

Ayudantía 6

Fabián Ramírez Díaz

Problema 1

Considere:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2/5, & 0 \leq x \leq 1 \\ (-x^2 + 6x - 4)/5, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

1. Determine la función de densidad de X .

2. Calcule las probabilidades:

- $P(X \leq 2)$
- $P(1 < X \leq 2)$
- $P(X > \frac{1}{2})$

3. Calcule $E[X]$

Problema 2

Sea X una variable aleatoria tal que $X \sim \text{Unif}(0, 1)$

1. Encuentre la función de distribución acumulada y la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria $Y = X^2$
2. Encuentre la esperanza y la varianza de la variable aleatoria Y

Problema 3

1. Determine los valores de a y b para que la siguiente tabla represente una función de cuantía, si se sabe que su esperanza matemática es igual a 1,8:

x	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X = x)$	0,2	a	b	0,3

2. Determine la función de distribución acumulada, esperanza matemática, varianza y desviación típica de la variable aleatoria definida por la siguiente función de densidad:

x	-2	0	2	4	6	8
$f(x)$	0,05	A	0,15	A	0,2	$2A$

Problema 4

El tiempo total, medido en unidades de 100 horas, que un adolescente escucha su estéreo durante un año en una variable aleatoria, cuya modelación está dada por la siguiente función:

$$f_X(x) = \frac{1}{\lambda} e^{\left(\frac{\lambda}{1-k}\right)x} I_{[0, \infty[}(x) \quad \lambda > 0$$

1. Demuestre que $f_X(x)$ es función de densidad de probabilidad sí y sólo si $k = 1 + \lambda^2$.
2. Considerando $\lambda = 4$, encuentre la probabilidad de que el tiempo total en horas, que un adolescente escucha su estéreo durante un año sea entre 3 y 8 unidades.