbildung

- Druck-Differenz (Bernoulli) begünstigt Wirbelbildung
- Innere Reibung (Schubspannung) verhindert Wirbelbildung

$$Re = \frac{\Delta p}{\tau} = \frac{\rho \cdot \bar{v} \cdot d}{\eta} \quad \text{mit} \quad \bar{v} = \frac{\dot{V}}{A}$$

$Re$	Reynolds-Zahl	$[Re] = 1$
$\eta$	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = Pa \cdot s$
$\bar{v}$	Mittlere Geschwindigkeit	$[\bar{v}] = \frac{m}{s}$
$d$	Typische Dimension (Rohrdurchmesser)	$[d] = m$
$\Delta p$	Druckdifferenz	$[\Delta p] = Pa$
$\tau$	Schubspannung	$[\tau] = N$

Sobald die Reynolds-Zahl  $Re$  grösser ist als ein kritischer Wert bilden sich Wirbel

⇒ Rohr:  $Re_{kritisch} \approx 2320$

#### 3.4.1 Ähnlichkeitsgesetz

Reynolds-Zahl dient auch richtigem Vergleich von Modellversuchen.

⇒ Gleiche Reynolds-Zahl bedeutet gleiches Verhalten

⇒ Gleiche Reynolds-Zahl bedeutet auch gleiche Relative Grenzschicht-Dicke  $D$  (siehe 3.6)

### 3.5 Turbulente / Laminare Rohrströmung

#### 3.5.1 Hilfe, um Reynoldszahl zu bestimmen (laminar)

$$\Delta p = 32 \cdot \eta \cdot l \cdot \frac{v}{d^2}$$

#### 3.5.2 Druckunterschied in laminare / turbulente Strömung

$$\lambda_{turbulent} = \frac{0.316}{\sqrt[4]{Re}} \quad \lambda_{laminar} = \frac{64}{Re}$$

$$\Rightarrow \Delta p_x = \lambda_x \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

$\Delta p_x$	Druckdifferenz (laminar/turbulent)	$[\Delta p] = Pa$
$\eta$	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = Pa \cdot s$
$l$	Rohr-Länge	$[l] = m$
$v$	Flie遡-Geschwindigkeit	$[v] = \frac{m}{s}$
$d$	Rohr-Durchmesser	$[d] = m$
$\rho$	Dichte des Fluids	$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$
$Re$	Reynolds-Zahl	$[Re] = 1$

#### 3.5.3 Unbekannt / Gemischt (Pratische Anwendung)

Vorgehen, wenn man nicht weiss, ob sich Wirbel bilden oder nicht

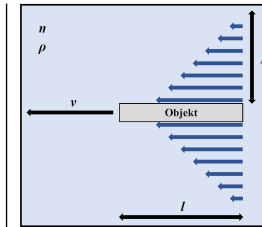
1. Laminar rechnen (um fehlenden Parameter  $\rho$ ,  $v$ ,  $d$ , oder  $\eta$  zu bestimmen)
2. Aus Resultat Reynolds-Zahl berechnen
3. Mit kritischer Reynolds-Zahl vergleichen
4. Beim **Überschreiten** ⇒ Turbulent rechnen!

### 3.6 Prandl'sche Grenzschicht-Dicke $D$

Prandl'sche Grenzschicht-Dicke  $D$  beschreibt, in welcher **Distanz** die **Geschwindigkeit** eines laminar bewegten Teils (z.B. ein Flugzeugflügel) **Null** ist.

$$D = \sqrt{\frac{\eta}{\rho} \cdot \frac{l}{v}}$$

$D$	Prandl'sche Grenzschicht-Dicke	$[D] = m$
$\eta$	Dynamische Zähigkeit (Viskosität)	$[\eta] = Pa \cdot s$
$\rho$	Dichte des Fluids	$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$
$l$	Länge des bewegten Teils (in Richtung von $v$ )	$[l] = m$
$v$	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{m}{s}$



Die Geschwindigkeit innerhalb der Grenzschicht  $D$  nimmt vom Teil bis hin zum äussersten Rand **linear** ab.

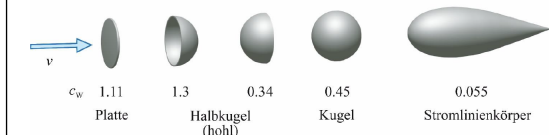
### 3.7 Bernoulli-Gleichung mit innerer Reibung

$$p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} \alpha_1 \cdot \rho \cdot v_1^2 = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} \alpha_2 \cdot \rho \cdot v_2^2 + \Delta p_v$$

	turbulent	laminar
Korrekturfaktoren	$\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 2$	$\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx 1$
Druckverlust $\Delta p_v$	$\Delta p_v = \lambda_x \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$	
	$\lambda_{turbulent} = \frac{0.316}{\sqrt[4]{Re}}$	$\lambda_{laminar} = \frac{64}{Re}$

### 3.8 Druckwiderstand $F_D$

Bezeichnet die turbulente Luftreibungskraft  $F_R$  und wird meist als Luftwiderstand bezeichnet



$$F_D = \Delta p \cdot A_s = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A_s \cdot c_W$$

$F_D$	Druckwiderstand	$[F_D] = N$
$\Delta p$	Druckdifferenz	$[\Delta p] = Pa$
$\rho$	Luft-Dichte	$[\rho] = \frac{kg}{m^3}$
$v$	Strömungs-Geschwindigkeit	$[v] = \frac{m}{s}$
$c_W$	Widerstandsbeiwert / Widerstandszahl	$[c_W] = 1$
$A_s$	projizierte Fläche senkrecht zur Strömung	$[A_s] = m^2$

Der Widerstandsbeiwert  $c_W$  ist **geometrieabhängig**!

### 3.9 Auftriebskraft $F_A$ nach Kutta-Jukowski

Beschreibt Proportionalität zwischen dynamischem Auftrieb und Zirkulation

$$F_A = \rho \cdot v \cdot l \cdot \Gamma$$

$F_A$	dynamischer Auftrieb	$[F_A] = \text{N}$
$\rho$	Dichte des Fluids	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$v$	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$l$	Länge quer zur Strömung	$[l] = \text{m}$
$\Gamma$	Zirkulation	$[\Gamma] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

### 3.9.1 Zirkulation $\Gamma$

Die Zirkulation ist ein Mass für die **Rotation** im Strömungsfeld

$$\Gamma = \oint \vec{v} \bullet d\vec{s}$$

$\Gamma$	Zirkulation	$[\Gamma] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
$\vec{v} \bullet d\vec{s}$	Geschwindigkeit entlang dem Weg (Skalarprodukt: $\vec{v} \bullet d\vec{s} = a \cdot b \cdot \cos(\varphi)$ )	$[\vec{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

**Rotierender Zylinder:**

$$\Gamma = 2\pi r v_{\text{Zyl}} = 4\pi^2 r^2 f$$

## 3.10 Dynamischer Auftrieb $F_A$

$$F_A = c_A \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2}_{\Delta p} \cdot A_{\parallel}$$

$F_A$	dynamischer Auftrieb	$[F_A] = \text{N}$
$c_A$	Auftriebskoeffizient	$[c_A] = 1$
$\rho$	Luft-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$v$	Strömungsgeschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$A_{\parallel}$	Projizierte Fläche <b>parallel</b> zur Strömung	$[A_{\parallel}] = \text{m}^2$

### 3.10.1 Wissenswertes zum dynamischen Auftrieb

Ein gerade ausgerichtetes, symmetrisches Stromlinienprofil erzeugt **keinen** dynamischen Auftrieb

An einem asymmetrischen Flügelprofil entsteht dynamischer Auftrieb

## 3.11 Induzierter Widerstand $F_W$

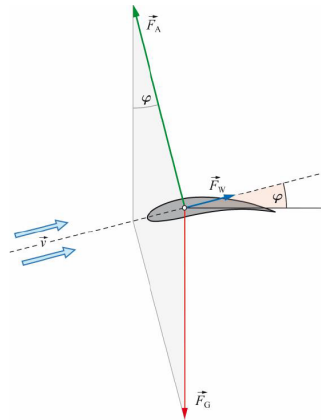
Kommt durch Energieverlust (Wirbelbildung) zu Stande, welcher entsteht, wenn die Umgebungsluft in Bewegung gesetzt wird

$$F_W = c_W^* \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A_{\parallel}$$

$F_W$	Induzierter Widerstand	$[F_W] = \text{N}$
$c_W^*$	Widerstands-Koeffizient	$[c_W^*] = 1$
$\rho$	Luft-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$v$	Strömungsgeschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$A_{\parallel}$	Projizierte Fläche <b>parallel</b> zur Strömung	$[A_{\parallel}] = \text{m}^2$

## 3.12 Gleitwinkel $\varphi$

Gibt die zurückgelegte Strecke pro verbrauchte Höhe an  
Im Luft-Kanal ist dies der Anstell-Winkel



$$\tan(\varphi) = \frac{F_W}{F_A} = \frac{c_W^*}{c_A} = \frac{v_V}{v_H}$$

$\varphi$	Gleitwinkel	$[\varphi] = ^\circ$
$F_W$	Widerstandskraft	$[F_W] = \text{N}$
$F_A$	Auftriebskraft	$[F_A] = \text{N}$
$c_W^*$	Widerstands-Koeffizient	$[c_W^*] = 1$
$c_A$	Auftriebs-Koeffizient	$[c_A] = 1$
$v_V$	Vertikal-Geschwindigkeit	$[v_V] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$v_H$	Horizontal-Geschwindigkeit	$[v_H] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

### 3.12.1 Gängige Gleitzahlen

Flugobjekt	Gleitzahl
Hängegleiter	10 bis 15
Boeing 747	15
Airbus A380	20
Segelflugzeug	40 (Rekord 70)

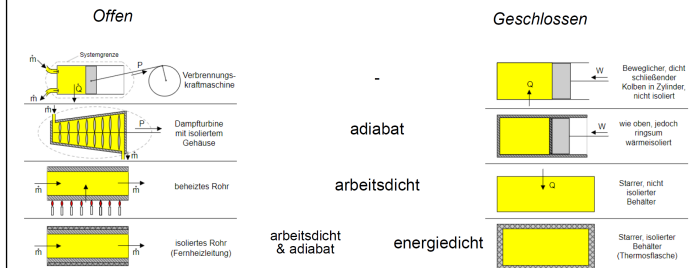
## 3.13 Helmholtz'sche Wirbelsätze

1. Wirbel hat kein Anfang und kein Ende
2. Wirbel besteht immer aus denselben Fluidteilchen
3. Zirkulation zeitlich konstant

## 4 Thermodynamik

### 4.1 Terminologie

System ist ↓	Materie-tausch		Energietausch	
			Arbeit	Wärme
offen	erlaubt	-	erlaubt	erlaubt
		adiabatisch	erlaubt	Nein
		arbeitsdicht	Nein	erlaubt
		beides	Nein	Nein
geschlossen	Nein	-	möglich	möglich
		adiabatisch	möglich	Nein
		arbeitsdicht	Nein	möglich
		energiedicht	Nein	Nein



### 4.2 Absolute Temperatur $T$

$$T = \theta + 273.15 \text{ K} = \theta - \theta_0$$

$T$	Absolute Temperatur gemessen in Kelvin	$[T] = \text{K}$
$\theta$	Temperatur gemessen in °C	$[\theta] = ^\circ\text{C}$
$\theta_0$	Absoluter Nullpunkt: $= -273.15 ^\circ\text{C} = 0 \text{ K}$	

### 4.3 Thermische Ausdehnung

#### 4.3.1 Längenausdehnung $\Delta l$

$$l' = l + \Delta l = l + \alpha \cdot l \cdot \Delta T = l(1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

$l'$	Länge nach Ausdehnung	$[l'] = \text{m}$
$l$	Anfangslänge	$[l] = \text{m}$
$\Delta l$	Längenänderung	$[\Delta l] = \text{m}$
$\alpha$	Längenausdehnungskoeffizient	$[\alpha] = \frac{1}{\text{K}}$
$\Delta T$	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

#### 4.3.2 Flächenausdehnung $\Delta A$

$$A' = A + \Delta A = A + \underbrace{\beta}_{\approx 2\alpha} \cdot A \cdot \Delta T = A(1 + \beta \cdot \Delta T)$$

$A'$	Länge nach Ausdehnung	$[A'] = \text{m}^2$
$A$	Anfangslänge	$[A] = \text{m}^2$
$\Delta A$	Längenänderung	$[\Delta A] = \text{m}^2$
$\beta$	Flächenausdehnungskoeffizient	$[\beta] = \frac{1}{\text{K}}$
$\Delta T$	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

### 4.3.3 Volumenausdehnung $\Delta V$

$$V' = V + \Delta V = V + \underbrace{\gamma}_{\approx 3\alpha} \cdot V \cdot \Delta T = V(1 + \gamma \cdot \Delta T)$$

$V'$	Volumen nach Ausdehnung	$[V'] = \text{m}^3$
$V$	Anfangsvolumen	$[V] = \text{m}^3$
$\Delta V$	Volumenänderung	$[\Delta V] = \text{m}^3$
$\gamma$	Volumenausdehnungskoeffizient	$[\gamma] = \frac{1}{\text{K}}$
$\Delta T$	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

Material	Koeffizient ( $10^{-6} \text{K}^{-1}$ )
Aluminium	23
Eisen	12
Stahl, unlegiert	11 ... 13
Diamant	1.3
Silizium	2
Gummi	220
Beton	12
Polysterol	70
Zerodur	$0 \pm 0.007$

### 4.4 Thermische Spannung $\sigma$

$$p = \sigma = \varepsilon \cdot E = E \cdot \frac{\Delta l}{l} = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$\sigma$	Thermische Spannung	$[\sigma] = \text{Pa}$
$\varepsilon$	Dehnung	$[\varepsilon] = 1$
$E$	Elastizitätsmodul	$[E] = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
$\alpha$	Längenausdehnungskoeffizient	$[\alpha] = \frac{1}{\text{K}}$
$\Delta T$	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$
$p$	Druck	$[p] = \text{Pa}$

## 5 Ideales Gas

### 5.1 Modell des idealen Gases

Jedes Gas ist gleich!

1. Moleküle sind Massepunkte (keine Ausdehnung)
2. Stöße sind elastisch (keine zwischenmolekularen Kräfte)  
Kein Volumen bei  $T = 0$   
Kein Druck bei  $T = 0$

#### 5.1.1 Thermische Ausdehnung von Gasen

- Ausdehnung von Gasen ist sehr gross
- Bei **allen** Gasen ist die Ausdehnung **gleich**
- Volumen beim Nullpunkt ist **Null**

### 5.2 Universelle Gasgleichung

Alle Gase verhalten sich gleich, insbesondere bei gleicher Anzahl Moleküle

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$p_x$	<b>Absolut-Druck</b>	$[p_x] = \text{Pa}$
	Absolut-Druck: $p_0 + p$	
$V_x$	Volumen	$[V_x] = \text{m}^3$
$T_x$	<b>Absolut-Temperatur</b> (in K)	$[T] = \text{K}$

#### 5.2.1 Boyle-Mariotte

Das Gesetz gilt nur bei konstanter Temperatur!  
 $\Rightarrow$  **Isotherme** Zustandsänderung

$$p \cdot V = \text{const} \Rightarrow p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

#### 5.2.2 Gay-Lussac

Das Gesetz gilt nur bei konstantem Druck!  
 $\Rightarrow$  **Isobare** Zustandsänderung

$$\frac{V}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

#### 5.2.3 Gay-Lussac und Amontons

Das Gesetz gilt nur bei konstantem Volumen!  
 $\Rightarrow$  **Isochore** Zustandsänderung

$$\frac{p}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

### 5.3 Universelle Gasgleichung für ideale Gase

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = N \cdot k \cdot T$$

$p$	<b>Absolut-Druck</b>	$[p] = \text{Pa}$
	Absolut-Druck: $p_0 + p$	
$V$	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
$n$	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
$R$	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$T$	<b>Absolut-Temperatur</b> (in K)	$[T] = \text{K}$
$N$	Anzahl Moleküle	$[N] = 1$
$k$	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$

#### 5.3.1 Zusammenhänge zwischen den Konstanten

$$R = k \cdot N_A = \frac{N \cdot k}{n}$$

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} = \frac{N \cdot k}{R}$$

$R$	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$k$	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$N$	Anzahl Moleküle	$[N] = 1$
$N_A$	Avogadrokonstante: $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$	$[N_A] = \frac{1}{\text{mol}}$
$n$	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
$m$	Masse	$[m] = \text{kg}$
$M$	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$

### 5.4 Mechanische Arbeit $\Delta W$ von Gasen

Folgende Formel ist für Flüssigkeiten **nicht** gültig, da diese inkompressibel sind ( $\Delta V = 0$ )

$$\Delta W = F \cdot \Delta s = p \cdot A \cdot \Delta s = p \cdot \Delta V$$

$\Delta W$	Mechanische Arbeit von Gas	$[\Delta W] = \text{J}$
$F$	Kraft	$[F] = \text{N}$
$\Delta s$	Wegänderung	$[\Delta s] = \text{m}$
$p$	Druck	$[p] = \text{Pa}$
$A$	Fläche	$[A] = \text{m}^2$
$\Delta V$	Volumenänderung	$[\Delta V] = \text{m}^3$

### 5.5 Gesetz von Avogadro

Ein Mol eines Gases nimmt bei Normalbedingungen immer das gleiche Volumen ein (=Molvolumen)

Ideale Gase enthalten bei gleichem Druck  $p$  und gleicher Temperatur  $T$  immer gleich viele Moleküle (im Molvolumen)

### 5.6 Molmasse $M$ , Molvolumen $V_m$

Für 1 Mol Teilchen gilt:

$$p \cdot V = R \cdot T = N_A \cdot k \cdot T$$

Molmasse ist die **Ordnungszahl** im Periodensystem

$$n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$$

Mol-Volumen:

$$V_m = \frac{V}{n}$$



$p$	<b>Absolut-Druck</b>	$[p] = \text{Pa}$
	Absolut-Druck: $p_0 + p$	
$V$	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
$R$	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$T$	<b>Absolut-Temperatur</b> (in K)	$[T] = \text{K}$
$N_A$	Avogadrokonstante: $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$	$[N_A] = \frac{1}{\text{mol}}$
$k$	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$n$	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
$m$	Masse	$[m] = \text{kg}$
$M$	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
$N$	Anzahl Moleküle	$[N] = 1$
$V_m$	Mol-Volumen	$[V_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$

## 5.7 Dichte eines Gases $\rho$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{V_m} = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$$

$\rho$	Gas-Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$m$	Masse	$[m] = \text{kg}$
$V$	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
$M$	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
$V_m$	Mol-Volumen (22.4 L bei 0 °C und 1000 hPa)	$[V_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
$p$	<b>Absolut-Druck</b>	$[p] = \text{Pa}$
	Absolut-Druck: $p_0 + p$	
$R$	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$T$	<b>Absolut-Temperatur</b> (in K)	$[T] = \text{K}$

## 5.8 Phänomene von idealen Gasen

### 5.8.1 Anomalie des Wassers

Die feste Form (Eis) ist leichter als die flüssige Form (Wasser)  
Die **grösste Dichte weist Wasser bei 4 °C** auf, nicht beim Gefrierpunkt von 0 °C

⇒ Ein See gefriert somit nur an der Oberfläche. Am Grund des Sees beträgt die Wassertemperatur 4 °C

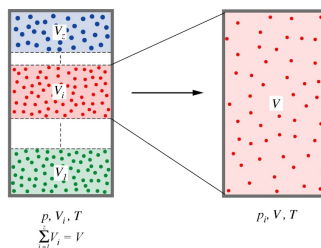
### 5.8.2 Osmotischer Druck (Zelldruck)

Grosse Moleküle innerhalb von vielen kleinen Molekülen in einer Flüssigkeit verhalten sich ähnlich wie die Moleküle eines idealen Gases, wenn die Flüssigkeit von einer für die Moleküle halb-durchlässigen (semi-permeabel) Membran umgeben ist.

Osmotischer Druck :  $p = \frac{n}{V} \cdot R \cdot T$  (ideale Gasgleichung)

## 5.9 Partialdruck $p_i$

**Ausgangslage: Gasmisch (z.B. Luft: Sauerstoff-Stickstoff)**



Der Partialdruck  $p_i$  ist der Druck, welcher die i-te Gaskomponente erzeugen würde, wenn ihr das gesamte Volumen zur Verfügung stehen würde.

## 5.10 Gesetz von Dalton

In einem Gas ist die Summe der Partialdrücke  $p_i$  gleich dem Gesamtdruck

$$\sum_{i=1}^n p_i = p$$

$p_i$	Partialdruck	$[p_i] = \text{Pa}$
$p$	(Gesamt-) Druck	$[p] = \text{Pa}$

## 5.11 Volumen- und Massenkonzentration (Gasmisch)

### 5.11.1 Volumen-Konzentrationen (Volumen-Anteile)

$$q_i = \frac{V_i}{V} = \frac{n_i}{n} = \frac{p_i}{p}$$

$q_i$	Volumen-Konzentration	$[q_i] = 1$
$V_i$	Volumen der i-ten Gas-Komponente	$[V_i] = \text{m}^3$
$V$	Gesamt-Volumen	$[V] = \text{m}^3$
$n_i$	Molzahl der i-ten Gas-Komponente	$[n_i] = \text{mol}$
$n$	Gesamt-Molzahl des Gemischs	$[n] = \text{mol}$
$p_i$	Partialdruck der i-ten Gaskomponente	$[p_i] = \text{Pa}$
$p$	Druck des Gemischs	$[p] = \text{Pa}$

### 5.11.2 Massen-Konzentration (Massen-Anteile)

$$\mu_i = \frac{m_i}{m} = \frac{M_i}{M} \cdot q_i$$

$\mu_i$	Volumen-Konzentrationen	$[\mu_i] = 1$
$m_i$	Masse der i-ten Gas-Komponente	$[m_i] = \text{kg}$
$m$	Masse des Gemischs	$[m] = \text{kg}$
$M_i$	Mol-Masse der i-ten Gas-Komponente	$[M_i] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
$M$	Mol-Masse des Gemischs	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
$q_i$	Volumen-Konzentration	$[q_i] = 1$

## 5.12 Mol-Masse Gasmisch

Die Mol-Masse des Gas-Gemischs kann als gewichteter Mittelwert berechnet werden, gewichtet mit den jeweiligen Volumen-Anteilen

$$M = \sum_{i=1}^n q_i \cdot M_i$$

$M$	Mol-Masse Gasmisch	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
$q_i$	Volumen-Konzentration	$[q_i] = 1$
$M_i$	Mol-Masse der i-ten Gas-Komponente	$[M_i] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$

## 6 Reales Gas

Im Vergleich zum idealen Gas müssen zwei Dinge berücksichtigt werden:

Eigen-Volumen:

Ideales Gas hat **kleineres** Volumen als gemessen  
(Ideal-Gas-Volumen um das Molekül-Eigenvolumen reduzieren)

Binnen-Druck:

Ideales Gas hat **grösseren** Druck als gemessen  
(Ideal-Gas-Druck um Binnendruck erhöhen)

## 6.1 Van der Waals-Gleichung (1 Mol)

⇒ Für nicht-ideale Gase!

$$p' \cdot V'_m = R \cdot T$$

$$p' = p + \frac{a}{V_m^2}$$

$$V'_m = V_m - b$$

$p'$	Korrigierter Druck	$[p'] = \text{Pa}$
$V'_m$	Korrigiertes Mol-Volumen	$[V'_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
$R$	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$T$	<b>Absolut-Temperatur</b> (in K)	$[T] = \text{K}$
$p$	Druck des Gemischs	$[p] = \text{Pa}$
$a$	Eigenvolumen	$[a] = \frac{\text{J} \cdot \text{m}^3}{\text{mol}^2}$
$b$	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
$V_m$	Mol-Volumen	$[V_m] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$

## 6.2 Van der Waals-Gleichung (n Mol)

$$\left(p + \frac{n^2 \cdot a}{V^2}\right) \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T$$

$p$	Druck des Gemischs	$[p] = \text{Pa}$
$n$	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
$a$	Eigenvolumen	$[a] = \frac{\text{J} \cdot \text{m}^3}{\text{mol}^2}$
$V$	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
$b$	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
$R$	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$T$	<b>Absolut-Temperatur</b> (in K)	$[T] = \text{K}$

6.2.1 Van der Waals-Parameter

$$a = \frac{9}{8} \cdot R \cdot T_k \cdot V_{mk} = \frac{27R^2T_k^2}{64 \cdot p_k}$$

$$b = \frac{V_{mk}}{3} = \frac{RT_k}{8 \cdot p_k}$$

$$V_{mk} = 3 \cdot b$$

$$T_k = \frac{8 \cdot a}{27 \cdot R \cdot b}$$

$$p_k = \frac{a}{27 \cdot b^2}$$

$a$	Eigenvolumen	$[a] = \frac{\text{J} \cdot \text{m}^3}{\text{mol}^2}$
$R$	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$T_k$	Kritische <b>Absolut</b> -Temperatur	$[T_k] = \text{K}$
$V_{mk}$	Kritisches Mol-Volumen	$[V_{mk}] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
$b$	Binnendruck	$[b] = \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$
$p_k$	Kritischer Druck	$[p_k] = \text{Pa}$

7 Wärmelehre

7.1 Wärme Q

Wärme ist Energie, welche stets (**von allein**) von höherer zu niedrigerer Temperatur fließt

$$\Delta U \overset{\substack{\leftarrow \\ 1.HS \ 100\% \\ = \\ 2.HS \ 100\% \\ \rightarrow}}{\Delta W + \Delta Q}$$

7.2 Erster Hauptsatz der Wärmelehre

Nicht nur durch Wärmezufuhr, sondern auch durch mechanische Arbeit lässt sich die Temperatur und damit die innere Energie  $U$  erhöhen

$$\Delta U = \Delta W + \Delta Q$$

$\Delta U$	Zu-/Abgeführte Innere Energie	$[\Delta U] = \text{J}$
$\Delta W$	Zu-/Abgeführte Arbeit z.B. $E_{\text{kin}}$ , $E_{\text{pot}}$ , $W_{\text{Gas}}$ , $W_{\text{reib}}$	$[\Delta W] = \text{J}$
$\Delta Q$	Zu-/Abgeführte Wärme	$[\Delta Q] = \text{J}$

7.2.1 Ansätze für 1. HS

$$\Delta Q = E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\Delta Q = E_{pot} = m \cdot g \cdot h$$

$$\Delta \dot{Q} = \Delta P$$

7.2.2 Mechanische Arbeit eines Gases

Für mehr Details, siehe Abschnitt 5.4

$$\Delta W = p \cdot \Delta V$$

7.3 Mechanische Wärmeäquivalente

1 Kalorie = 4,1868 J (cal)  
⇒ Energie, um 1 Gramm Wasser um 1 Grad zu erwärmen

1 kcal = 4186,8 J  
⇒ Energie, um 1 Kilogramm Wasser um 1 Grad zu erwärmen

7.3.1 Elektrisches Wärmeäquivalent  $c$

Elektrische Energie = Wärme

$$U \cdot I \cdot t = c \cdot m \cdot \Delta T \quad \Leftrightarrow \quad c = \frac{U \cdot I \cdot t}{m \cdot \Delta T}$$

$c$	Elektrisches Wärmeäquivalent	$[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
$U$	Spannung	$[U] = \text{V}$
$I$	Strom	$[I] = \text{A}$
$t$	Zeit	$[t] = \text{s}$
$m$	Masse	$[m] = \text{kg}$
$\Delta T$	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$

7.4 Wärmekapazität

Die Wärmekapazität drückt das Energiespeicher-Vermögen aus.

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = n \cdot C_m \cdot \Delta T = C \cdot \Delta T$$

7.4.1 Absolute Wärmekapazität  $C$

Energiespeicher-Vermögen eines **Gegenstands**

$$\Delta Q = C \cdot \Delta T$$

7.4.2 Spezifische Wärmekapazität  $c$

Energiespeicher-Vermögen einer **Substanz**

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta T \qquad c_{Wasser} = 4187 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

7.4.3 Molare Wärmekapazität  $C_m$

Energiespeicher-Vermögen einer **Anzahl Moleküle**

$$C_m = \frac{c}{n} = M \cdot c$$

$\Delta Q$	Zu-/Abgeführte Wärme	$[\Delta Q] = \text{J}$
$c$	spezifische Wärmekapazität	$[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$
$C$	absolute Wärmekapazität	$[C] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$C_m$	molare Wärmekapazität	$[C_m] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$m$	Masse	$[m] = \text{kg}$
$\Delta T$	Temperaturänderung	$[\Delta T] = \text{K}$
$n$	Mol-Zahl	$[n] = \text{mol}$
$M$	Mol-Masse	$[M] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$



#### 7.4.4 Molare Wärmekapazität von Gasen

$$C_{mp} - C_{mV} = R$$

$C_{mp}$	isobare Wärme-Kapazität ( $p = \text{const}$ )	$[C_{mp}] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$C_{mV}$	isochore Wärme-Kapazität ( $V = \text{const}$ )	$[C_{mV}] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$R$	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

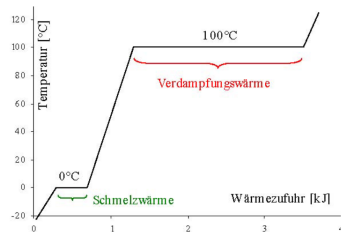
#### 7.4.5 Molare Wärmekapazität von Festkörpern

$$T > \Theta_D : C_m \approx 3R \approx 25 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \quad (\text{Dulong - Petit})$$

$$T \ll \Theta_D : C_m = \frac{12 \cdot \pi^4}{5} \cdot R \cdot \left( \frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \quad (\text{Debye})$$

$T$	Absolut-Temperatur (in K)	$[T] = \text{K}$
$\Theta_D$	Debye-Temperatur $\Theta_D \approx 200 \text{ K}$	$[\Theta_D] = \text{K}$
$C_m$	molare Wärmekapazität	$[C_m] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$R$	Universelle Gaskonstante: $R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$[R] = \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

#### 7.5 Latente Wärme (Schmelz-/ Verdampfungswärme)



Beim Schmelzen und Verdampfen findet **keine** Temperaturerhöhung statt. Beim Gefrieren und oder Kondensieren wird diese versteckte Wärme wieder frei, **ohne** Abnahme der Temperatur.

Die Schmelz-/ Verdampfungswärme ist stark druckabhängig

$$Q_f = q_f \cdot m$$

$$q_{fWasser} := 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$Q_S = q_s \cdot m$$

$$q_{sWasser} := 2256 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$Q_f$	Schmelz-/Erstarrungs-Wärme	$[Q_f] = \text{J}$
$q_f$	Spezifische Schmelzwärme	$[q_f] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$
$Q_S$	Verdampfungs-/Kondensations-Wärme	$[Q_S] = \text{J}$
$q_s$	Spezifische Verdampfungs-Wärme	$[q_s] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$
$m$	Masse	$[m] = \text{kg}$

#### 7.6 Wärmebilanz

Wärmeaustausch zwischen verschiedenen Materialien

In einem abgeschlossenen System (nach aussen isoliert) muss gelten:  
**Zugeführte Wärme = Abgeführte Wärme**

$$\sum_{i=1}^n (\Delta Q_i + \Delta Q_{fi} + \Delta Q_{si}) = 0$$

$\Delta Q_i$	i-te Wärme-Menge aus Temperatur-Zu-/Abnahme	$[\Delta Q_i] = \text{J}$
$\Delta Q_{fi}$	i-te Wärme-Menge aus Schmelz-/Erstarrungs-Vorgang	$[\Delta Q_{fi}] = \text{J}$
$\Delta Q_{si}$	i-te Wärme-Menge aus Verdampfungs-/Kondensations-Vorgang + zugeführte Wärme-Menge - abgeführte Wärme-Menge	$[\Delta Q_{si}] = \text{J}$

#### 8 Phasen und Phasenübergänge

##### 8.1 Phasen

- **Fest**  
feste Gestalt; festes Volumen
- **Flüssig**  
keine feste Gestalt; festes Volumen
- **Gasförmig**  
keine feste Gestalt; kein festes Volumen
- **Plasma**  
Bei sehr hoher Temperatur ist Materie ionisiert (Elektronengas)

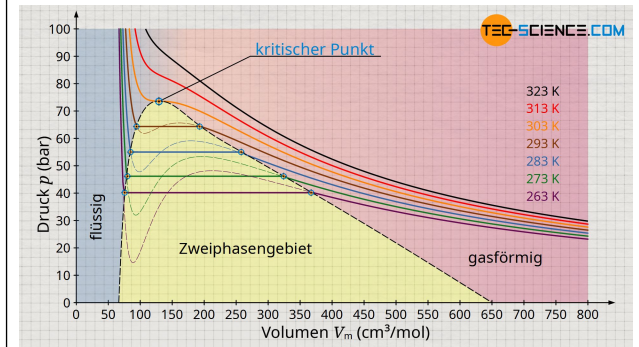
#### 8.2 Dampfdruck $p_s(T)$

Der Dampfdruck bedeutet das Gleichgewicht der Flüssigkeit mit ihrer Dampfphase

Der Dampfdruck ist das Niveau des konstanten Drucks im 2-Phasengebiet eines realen Gases nach van der Waals.

Der Dampfdruck ist nur **temperaturabhängig**

Bei Kompression oder Expansion ändert sich der Dampfdruck nicht, sondern der Anteil Flüssigkeit zu Gas muss ändern



**Verdunsten**  $\Rightarrow$  Schnellste Teilchen treten aus Flüssigkeit aus

**Sieden/Verdampfen** Dampfdruck = Umgebungsdruck

## 8.3 Dampfdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)

Kondensieren  $\Leftrightarrow$  Verdampfen      flüssig  $\Leftrightarrow$  gasförmig

$$\frac{dp_s}{dT} = \frac{q_s}{T \cdot \left( \frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_f} \right)}$$

### 8.3.1 Dampfdruck $p_s(T)$ von Wasser (Clausius-Clapeyron)

$$p_s(T) = p_{s0} \cdot e^{\frac{q_s \cdot M_W}{R} \cdot \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}$$

$$p_{s0} = 610.7 \text{ Pa} \quad T_0 = 273 \text{ K} \quad q_s = 2420 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \quad M_W = 18.02 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

## 8.4 Schmelzdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)

Erstarren  $\Leftrightarrow$  Schmelzen      fest  $\Leftrightarrow$  flüssig

$$\frac{dp_f}{dT} = \frac{q_f}{T \cdot \left( \frac{1}{p_f} - \frac{1}{p_s} \right)}$$

## 8.5 Gasdruck-Kurve (Clausius-Clapeyron)

Desublimieren  $\Leftrightarrow$  Sublimieren      fest  $\Leftrightarrow$  gasförmig

$$\frac{dp_{sub}}{dT} = \frac{q_s + q_f}{T \cdot \left( \frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_s} \right)}$$

$q_s$	spezifische Verdampfungs-Wärme	$[q_s] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$
$q_f$	spezifische Schmelz-Wärme	$[q_f] = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$
$q_s + q_f$	spezifische Sublimations-Wärme	
$p_s$	Dampfdruck	$[p_s] = \text{Pa}$
$p_f$	Schmelzdruck	$[p_f] = \text{Pa}$
$p_g$	Schmelzdruck	$[p_g] = \text{Pa}$
$\rho_g$	Dichte Gas	$[\rho_g] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$\rho_f$	Dichte Flüssigkeit	$[\rho_f] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$\rho_s$	Dichte Festkörper	$[\rho_s] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

## 8.6 Formeln von Magnus

Die Formeln von Magnus dienen der vereinfachten Berechnung des Dampfdrucks von Wasser = Sättigungsdruck

### 8.6.1 Dampfdruck von Wasser $p_s(\theta)$ ( $\theta \geq 0^\circ\text{C}$ )

$$p_s(\theta) = p_{s0} \cdot 10^{\frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237}}$$

### 8.6.2 Schmelzdruck von Wasser $p_s(\theta)$ ( $\theta \leq 0^\circ\text{C}$ )

$$p_s(\theta) = p_{s0} \cdot 10^{\frac{9.5 \cdot \theta}{\theta + 265.5}}$$

$p_s$	Dampfdruck / Schmelzdruck	$[p_s] = \text{Pa}$
$p_{s0}$	Dampfdruck bei $0^\circ\text{C}$	$[p_{s0}] = \text{Pa}$
$\theta$	Temperatur	$[\theta] = ^\circ\text{C}$

## 8.7 Umkehrformeln von Magnus

### 8.7.1 $\theta(p_s)$ für $p_s \geq p_{s0}$

$$\theta(p_s) = \frac{237 \cdot \log\left(\frac{p_s}{6.107}\right)}{7.5 - \log\left(\frac{p_s}{6.107}\right)}$$

### 8.7.2 $\theta(p_s)$ für $p_s \leq p_{s0}$

$$\theta(p_s) = \frac{265.5 \cdot \log\left(\frac{p_s}{p_{s0}}\right)}{9.5 - \log\left(\frac{p_s}{p_{s0}}\right)}$$

## 8.8 Luftfeuchtigkeit

### 8.8.1 Absolute Luftfeuchtigkeit $f$

$$f = \frac{m_W}{V}$$

### 8.8.2 Relative Luftfeuchtigkeit $f_r$

$$f_r = \frac{m_W}{m_S} = \frac{p_D}{p_S} = \frac{p_D}{p_S(\theta)}$$

$f$	Absolute Luftfeuchtigkeit	$[f] = 1$
$f_r$	Relative Luftfeuchtigkeit	$[f_r] = 1$
$m_W$	Masse Wasserdampf	$[m_W] = \text{kg}$
$m_S$	Masse Wasserdampf bei Sättigung	$[m_S] = \text{kg}$
$V$	Volumen	$[V] = \text{m}^3$
$p_D$	Partialdruck Wasserdampf	$[p_D] = \text{Pa}$
$p_S$	Dampfdruck = Sättigungsdruck Wasserdampf	$[p_S] = \text{Pa}$
$\theta$	Temperatur	$[\theta] = ^\circ\text{C}$

### 8.8.3 Feuchte vs. trockene Luft

Feuchte Luft ist leichter als trockene Luft!

$$\rho_F < \rho_T \quad (\text{da } M_W < M_L)$$

$\rho_F$	Dichte feuchte Luft	$[\rho_F] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$\rho_T$	Dichte trockene Luft	$[\rho_T] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
$M_W$	Molmasse $\text{H}_2\text{O}$	$[M_W] = \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$
$M_S$	Molmasse Luft g	$[M_S] = \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

## 8.9 Taupunkts-Temperatur $\theta_d$

Temperatur, bei welcher 100% Luftfeuchtigkeit herrscht.

Wenn die Taupunkt-Temperatur **unterschritten** wird, dann kondensiert Wasser.

$$\theta_d(\theta, f_r) = \frac{237 \cdot \left( \log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237} \right)}{7.5 - \left( \log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237} \right)}$$

$$\theta_d(x) = \frac{237 \cdot x}{7.5 - x} \quad \text{mit} \quad x(\theta, f_r) = \log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237}$$

$\theta_d$	Taupunkts-Temperatur	$[\theta_d] = ^\circ\text{C}$
$f_r$	relative Luftfeuchtigkeit	$[f_r] = 1$
$\theta$	Temperatur	$[\theta] = ^\circ\text{C}$

## 8.10 Relative Innen-Feuchte $f_{ri}$

$$f_{ri} = \frac{p_s(\theta_a)}{p_s(\theta_i)} \cdot f_{ra}$$

$f_{ri}$	relative Feuchte im Inneren	$[f_{ri}] = 1$
$f_{ra}$	relative Feuchte der Aussenluft	$[f_{ra}] = 1$
$p_s(\theta_i)$	Dampfdruck bei Innentemperatur	$[p_s(\theta_i)] = \text{Pa}$
$p_s(\theta_a)$	Dampfdruck bei Aussentemperatur	$[p_s(\theta_a)] = \text{Pa}$

## 9 Kinetische Gas-Theorie

### 9.1 Aequipartitionsgesetz

#### Mittlere kinetische Energie

Idealisierte Annahmen:

1. Moleküle = Massenpunkte
2. Keine (bzw.) elastische Zusammenstöße
3. Keine Kräfte zwischen den Molekülen
4. Elastischer Stoss gegen Wand
5. Alle Moleküle haben gleiche Geschwindigkeit
6. 1/6 aller Moleküle fliegen gegen eine einzelne Wand

$$\overline{E} = f \cdot \frac{k \cdot T}{2}$$

f = 3	1-atomiges Gas
f = 5	2-atomiges Gas
f = 6	3-atomiges Gas

$\overline{E}$	Mittlere kinetische Energie	$[\overline{E}] = \text{J}$
$f$	Freiheitsgrade	$[f] = 1$
$k$	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$T$	<b>Absolute</b> Temperatur	$[T] = \text{K}$

### 9.2 Geschwindigkeiten

#### 9.2.1 Mittlere quadratische Geschwindigkeit $u$

$$u = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{m}}$$

#### 9.2.2 Mittlere Geschwindigkeit $\bar{v}$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot T}{m}}$$

#### 9.2.3 Wahrscheinlichste Geschwindigkeit $v_0$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot T}{\pi \cdot m}}$$

$k$	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$T$	<b>absolute</b> Temperatur	$[T] = \text{K}$
$m$	Masse des Teilchens	$[m] = \text{kg}$

### 9.3 Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$f(m, T, v) = \sqrt{\frac{2 \cdot m^3}{\pi \cdot k^3 \cdot T^3}} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{m \cdot v^2}{2 \cdot k \cdot T}}$$

$m$	Masse des Teilchens	$[m] = \text{kg}$
$k$	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$T$	<b>absolute</b> Temperatur	$[T] = \text{K}$
$v$	Geschwindigkeit	$[v] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

### 9.4 Mittlere freie Weglänge $\bar{\lambda}$

Gibt an, um welche Strecke sich ein Molekül im Mittel bis zum nächsten Zusammenstoß fortbewegen kann.

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{n \cdot (\pi \cdot d^2)} \quad \text{mit Wirkungsquerschnitt } \sigma = \pi \cdot d^2$$

$n$	<b>Molekül-Dichte</b>	$[n] = \frac{1}{\text{m}^3}$
$d$	Molekül-Durchmesser	$[d] = \text{m}$

### 9.5 Dichtefunktion

Verteilungsfunktion der mittleren, freien Weglänge

$$f(x) = \frac{1}{\bar{\lambda}} \cdot e^{-\frac{x}{\bar{\lambda}}}$$

### 9.6 Transportvorgänge

#### 9.6.1 Wärmeleitung

Transport von **kinetischer Energie** (als Wärme wahrgenommen)

$$j_Q = -\lambda_Q \cdot \frac{dT}{dx} \quad \lambda_Q = \frac{1}{6} \cdot n \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot f \cdot k$$

#### 9.6.2 Diffusion

Transport von **Masse**

$$j_D = -D \cdot \frac{dn}{dx} \quad D = \frac{1}{3} \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda}$$

#### 9.6.3 Viskosität

Transport von **Impuls**

$$\tau = -\eta \cdot \frac{dv}{dx} \quad \eta = \frac{1}{3} \cdot n \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \cdot \rho$$

$j_Q$	Wärmestrom	$[j_Q] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
$\lambda_Q$	Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda_Q] = \frac{\text{W}}{\text{K}}$
$j_D$	Diffusionsstrom	$[j_D] = ?$
$D$	Diffusionskonstante	$[D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
$\tau$	Schubspannung	$[\tau] = \text{N}$
$\eta$	Viskosität	$[\eta] = \text{Pa} \cdot \text{s}$
$n$	<b>Molekül-Dichte</b>	$[n] = \frac{1}{\text{m}^3}$
$\bar{v}$	Mittlere Geschwindigkeit	$[\bar{v}] = \frac{\text{m}}{\text{s}}$
$\bar{\lambda}$	Mittlere freie Weglänge	$[\bar{\lambda}] = \text{m}$
$f$	Anzahl Freiheitsgrade	$[f] = 1$
$k$	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$	$[k] = \frac{\text{J}}{\text{K}}$
$T$	<b>absolute</b> Temperatur	$[T] = \text{K}$
$\rho$	Dichte	$[\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

## 10 Temperaturstrahlung

- Wärmestrahlung = Berührungslose Übertragung von Wärme
- In Form von elektromagnetischen Wellen ( $\lambda @ \text{IR}$ )
- Körper absorbiert elektromagn. Strahlung und erhöht seine Temperatur  
Jeder Körper mit  $T > 0 \text{ K}$  strahlt Wärme ab (Temp-strahlung)
- Für jede Wellenlänge muss ein Körper gleich viel Energie abstrahlen, wie er zuvor aufgenommen hat!

### 10.1 Strahlungs-Gesetze

#### 10.1.1 Stefan-Boltzmann-Gesetz

- Ideal schwarzer Körper (Hohlraum) absorbiert **alle Wellenlängen zu 100 %**
- Je mehr ein Körper absorbiert, desto mehr muss er emittieren (**Energie-Gleichgewicht**)

Ein schwarzer Körper (=Hohlraumstrahler) der Temperatur  $T$  hat eine totale Abstrahlungs-Leistung **pro Oberfläche**  $K_S$  von:

$$K_S = \sigma \cdot T^4$$

$K_S$	Schwarzkörper-Emission	$[K_S] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
$\sigma$	Stefan-Boltzmann-Konstante	$[\sigma] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$
		$\sigma = 5.671 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}^4}$

$T$	Temperatur	$[T] = \text{K}$
-----	------------	------------------

#### 10.1.2 Wien'sches Verschiebungsgesetz

Verschiebung der maximalen Wellenlänge:

$$\lambda_{max} \cdot T = \text{const} = b$$

$\lambda_{max}$	Wellenlängen-Maximum (Planck)	$[\lambda_{max}] = \text{m}$
$T$	Temperatur	$[T] = \text{K}$
$b$	Konstante: $b = 2.898 \cdot 10^{-3} \text{m} \cdot \text{K}$	$[b] = \text{m} \cdot \text{K}$

#### 10.1.3 Planck'sches Gesetz der Quantenmechanik

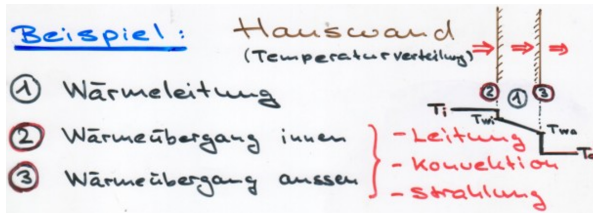
Ein Oszillator, welcher auf ein anderes Energieniveau (=Elektronen-Kreisbahnen nach Bohr) wechselt, setzt die Energiedifferenz  $\Delta E$  in ein Lichtquant (Photon) mit entsprechender Frequenz  $f$  um.

Je nach Vorzeichen von  $\Delta E$  wird das Photon emittiert oder absorbiert .

$$\Delta E = h \cdot f$$

$\Delta E$	spektrale Abstrahlung (Energie)	$[\Delta E] = \text{J}$
$h$	Panck'sches Wirkungsquantum $h = 6.628 \cdot 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$	$[h] = \text{J} \cdot \text{s}$
$f$	Frequenz des Photons	$[f] = \frac{1}{\text{s}} = \text{Hz}$

## 10.2 Wärmetransport (an Beispiel Hauswand)



### 10.2.1 Wärmeleitung

$$j = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}$$

$j$	Wärmestromdichte	$[j] = \frac{W}{m^2}$
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda] = \frac{W}{m \cdot K}$
$\frac{dT}{dx}$	Wärmeabnahme / Gradient	$[\frac{dT}{dx}] = \frac{K}{m}$

### 10.2.2 Wärmeübergang

$$\text{innen: } j = \alpha_i \cdot (T_i - T_{wi}) \quad \text{mit } \alpha_i = 8 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

$$\text{ausen: } j = \alpha_a \cdot (T_{wa} - T_a) \quad \text{mit } \alpha_a = 20 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

### 10.2.3 Wärmedurchgang

Material + Dicke zusammengefasst

$$j = k \cdot (T_i - T_a) = k \cdot \Delta T \quad \text{mit } k = \frac{\lambda}{d}$$

$j$	Wärmestromdichte	$[j] = \frac{W}{m^2}$
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda] = \frac{W}{m \cdot K}$
$\frac{dT}{dx}$	Wärmeabnahme / Gradient	$[\frac{dT}{dx}] = \frac{K}{m}$
$\alpha_i$	Wärmeübergangszahl innen	$[\alpha_i] = \frac{W}{m^2 \cdot K}$
$\alpha_a$	Wärmeübergangszahl ausen	$[\alpha_a] = \frac{W}{m^2 \cdot K}$
$T_{wa}$	Temperatur Wand ausen	$[T_{wa}] = K$
$T_a$	Aussentemperatur	$[T_a] = K$
$T_{wi}$	Temperatur Wand innen	$[T_{wi}] = K$
$T_i$	Innentemperatur	$[T_i] = K$
$k$	Wärmedurchgangszahl	$[k] = \frac{W}{m^2 \cdot K}$
$d$	Dicke der Wand	$[d] = m$

$$P = \dot{Q} = j \cdot A$$

### 10.2.4 Wärmedurchgang komplett

Der komplette Wärmedurchgang leitet sich her durch die **Erhaltung der Wärmestromdichte**  $j$  und errechnet sich mit:

$$n \text{ Schichten: } \frac{1}{k_{tot}} = \frac{1}{\alpha_i} + \sum_x \frac{1}{k_x} + \frac{1}{\alpha_a}$$

$$\text{zylindrisch: } \frac{1}{k_{tot}} = r_a \left( \frac{1}{\alpha_i \cdot r_i} + \sum_x \frac{1}{\lambda_x} \cdot \ln \left( \frac{r_{xa}}{r_{xi}} \right) \right) + \frac{1}{\alpha_a} \cdot \frac{1}{r_a}$$

$k_x$	Wärmedurchgangszahl x-te Schicht	$[k_x] = \frac{W}{m^2 \cdot K}$
$\alpha_i$	Wärmeübergangszahl innen	$[\alpha_i] = \frac{W}{m^2 \cdot K}$
$\alpha_a$	Wärmeübergangszahl ausen	$[\alpha_a] = \frac{W}{m^2 \cdot K}$
$r_i$	Innenradius Rohr	$[r_i] = m$
$r_a$	Aussenradius Rohr	$[r_a] = m$
$\lambda_x$	Wärmeleitfähigkeit	$[\lambda] = \frac{W}{m \cdot K}$

## 10.3 Wärme-Bedarf (Heizleistung)

Der Wärme-Bedarf (=Heizleistung) setzt sich zusammen aus **Wärmeverlust durch Wärmeleitung** und durch **Wärmeverlust durch Luftaustausch**:

$$\underbrace{\text{Wärmeverlust}}_{\dot{Q}} = \underbrace{\text{Heizleistung}}_P$$

$$P = \dot{Q}_{tot} = \dot{Q}_W + \dot{Q}_L$$

$$\dot{Q}_W = A \cdot j = A \cdot k \cdot \Delta T$$

$$\dot{Q}_L = c_L \cdot \rho_L \cdot \dot{V} \cdot \Delta T$$

$$\text{allgemein: } \dot{Q}_{tot} = \sum_{i=1}^n [(A_i \cdot k_i + c_L \cdot \rho_L \cdot \dot{V}) \cdot \Delta T]$$

$\dot{Q}_{tot}$	Totaler Wärmeverlust	$[\dot{Q}_{tot}] = \frac{J}{s} = W$
$\dot{Q}_W$	Wärmeleitung	$[\dot{Q}_W] = \frac{J}{s} = W$
$\dot{Q}_L$	Luftaustausch	$[\dot{Q}_L] = \frac{J}{s} = W$
$k_i$	Wärmedurchgangszahl i-te Schicht	$[k_i] = \frac{W}{m^2 \cdot K}$
$\dot{V}$	Volumenstrom	$[\dot{V}] = \frac{m^3}{s}$
$\rho_L$	Dichte der Luft: $\rho_L = 1.2 \frac{kg}{m^3}$	$[\rho_L] = \frac{kg}{m^3}$
$c_L$	Wärmekapazität Luft: $c_L = 1000 \frac{J}{kg \cdot K}$	$[c_L] = \frac{J}{kg \cdot K}$
$A$	Fläche der Wärmeleitung	$[A] = m^2$
$\Delta T$	Temperaturdifferenz	$[\Delta T] = K$

## 10.4 Wärmeverlust durch Abstrahlung

Durch Strahlung kann auch Wärme übertragen werden.

$$j_{12} = c_{12} \cdot (T_1^4 - T_2^4) = \sigma \cdot \varepsilon \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

$j_{12}$	W-Transport durch Strahlungsaustausch	$[j_{12}] = \frac{W}{m^2}$
$c_{12}$	Strahlungsaustauschzahl	$[c_{12}] = \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$
$\sigma$	Stefan-Boltzmann-Konstante	$[\sigma] = \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$
	$\sigma = 5.671 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$	
$\varepsilon$	Emissionsverhältnis	$[\varepsilon] = 1$

## 10.5 Zustandsänderungen

Erinnerung 1. Hauptsatz:  $\Delta U = \Delta W + \Delta Q$

### 10.5.1 Isotherm

bei konstanter Temperatur

$$W_{ab} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)$$

$$\Delta Q_{zu} = W \quad (\Delta U = 0)$$

### 10.5.2 Isobar

bei konstantem Druck

$$W_{ab} = p \cdot (V_2 - V_1)$$

$$\Delta Q_{zu} = n \cdot C_{mp} \cdot \Delta T$$

### 10.5.3 Isochor

bei konstantem Volumen

$$W = 0$$

$$\Delta Q_{zu} = n \cdot C_{mV} \cdot \Delta T \quad (\Delta U = \Delta Q)$$

### 10.5.4 Adiabatisch

ohne Wärme-Austausch

$$W_{ab} = n \cdot C_{mV} \cdot \Delta T$$

$$\Delta Q = 0$$

## 11 Rückwandlung innerer Energie

### 11.1 Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre

Innere Energie kann **nicht zu 100 %** in Arbeit umgesetzt werden  
 $\Rightarrow$  Carnot-Wirkungsgrad ist der theoretisch höchstmögliche.

Wärme kann niemals von selbst von einem kälteren Ort zu einem wärmeren Ort fließen (Clausius)

Es gibt keine periodisch wirkende Maschine, die nichts anderes bewirkt als Erzeugung mechanischer Arbeit und Abkühlung eines Wärme-Reservoirs (Kelvin)

$\Rightarrow$  Es gibt kein Perpetuum mobile 2. Art

### 11.2 Kreisprozess (reversibler Prozess)

Anfangszustand = Endzustand

Rechtslaufender Kreisprozess

Linkslaufender Kreisprozess

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>Gibt Arbeit ab</li> <li><b>Wärmekraftmaschine</b></li> <li>Bei hoher <math>T</math> wird Wärme aus Prozess <b>zugeführt</b></li> <li>Nur Bruchteil der Wärme in Arbeit wandelbar</li> <li>Obergrenze: Carnot-Wirkungsgrad</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Verbraucht Arbeit</li> <li><b>Wärmepumpe</b></li> <li>Bei hoher <math>T</math> wird dem Prozess Wärme<b>abgeführt</b></li> <li>Erzeugt mehrfaches an Wärme</li> <li>Obergrenze: Inv. Carnot-Wirkungsgrad</li> </ul> |
|---|--|

### 11.3 Carnot-Wirkungsgrad

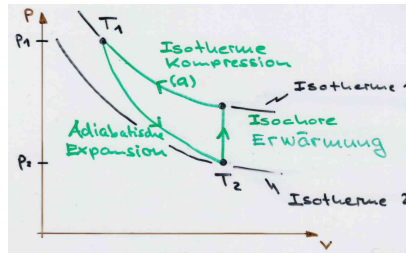
**Wärmekraftmaschine:**  $n_C = \frac{W_{ab}}{Q_{zu}} = \frac{T_{hoch} - T_{tief}}{T_{hoch}}$

**Wärmepumpe:**  $n_{iC} = \frac{Q_{zu}}{W_{ab}} = \frac{T_{hoch}}{T_{hoch} - T_{tief}}$

$n_C$	Carnot-Wirkungsgrad	$[n_C] = 1$
$n_{iC}$	Inverset Carnot-Wirkungsgrad	$[n_{iC}] = 1$
$T_{tief}$	Temperatur des Warm-Reservoirs	$[T_{tief}] = K$
$T_{hoch}$	Temperatur des Kalt-Reservoirs	$[T_{hoch}] = K$
$Q_{zu}$	zugeführte Wärme	$[Q_{zu}] = J$
$W_{ab}$	abgeführte Energie	$[W_{ab}] = J$

### 11.4 Adiabaten-Gleichung (Kreisprozess)

Adiabate wird beschrieben im pV- / TV- / Tp-Diagramm



$$p \cdot V^\kappa = \text{const}$$

$$T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const}$$

$$T^\kappa \cdot p^{1-\kappa} = \text{const}$$

$$\kappa = \frac{C_{mp}}{C_{mV}}$$

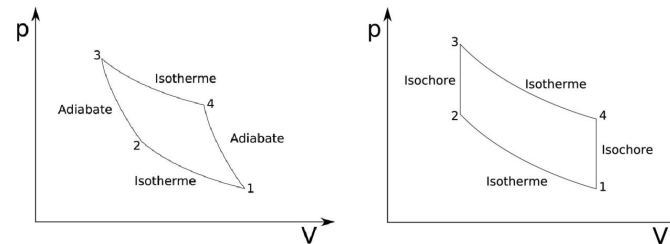
$$C_{mp} - C_{mV} = R$$

$C_{mp}$	Molare Wärmekapazität @ $p = \text{const}$	$[C_{mp}] = \frac{J}{\text{mol} \cdot K}$
$C_{mV}$	Molare Wärmekapazität @ $V = \text{const}$	$[C_{mV}] = \frac{J}{\text{mol} \cdot K}$
$\kappa$	Adiabaten-Exponent	$[\kappa] = 1$
$R$	Universelle Gaskonstante $R = 8.314 \frac{J}{\text{mol} \cdot K}$	$[R] = \frac{J}{\text{mol} \cdot K}$

### 11.5 Kreisprozesse (Vorgänge)

isotherme Expansion	liefert Wärme	benötigt Energie
isotherme Kompression	benötigt Wärme	liefert Energie
adiabatische Expansion	liefert Arbeit	ohne Wärme
adiabatische Kompression	benötigt Arbeit	ohne Wärme
isochore Erwärmung	ohne Arbeit	benötigt Wärme
isochore Abkühlung	ohne Arbeit	liefert Wärme

### 11.6 Beispiel Kreisprozess



## 11.7 Entropie-Zunahme

### 11.7.1 Definition der Entropie-Zunahme

$$\Delta S = S_1 + S_2 = \int \frac{1}{T} dQ$$

### 11.7.2 Boltzmann-Gleichung für Entropie-Zunahme

$$\Delta S = k \cdot \ln(W)$$

$\Delta S$	Entropie	$[\Delta S] = \frac{J}{K}$
$k$	Boltzmann-Konstante $k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$	$[k] = \frac{J}{K}$
$W$	Wahrscheinlichkeit eines Zustands	$[W] = 1$

### 11.7.3 Abgeschlossenes System

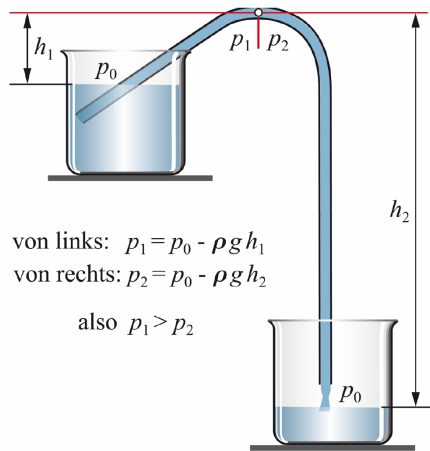
$\Delta S \geq 0$	Entropie kann nur zunehmen in abgeschl. System
$\Delta S > 0$	Irreversibler Prozess
$\Delta S = 0$	Reversibler Prozess

## 12 Molmassen wichtiger Atome

Symbol	Molekül	Molmasse
H	Wasserstoff	$1.008 \frac{g}{\text{mol}}$
C	Kohlenstoff	$12.011 \frac{g}{\text{mol}}$
N	Stickstoff	$14.007 \frac{g}{\text{mol}}$
O	Sauerstoff	$15.999 \frac{g}{\text{mol}}$
Al	Aluminium	$26.982 \frac{g}{\text{mol}}$
Si	Silicium	$28.982 \frac{g}{\text{mol}}$

## 13 Ansätze zu Aufgaben

### 13.1 Saugheber

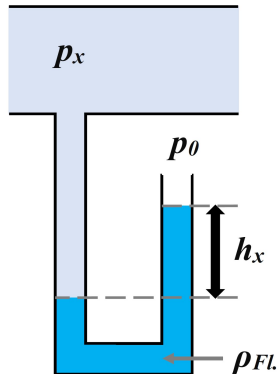


von links:  $p_1 = p_0 - \rho g h_1$

von rechts:  $p_2 = p_0 - \rho g h_2$

also  $p_1 > p_2$

### 13.2 Barometer



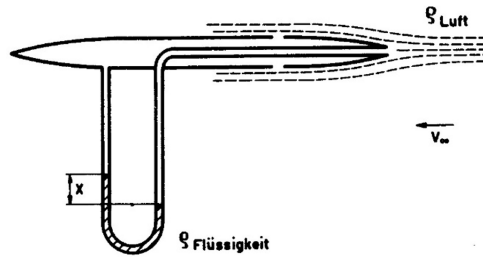
$$p_1 = p_0 + \underbrace{\rho_{Fl} \cdot g \cdot h}_{p_s}$$

$p_1$  gemessener Druck  
 $p_0$  Luftdruck  
 $p_s$  Schweredruck

$\Rightarrow$  Bernoulli  
 $\Rightarrow$  Kontinuität

### 13.3 Pitotrohr

Prandtl'sches Staurohr; Staudruckmesser  
 Zur Messung von Strömungsgeschwindigkeiten



$$\text{Bernoulli horizontal: } \underbrace{p_1}_{p_L} + \frac{1}{2} \rho_1 \cdot \underbrace{v_1^2}_0 = \underbrace{p_2}_{p_L - \Delta p} + \frac{1}{2} \underbrace{\rho_2}_{\rho_L} \cdot v_2^2$$

$$0 = -\Delta p + \frac{1}{2} \rho_L \cdot v_2^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta p = \frac{1}{2} \rho_L \cdot v_2^2$$

$$\text{Gleichsetzen: } \Delta p = \rho_{Fl} \cdot g \cdot h$$

### 13.4 Venturirohr

$$Q = A_1 \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho \left( \frac{A_1^2}{A_2^2} - 1 \right)}} \quad [Q] = \frac{kg}{m^3}$$

### 13.5 Pumpe

$$W = P \cdot t = F \cdot \Delta s = p \cdot A \cdot \Delta s = p \cdot \Delta V$$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{p \cdot V}{t} = p \cdot \dot{V}$$

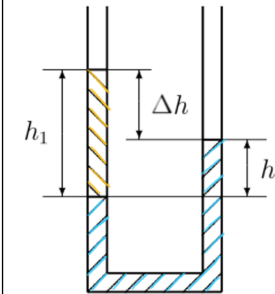
$$F = p \cdot A$$

## 13.6 Bewegungen

$$P = F \cdot v$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

### 13.7 U-Rohr



Ansatz: Druckgleichgewicht

$$p_1 = p_2$$

$$\rho_1 \cdot g \cdot h_1 = \rho_2 \cdot g \cdot h_2$$

### 13.8 Wasser mit Dampf erhitzen

Ein Tasse mit  $m_W = 200 \text{ g}$  Wasser mit einer Temperatur von  $T_K = 20^\circ \text{C}$  wird an der Wasserdampfdüse einer Kaffeemaschine mittels Wasserdampf erhitzt. Der aus der Kaffeemaschine ausströmende Wasserdampf ist  $T_H = 96^\circ \text{C}$  heiss. Am Schluss haben sie 10 % mehr Wasser in der Tasse. (entspricht  $m_D$ )

Wie warm ist das Wasser nun?

Ansatz: 1. Hauptsatz  $Q_{zu} = Q_{ab}$

$$m_W \cdot c_W (T_M - T_K) = q_s \cdot m_D + m_D \cdot c_W (T_H - T_M)$$

### 13.9 Eis in Wasser schmelzen

In einem Gefäß befinden sich  $m_W = 1 \text{ kg}$  Wasser. Dazu wird ein Eiswürfel von  $m_E = 20 \text{ g}$  gegeben. Das Eis hat eine Temperatur von  $T_E = -5^\circ \text{C}$  und das Wasser hat eine Temperatur  $T_W$ . Die Temperatur  $T_0$  steht für  $0^\circ \text{C}$  bzw.  $273.15 \text{ K}$

Gesucht ist die Mischtemperatur  $T_M$

$$\Delta Q_{ab} = \Delta Q_{zu}$$

$$m_W \cdot c_W \cdot (T_W - T_M) = m_E \cdot c_E \cdot (T_E - T_0) + q_f \cdot m_E + c_W \cdot (T_M - T_0)$$