

MC920 - Trabalho 5

Fábio Camargo Ricci - 170781

Introdução

O objetivo deste trabalho é estudar a técnica de Decomposição em Valores Singulares (SVD) no contexto da Análise de Componentes Principais (PCA) para a compressão de imagens com perda.

Bibliotecas utilizadas

OpenCV - Leitura e escrita de imagens

NumPy - Manipulação de Arrays

Execução

Para executar o programa na raiz do projeto, basta chamar:

```
python3 ./main.py {caminho_imagem_entrada} {numero_componentes}  
{nome_imagem_saida}
```

Ex: `python3 ./main.py ./in/baboon.png 10 baboon.png`

Obs: As imagens de saída são salvas na pasta `./out/`.

O programa

A SVD de uma matriz $A_{n \times p}$ consiste na fatoração:

$$A = U \Sigma V^T$$

Em que U é uma matriz unitária real $n \times n$, Σ uma matriz retangular diagonal $n \times p$ com números reais não-negativos na diagonal e V^T uma matriz unitária real $p \times p$. As colunas de U são os autovetores da matriz AA^T , enquanto que as colunas de V são os autovetores da matriz $A^T A$. Os elementos na diagonal da matriz Σ são os autovalores relacionados a esses autovetores, dispostos em ordem crescente.

Dessa forma, os autovetores relacionados a autovalores maiores contribuem mais significativamente para a qualidade da imagem representada pela matriz A . Com isso, mantendo-se apenas os autovetores mais representativos, dado um limiar k para os autovalores correspondentes, pode-se elaborar um método de compressão com perdas que preserva as características mais significantes da imagem.

Sendo assim, o programa consiste basicamente em aplicar a fatoração SVD em cada banda RGB da imagem original (utilizou-se o método `np.linalg.svd(f[i], full_matrices=False)` da biblioteca NumPy) e com isso, considerar apenas os k componentes mais significativos, obtendo-se uma imagem comprimida.

Para a avaliação da compressão de uma imagem de entrada $f_{M \times N}$ e uma imagem de saída $g_{M \times N}$, realizou-se duas métricas bastante utilizadas, a taxa de compressão (ρ) e a raiz do erro médio quadrático (RMSE):

$$\rho = \frac{\text{quantidade de memória requerida para representar } g}{\text{quantidade de memória requerida para representar } f}$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - g(x, y)]^2}$$

Resultados

Os resultados a seguir são referentes à imagem “peppers.png” de dimensões 512px x 512px :

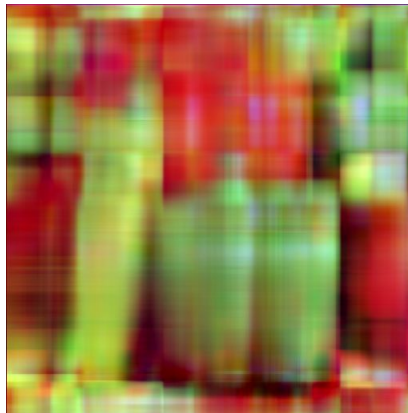


Imagem de Entrada

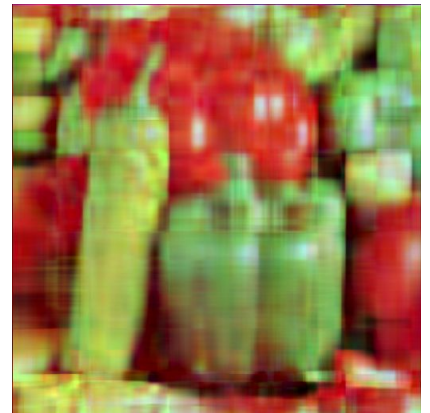
Imagens de comprimidas:



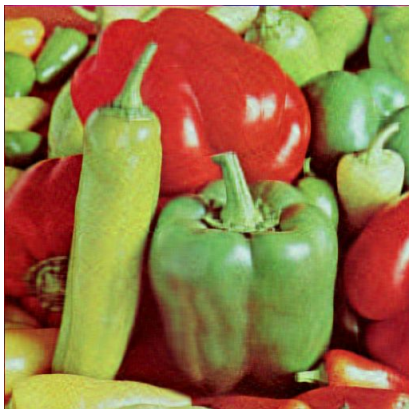
$k = 1$



$k = 5$



$k = 10$



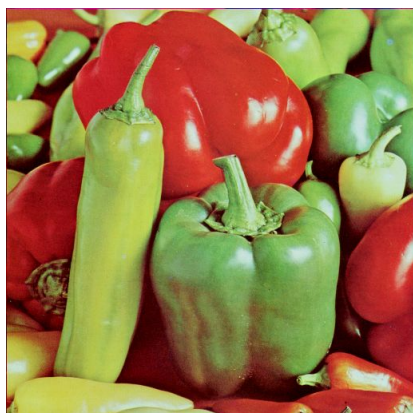
$k = 50$



$k = 100$



$k = 200$



$k = 300$



$k = 400$



$k = 512$

k	Taxa de compressão (ρ)	RMSE
1	0.33525	51.83443
5	0.47030	29.45842
10	0.55023	21.47185
50	0.87013	8.12102
100	0.94203	5.10994
200	0.98818	2.75984
300	1.00116	1.42786
400	1.00343	0.52704
512	1.00137	4.46165×10^{-13}

Como pode-se notar pela tabela acima, quanto o menor o número de componentes k considerados, maior o erro RMSE associado, por ser tratar de uma imagem de menor qualidade, porém menor a taxa de compressão (ρ), já que a imagem está mais comprimida, sendo necessário menos espaço para armazená-la.

Apesar disso, considerando $k > 300$, obteve-se uma taxa de compressão $\rho > 1$, de forma que a imagem processada utiliza mais espaço de armazenamento que a imagem original. Isso se deve ao fato da presença de ruídos na imagem processadas para esses números de componentes, tornando a compressão para o formato .png menos eficaz pela alta entropia da mesma.

Conclusão

Ao final deste trabalho, foi possível estudar a técnica de Decomposição em Valores Singulares (SVD) e como utilizá-la para a compressão de imagens. Notou-se que a técnica é ineficaz,

uma vez que produz imagens com baixa qualidade e com uma taxa de compressão pequena, quando comparada com outras como o “.JPEG”. Além disso, é importante ressaltar que quando o número de componentes considerados ultrapassa um ponto, a imagem processada passa a ocupar mais espaço de memória que a imagem original, tornando a compressão “.png” ineficaz pela presença de muitos ruídos (alta entropia).