

### Aufgabe 1 Berechenbare Funktionen

Welche der folgenden Funktionen ist berechenbar?

- a)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(n) = n / 3$
- b)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(n) = n/3$  mit  $n$  kodiert als Dezimalzahl
- c)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(n) = n^{\frac{1}{2}}$  für eine natürliche Zahlen  $n$
- d)  $f(n,k) = k$ -te Ziffer der Wurzel von  $n$  für eine natürliche Zahlen  $n$

Begründen Sie jeweils ihre Antwort entweder durch Angabe eines Algorithmus oder Beweis für nicht Berechenbarkeit!

### Aufgabe 2 Entscheidbarkeit des Halteproblems

Für welche der folgenden Mengen ist das Halteproblem entscheidbar?

- a)  $\{ (P,D) \mid \text{Java-Programm } P \text{ enthält nur eine Folge von Anweisungen, d.h. ohne Schleifen, Rekursion, Goto-Sprünge} \}$
- b)  $\{ (P,D) \mid \text{Java-Programm } P \text{ enthält keine Schleifen und bei Modulaufrufen keine Rekursion, sondern nur eine Hierarchie von Modulaufrufen} \}$
- c)  $\{ (P,D) \mid \text{Java-Programm } P \text{ enthält nur Anweisungen, allerdings sind Sprünge erlaubt} \}$

### Aufgabe 3 Semi-entscheidbare und entscheidbare Mengen – Theorem von Rice

Welche der Fragestellungen sind entscheidbar, welche nur semi-entscheidbar d.h. rekursiv aufzählbar?

- a) Das Java-Programm  $P$  besteht die zwei vorgegebenen unit-Tests (Ausgabe  $y_1$  bzw.  $y_2$  bei Eingabe  $x_1$  bzw.  $x_2$ ).
- b) Das Java-Programm  $P$  besteht die zwei vorgegebenen unit-Tests mit einer Rechenzeit von höchstens 5 min.
- c) Das Java-Programm  $P$  berechnet für die spezifizierte Funktion  $F$  bei mindestens einer Eingabe ein falsches Ergebnis.
- d) Das Java-Programm  $P$  berechnet für die spezifizierte Funktion  $F$  bei allen Eingaben korrekt.
- e) Das Java-Programm  $P$  erfüllt die Benchmark-Vorgabe bei Eingabelänge  $x$  GigaByte maximal  $3 \cdot x$  min Rechenzeit bis Eingabegröße 5 TeraByte.
- f) Das Java-Programm  $P$  erfüllt die Benchmark-Vorgabe bei Eingabelänge  $x$  GigaByte maximal  $3 \cdot x$  min Rechenzeit.

Falls eine Fragestellung nicht entscheidbar ist, beweisen Sie dies mit dem Theorem von Rice durch die Vorgabe einer geeigneten Eigenschaft  $E$  bzw. Funktionenmenge  $S = \{f \mid f \text{ ist berechenbar und erfüllt } E\}$ .

Falls eine Fragestellung entscheidbar oder semi-entscheidbar ist, skizzieren Sie einen Algorithmus.