

Aufgabe 1 Berechenbare Funktionen

Welche der folgenden Funktionen ist berechenbar?

Berechenbarkeit nachweisen mit Alg in. beliebiger Prog sprache

- a) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(n) = n / 3$
- b) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(n) = n/3$ mit n kodiert als Dezimalzahl
- c) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(n) = n^{\frac{1}{2}}$ für eine natürliche Zahlen n
- d) $f(n,k) = k$ -te Ziffer der Wurzel von n für eine natürliche Zahlen n

Begründen Sie jeweils ihre Antwort entweder durch Angabe eines Algorithmus oder Beweis für nicht Berechenbarkeit!

Aufgabe 2 Entscheidbarkeit des Halteproblems

Für welche der folgenden Mengen ist das Halteproblem entscheidbar?

- a) $\{ (P,D) \mid \text{Java-Program } P \text{ enthält nur eine Folge von Anweisungen, d.h. ohne Schleifen, Rekursion, Goto-Sprünge} \}$
- b) $\{ (P,D) \mid \text{Java-Program } P \text{ enthält keine Schleifen und bei Modulaufrufen keine Rekursion, sondern nur eine Hierarchie von Modulaufrufen} \}$
- c) $\{ (P,D) \mid \text{Java-Program } P \text{ enthält nur Anweisungen, allerdings sind Sprünge erlaubt} \}$

Aufgabe 3 Semi-entscheidbare und entscheidbare Mengen – Theorem von Rice

Welche der Fragestellungen sind entscheidbar, welche nur semi-entscheidbar d.h. rekursiv aufzählbar?

- a) Das Java-Programm P besteht die zwei vorgegebenen unit-Tests (Ausgabe y_1 bzw. y_2 bei Eingabe x_1 bzw. x_2).
- b) Das Java-Programm P besteht die zwei vorgegebenen unit-Tests mit einer Rechenzeit von höchstens 5 min.
- c) Das Java-Programm P berechnet für die spezifizierte Funktion F bei mindestens einer Eingabe ein falsches Ergebnis.
- d) Das Java-Programm P berechnet für die spezifizierte Funktion F bei allen Eingaben korrekt.
- e) Das Java-Programm P erfüllt die Benchmark-Vorgabe bei Eingabelänge x GigaByte maximal $3 \cdot x$ min Rechenzeit bis Eingabegröße 5 TeraByte.
- f) Das Java-Programm P erfüllt die Benchmark-Vorgabe bei Eingabelänge x GigaByte maximal $3 \cdot x$ min Rechenzeit.

Falls eine Fragestellung nicht entscheidbar ist, beweisen Sie dies mit dem Theorem von Rice durch die Vorgabe einer geeigneten Eigenschaft E bzw. Funktionenmenge $S = \{f \mid f \text{ ist berechenbar und erfüllt } E\}$.

Falls eine Fragestellung entscheidbar oder semi-entscheidbar ist, skizzieren Sie einen Algorithmus.