

Traveling Salesperson Problem



KLASSEN P UND NP

TSP

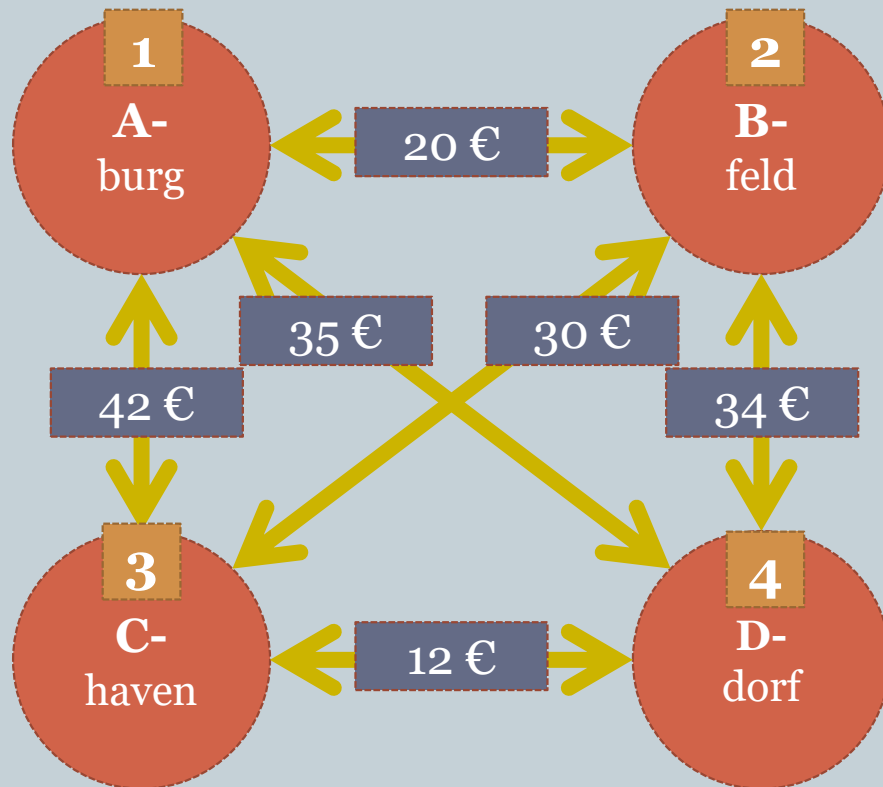


- ‚Rundreiseproblem‘:
→ Graph (V, E)
- Rundreise durch
Menge der Orte $V = \{1, \dots, n\}$,
die besucht werden müssen.
- Die jeweiligen Reisekosten der
Wege $E = \{\{i, j\} | i, j \in V; i \neq j\}$
zwischen den Orten i und j
betragen $c(i, j) \in \mathbb{N}$



Fragestellung: Welche Reiserouten sind aus Kostensicht am sinnvollsten?

TSP



Ausprägungen des TSP:

- Kann mit dem begrenzten Budget B eine komplette Rundreise durchgeführt werden?
→ *Ja/Nein*

Entscheidungsproblem

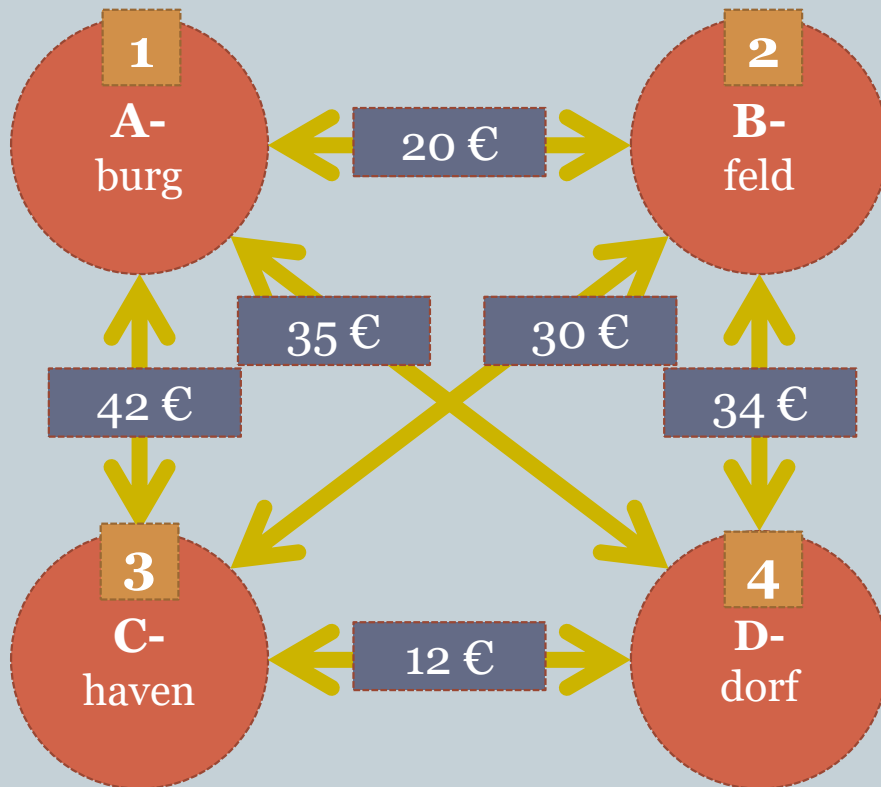
- Was sind die niedrigsten Kosten, mit denen man noch eine Rundreise machen kann?
→ B_{min}

Werteproblem

- Wie lautet die Route für die billigste Rundreise?
→ *Route*: $\{i_k\}^n, k \in \{1, \dots, n\}$

Optimierungsproblem

TSP



Entscheidungsproblem

- Marcel hat 100 €. Kann er an einer Rundreise teilnehmen?

Werteproblem

- Oliver will im Urlaub eine Rundreise machen. Wieviel € muss er dafür mindestens ansparen?

Optimierungsproblem

- Martin möchte bereits Zimmer buchen. Dafür braucht er die Reihenfolge, in der er die Städte auf seiner möglichst billigen Reise besuchen wird.

TSP

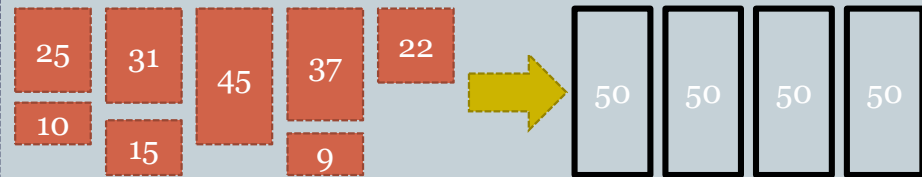


- Reduktion auf Entscheidungsproblem:
 - Lösung eines der drei Probleme lässt sich auf Lösung für alle zugehörigen Problemtypen ausweiten
 - ✦ **Optimierungsproblem lösbar**
 - Berechnung von B_{min} für das Werteproblem als Summe der optimalen Route zugeordneten Kanten $c(i, j)$.
 - ✦ **Werteproblem lösbar**
 - Entscheidungsproblem liefert *Ja* für alle $B > B_{min}$, *Nein* für alle $B < B_{min}$
 - Entferne nacheinander Kanten $\{i, j\} \in E$ aus dem Graph, überprüfe ob sich die Lösung des Werteproblems ändert. Behalte nur Kanten, bei denen dies der Fall ist, bis letztendlich nur die optimale Route übrig bleibt.
 - ✦ **Entscheidungsproblem lösbar**
 - Variiere B mit einem Suchalgorithmus. Das minimale B , für das das Problem noch *Ja* liefert, ist B_{min} für das Werteproblem.
 - Ist Entscheidungsproblem in polynomieller Zeit lösbar, sind Werte- und Optimierungsproblem ebenfalls polynomialbeschränkt.

Verwandte Probleme

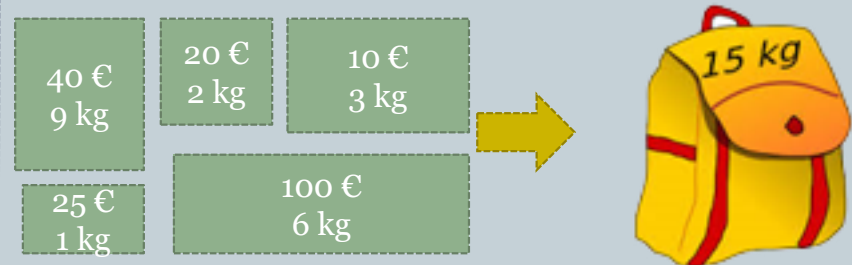
- **Bin Packing Problem (BP)**

- Aufteilung von n Objekten mit individueller Größe $a_i, i \in \{1, \dots, n\}$ auf k Behälter gleicher Größe b .
- „Passen alle Objekte in die begrenzten Behälter rein?“



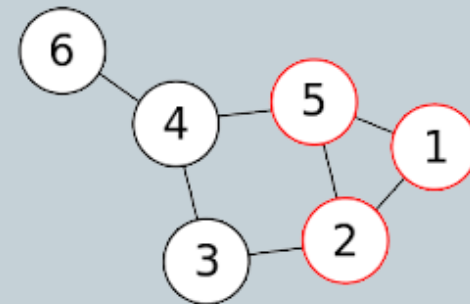
- **Knapsack Problem (KP)**

- Packen von n Objekten mit individuellem Nutzwert a_i sowie Gewicht $g_i, i \in \{1, \dots, n\}$ auf einen Rucksack mit einer festen Gewichtsobergrenze G .
- „Wieviel Nutzwert kann ich in den Rucksack packen?“



- **Cliquenproblem**

- Eine Clique besteht aus k Knoten eines Graphen, in denen jeder Knoten über Kanten mit jedem anderen verbunden sind.
- „Gibt es eine k -Clique?“



Verwandte Probleme



- Ähnliche Problemstellung mit...
 - Entscheidungsproblem – Gibt es eine Lösung zu diesem Wert?
 - Werteproblem – Suche maximalen/minimalen akzeptierten Wert
 - Optimierungsproblem – Wie sieht die bestmögliche Lösung aus?
- Aufwand jeweils nicht polynomialbeschränkt
 - Lösungsversuche müssen jeweils alle möglichen Kombinationen durchgehen und untersuchen
 - exponentieller Aufwand
 - Untersuchung eines speziellen Lösungsansatzes auf Korrektheit ist jedoch einfach, d.h. polynomiell möglich