

1. Eine Aufgabe heißt korrekt gestellt, wenn es eine eindeutige, stetig vom Fehler abhängende Lösung hat. Wie lautet die Negation von Eindeutig? Erklären Sie, warum die Bestimmung der Eigenvektoren zunächst inkorrekt gestellt ist. Durch welche Maßnahme können Sie Eindeutigkeit erzwingen (einfache Eigenwerte vorausgesetzt)? Welche Zusatzmaßnahme greift bei Mehrfacheigenwerten?
2. Ist das Nullstellenproblem $\sqrt[3]{x} = 0$ numerisch gutartig?
3. Wann konvergiert ein Fixpunktverfahren?
4. Nennen Sie eine Voraussetzung, unter der ein Fixpunktverfahren konvergiert.
5. Charakterisieren Sie die Fixpunkte einer Fixpunktiteration.
6. Wenn ein Problem schlecht konditioniert ist, konvergiert der verwendete Algorithmus langsam. (Richtig oder falsch?)
7. Ein langsam konvergierender Algorithmus impliziert eine schlechte Konditionierung.
8. Die Konditionierung eines linearen Gleichungssystems lässt sich durch Spaltenskalierung i.d.R. verbessern.
9. Warum ist es sinnvoll ABx als $A(Bx)$ und nicht als $(AB)x$ zu berechnen?
10. Schreiben Sie ein Programm, das Ihnen die Standardabweichung für n Realisierungen aus $X_i \sim N(0, \sigma^2)$ berechnet. Achten Sie darauf, dass Ihr Programm Unter- und Überlauf vermeidet.
11. Was verstehen Sie unter lokaler quadratischer Konvergenz?
12. Welche Schlussfolgerungen können Sie bei quadratischer Konvergenz über die Genauigkeitsverbesserung ziehen?
13. Durch eine Analyse konnte für eine Fixpunktiteration nachgewiesen werden, dass $\Delta x_{k+1}/\Delta x_k \leq 0.8/k^2$ ist. Um welche Konvergenz handelt es sich?
14. Erklären Sie die Grundidee des mehrdimensionalen Newton-Verfahrens zum Lösen nicht-linearer Gleichungssysteme.
15. Erklären Sie die Grundidee des Newton-Verfahrens zur Lösung von Minimierungsaufgaben.
16. Skizzieren Sie für den eindimensionalen Fall das Newton-Verfahren zur Nullstellensuche.
17. Skizzieren Sie für den eindimensionalen Fall das Newton-Verfahren zur Minimumssuche.
18. Skizzieren Sie an zwei sich schneidenden Geraden das zyklische Projektionsverfahren.
19. Welchen Einfluss hat der Schnittwinkel auf die Konvergenzgeschwindigkeit?

20. Erklären Sie, wie Sie eine Maximierungsaufgabe in eine Minimierungsaufgabe überführen.
21. Wann ist ein Problem numerisch gutartig?
22. Wie erkenne ich, ob ein Problem gutartig ist?
23. Was versteht man unter Kondition eines Problems?
24. Was versteht man unter Stabilität eines Algorithmus?
25. Lässt sich die Kondition durch Umformulieren des Problems verbessern?
26. Warum lassen sich Zielfunktionen, die im Minimum wie eine quadratische Parabel/Paraboloid aussehen, gut optimieren?
27. Warum sind Zielfunktionen, in denen die Unbekannten quartisch auftreten ungünstig? Überlegen Sie sich an $y = x^4$, was im Minimum mit der zweiten Ableitung passiert. Was bedeutet das im mehrvariablen Fall?
28. Warum gibt es Heuristiken, die den Gradientenabstieg mit Newton-ähnlichen Verfahren kombinieren?
29. Konvergiert das Newton-Verfahren zur Nullstellensuche immer? Skizzieren Sie ggf. ein Gegenbeispiel.
30. Konvergiert das Newton-Verfahren global?
31. Wie ist die lokale Konvergenzgeschwindigkeit des Newton-Verfahrens?
32. Eine Aufgabe $c^T x \rightarrow \min$ unter den Nebenbedingungen $Ax = b$ und $Cx \geq d$ heißt lineare Optimierungsaufgabe. Warum eignet sich für diese Probleme das Newton-Verfahren nicht. Überlegen Sie sich an einem einfachen Fall im \mathbb{R}^2 , wie die Höhenlinien aussehen. Wenn eine Lösung existiert, wo liegt sie dann?
33. Warum wird für Skalierungen in Matrizen bevorzugt die Chebyshev-Norm und nicht die euklidische Norm verwendet?
34. Welches Kriterium entscheidet, ob Sie eine Interpolation oder einen Ausgleich vornehmen?
35. Wann bevorzugen Sie einen Ausgleich über die Fehlerquadrate und wann über die Summe der Absolutfehler?
36. Die Funktionswerte gebrochenrationaler Funktionen werden elegant über Kettenbrüche berechnet. Welche elegante Berechnung kennen Sie für Polynome (Formel oder Algorithmus).
37. Warum sollte beim Berechnen von bestimmten Integralen die Schrittweite an das Intervall angepasst werden?
38. Warum sind alle Elemente einer orthogonalen Matrix vom Betrage her nie größer 1?

39. Warum eignen sich orthogonale Matrizen für Umformungen?
40. Welche Normen sind für Zielfunktionen geeignet, wenn Sie orthogonale Matrizen effektiv einsetzen wollen?
41. Worin liegen die Vorteile des Runge-Kutta-Verfahrens?
42. Üben Sie an einem Beispiel das Runge-Kutta-Verfahren.
43. Angenommen Sie haben ein Runge-Kutta-Verfahren programmiert. Wie können Sie testen, ob das Verfahren richtig arbeitet?
44. Warum werden in der Bildverarbeitung symmetrische Formeln für die ersten und zweiten Ableitungen herangezogen, in der Regelungstechnik aber einseitige?
45. Warum ist eine Unterscheidung in Flops allgemein und Funktionswertaufrufe bei der Bewertung von Algorithmen sinnvoll?
46. Wie viele Rechenoperationen benötigen Sie für die einfachste erste und zweite numerische Ableitung?
47. Warum sollte das h bei der Berechnung der numerischen Ableitung nicht zu klein sein?
48. Welchen Vorteil bieten sog. punktweise Operationen (z.B. Hadamard-Produkt)?
49. Wofür verwendet man die Landau'sche-Symbolik.
50. Was bedeutet $g(x) = O(f(x))$?
51. Wie berechnen Sie Fixpunkte einer Fixpunktiteration?
52. Warum ist es mitunter von Vorteil, mit der numerischen statt mit der analytischen Ableitung zu rechnen?
53. Wie formulieren Sie das Schnittpunktproblem aus einer Geraden mit einer beliebigen Funktion in ein Fixpunktproblem um? Wie in ein Nullstellenproblem?
54. Warum ist es oft ratsam ein Fixpunktproblem in ein Nullstellenproblem umzuformulieren?
55. Wiederholen Sie die Kontrollfragen zu Gefahren in der Numerik.
56. Schauen Sie sich die Übungsaufgaben und Beispiele an.
57. Wiederholen Sie, wie man ein LS-Ausgleichsproblem formuliert (s. auch Analysis-Vorlesung)
58. Schauen Sie sich die Formel zur Konditionsberechnung einer Funktion an (Beispiel) und die daraus abgeleitete Diskussion über die Zahlenbereiche, wo was anbrennen kann.