

Projeto 5 – Trânsito na Avenida Um

Nesse projeto aplicaremos métodos numéricos para a resolução de problemas de valor inicial para avaliar o trânsito numa avenida. Especificamente, a posição de cada veículo pode ser descrita como uma equação diferencial ordinária de segunda ordem que depende da velocidade e da distância ao veículo anterior. O aluno interessado em mais detalhes sobre o modelo pode consultar [1, 2].

Condições e Datas

O projeto deve ser realizado **individualmente** ou em **dupla** utilizando GNU Octave ou MATLAB. Não será aceito trabalho feito em outra linguagem de programação.

O projeto deve ser entregue até o dia **14/11/2019**. O arquivo impresso ou digital, que não deve ter mais que 10 páginas, deve descrever de forma clara os procedimentos adotados e as conclusões. Em particular, responda as perguntas abaixo de forma objetiva e com fundamentos matemáticos. Recomenda-se que os códigos sejam anexados, mas não serão aceitos trabalhos contendo apenas os códigos! Não esqueça de incluir nome e RA!

1 Modelo de Velocidade Ótima

O deslocamento de um veículo i numa pista pode ser descrito pelo modelo de velocidade em que o motorista ajusta a velocidade do seu veículo observando a distância ao carro à sua frente. Formalmente, o modelo de velocidade ótima estabelece que

$$\frac{d^2 x_i}{dt^2} = a \left\{ V(\Delta x_i) - \frac{dx_i}{dt} \right\}, \quad \forall i = 1, \dots, N, \quad (1)$$

em que $x_i \equiv x_i(t)$ denota a posição do carro i no instante de tempo t , $\Delta x_i = x_{i-1}(t) - x_i(t)$ representa a distância do carro i ao carro à frente $i - 1$, $V(\cdot)$ é a função descrita abaixo que fornece a velocidade ótima conhecendo a distância Δx_i , N corresponde ao número de veículos na via e a representa a sensibilidade do motorista (inverso do tempo de resposta). Desta forma, quanto maior o valor de a , mais rápido o carro atingirá a velocidade ótima. Por simplicidade, vamos admitir $a = 1s^{-1}$ para todos os motoristas. Também vamos admitir que a velocidade ótima é dada pela equação

$$V(\Delta x_i) = \frac{v_{max}}{2} \left[\tanh \left(\frac{\Delta x_i - \Delta s}{20} \right) + \tanh(4) \right], \quad (2)$$

em que Δs representa a distância de segurança em metros e v_{max} é a velocidade máxima permitida na via.

2 Dinâmica do Trânsito na Avenida Um

Nesse projeto vamos estudar a dinâmica de quatro carros ($i = 1, 2, 3, 4$) que vão para a Unicamp pela avenida um (avenida Dr. Romeu Tórtima). A velocidade máxima permitida nessa via é $v_{max} = 50km/h$ e, para essa velocidade, a distância de segurança estabelecida pelo código de trânsito é $\Delta s = 42m$. Vamos admitir que os carros vão partir do repouso no semáforo da praça General Dom José de San Martin (em frente a Drograsil e a Briquedolândia). Especificamente, vamos considerar $t = 0$ como sendo o instante em que o semáforo abriu e a sinalização do semáforo como posição $x = 0$, com sentido positivo na direção da

Unicamp. Admitindo que há um ônibus na frente do primeiro carro, vamos admitir que a posição inicial dos quatro carros são:

$$x_1(0) = -14m, \quad x_2(0) = -18m, \quad x_3(0) = -26m \quad \text{e} \quad x_4(0) = -31m.$$

Vamos admitir que a posição $\beta(t)$ (em metros) do ônibus no instante de tempo t (em segundos) é descrito pela equação

$$\beta(t) = 8t - 90 \sin(0.1t). \quad (3)$$

Tal como os carros, o ônibus também está parado no semáforo e vai para a Unicamp. O ônibus, porém, deverá fazer algumas paradas para pegar ou deixar passageiros.

Questões

1. Apresente o sistema de equações diferenciais de primeira ordem e as condições iniciais usados para determinar a posição de cada um dos quatro carros.
2. Quanto tempo vai demorar para o quarto carro chegar ao balão da praça Carlos Drummond de Andrade que está localizado à $1.7km$ de distância do semáforo e pode ser considerado como uma entrada para a Unicamp?
3. Haverá algum acidente no trajeto até a praça Carlos Drummond de Andrade? Faça um único gráfico contendo a distância percorrida por cada um dos quatro carros como função do tempo. Faça também um único gráfico com a velocidade instantânea de cada um dos quatro carros durante o trajeto.
4. Qual a velocidade instantânea máxima e a velocidade média de cada um dos quatro carros em km/h ? Comente sobre os resultados obtidos. Lembre-se que a velocidade média é dada pelo quociente da variação do espaço pela variação do tempo.
5. Qual o comportamento esperado quando aumenta o número de carros?

Referências

- [1] BANDO, M., HASEBE, K., NAKAYAMA, A., SHIBATA, A., AND SUGIYAMA, Y. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation. *Physiscal Review E* 51 (Feb 1995), 1035–1042.
- [2] NAKAYAMA, A., HASEBE, K., AND SUGIYAMA, Y. Optimal velocity model and its applications. In *Traffic and Granular Flow'01* (Berlin, Heidelberg, 2003), M. Fukui, Y. Sugiyama, M. Schreckenberg, and D. E. Wolf, Eds., Springer Berlin Heidelberg, pp. 127–140.