

Aufgabe 3 Semi-entscheidbare und entscheidbare Mengen – Theorem von Rice

Welche der Fragestellungen sind entscheidbar, welche nur semi-entscheidbar d.h. rekursiv aufzählbar?

- a) Das Java-Programm P besteht die zwei vorgegebenen unit-Tests (Ausgabe y_1 bzw. y_2 bei Eingabe x_1 bzw. x_2).
- b) Das Java-Programm P besteht die zwei vorgegebenen unit-Tests mit einer Rechenzeit von höchstens 5 min.
- c) Das Java-Programm P berechnet für die spezifizierte Funktion F bei mindestens einer Eingabe ein falsches Ergebnis.
- d) Das Java-Programm P berechnet für die spezifizierte Funktion F bei allen Eingaben korrekt.
- e) Das Java-Programm P erfüllt die Benchmark-Vorgabe bei Eingabelänge x GigaByte maximal $3 \cdot x$ min Rechenzeit bis Eingabegröße 5 TeraByte.
- f) Das Java-Programm P erfüllt die Benchmark-Vorgabe bei Eingabelänge x GigaByte maximal $3 \cdot x$ min Rechenzeit.

Falls eine Fragestellung nicht entscheidbar ist, beweisen Sie dies mit dem Theorem von Rice durch die Vorgabe einer geeigneten Eigenschaft E bzw. Funktionenmenge $S = \{f \mid f \text{ ist berechenbar und erfüllt } E\}$.

Falls eine Fragestellung entscheidbar oder semi-entscheidbar ist, skizzieren Sie einen Algorithmus.

Lösung

- a) Nicht entscheidbar nach Theorem von Rice mit $S = \{f \mid f(x_1)=y_1 \text{ und } f(x_2)=y_2\}$.
Semi-entscheidbar mit Java-Simulator.
- b) Entscheidbar mit Java-Simulator und vorgegebener maximaler Rechenzeit 5 min.
- c) Nicht entscheidbar nach Theorem von Rice mit $S = \{f \mid \exists x f(x) \neq F(x)\}$.
Semi-entscheidbar mit Java-Simulator: Teste sukzessive wachsend Eingabe x für t Schritte bis Fehlverhalten gefunden.
- d) Nicht entscheidbar nach Theorem von Rice mit $S = \{f \mid \forall x f(x)=F(x)\}$.
Jedoch auch nicht Semi-entscheidbar.
- e) Entscheidbar mit Java-Simulator und überprüfen sämtlicher Eingaben bis 5 TB.
- f) Nicht entscheidbar, allerdings Beweis nicht nach Theorem von Rice, sondern durch direkte Reduktion auf das Halteproblem (siehe Folie 24 im Foliensatz „2b Theorem von Rice“)