

Maximale Datenübertragungsrate:

Mit dem *Shannon Hartley Theorem* lässt sich die informationstheoretisch maximale Datenübertragungsrate, in Abhängigkeit der Bandbreite (B in Hz) und dem Signal - Rausch - Verhältnis (SNR), bestimmen:

- Maximale Datenübertragungsrate nach Shannon/Hartley:

$$C_{max} = B \cdot \log_2\left(1 + \frac{S}{N}\right)$$

- Signal - Rausch - Verhältnis:

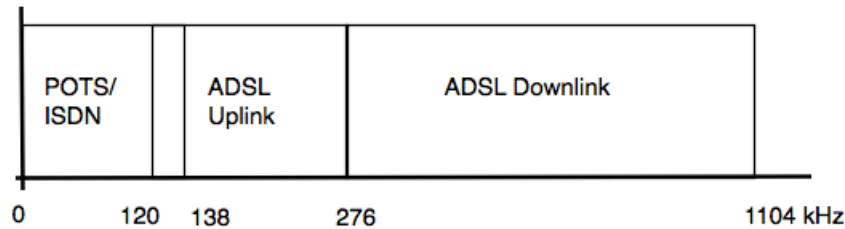
$$SNR = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{S}{N}\right) dB$$

1. Zeigen Sie, dass sich über eine Leitung mit einem SNR von $20dB$ und einer verfügbaren Bandbreite von $1000Hz$ maximal $6,7 \frac{kbit}{s}$ übertragen lassen.

Lösung:

$$C_{max} = 1000Hz \cdot \frac{\ln(101)}{\ln(2)} bit = 6658,211 \frac{bit}{s} \approx 6,7 \frac{kbit}{s}$$

2. Bei ADSL (*Asymmetric Digital Subscriber Line*) wird das nutzbare Frequenzspektrum in drei Segmente (*FDM - Frequency Division Multiplexing*) nach folgenden Schema aufgeteilt (Angaben in kHz):



- (a) Geben Sie die informationstheoretische maximale Datenübertragungsrate für die Segmente ADSL Uplink und ADSL Downlink an, wenn der SNR 42 dB beträgt.

Lösung:

ADSL Uplink: obere Grenze: 276 kHz - untere Grenze: 138 kHz = 138 kHz

ADSL Downlink: obere Grenze: 1104 kHz - untere Grenze: 276 kHz = 828 kHz

$$\frac{S}{N} : SNR = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{S}{N}\right) \text{ dB} \Leftrightarrow 42 \text{ dB} = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{S}{N}\right) \text{ dB} \\ \Leftrightarrow 4,2 \text{ dB} = \log_{10}\left(\frac{S}{N}\right) \text{ dB} \Leftrightarrow 10^{4,2} = \frac{S}{N} = 15848,93$$

$$\text{Uplink: } C_{up} = 138 \text{ kHz} \cdot \log(1 + 15848,93) \text{ bit} = 138 \text{ kHz} \cdot \frac{\ln(15848,93)}{\ln(2)} \text{ bit} = 1925,40 \text{ kBit/s}$$

$$\text{Downlink: } C_{down} = 828 \text{ kHz} \cdot \log(1 + 15848,93) \text{ bit} = 828 \text{ kHz} \cdot \frac{\ln(15848,93)}{\ln(2)} \text{ bit} = 11552,41 \text{ kBit/s}$$

3. Vor der Einführung von breitbandigen Internetanschlüssen wurden Datenverbindungen per Modem über eine Telefonleitung hergestellt. Ein bekannter ITU-Standard ist das V.90-Modem, mit dem über einen Telefonkanal der Bandbreite 4 kHz maximal 56 kBit/s Daten übertragen werden können.

- (a) Berechnen Sie die informationstheoretische untere Schranke für das Signal-zu-Rausch-Verhältnis (in dB), ab der die geforderte Datenrate theoretisch erreicht werden kann.

Lösung:

$$56 \text{ kBit} = 4 \text{ kHz} \cdot \log\left(1 + \frac{S}{N}\right) \Rightarrow \log\left(1 + \frac{S}{N}\right) = \frac{56 \text{ kBit}}{4 \text{ kHz}} = 14 \Rightarrow \frac{S}{N} = 2^{14} - 1$$

$$SNR = 10 \cdot \log_{10}(2^{14} - 1) \text{ dB} = 10 \cdot \frac{\ln(2^{14} - 1)}{\ln(10)} \text{ dB} \approx 42,14 \text{ dB}$$