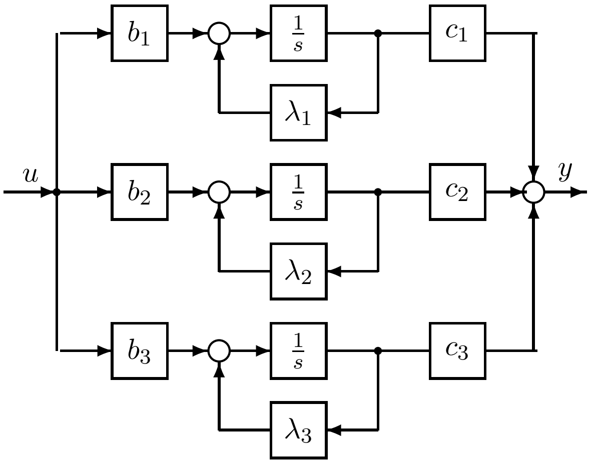
Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	**REGELUNGSSYSTEME 1** Kurzlösung zur 1. Tutorübung

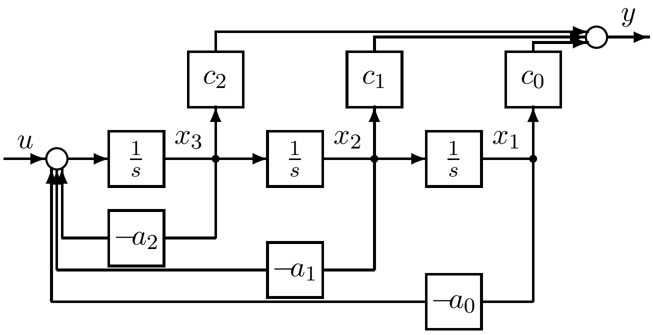
Zustandsraummodelle, Blockschaltbilder und Übertragungsfunktionen

a)



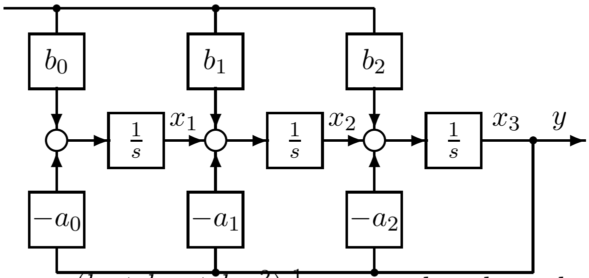
$$G(s) = \frac{b_1c_1}{s-\lambda_1} + \frac{b_2c_2}{s-\lambda_2} + \frac{b_3c_3}{s-\lambda_3}$$

b)



$$G(s) = \frac{\frac{1}{s^3}(c_2s^2 + c_1s + c_0)}{1 + \frac{1}{s^3}(a_2s^2 + a_1s + a_0)} = \frac{c_2s^2 + c_1s + c_0}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

c)



$$G(s) = \frac{(b_0 + b_1s + b_2s^2)\frac{1}{s^3}}{1 + \frac{1}{s^3}(a_0 + a_1s + a_2s^2)} = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	**REGELUNGSSYSTEME 1** Kurzlösung zur 2. Tutorübung

1) Zur Funktion des Wendekreisels:
Nach Drallsatz: $M = L \times \Omega_e$, $\qquad L = k_1 =$ Drehimpuls des Kreisels
Momentengleichgewicht: Summe aller Momente, die auf Achse A einwirken.
Bewegung um Φ_a führt zu einer Auslenkung $x = r \cdot \sin\Phi_a$.
Die Momente am Feder-Dämpfer System können beschrieben werden durch:
Moment = Hebel*Kraft also $M = r \cdot F$ wobei $F_{Feder} = cx$ und $F_{Dämpfung} = d\dot{x}$
Die erzeugten Momente an der Achse A sind damit: $J\ddot{\Phi}_a$, $rc \cdot x$ und $rd \cdot \dot{x}$
Durch die Fesselung (Feder-Dämpfer-System) wird im stationären Zustand
eine proportionale Abhängigkeit zwischen Ω_e und Φ_a erreicht (s. Gl.).

2) $F(\Phi_a, \dot{\Phi}_a, \ddot{\Phi}_a) = k_1\Omega_e = J\ddot{\Phi}_a + r^2 d\dot{\Phi}_a \cos\Phi_a + r^2 c \sin\Phi_a$

$\Delta F(\Phi_a, \dot{\Phi}_a, \ddot{\Phi}_a) = \frac{\partial F}{\partial \Phi_a}\Big|_{AP} \cdot \Delta\Phi_a + \frac{\partial F}{\partial \dot{\Phi}_a}\Big|_{AP} \cdot \Delta\dot{\Phi}_a + \frac{\partial F}{\partial \ddot{\Phi}_a}\Big|_{AP} \cdot \Delta\ddot{\Phi}_a$ mit Ruhelage: $\Phi_a = \dot{\Phi}_a = \ddot{\Phi}_a = 0$

$$\frac{\partial F}{\partial \Phi_a}\Big|_{AP} \cdot \Delta\Phi_a = \left(-r^2 d\dot{\Phi}_a \sin\Phi_a + r^2 c\cos\Phi_a\Big|_{AP}\right)\Delta\Phi_a = r^2 c \cdot \Delta\Phi_a$$
$$\frac{\partial F}{\partial \dot{\Phi}_a}\Big|_{AP} \cdot \Delta\dot{\Phi}_a = \left(r^2 d\cos\Phi_a\big|_{AP}\right)\Delta\dot{\Phi}_a = r^2 d \cdot \Delta\dot{\Phi}_a$$
$$\frac{\partial F}{\partial \ddot{\Phi}_a}\Big|_{AP} \cdot \Delta\ddot{\Phi}_a = J \cdot \Delta\ddot{\Phi}_a$$

$$G(\Phi_a) = u_a = k_2 \cdot \Phi_a$$
$$\frac{dG}{d\Phi_a}\Big|_{AP} \cdot \Delta\Phi_a = k_2 \cdot \Delta\Phi_a$$

3) $J\ddot{\Phi}_a + d^*\dot{\Phi}_a + c^*\Phi_a = k_1\Omega_e; \quad u_a = k_2\Phi_a; \quad \Phi_e = \int \Omega_e dt$

$G_1(s) = \dfrac{u_a(s)}{\Phi_e(s)} = \dfrac{k_1 k_2 s}{Js^2 + d^*s + c^*}$; $\qquad$ DT_2-Verhalten

$G_2(s) = \dfrac{u_a(s)}{\Omega_e(s)} = \dfrac{k_1 k_2}{Js^2 + d^*s + c^*}$; $\qquad$ PT_2-Verhalten

4)

Anregung $\Phi_e(t)$	$\delta(t)$	$\sigma(t)$	$t \cdot \sigma(t)$
Anfangswert, $u_a(+0)$	$\frac{k_1 k_2}{J}$	0	0
Endwert, $u_a(\infty)$	0	0	$\frac{k_1 k_2}{c^*}$

Vergleich mit Bild von $u_a(t)$ zeigt:
$\Phi_e(t) = t \cdot \sigma(t)$

Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	**REGELUNGSSYSTEME 1** Kurzlösung zur 3. Tutorübung

1) $\ddot{v}_L(t) + \frac{g}{L}v_L(t) = \frac{g}{L}v_K(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad s^2V_L(s) - sv_L(t=0) - \dot{v}_L(t=0) + \frac{g}{L}V_L(s) = \frac{g}{L}V_K(s)$

Annahme: System anfangs in Ruhe $\rightarrow \dot{v}_L(t=0) = v_L(t=0) = 0$

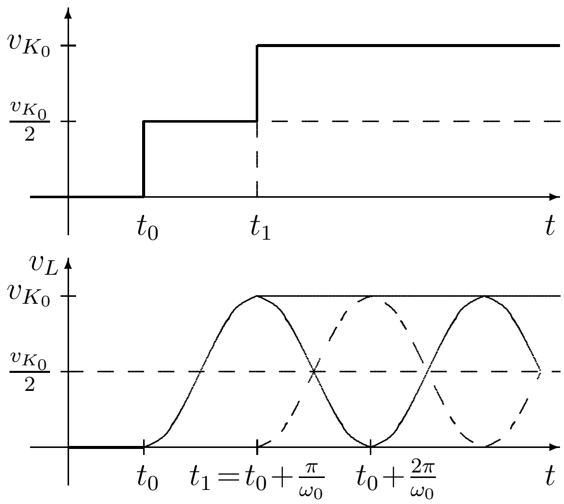
Anregung durch Sprungfunktion: $v_K(t) = v_{K_0}\sigma(t) \quad \circ\!\!-\!\!\bullet \quad V_K(s) = v_{K_0}\frac{1}{s}$

$\rightarrow \quad V_L(s) = \frac{\frac{g}{L}}{s(s^2+\frac{g}{L})}v_{K_0} \quad \bullet\!\!-\!\!\circ \quad v_L(t) = (1-\cos(\sqrt{\frac{g}{L}}t))v_{K_0} = (1-\cos(\omega_0 t))v_{K_0}$

Entspricht einer ungedämpften Dauerschwingung mit Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$.

2) **Superpositionsprinzip (für LTI-Systeme):**
Erzeugt ein System aus Eingangsgröße u_1 die Ausgangsgröße y_1, und aus Eingangsgröße u_2 die Ausgangsgröße y_2, so erzeugt es aus der Summe $u_1 + u_2$ auch am Ausgang die Summe $y_1 + y_2$ für bel. u_1 und u_2.

Am Eingang werden zwei Sprünge mit jeweils $v_{K_0}/2$ angelegt, damit ergibt sich folgendes skizziertes Ausgangssignal:



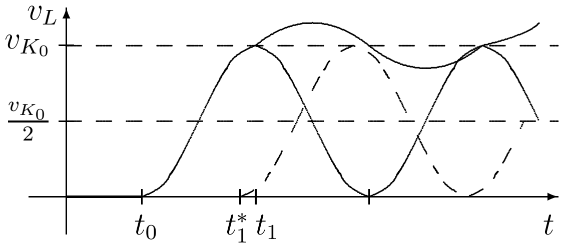
Wie aus der Skizze ersichtlich, bewegt sich die Last ab Zeitpunkt t_1 mit konstanter Geschwindigkeit. Dafür muss für $t > t_1$ gelten:

$$\begin{aligned} v_{L,\text{Ges}}(t) &= v_L(t-t_0) + v_L(t-t_1) \stackrel{!}{=} v_{K_0} \\ &\Longleftrightarrow \cos(\omega_0(t-t_0)) + \cos(\omega_0(t-t_1)) = 0 \end{aligned}$$

mit $\cos(\varphi - \pi) = -\cos(\varphi)$ erhält man die Bedingung:

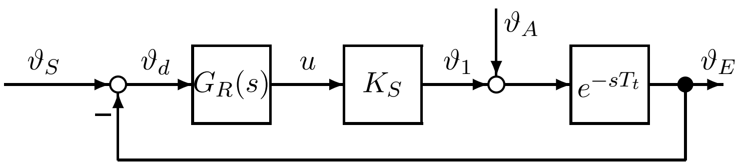
$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \omega_0(t-t_0) - \omega_0(t-t_1) \stackrel{!}{=} \pi \\ &\Longleftrightarrow t_1 = t_0 + \frac{\pi}{\omega_0} \end{aligned}$$

3) $L^* = 0,8L \quad \longrightarrow \omega_0^* = \sqrt{\dfrac{g}{L^*}} = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{0,8}} \longrightarrow t_1^* - t_0 \approx 0,9\pi/\omega_0$



Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	**REGELUNGSSYSTEME 1** Kurzlösung zur 4. Tutorübung

1)



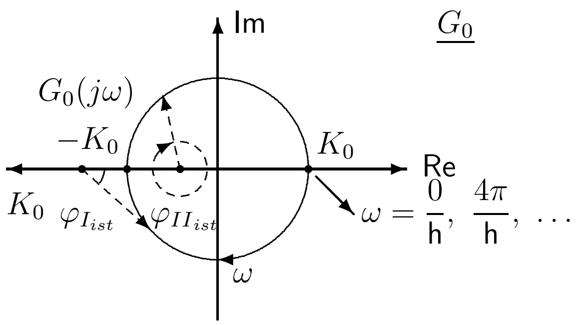
$$T_t = \frac{l}{v} = 0,5h$$

2) $G_R = K_R \quad , \quad G_0(j\omega) = K_0 \cdot e^{-j\omega T_t}$

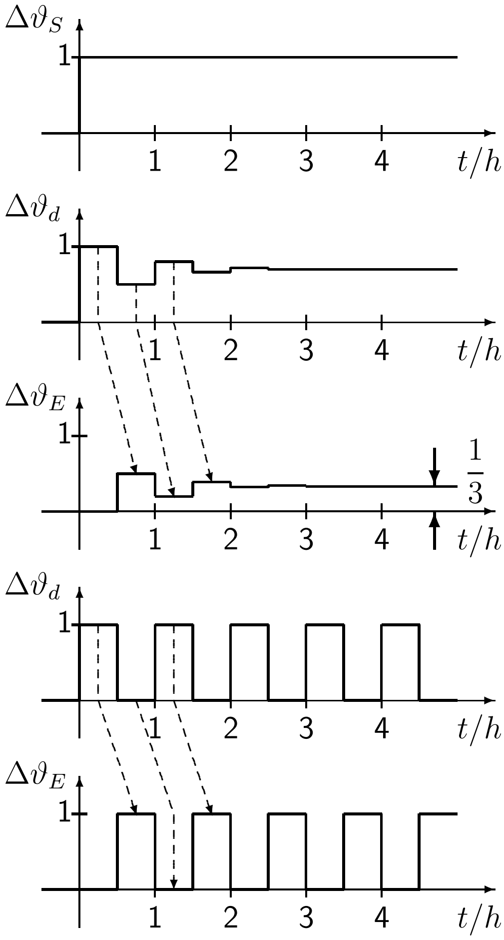
RK stab. in beiden Fällen für $-K_0 > -1 \Longrightarrow \underline{|K_0| < 1}$

Nyquist Kriterium:
$W_{soll} = 0$, $W_{ist} = 0$ wenn P_{Krit}
ausserhalb des Kreises

Für negative K_0 gilt auch:
$W_{soll} = 0$, $W_{ist} = 0$ wenn P_{Krit}
ausserhalb des Kreises



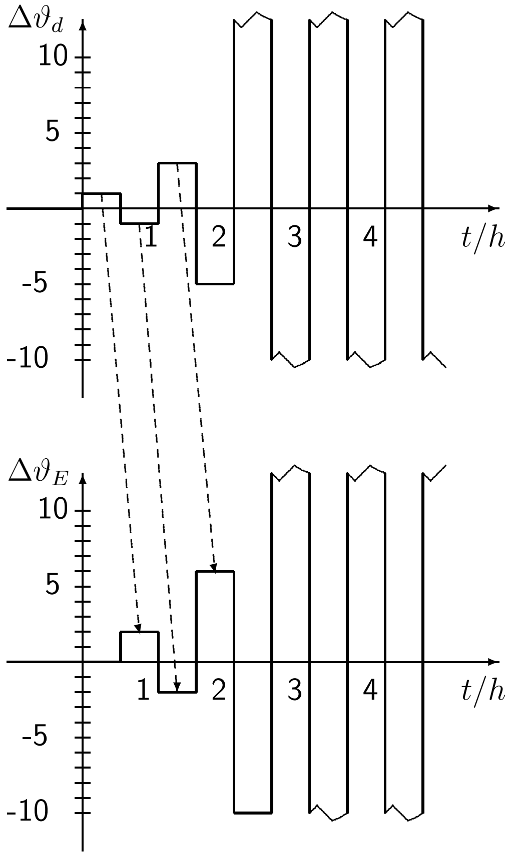
3)



a)

b)

c)

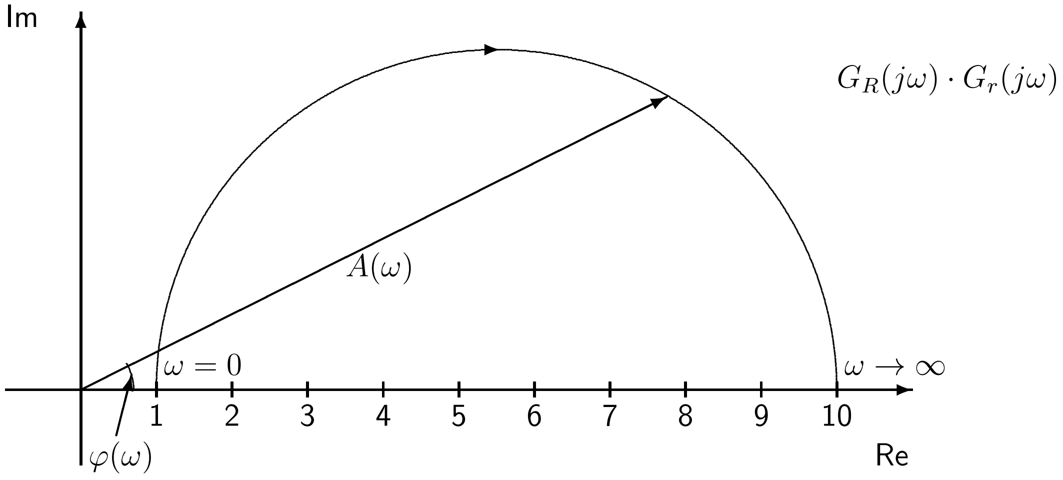


a) $\Delta\vartheta_E(t \to \infty) = \lim\limits_{s \to 0} \dfrac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} = \dfrac{K_0}{1 + K_0} = \dfrac{1}{3}$

b) und c) Stationärer Endwert existiert nicht!

Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	REGELUNGSSYSTEME 1 Kurzlösung zur 5. Tutorübung

1) a)



b) $G_S(s) = \dfrac{0,9}{s^2} \longrightarrow$ (Amplitudenabfall 2:1 bei $|G_S(j1)| = 0,9$)

$\angle G_S = -180^0 \longrightarrow \angle(G_0) = \angle(G_R\,G_r) - 180^0$ (s. Bodediagramm)

c) $\underline{K_P \approx 0,6}$: Damit $|G_0|$ bei $\omega_B = 2$ den Wert 1 hat, muß $|G_0|$ bzw. $|G_R\,G_r|$ um die eingezeichnete Strecke nach unten geschoben werden. Daraus ergibt sich K_P.

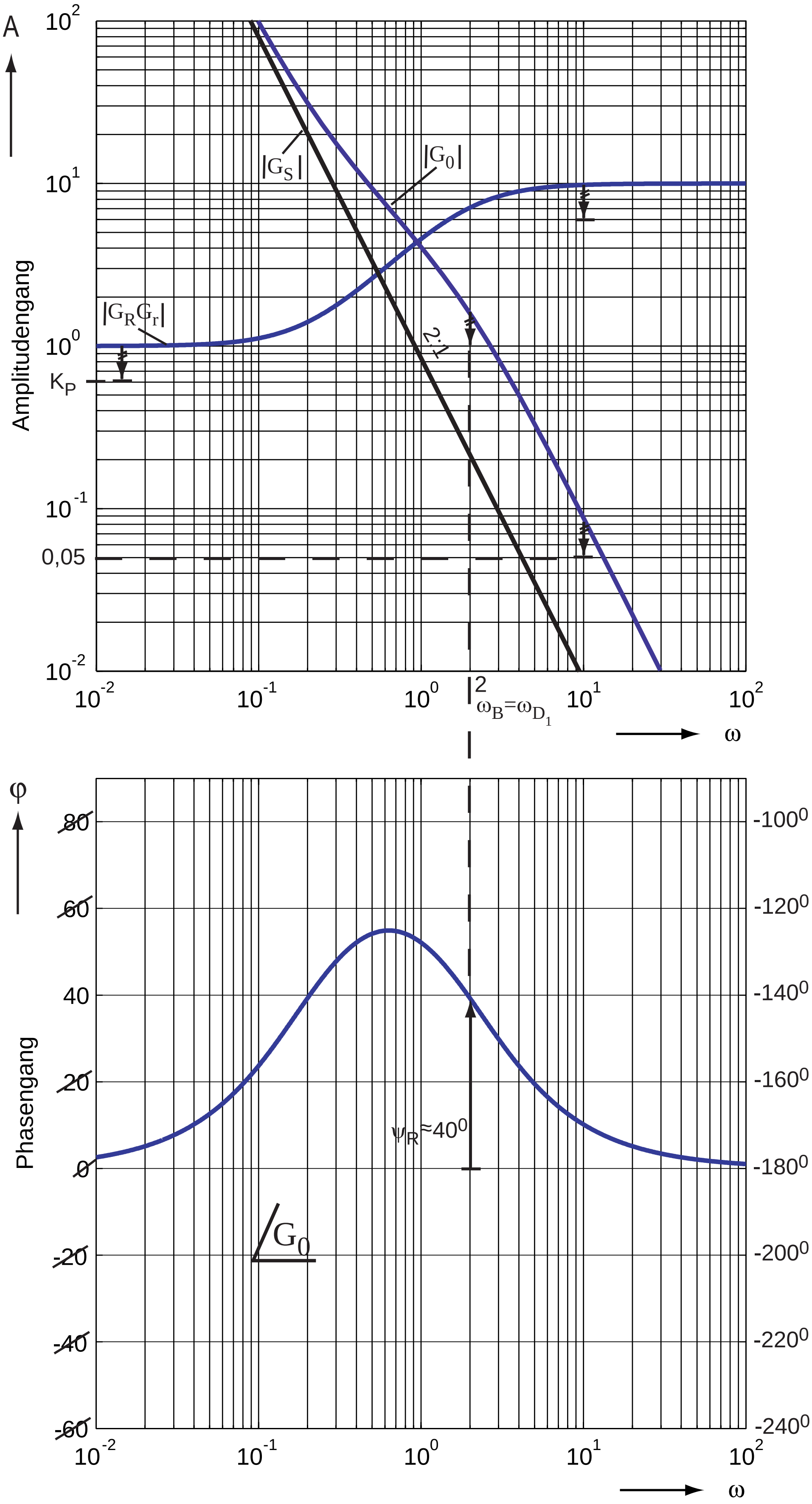
d) $\varphi_R \approx 40^0$, A_R existiert nicht, da eine Phasenänderung von -180^0 nicht erreicht wird
$\Rightarrow$ Regelkreis stabil (für beliebige Verstärkungswerte!)

2) $|G_0(j \cdot 10)| \approx 0,05$; $|G_S(j \cdot 10)| = 0,009$ aus dem Bode-Diagramm abgelesen!

$y(s) = \dfrac{-G_0}{1 + G_0} z_3(s)$; da $|G_0(j \cdot 10)| \ll 1 \longrightarrow \hat{y} = |G_0| \cdot \hat{z}_3 \longrightarrow \underline{\hat{y} \approx 0,1}$ (um Faktor 20 gedämpft)

$\hat{e} = \dfrac{\hat{y}}{|G_S| \cdot |G_R|}$; $|G_R(j \cdot 10)| = 30 \longrightarrow \hat{e} = \dfrac{1}{0,009 \cdot 30} \cdot \hat{y} \longrightarrow \underline{\hat{e} \approx 0,37}$

Bodediagramm zu Aufgabe 2



Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	**REGELUNGSSYSTEME 1** Kurzlösung zur 6. Tutorübung

- Zur Funktion des Regelkreises:
  Die Folienstärke nimmt zunächst die Spaltweite der Wärmedehnbolzen an, sie vergrößert sich (im stationären Fall) dann um Faktor 1,2 (s. Blockschaltbild).
  Der innere Regelkreis ist für die Spaltweitenregelung (über den Strom i_H) zuständig, und der äußere für die eigentliche Regelaufgabe (Folienstärke)!

1) $T_2 = 10 \quad \longrightarrow T_i = 1$

   char. Polynom des inneren RK
   $$N(s) = (1+2s)(1+0,1s) + 2K_{R1} = (1+s)(c_1 + c_2 s)$$
   $$0,2s^2 + 2,1s + (2K_{R1}+1) = c_2 s^2 + (c_1 + c_2)s + c_1$$

   Koeffizientenvergleich: $c_1 = 1,9$; $c_2 = 0,2$; $\underline{K_{R1} = 0,45}$

   $$G_{w1}(s) = \frac{b}{b_w} = \frac{0,9}{(1+s)(1,9+0,2s)} = \frac{0,47}{(1+s)\cancel{(1+0,11s)}}$$

2) $G^*_{w1}(s) = \dfrac{0,47}{1+s}$ Nach Reduktion bleibt das stationäre Verhalten von $G_{w1}(s)$ und $G^*_{w1}(s)$ identisch!

3) $$b(t \to \infty) = \lim_{s \to 0} \frac{\dfrac{-2}{1+2s}}{1 + \dfrac{2}{1+2s} \cdot \dfrac{0,45}{1+0,1s}} = \frac{-2}{1,9} = -1,05$$

4) Struktur: PI-Regler; damit keine bleibende Regeldifferenz <u>und</u> eine Nullstelle

   $$\longrightarrow G_{R2}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_n s}\right) = K_P \left(\frac{T_n s + 1}{T_n s}\right)$$

   * $T_2 = 10$ große Zeitkonstante: $1 + T_n s = 1 + 10s \longrightarrow \underline{T_n = 10}$
   * char. Pol. des geschl. RK: $N(s) = T_n s(1+s) + K_P \cdot 0,47 \cdot 1,2$
     $= 10s^2 + 10s + 0,564K_P = 0$

   aperiodischer Grenzfall $\widehat{=}$ reeller Doppelpol $\widehat{=} (D = 1)$
   die Diskriminante muss also gleich Null sein $\longrightarrow 25 - 5,64K_P = 0 \quad \longrightarrow \underline{K_P = 4,43}$

   $$G_{R2} = 4,43\left(1 + \frac{1}{10s}\right)$$

5) Die Strecke hat proportional-verzögerndes Verhalten $\longrightarrow$ Einsatz eines I-Reglers ergibt keine bleibende Regeldifferenz:
   $d(t \to \infty) = b(t \to \infty) = 0$ für $z_H = \sigma(t)$

Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	**REGELUNGSSYSTEME 1** Kurzlösung zur 7. Tutorübung

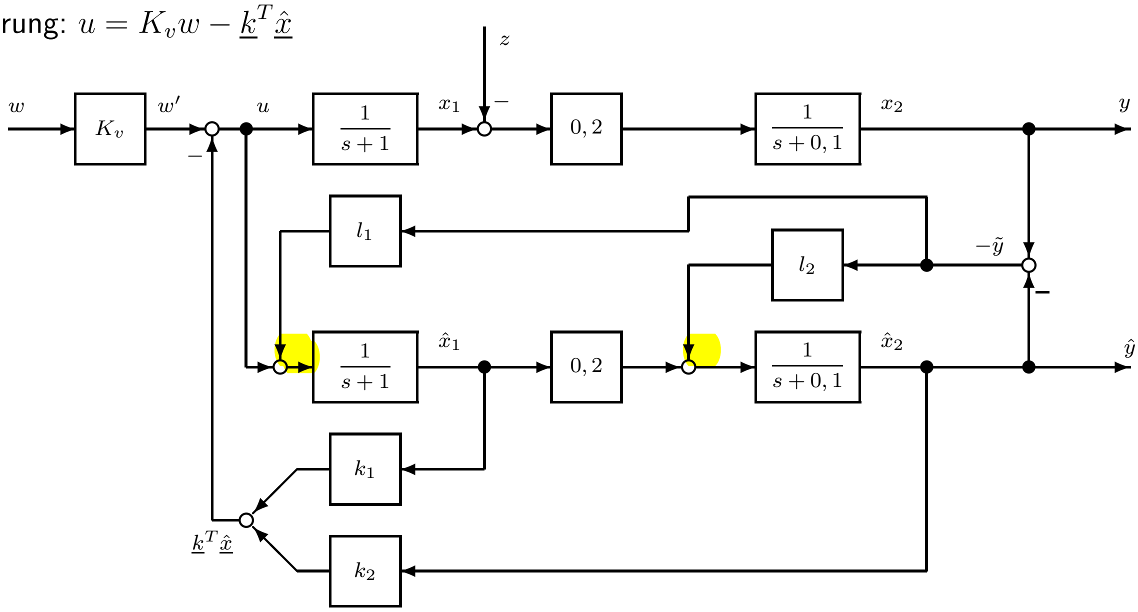
1) Strecke: $\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + \underline{b}_1 u + \underline{b}_2 z$
Beobachter: $\dot{\hat{\underline{x}}} = A\hat{\underline{x}} + \underline{b}_1 u$
$\Rightarrow$ Schätzfehler-Dgl.: $\dot{\tilde{\underline{x}}} = \dot{\hat{\underline{x}}} - \dot{\underline{x}} = A\tilde{\underline{x}} - \underline{b}_2 z = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0,2 & -0,1 \end{bmatrix} \tilde{\underline{x}} - \begin{bmatrix} 0 \\ -0,2 \end{bmatrix} z$
stat. Fehler: $\dot{\tilde{\underline{x}}} = \underline{0} \Rightarrow \tilde{\underline{x}}(\infty) = A^{-1}\underline{b}_2 \cdot \sigma(t) = [0\ 2]^T\, \sigma(t)$

2) Strecke: $\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + \underline{b}_1 u + \underline{b}_2 z$
Beobachter: $\dot{\hat{\underline{x}}} = (A - \underline{l}\,\underline{c}^T)\hat{\underline{x}} + \underline{b}_1 u + \underline{l} y$
$\Rightarrow$ Schätzfehler-Dgl.: $\dot{\tilde{\underline{x}}} = (A - \underline{l}\,\underline{c}^T)\,\tilde{\underline{x}} - \underline{b}_2 z = \begin{bmatrix} -1 & -l_1 \\ 0,2 & -0,1 - l_2 \end{bmatrix} \tilde{\underline{x}} - \begin{bmatrix} 0 \\ -0,2 \end{bmatrix} z$
Eigenwerte der Beobachtermatrix $A_{Beo} = A - \underline{l}\,\underline{c}^T$:
$\det(\lambda E - (A - \underline{l}\,\underline{c}^T)) = \det \begin{bmatrix} \lambda + 1 & l_1 \\ -0,2 & \lambda + 0,1 + l_2 \end{bmatrix} \overset{!}{=} (\lambda + 2)^2 \Rightarrow \underline{l}^T = [5 \quad 2,9]$

3) stat. Fehler: $\dot{\tilde{\underline{x}}} = \underline{0} \Rightarrow \tilde{\underline{x}}(\infty) = (A - \underline{l}\,\underline{c}^T)^{-1}\underline{b}_2 \sigma(t) = \dfrac{\sigma(t)}{l_1 + 5l_2 + 0,5} \begin{bmatrix} -l_1 \\ 1 \end{bmatrix}$
mit eingesetzten Zahlenwerten: $\tilde{\underline{x}}(\infty) = [-0,25 \quad 0,05]^T \sigma(t)$

4) Strecke: $\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + \underline{b}_1 u + \underline{b}_2 z$
Beobachter: $\dot{\hat{\underline{x}}} = (A - \underline{l}\,\underline{c}^T)\hat{\underline{x}} + \underline{b}_1 u + \underline{l} y = A\hat{\underline{x}} + \underline{b}_1 u + \underline{l}(y - \underline{c}^T\hat{\underline{x}}) = A\hat{\underline{x}} + \underline{b}_1 u + \underline{l}\,\underbrace{(y - \hat{y})}_{-\tilde{y}}$

Rückführung: $u = K_v w - \underline{k}^T\hat{\underline{x}}$



5) $$\begin{aligned} -G^y_{komp}(s) &= \underline{k}^T(sE - A + \underline{l}\,\underline{c}^T + \underline{b}_1\underline{k}^T)^{-1}\underline{l} = \\ &= \frac{(k_1l_1 + k_2l_2)s + 0,1k_1l_1 + 0,2k_2l_1 + k_2l_2}{s^2 + (1,1 + k_1 + l_2)s + k_1(0,1 + l_2) + 0,2k_2 + 0,1 + 0,2l_1 + l_2} \\ &= \frac{66,845(s + 1,075)}{s^2 + 6,9s + 16,31} \qquad \text{(PDT}_2\text{-Verhalten)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G^{w'}_{komp}(s) &= -\underline{k}^T(sE - A + \underline{l}\,\underline{c}^T + \underline{b}_1\underline{k}^T)^{-1}\underline{b}_1 + 1 = \\ &= \frac{-k_1s - k_1(0,1 + l_2) - 0,2k_2}{s^2 + (1,1 + k_1 + l_2)\,s + k_1(0,1 + l_2) + 0,2k_2 + 0,1 + 0,2l_1 + l_2} + 1 \\ &= \frac{-2,9(s + 4,245)}{s^2 + 6,9s + 16,31} + 1 \end{aligned}$$

Pole:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Regelung:} & s_{1/2} = -2 \\ \text{Beobachter:} & s_{3/4} = -2 \end{array}\right\} = \text{Pole des geschlossenen Regelkreises}$$

$$\left.\begin{array}{lll} G^{y,w'}_{komp}: & s_{1/2} & = -3,45 \pm 2,099j \\ G_s(s): & s_3 & = -1 \\ & s_4 & = -0,1 \end{array}\right\} = \text{Pole des offenen Regelkreises}$$

Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	**REGELUNGSSYSTEME 1** Kurzlösung zur 8. Tutorübung

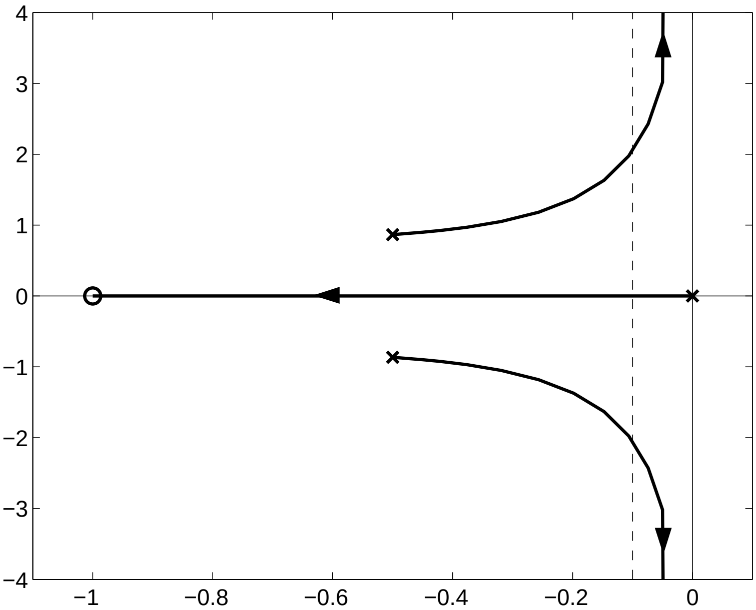
1) $E(s) = W(s) - Y(s) = W(s) - \frac{G_P G_R}{1+G_P G_R} W(s) = W(s) \cdot \left(1 - \frac{G_P G_R}{1+G_P G_R}\right) = W(s) \frac{1}{1+G_P G_R}$

$$E(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{s^2+s+1} K \frac{s+1}{s}} = \frac{1}{s} \cdot \frac{s(s^2+s+1)}{s(s^2+s+1)+K(s+1)} = \frac{s^2+s+1}{s^3+s^2+(1+K)s+K}$$

2) $c_0 = c_1 = c_2 = d_2 = d_3 = 1; \quad d_1 = (1+K); \quad d_0 = K \quad \Longrightarrow I(K) = \frac{K(1+K)-K+1}{2K(1+K-K)} = \frac{K^2+1}{2K}$

3) $I'(K) = \frac{2K(2K)-(K^2+1)2}{4K^2} = \frac{2K^2-2}{4K^2} \overset{!}{=} 0 \qquad \Longrightarrow 2K^2-2=0 \Longleftrightarrow K = \pm 1 \Longrightarrow K_{opt} = 1$

4) Übertragungsfunktion des offenen Kreises: $G_0(s) = \frac{1}{s^2+s+1} \cdot K \cdot \frac{s+1}{s}$



$$\left.\begin{array}{l} \text{NS: } n = -1 \\ \text{Pole: } p_1 = 0,\ p_{2/3} = -0,5 \pm j0,5\sqrt{3} \\ \text{Wurzelschwerpunkt: } p_w = 0,\ \varphi_1 = \frac{\pi}{2},\ \varphi_2 = \frac{3\pi}{2} \end{array}\right\} \text{WOK}$$

K_{min}: Betrachte Ast auf der reellen Achse

$$(s+0,1)(s-a-jb)(s-a+jb) \overset{!}{=} s^3+s^2+(1+K)s+K$$

Koeffizientenvergleich:
$$\begin{aligned} 1 &= -2a + 0,1 \\ 1+K &= a^2+b^2-0,2a \\ K &= 0,1(a^2+b^2) \end{aligned}$$

$$\Longrightarrow a = -0,45; \quad b = 0,9; \quad K_{min} = 0,1$$

K_{max}: Betrachte komplex konjugierte Äste

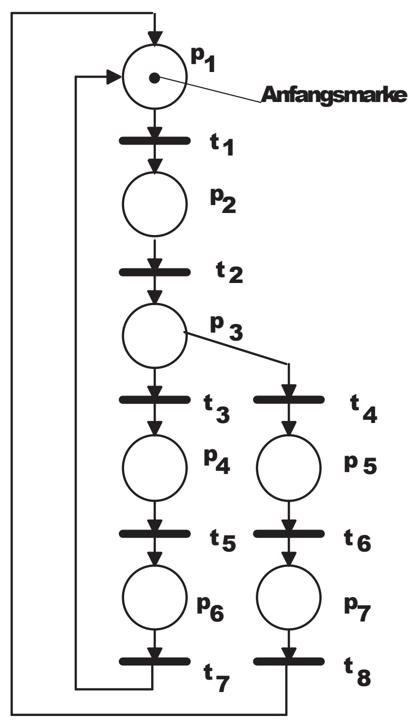
$$(s+c)(s+0,1-jd)(s+0,1+jd) \stackrel{!}{=} s^3+s^2+(1+K)s+K$$

Koeffizientenvergleich:
$$\begin{aligned} 1 &= c+0,2 \\ 1+K &= 0,01+d^2+0,2c \\ K &= 0,01c+d^2c \end{aligned}$$

$\Longrightarrow c=0,8; \quad d=2,047; \quad K_{max}=3,36$

Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK Technische Universität München Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss	REGELUNGSSYSTEME 1 Kurzlösung zur 9. Tutorübung

1 Petri Netz (Darstellung in Formular-Form)

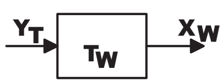
Petri Netz	p_n Stellaktion / t_m Transitionsverknüpfung (Boolescher Ausdruck)	
	p_1 : Ruhe (bei ϕ_1) und Arm zurück bewegen	
	$t_1 = E \wedge S_1$	
	p_2 : Zuführtransport EIN	
	$t_2 = Z_1$	
	p_3 : Greifen und Warten	
	$t_3 = D_1 \wedge \bar{D}_2 \wedge \bar{X}_W \wedge \bar{Z}_2$ $t_4 = D_1 \wedge D_2 \wedge \bar{X}_W \wedge \bar{Z}_2 \wedge \bar{Z}_3$	
	p_4 : nach ϕ_2 bringen	p_5 : nach ϕ_3 bringen
	$t_5 = S_2$	$t_6 = S_3$
	p_6 : Abwurf bei ϕ_2	p_7 : Abwurf bei ϕ_3
	$t_7 = \bar{Z}_1 \wedge \bar{Z}_2$	$t_8 = \bar{Z}_1 \wedge \bar{Z}_2 \wedge \bar{Z}_3$

2 Übergangstabelle (Angabe der Verknüpfung in boolescher Schreibweise)

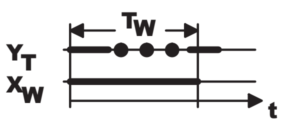
t_m	Verknüpfung
t_1	$= E \wedge S_1$
t_2	$= Z_1$
t_3	$= D_1 \wedge \bar{D}_2 \wedge \bar{X}_W \wedge \bar{Z}_2$
t_4	$= D_1 \wedge D_2 \wedge \bar{X}_W \wedge \bar{Z}_2 \wedge \bar{Z}_3$

t_m	Verknüpfung
t_5	$= S_2$
t_6	$= S_3$
t_7	$= \bar{Z}_1 \wedge \bar{Z}_2$
t_8	$= \bar{Z}_1 \wedge \bar{Z}_2 \wedge \bar{Z}_3$

Wartezeiterzeugung mittels externer Uhr :



externe Uhr



Ablaufdiagramm

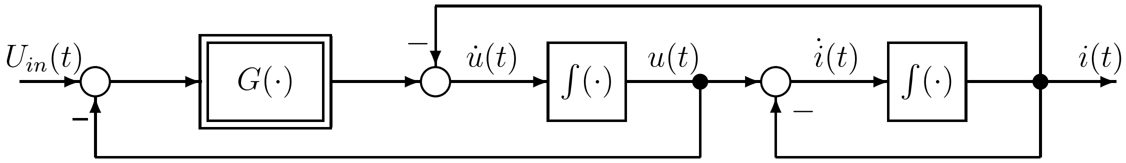
Lehrstuhl für STEUERUNGS- UND REGELUNGSTECHNIK
Technische Universität München
Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss

REGELUNGSSYSTEME 1

Weitere Zusatzaufgaben Kurzlösungen

1. Aufgabe

1.1 Blockschaltbild:



1.2 stationärer Betriebspunkt, Ruhelage $\Rightarrow \dot{i}(t) = \dot{u}(t) = 0$

$$\begin{aligned}
\text{(I)}: \dot{i}(t) &= -i(t) + u(t) = 0 \Leftrightarrow i(t) = u(t) \\
\text{(II)}: \dot{u}(t) &= -i(t) + G(U_{in}(t) - u(t)) = 0 \\
\Leftrightarrow i(t) &= G(U_{in}(t) - u(t))|_{U_{in}(t)=1} = \\
&= ((1 - u(t)) - 1)((1 - u(t)) - 4) = u(t)(u(t) + 3)
\end{aligned}$$

Also: $i^*_{1,2} = u^*_{1,2} = \{0, -2\}$

1.3

$$\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(\underline{x}, U_{in}) \\ f_2(\underline{x}, U_{in}) \end{bmatrix}; \qquad \Delta\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \end{bmatrix}\Bigg|_{\text{BP}} \Delta\underline{x} + \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial U_{in}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial U_{in}} \end{bmatrix}\Bigg|_{\text{BP}} \Delta U_{in}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial i} = -1$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial u} = 1$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial i} = -1$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial u} = \frac{\partial f_2}{\partial u_G}\frac{\partial u_G}{\partial u} = ((u_G - 1) + (u_G - 4))(-1) = 3 \text{ mit } u_G = U_{in} - u = 1 - 0 = 1$$

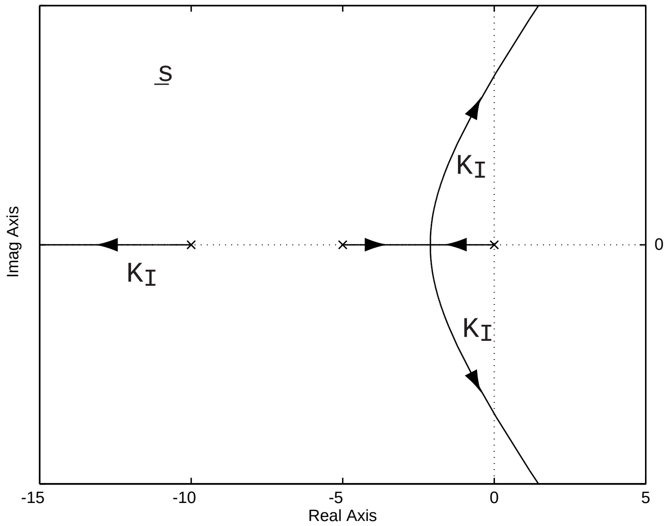
$$\Rightarrow \Delta\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \Delta\underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} \Delta U_{in}$$

1.4 Eigenwerte der Systemmatrix:

$$\det(\lambda E - A) = \det \begin{bmatrix} \lambda + 1 & -1 \\ 1 & \lambda - 3 \end{bmatrix} = 0$$

$$\rightarrow \lambda_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3} \Rightarrow \text{ instabil wegen } \lambda_1 > 0$$

2. Aufgabe



2.1 Pole : $p_{01} = 0,$
$p_{02} = -5,$
$p_{03} = -10$

Nullstellen: keine

Durchlaufrichtung $\Rightarrow$ Die WOK-Äste beginnen für $K_I = 0$ in den Polen des offenen Regelkreises und enden für $K_I \rightarrow \infty$ im unendlichen.

2.2

$$G_0(s) = \frac{K}{s(s+10)(s+5)} = \frac{K_I}{s} \underbrace{\frac{K_S(s)}{(s+10)(s+5)}}_{G_S}$$

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} sG_S(s) \underbrace{U(s)}_{\frac{1}{s}} = \frac{K_S}{50} \overset{!}{=} 3; \Rightarrow K_S = 150$$

$$G(s) = \frac{G_0(s)}{1+G_0(s)} = \frac{150K_I}{s^3 + 15s^2 + 50s + 150K_I}$$

2.3 $N_v(s) = a(s^2 + b^2)(s + c)$

wobei: a: Koeffizient von s^3 in $N(s)$
b: Imag. Wert des konj. komplexen Polpaares auf Imag.-Achse
c: reeller Pol in linker Halbebene

2.4 $N(s) = s^3 + 15s^2 + 50s + 150K_{I,\,krit} \longrightarrow a = 1$
$\longrightarrow N_v(s) = s^3 + cs^2 + b^2 s + b^2 c$
$N_v(s) \overset{!}{=} N(s)$
$\longrightarrow c = 15,\ b = \pm\sqrt{50},$
$\longrightarrow K_{krit} = 5,\ s = \sigma \pm j\omega;$ Im kritischen Fall ist $\sigma = 0 \longrightarrow \omega_{krit} = |b| = \sqrt{50}$

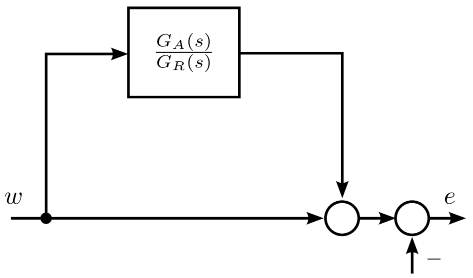
3. Aufgabe:

3.1 $x_2 = f(x_1) = \mathrm{e}^{x_1}$

$x_3 \overset{!}{=} x_1 \longrightarrow x_3 = f^{-1}(x_2) = \ln(x_2)$

3.2 $\ln(e^x) = x$ gilt arbeitspunktunabhängig für alle $x \in \mathrm{R}$ ($\ln(x)$ mit $x \leq 0$ ist ausgeschlossen, da $\mathrm{e}^x \geq 0\ \forall x \in \mathrm{R}$) und somit über den kompletten Großsignalbereich.

3.3



$G_V(s) = 1 + \frac{c(1+s)}{a+bs}$

3.4 Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises <u>ohne</u> Aufschaltung: $G_S(s) = \dfrac{W(s)}{X(s)} = \dfrac{5(a+bs)}{(1+5b)s + (1+5a)}$

Hurwitz: $(1+5a) > 0,\ (1+5b) > 0 \longrightarrow a > -0,2;\ b > -0,2$

Aufschaltungen bringen keine neuen Schleifen ins System (Skript Kap. 9.1) $\longrightarrow$ keine Auswirkung auf die Systemdynamik (Nenner der Übertragungsfunktion des geschlossenen RK) $\Rightarrow$ nicht stabilitätsrelevant

3.5 o.B.d.A.: $t_0 = 0$. Die Rampenanregung erfolgt ausgehend vom Arbeitspunkt (w_0, x_0) $\rightarrow$ kein Sprung auf w_0 sondern nur eine Rampe von w_0 ausgehend: $W(s) = 3\frac{1}{s^2}$.

Jedoch interessiert uns hier der gesamte Fehler, also auch der der sich nach langer Zeit am Arbeitspunkt (w_0, x_0) eingestellt hat $\rightarrow$ wie in alter Musterlösung $W(s) = w_0\frac{1}{s} + 3\frac{1}{s^2}$

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} s(1 - G_S(s)) \underbrace{W(s)}_{w_0\frac{1}{s}+3\frac{1}{s^2}} = \lim_{s\to 0} \underbrace{w_0\frac{1+s}{(1+5b)s+(1+5a)}}_{\to\frac{w_0}{1+5a}} + \underbrace{3\frac{1+s}{s((1+5b)s+(1+5a))}}_{\to\infty} \to \infty$$

Alternative Begründung: Alle Blöcke Global-P, Rampenanregung $\longrightarrow e(t\to\infty) \to \infty$

3.6 Ideales Führungsverhalten $\longrightarrow G_w(s) \overset{!}{=} 1$

$$G_w(s) = \frac{5((a+c)+(b+c)s)}{(1+5a)+(1+5b)s} \overset{!}{=} 1 \Rightarrow \left.\begin{matrix} 5(a+c) = 5a+1 \\ 5(b+c) = 5b+1 \end{matrix}\right\} c = 0,2$$

4. Aufgabe:

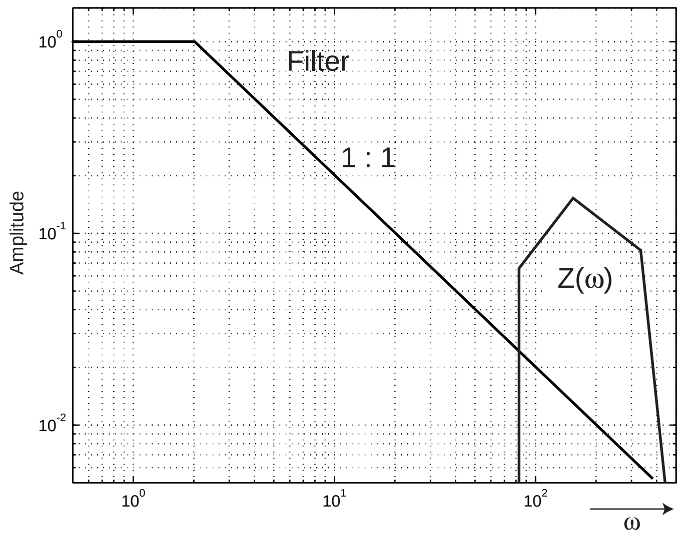
4.1 $N(s) = Z_0(s) + N_0(s) = (K_P s + 1)2 + s(1 + 2s) = 2s^2 + (1 + 2K_P)s + 2$
$s = \frac{-2K_P - 1 \pm \sqrt{(2K_P+1)^2 - 16}}{4}$
aperiodischer Grenzfall $\leftrightarrow$ Dämpfung $D = 1 \leftrightarrow$ reeller Doppelpol $\leftrightarrow$Diskriminante $= 0$
$\longrightarrow (2K_P + 1)^2 - 16 = 4K_P^2 + 4K_P - 15 = 0$
$K_P = \frac{-4 \pm \sqrt{16+240}}{8} = -0.5 \pm 2$
($K_P = -2.5$ keine sinnvolle Lösung, da Pole bei $p_{1/2} = -1 \pm 1.118...$ liegen, somit der innere Regelkreis instabil ist.)
$\longrightarrow K_P = 1.5$

4.2 Federverhalten hat globale P-Charakteristik, Kombination von 2 Federn ebenfalls $\longrightarrow$ gesamt P-Verhalten

4.3 globales P-Verhalten bei konstanter Sollkraft und Regelfehler=0 $\longrightarrow$ mindestens I-Regler (Tabelle 6.1)

4.4 Iteratives Probieren: Filter 1.Ordnung $G_F(s) = \dfrac{1}{1 + \frac{1}{\omega_G} s} = \dfrac{1}{1 + 0,5s}$
kleinste Frequenz des Störspektrums $\omega_{Z,min} \approx 80$
Amplitude des Filters im Schnittpunkt mit Störspektrum:
$|G_F(j\omega_{Z,min})| = \left|\dfrac{1}{1 + 40j}\right| = \left|\dfrac{1 - 40j}{1 + 1600}\right| = \sqrt{(\frac{1}{1601})^2 + (\frac{40}{1601})^2} = 0.025$
Mindestdämpfung $= \frac{1}{0.025} = 40$
$\longrightarrow$ Filter 1.Ordnung ausreichend, keine weiteren Iterationen nötig

4.5



Stationär 1, Knick bei ω_G

$\longrightarrow G_F(s) = \dfrac{1}{1 + 0,5s}$

5. Aufgabe:

5.1

$$G_0(j\omega) = K_R \frac{K_S}{\frac{L}{g}s^2 + Ds + 1} \frac{1}{1+s0.1}\bigg|_{s=j\omega} = K_R \frac{1}{-\omega^2 + j0.8\omega + 1} \frac{1}{1+j\omega 0.1}$$

5.2

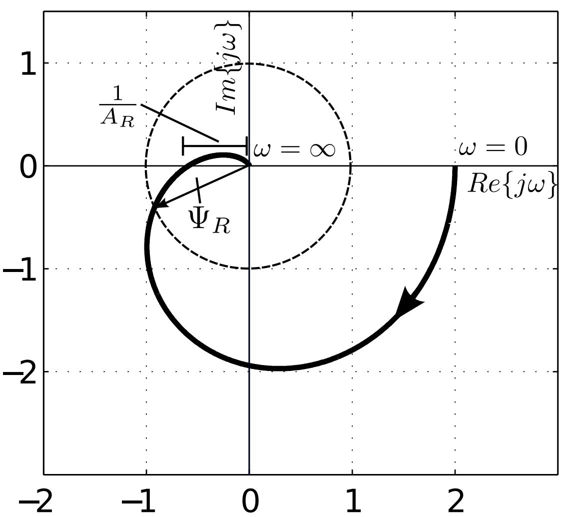
$$\begin{aligned}
G_0(j\omega) =& \frac{(-\omega^2+1-j0.8\omega)(1-j0.1\omega)}{\underbrace{(-\omega^2+1+j0.8\omega)(-\omega^2+1-j0.8\omega)(1+j0.1\omega)(1-j0.1\omega)}_{N(\omega)}} \\
=& K_R \frac{-1.08\omega^2 + 1 + j(0.1\omega^3 - 0.9\omega)}{N(\omega)} \\
\overset{!}{=}& -1 + j0 \\
Im\{G_0(j\omega)\} =& 0.1\omega^3 - 0.9\omega \overset{!}{=} 0 \\
& \rightarrow \omega_{krit,1} = 0;\ \omega_{krit,2/(3)} = \pm 3 \\
Re\{G_0(j\omega)\} =& K_R \frac{-1.08\omega^2 + 1}{N(\omega)} \overset{!}{=} -1 \\
& \rightarrow K_{R,krit,1} = -1;\ K_{R,krit,2} = 8.72
\end{aligned}$$

5.3

$$\begin{aligned}
p_{1/2} =& \frac{-0.8 \pm \sqrt{0.8^2 - 4}}{2} = -0.4 \pm j0.92;\ p_3 = -10 \\
& \rightarrow n_a = n_r = 0 \\
& \Rightarrow W_{soll} = W_{ist} = 0
\end{aligned}$$

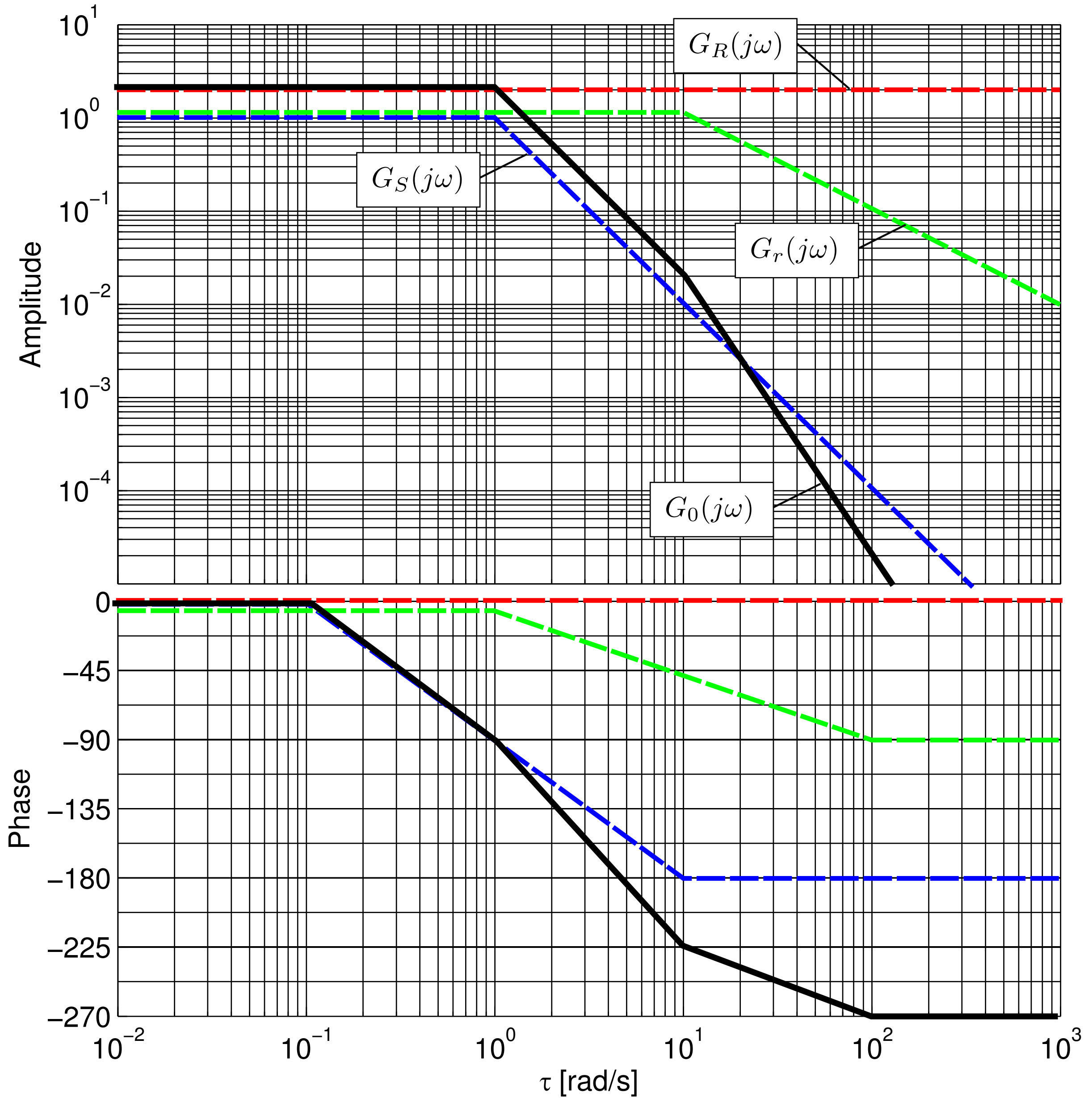
Da $K_R = 2$ stabiles Systemverhalten zeigt, ist der Stabilitätsbereich von K_R:
$-1 < K_R < 8.72$

5.4



5.5 Die Pole des geschlossenen Regelkreises liegen dann auf der imaginären Achse (grenzstabiler Fall) $\Rightarrow$ keine Dämpfung im System.

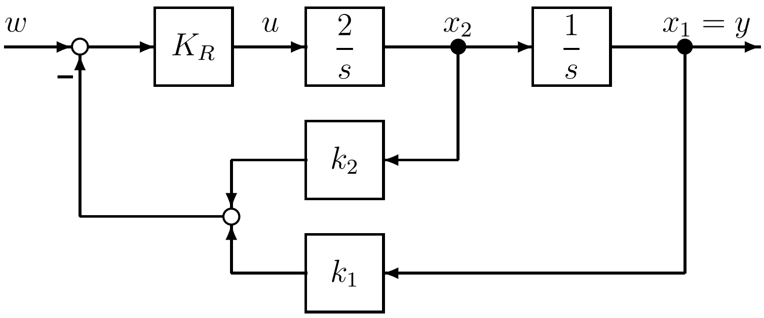
5.6



6. Aufgabe

6.1 $Q_{SZ} = [b \quad \mathbf{A}\, b] = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ $\quad \det(Q_{SZ}) \neq 0 \Longrightarrow$ System ist vollständig steuerbar

6.2



6.3

$$\text{aus } \underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} K_R(w - \underline{k}^T \underline{x}) \quad \text{folgt}$$

$$\underline{\dot{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2K_Rk_1 & -2K_Rk_2 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 2K_R \end{bmatrix} w$$

$$\text{also } A_{Reg} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2K_Rk_1 & -2K_Rk_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{char. Polynom:} \qquad \det \begin{bmatrix} \lambda & -1 \\ 2K_Rk_1 & \lambda + 2K_Rk_2 \end{bmatrix} = \lambda^2 + 2K_Rk_2\lambda + 2k_1K_R = 0$$

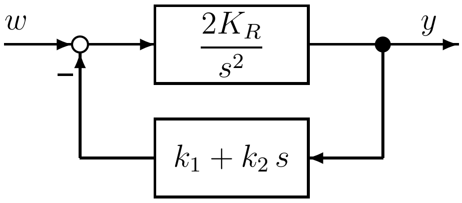
$$\Rightarrow \lambda_{1,2} = -K_Rk_2 \pm \sqrt{K_R^2k_2^2 - 2K_Rk_1}$$

6.4 Schnellstmögliches Einschwingen $\longrightarrow$ Dämpfung $D = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (Skript Kap. 4.4)

PT$_2$ System: Eigenwerte bei $\lambda_{1,2} = -\omega_0 D \pm j\omega_0\sqrt{1 - D^2} = -\omega_0 D \pm \sqrt{\omega_0^2(D^2 - 1)}$.

$$\text{Koeffizientenvergleich:} \left\{ \begin{array}{rcccccccc} -K_Rk_2 & = & -D\omega_0 & = & \frac{\sqrt{2}}{2} & \longrightarrow & k_2 & = & \dfrac{\sqrt{2}}{2K_R} \\ K_R^2k_2^2 - 2K_Rk_1 & = & \omega_0^2(D^2 - 1) & = & -\frac{1}{2} & \longrightarrow & k_1 & = & \dfrac{1}{2K_R} \end{array} \right.$$

6.6 Vereinfachtes Blockschaltbild:



$$\longrightarrow \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{2K_R}{s^2 + 2K_Rk_2s + 2K_Rk_1}\bigg|_{k_1 = \frac{1}{2K_R}, k_2 = \frac{\sqrt{2}}{2K_R}} = \frac{2K_R}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$

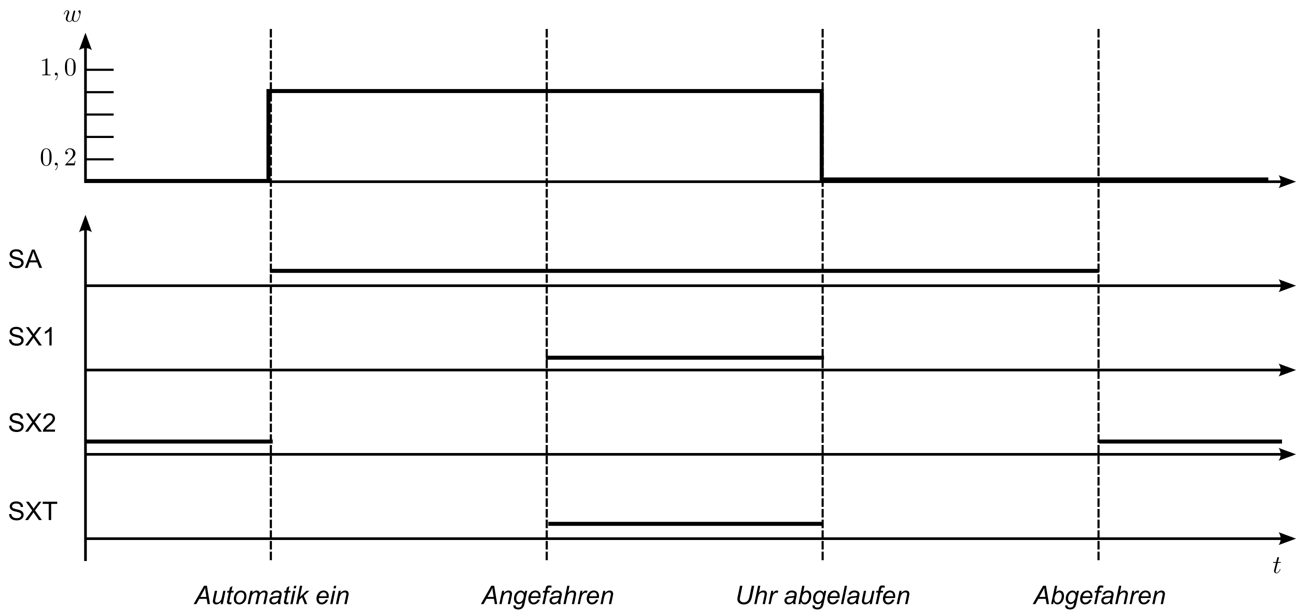
$$w = \sigma(t) \quad \longrightarrow x(t \to \infty) = \lim_{s \to 0} \frac{2K_R}{s^2 + \sqrt{2}s + 1} \stackrel{!}{=} 1$$

$$\longrightarrow K_R = 0,5$$

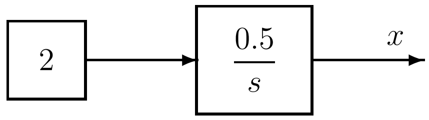
7. Aufgabe:

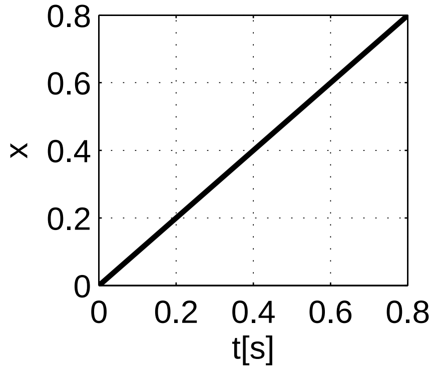
7.1 Aus dem *Ruhe*zustand wird die Regelstrecke gesteuert auf den Arbeitspunkt $0,8$ angefahren. Ist dieser erreicht, schaltet die Betriebsartensteuerung in den Regelungsmodus – das System ist im Zustand *Betrieb*. In diesem Modus regelt ein P-Regler die Regelgröße x auf einen festen Wert w_{soll_1}. Nach Ablauf der Uhr $(T = 1,0)$ wird der Sollwert der Regelung auf w_{soll_2} umgeschaltet, bis die Regelgröße auf $0,0$ abgefallen ist. Ab diesem Zeitpunkt schaltet das System in den Ruhezustand zurück.

7.2



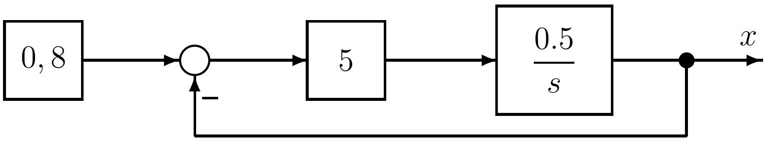
7.3 i) Während des Anfahrens hat das System open-loop Charakteristik:

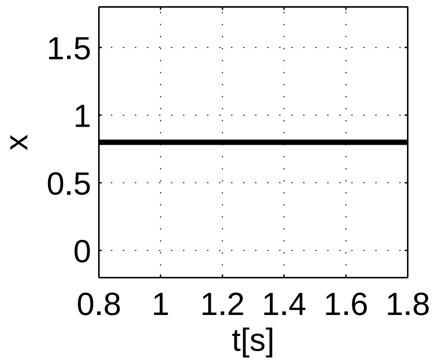




$$X(s) = Y_A G_S(s) = \frac{2}{s}\frac{0.5}{s} = \frac{1}{s^2} \quad \bullet\!\!-\!\!\circ \quad x(t) = t;$$

ii) In der Betriebsphase soll die Position konstant gehalten werden für die Zeit $T = 1sec$.

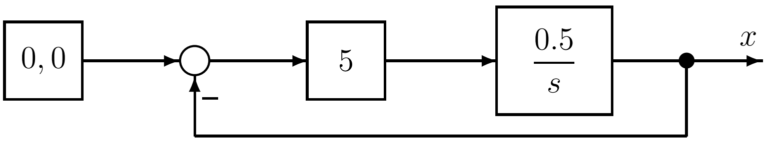




$$G_w(s) = \frac{1}{1 + 0.4s}$$

Bei Start der Regelschleife gilt bereits $x(t) = 0.8 = w_{soll_1}$ $\rightarrow e(t) = 0$, der Wert von $x(t) = 0.8$ (zuvor bereits durch $G_S(s)\frac{0.5}{s}$ aufintegriert) wird für die Zeitdauer von $0.8 < t \leq 1.8$ gehalten.

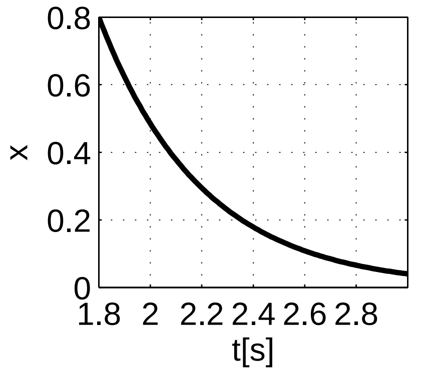
iii)



Ansatz: Negativer Sprung in Führungsgröße von $w^{**} = -0.8\sigma(t)$ bei Startwert $x^{**} = 0$ zum Zeitpunkt $t^{**} = 0$.

$$\begin{aligned} X^{**}(s) = G_w(s)W^{**}(s) =& \frac{1}{1 + 0.4s}\left(-\frac{0.8}{s}\right) \\ =& -2\frac{1}{(2.5 + s)s} \end{aligned}$$

$$\bullet\!\!-\!\!\circ \quad x^{**}(t) = -0.8 + 0.8e^{-2.5t}$$



Korrektur:

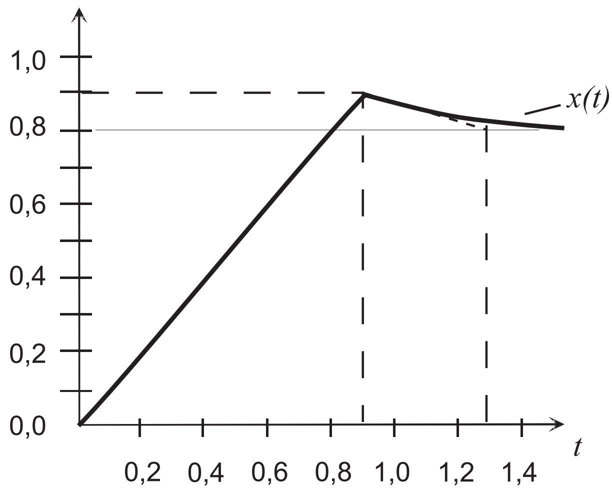
1. Verschieben zu tatsächlichem Anfangswert $x_0 = 0.8$:

$$x^*(t) = x^{**} + 0.8 = 0.8e^{-2.5t}$$

2. Verschieben zu tatsächlicher Anfangszeit $t_0 = 1.8$:

$$x(t) = 0.8e^{-2.5(t-1.8)} \quad t \geq 1.9$$

7.4 $12,5\% \rightarrow$ Umschalten bei $t = 1.125 \cdot 0.8 = 0.9$ und $x(0.9) = 0.9$



$\rightarrow$ Negativer Sprung von $x = 0.9$ zu $w_{soll_1} = 0.8$

Ansatz wie in 7.3 iii): Negativer Sprung in Führungsgröße von $w^{**} = -0.1\sigma(t)$ bei Startwert $x^{**} = 0$ zum Zeitpunkt $t^{**} = 0$.

$$
\begin{aligned}
X^{**}(s) &= G_w(s)W^{**}(s) \\
&= \frac{1}{1+0.4s}\left(-\frac{0.1}{s}\right)
\end{aligned}
$$

$$\bullet\!\!-\!\!\circ \quad x^{**}(t) = -0.1 + 0.1e^{-2.5t}$$

Korrektur:

1. Verschieben zu tatsächlichem Anfangswert $x_0 = 0.9$:

$$x^*(t) = x^{**} + 0.9 = 0.8 + 0.1e^{-2.5t}$$

2. Verschieben zu tatsächlicher Anfangszeit $t_0 = 0.9$:

$$x(t) = 0.8 + 0.1e^{-2.5(t-0.9)} \quad 0.9 < t \leq 1.9$$