

### Aufgabe 3 ~~Semi-entscheidbare und~~ entscheidbare Mengen – Theorem von Rice

Welche der Fragestellungen sind entscheidbar, welche nur semi-entscheidbar d.h. rekursiv aufzählbar?

- a) Das Java-Programm P besteht die zwei vorgegebenen unit-Tests (Ausgabe  $y_1$  bzw.  $y_2$  bei Eingabe  $x_1$  bzw.  $x_2$ ).
- b) Das Java-Programm P besteht die zwei vorgegebenen unit-Tests mit einer Rechenzeit von höchstens 5 min.
- c) Das Java-Programm P berechnet für die spezifizierte Funktion F bei mindestens einer Eingabe ein falsches Ergebnis.
- d) Das Java-Programm P berechnet für die spezifizierte Funktion F bei allen Eingaben korrekt.
- e) Das Java-Programm P erfüllt die Benchmark-Vorgabe bei Eingabelänge x GigaByte maximal  $3 \cdot x$  min Rechenzeit bis Eingabegröße 5 TeraByte.
- f) Das Java-Programm P erfüllt die Benchmark-Vorgabe bei Eingabelänge x GigaByte maximal  $3 \cdot x$  min Rechenzeit.

Falls eine Fragestellung nicht entscheidbar ist, beweisen Sie dies mit dem Theorem von Rice durch die Vorgabe einer geeigneten Eigenschaft E bzw. Funktionenmenge  $S = \{f \mid f \text{ ist berechenbar und erfüllt E}\}$ .

Falls eine Fragestellung entscheidbar oder semi-entscheidbar ist, skizzieren Sie einen Algorithmus.

### Lösung

- a) Nicht entscheidbar nach Theorem von Rice mit  $S = \{f \mid f(x_1)=y_1 \text{ und } f(x_2)=y_2\}$ .  
Semi-entscheidbar mit Java-Simulator.
- b) Entscheidbar mit Java-Simulator und vorgegebener maximaler Rechenzeit 5 min.
- c) Nicht entscheidbar nach Theorem von Rice mit  $S = \{f \mid \exists x f(x) \neq F(x)\}$ .  
Semi-entscheidbar mit Java-Simulator: Teste sukzessive wachsend Eingabe x für t Schritte bis Fehlverhalten gefunden.
- d) Nicht entscheidbar nach Theorem von Rice mit  $S = \{f \mid \forall x f(x)=F(x)\}$ .  
Jedoch auch nicht Semi-entscheidbar.
- e) Entscheidbar mit Java-Simulator und überprüfen sämtlicher Eingaben bis 5 TB.
- f) Nicht entscheidbar, allerdings Beweis nicht nach Theorem von Rice, sondern durch direkte Reduktion auf das Halteproblem (siehe Folie 24 im Foliensatz „2b Theorem von Rice“)