7600584
23.10.2023

Formale Sprachen

Marco Haupt, KA-TINF21B1, Musterlösung zu Übungsblatt #2

Aufgabe 2.1

Geben Sie eine Grammatik an, welche alle Zeichenketten des Alphabets {0,1} erzeugen kann.

Aufgabe 2.2

Geben Sie eine Grammatik an, welche alle Zeichenketten des Alphabets {0,1} erzeugen kann, in denen mindestens eine 0 vorkommt.

Aufgabe 2.3

Geben Sie eine Grammatik an, welche alle Zeichenketten des Alphabets {0,1} erzeugen kann, in denen mindestens eine 0 und mindestens eine 1 vorkommt.

Aufgabe 2.4

Geben Sie eine Grammatik an, welche alle Zeichenketten des Alphabets {0,1} erzeugen kann, in denen die Zeichenfolge 001 nicht vorkommt.

Aufgabe 2.5

Sei $D = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$ ein deterministischer endlicher Akzeptor mit dem Eingabealphabet $\Sigma = \{a, b\}$, der Zustandsmenge $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, dem akzeptierenden Zustand $F = \{q_1\}$ und der Übergangsfunktion δ, welche durch die nachstehende Tabelle beschrieben wird.

		Zustände			
		q0	**q1**	**q2**	**q3**
Eingabe	**a**	**q1**	**q1**	**q1**	**q3**
	b	**q3**	**q2**	**q2**	**q3**

1. Konstruieren Sie anhand der Abbildungsvorschrift aus der Vorlesung eine strikt rechtslineare Grammatik $G = (V_N, V_T, S, P)$, sodass gilt $L(D) = L(G)$.
2. Geben Sie die Ableitungsfolge für das Wort „abba“ an.
3. Geben Sie die Ableitungsfolge für das Wort „baba“ an.
4. Geben Sie eine Grammatik $G' = (V'_N, V'_T, S', P')$ mit weniger Produktionen $|P'| < |P|$ an, sodass sie dennoch die gleiche Sprache $L(D) = L(G) = L(G')$ erzeugt.

Aufgabe 2.6

Sei $G = (\{n_0, n_1, n_2\}, \{0,1\}, n_0, P)$ eine strikt rechtslineare Grammatik mit folgenden Produktionen:

$$P = \begin{Bmatrix} n_0 \rightarrow \varepsilon \\ n_0 \rightarrow 0n_1 \\ n_0 \rightarrow 1n_0 \\ n_1 \rightarrow \varepsilon \\ n_1 \rightarrow 0n_2 \\ n_1 \rightarrow 1n_0 \\ n_2 \rightarrow \varepsilon \\ n_2 \rightarrow 0n_2 \end{Bmatrix}$$

1. Konstruieren Sie anhand der Abbildungsvorschrift aus der Vorlesung einen nichtdeterministischen, endlichen Akzeptor $N = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$, sodass gilt $L(N) = L(G)$.
2. Nutzen Sie die Potenzmengenkonstruktion, um einen äquivalenten deterministischen endlichen Akzeptor zu erstellen.
3. Welche Produktionen müssten Sie ergänzen oder ersetzen, um direkt einen deterministischen Akzeptor zu erhalten?

Aufgabe 2.7

Sei $G = (\{X, Y, Z\}, \{1,2,3\}, X, P)$ eine strikt rechtslineare Grammatik mit folgenden Produktionen:

$$P = \begin{Bmatrix} X \rightarrow 1X \\ X \rightarrow Y \\ Y \rightarrow 2Y \\ Y \rightarrow Z \\ Z \rightarrow 3Z \\ Z \rightarrow \varepsilon \end{Bmatrix}$$

1. Konstruieren Sie anhand der Abbildungsvorschrift aus der Vorlesung einen nichtdeterministischen, endlichen Akzeptor $N = (Q, q_0, \Sigma, \delta, F)$, sodass gilt $L(N) = L(G)$.
2. Nutzen Sie die Potenzmengenkonstruktion, um einen äquivalenten deterministischen endlichen Akzeptor zu erstellen.

Aufgabe 2.8

Konstruieren Sie nach dem Potenzmengenverfahren aus der Vorlesung zu dem folgenden NEA N einen DEA M, der die gleiche formale Sprache erkennt. $N = (\{A, B, C, D\}, A, \{0,1\}, f, \{C\})$, wobei f durch die folgende Tabelle gegeben ist:

f	A	B	C	D
0	$\{A\}$	$\{B\}$	$\{D\}$	$\emptyset$
1	$\{A\}$	$\{B\}$	$\emptyset$	$\{B\}$
010	$\{B\}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
ε	$\emptyset$	$\{C\}$	$\emptyset$	$\emptyset$

Aufgabe 2.9

Konstruieren Sie nach dem Potenzmengenverfahren aus der Vorlesung zu dem folgenden NEA N einen DEA M, der die gleiche formale Sprache erkennt. $N = (\{A, B, C\}, A, \{0,1\}, f, \{B\})$, wobei f durch die folgende Tabelle gegeben ist:

f	A	B	C
0	$\{B, C\}$	$\{C\}$	$\emptyset$
1	$\emptyset$	$\emptyset$	$\{B\}$

Hat der entstandene DEA die minimal mögliche Zustandszahl?

2.1) $G = (V_N, V_T, S, P)$

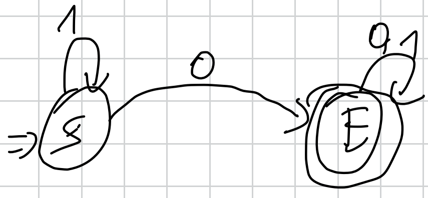
$V_N = \{S\}$ ⇐ Nichtterminale

$V_T = \{0, 1\}$

$S = S$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \to 0S \\ S \to 1S \\ S \to \varepsilon \end{array} \right\}$$

2.2)



$G = (V_N, V_T, S, P)$

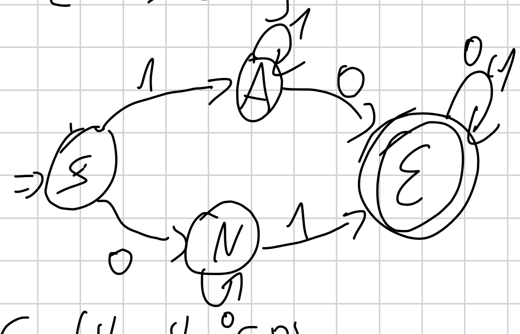
$V_N = \{S, E\}$

$V_T = \{0, 1\}$

$S = S$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \to 1S \\ S \to 0E \\ E \to 0E \\ E \to 1E \\ E \to \varepsilon \end{array} \right\}$$

2.3)



$G = (V_N, V_T, S, P)$

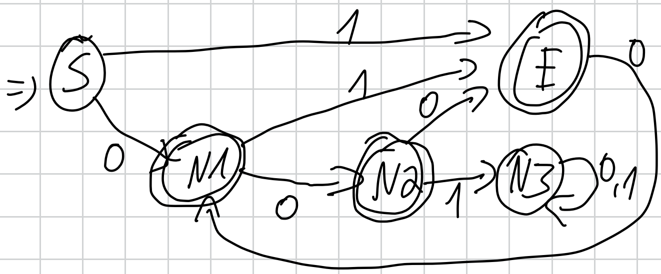
$V_N = \{S, E, A, N\}$

$V_T = \{0, 1\}$

$S = S$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \to 1A \\ S \to 0N \\ A \to 1A \\ A \to 0E \\ N \to 0N \\ N \to 1E \\ E \to 0E \\ E \to 1E \\ E \to \varepsilon \end{array} \right\}$$

2.4) 001 nicht!



$G = (V_N, V_T, S, P)$

$V_N = \{S, N1, N2, N3, E\}$

$V_T = \{0, 1\}$

$S = S$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \to 1E \\ S \to 0N1 \\ N1 \to 1E \\ N1 \to 0N2 \\ N1 \to \varepsilon \\ N2 \to 0E \\ N2 \to 1N3 \\ N2 \to \varepsilon \\ N3 \to 1N3 \\ N3 \to 0N3 \\ E \to \varepsilon \\ E \to 0N1 \end{array} \right.$$

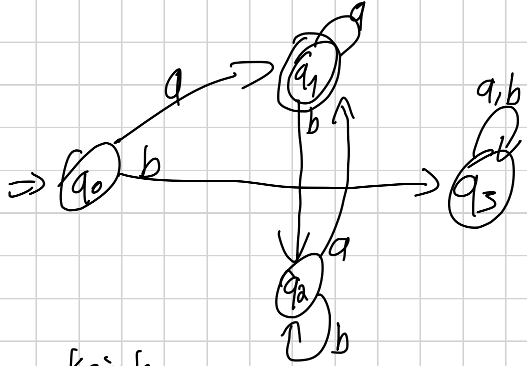
2.5) $G = (V_N, V_T, S, P)$

$V_N = \{q0, q1, q2, q3\}$

$V_T = \{a, b\}$

$S = q0$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} q0 \to a\,q1 \\ q0 \to b\,q3 \\ q1 \to a\,q1 \\ q1 \to b\,q2 \\ q2 \to a\,q1 \\ q2 \to b\,q2 \\ q3 \to a\,q3 \\ q3 \to b\,q4 \\ q1 \to \varepsilon \end{array} \right.$$



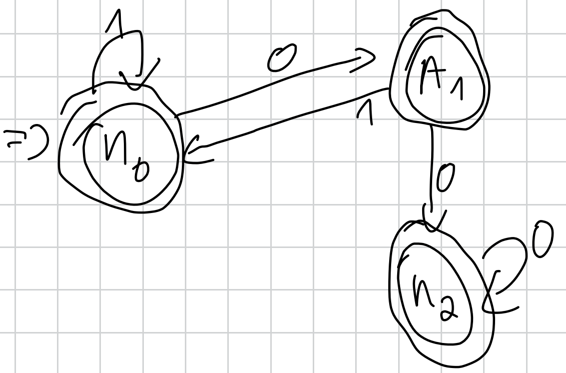
kein b am Anfang,
muss a am Ende haben!

2.) abba: $q_0 \xrightarrow{a} q_1 \xrightarrow{b} q_2 \xrightarrow{b} q_2 \xrightarrow{a} q_1$ ✓

3.) baba: $q_3 \xrightarrow{b} q_3 \xrightarrow{a} q_3 \xrightarrow{b} q_3 \xrightarrow{a} q_3$ f

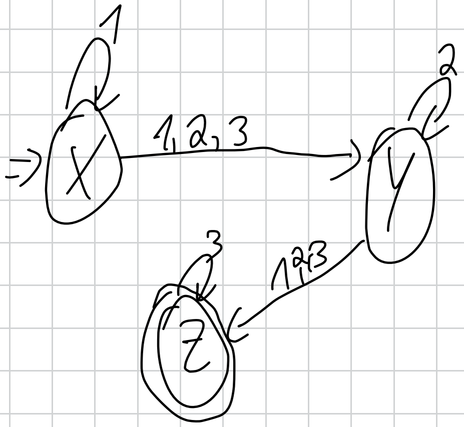
4.) ?

2.6)



$n_2 \to 1 n_2$ ergänzen?!

2.7)



δ	1	2	3
X	$\{X, Y\} \to D_1$	Y	Y
Y	Z	$\{Y, Z\} \to D_2$	Z
Z	∅	∅	Z
D_1	$XYZ \to D_3$	$YZ \to D_2$	$YZ \to D_2$
D_2	$\{Z\,\emptyset\} \to D_4$	$YZ\emptyset \to D_5$	Z
D_3	$XYZ\emptyset \to D_6$	$YZ\emptyset \to D_5$	$YZ \to D_2$
$Z\emptyset$ D_4	∅	∅	$Z\emptyset \to D_4$

$YZ\emptyset$ D_5	$Z\emptyset$	$YZ\emptyset \to D_5$	$Z\emptyset \to D_4$
$XYZ\emptyset$ D_6	$XYZ\emptyset \to D_6$	$YZ\emptyset \to D_5$	$YZ\emptyset \to D_5$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

2.8)

f	A	B	C	D
0	A	B	D	$\emptyset$
1	A	B	$\emptyset$	B
010	B	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
ε	$\emptyset$	C	$\emptyset$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$?

2.9)

f	0	1
A	$BC \to D_1$	$\emptyset$
B	C	$\emptyset$
C	$\emptyset$	B
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
D_1	$C\emptyset \to D_2$	$B\emptyset \to D_3$
D_2	$\emptyset$	$B\emptyset \to D_3$
D_3	$C\emptyset \to D_2$	$\emptyset$