Practica Industrial

Fabián Ramírez Díaz

1. Semana 1

La referencia de este capitulo esta en el siguiente paper https://arxiv.org/pdf/1505.01394.pdf

1.1. Coherencia en Series de tiempo

Para introduccir al concepto de coherencia, presentaremos un ejemplo en el contexto de series de tiempo. Entonces, sean las series $Z_1(t)$ y $Z_2(t)$ dos series de tiempo débilmente estacionarias con función de convarianza con la siguiente estructura:

$$\text{cov}\left(Z_k(t+h); Z_k(t)\right) = C_{kk}(h)$$

Y la cruzada con la siguiente estructura:

$$\text{cov}\left(Z_k(t+h); Z_l(t)\right) = C_{kl}(h)$$

También se sabe que sus densidades espectrales vienen dadas por:

$$f_{kl}(\omega) = (2\pi)^{-1/2} \int_{\mathbb{R}} C_{kl}(h) \exp\{-i\omega h\}\, dh$$

Definición: Coherencia de Series de tiempo

Se define la función de coherencia cuadratica entre dos series de tiempos dependiente de una frecuencia ω a la función:

$$\gamma^2(\omega) = \frac{\left|f_{12}(\omega)\right|^2}{f_{11}(\omega) f_{22}(\omega)}$$

Esta función puede interpretarse como una cuantificación de la relación lineal entre dos series de tiempo a una frecuencia ω.

1.2. Coherencia en campos aleatorios

Sea el campo aleatorio complejo dado por $\mathbf{Z}(\mathbf{s}) = \left(\mathbf{Z_1}(\mathbf{s}), ..., \mathbf{Z_p}(\mathbf{s})\right)$ debilmente estacionario y de media $\mathbf{0}$, con matriz de covarianza $\mathbf{C}(\mathbf{h})=\left(C_{ij}(\mathbf{h})\right)_{i,j=1}^{p}$.
Observación: Recordemos que proceso estacionario complejo se tiene que $\text{cov}\left(Z_i(\mathbf{s_1}), Z_j(\mathbf{s_2}\right) = \mathbb{E}\left[\mathbf{Z_i}(\mathbf{s_1})\right.$ $\left.\overline{Z_j(\mathbf{s_2})}\right.$, tal que se tenga que $C_{i,j}(\mathbf{h})=\overline{C_{j,i}(\mathbf{h})}$.

Teorema (): $\mathbf{C}$ **es semi-definida positiva si y sólo si:**

$$C_{ij}(\mathbf{h}) = \int_{\mathbb{R}^d} \exp\left(i\omega^{\mathrm{T}}\mathbf{h}\right) f_{ij}(\omega) \mathrm{d}\boldsymbol{\omega}$$