

# Rapport de laboratoire

Auteur

Date

## Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
1.1	Expérience Constante de Raideur . . . . .	4
1.2	Expérience Mouvement Harmonique Sinusoïdal (MHS) . . . . .	4
1.3	Expérience Mouvement Harmonique Sinusoïdal Amortis (MHSA) . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Expériences</b>	<b>5</b>
2.1	Introduction . . . . .	5
2.2	Détermination de la constante de raideur du ressort . . . . .	5
2.2.1	Objectif . . . . .	5
2.2.2	schéma du système . . . . .	5
2.2.3	valeurs expérimentales . . . . .	7
2.2.4	Discussion des résultats . . . . .	8
2.3	Détermination de la période d'un ressort . . . . .	9
2.3.1	Objectif . . . . .	9
2.3.2	schéma du système . . . . .	9
2.3.3	Notions théoriques . . . . .	9
2.4	Détermination de la pulsation d'un MHS . . . . .	11
2.4.1	Objectif . . . . .	11
2.4.2	Schéma du système . . . . .	11
2.4.3	Notions théoriques . . . . .	11
2.4.4	Méthode . . . . .	11
2.4.5	Valeurs expérimentales . . . . .	11
2.4.6	Discussion des résultats . . . . .	11
2.5	Etude de MHS amorti . . . . .	11
2.5.1	Objectif . . . . .	11
2.5.2	Notions théoriques . . . . .	12
2.5.3	Amorti dans l'air . . . . .	12
2.5.4	Schéma du système . . . . .	12
2.5.5	Méthode . . . . .	12
2.5.6	Valeurs expérimentales . . . . .	12

---

2.5.7	Constatations . . . . .	12
2.5.8	Amorti dans l'eau . . . . .	12
2.5.9	Schéma du système . . . . .	13
2.5.10	Méthode . . . . .	13
2.5.11	Valeurs expérimentales . . . . .	13
2.5.12	Constatations . . . . .	13
2.5.13	Amorti dans un mélange eau-glycérine . . . . .	13
2.5.14	Schéma du système . . . . .	13
2.5.15	Méthode . . . . .	13
2.5.16	Valeurs expérimentales . . . . .	13
2.5.17	Constatations . . . . .	13
2.5.18	Discussion des résultats . . . . .	13
2.6	Conclusion . . . . .	13

# 1 Introduction

Ce travail pratique porte sur l'étude des ressorts et des mouvements qu'ils réalisent lorsqu'ils sont soumis à une charge, notamment le mouvement harmonique sinusoïdal. Nous analyserons également l'amortissement de ce mouvement en fonction du milieu dans lequel évolue le système. Les mesures ont été réalisées à l'aide d'un laser et du logiciel CASSY Lab 2, mis à disposition pour enregistrer et analyser les données avec précision.

## 1.1 Experience Constante de Raideur

Premièrement, nous devons déterminer la constante de raideur de trois ressorts différents. Pour cela, nous effectuerons cinq mesures pour chaque ressort, en utilisant cinq surcharges différentes, et nous mesurerons le déplacement du ressort par rapport à sa position de repos.

## 1.2 Experience Mouvement Harmonique Sinusoïdal (MHS)

Dans un second temps, nous utiliserons le ressort ayant la plus grande constante de raideur ainsi que trois charges différentes pour déterminer la période d'oscillation, ainsi que l'amplitude et la phase du mouvement. Nous confronterons ensuite les résultats obtenus expérimentalement à ceux calculés théoriquement au préalable.

## 1.3 Experience Mouvement Harmonique Sinusoïdal Amortis (MHSA)

Dans un troisième temps, nous utiliserons le même ressort avec une seule surcharge pour effectuer trois mesures consécutives de 120 secondes sans interrompre les oscillations. Ce protocole sera répété dans trois milieux différents : d'abord dans l'air, puis dans l'eau, et enfin dans un mélange contenant  $1/4$  de glycérine et  $3/4$  d'eau. Enfin, nous comparerons les résultats obtenus.

## 2 Expériences

### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons définir et aborder toutes les notions théoriques nécessaires pour chaque expérience, ainsi que les valeurs expérimentales mesurées et la discussion des résultats.

### 2.2 Détermination de la constante de raideur du ressort

#### 2.2.1 Objectif

L'objectif de cette expérience est de déterminer la constante de raideur de trois ressorts en utilisant la relation entre la force appliquée et l'allongement du ressort. Cette relation sera exploitée à l'aide de la méthode de régression linéaire, qui permet d'estimer la pente de la courbe Force-Déplacement avec précision.

#### 2.2.2 schéma du système

Nous allons étudier un système composé d'un ressort, de plusieurs masses et d'un capteur CASSY.

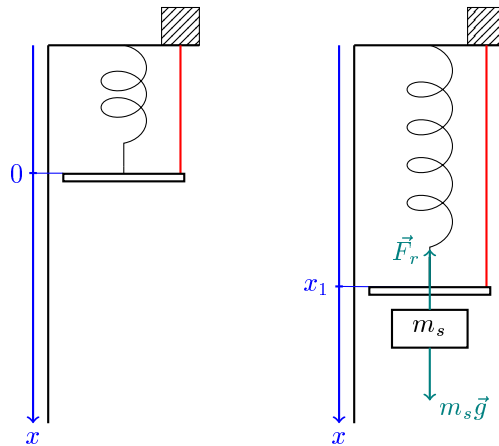


Figure 1: Position au repos et position allongée du système à l'équilibre.

Nous pouvons voir à la figure 1 le schéma du système que nous allons étudier. Nous étudions un système composé d'un ressort suspendu, de plusieurs masses (les valeurs des masses sont introduites

dans un tableau dans la section "valeurs expérimentales) et d'un capteur CASSY. Le capteur est calibré de manière à fixer l'origine du repère à la position initiale du ressort. Une surcharge est ensuite ajoutée progressivement, et la nouvelle position d'équilibre est enregistrée. Nous pouvons donc utiliser la seconde loi de Newton pour déterminer théoriquement la constante de raideur du ressort :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad (1)$$

Dans le cas où le ressort est à l'équilibre, nous avons :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad (2)$$

Nous pouvons écrire la somme des forces comme suit :

$$\vec{F}_r + m_s \vec{g} = \vec{0} \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow -k\Delta x \vec{e}_x + m_s g \vec{e}_x = 0$$

$$\Leftrightarrow m_s g = k\Delta x$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{m_s g}{\Delta x}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{m_s g}{x_1 - x_0}$$

Nous avons que  $x_0 = 0$ , alors nous pouvons écrire :

$$k = \frac{m_s g}{x_1} \quad (4)$$

Ou encore, nous pouvons (et nous allons) déterminer graphiquement la constante de raideur du ressort. Pour ceci, nous allons utiliser la pente de la droite obtenue par la régression linéaire des points de la force en fonction de la position trouvée expérimentalement. Nous avons donc :

$$k = \frac{\Delta F_p}{\Delta x} \quad (5)$$

Où  $\Delta F_p$  est la différence entre les forces maximale et minimale, et  $\Delta x$  est la différence entre les positions maximale et minimale.

Nous avons donc tout ce qu'il nous faut pour déterminer la constante de raideur du ressort.

### 2.2.3 valeurs expérimentales

Nous avons effectué l'expérience sur trois ressorts distincts, en appliquant cinq charges différentes sur chacun d'eux. Nous avons mesuré les positions d'équilibre des ressorts ainsi que les forces correspondantes. Les résultats obtenus sont répertoriés dans le tableau ci-dessous et analysés graphiquement dans la figure 3.

Ressort 1						
Masse [kg]		0.051	0.101	0.152	0.201	0.251
Allongement [m]	0	0.005	0.010	0.016	0.023	0.028
Surcharge [N]	0	0.490	0.981	1.471	1.961	2.452
Constante raideur [N/m]	85.32 ± 2.22					
Ressort 2						
Masse [kg]		0.051	0.101	0.152	0.201	0.251
Allongement [m]	0	0.021	0.042	0.063	0.083	0.103
Surcharge [N]	0	0.490	0.981	1.471	1.961	2.452
Constante raideur [N/m]	23.86 ± 0.15					
Ressort 3						
Masse [kg]		0.051	0.101	0.152	0.201	0.251
Allongement [m]	0	0.021	0.041	0.065	0.086	0.107
Surcharge [N]	0	0.490	0.981	1.471	1.961	2.452
Constante raideur [N/m]	22.83 ± 0.23					

Régression Linéaire Ressort 1	
85.32338399	0.065476978
2.220752034	0.037228575
0.997297605	0.053317477
1476.168745	4
4.19638363	0.011371013

Régression Linéaire Ressort 2	
23.859269	-0.014011681
0.14863367	0.009320493
0.99984479	0.012777667
25767.9495	4
4.20710157	0.000653075

Régression Linéaire Ressort 3	
22.8276513	0.006497958
0.23496536	0.015224882
0.99957639	0.021109396
9438.75627	4
4.20597222	0.001782426

Figure 2: Valeurs expérimentales de la force en fonction de la position des ressorts

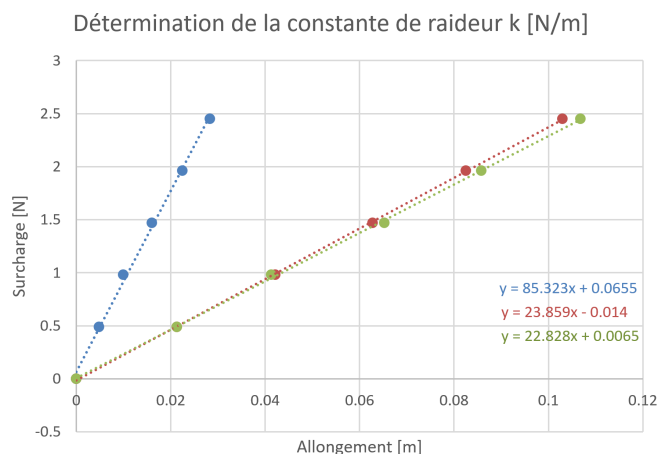


Figure 3: Graphe de la force en fonction de la position des ressorts



Figure 4: Ressort 1



Figure 5: Ressort 2



Figure 6: Ressort 3

#### 2.2.4 Discussion des résultats

Nous remarquons une croissance linéaire de la force en fonction de l'élongation où la pente donne bien la constante de raideur du ressort. Ceci fait sens car la loi de Hooke stipule que la force est proportionnelle à l'élongation du ressort.

Ce que nous ne pouvons pas voir directement sur le graphe est le comportement dans un cas extrême. Par exemple, lorsque  $\Delta x$  tend vers l'infini. En théorie,  $k$  tendrait vers 0, ce qui pourrait indiquer une perte de l'élasticité du ressort. Par l'équation (5), on peut écrire ceci :

$$\lim_{\Delta x \rightarrow \infty} k = \lim_{\Delta x \rightarrow \infty} \frac{\Delta F_p}{\Delta x} = 0$$

On peut supposer qu'à une certaine élongation, la constante de raideur du ressort devient quasi nulle. En pratique, le ressort possède une limite d'élasticité, c'est-à-dire une élongation maximale avant de perdre ses propriétés élastiques. Cela peut être dû à une déformation permanente du ressort, ou à une rupture de celui-ci.

Nous pouvons donc conclure que la constante de raideur du ressort est bien déterminée par la pente de la droite obtenue par la régression linéaire des points de la force en fonction de la position trouvée expérimentalement.



## 2.3 Détermination de la période d'un ressort

### 2.3.1 Objectif

### 2.3.2 schéma du système

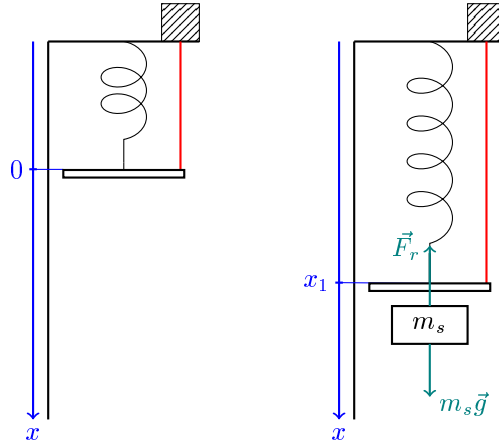


Figure 7: Position au repos et position allongée du système à l'équilibre.

Nous remarquons que le schéma du système est le même que celui de l'expérience précédente. Nous avons donc le même dispositif, mais cette fois-ci, nous allons laisser le ressort osciller en lui donnant une amplitude initiale en l'étirant de  $x_1$  (environ 1 à 2cm).

### 2.3.3 Notions théoriques

Pour pouvoir déterminer la période d'un ressort, nous devons tout d'abord poser les équations exprimée par la seconde loi de Newton. Nous avons donc :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \quad (6)$$

Cette fois-ci, nous sommes en mouvement, donc nous avons une accélération non nulle. Nous pouvons poser la somme des forces comme suit :

$$\vec{F}_r + m_s\vec{g} = m_s\vec{a} \quad (7)$$

$$\Leftrightarrow -kx\vec{e}_x + m_s g\vec{e}_x = m_s \ddot{x}\vec{e}_x$$

$$\Leftrightarrow -kx + m_s g = m_s \ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m_s}x = g$$

Nous avons une équation différentielle du second ordre, avec second membre non nul. Cependant, comme nous avons posé l'origine du repère à la position d'équilibre du ressort + surcharge, le terme  $g$  disparaît. Nous avons donc une équation homogène du second ordre et ceci nous permet de déterminer la période du ressort. Nous avons donc :

$$\ddot{x} + \frac{k}{m_s}x = 0 \quad (8)$$

La forme standard de l'équation différentielle pour une oscillation harmonique simple est défini comme suit :

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (9)$$

Où  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_s}}$  est la pulsation propre du ressort. Nos conditions initiales sont  $x(0) = x_1$  et  $\dot{x}(0) = 0$ . Nous avons donc la solution générale de l'équation différentielle :

$$x(t) = x_1 \cos(\omega t) \quad (10)$$

Nous préférons sous forme d'une sinusoïde, donc nous avons :

$$x(t) = x_1 \cos(\omega t) = x_1 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

et ce qui nous donne :

$$x(t) = x_1 \sin(\omega t + \phi) \quad (11)$$

où  $\frac{\pi}{2}$  est absorbé par la phase  $\phi$ .

Nous avons maintenant tout ce qu'il nous faut pour déterminer la période du ressort. Nous pouvons finalement poser que la période est donnée par :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

et finalement :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m_s}{k}} \quad (12)$$

Il nous est demandé de déterminer l'incertitude sur la période du ressort. Nous savons que la formule pour détermination de l'incertitude d'une fonction quelconque de la forme  $f(x, y, z, \dots)$  est donnée par sa différentielle totale, avec des valeurs absolues pour chaque dérivée partielle, ce qui donne :

$$\Delta f(x, y, z, \dots) = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \Delta z + \dots \quad (13)$$

Ici, la période est définie par  $T(m_s, k) = 2\pi \sqrt{\frac{m_s}{k}}$ , nous pouvons poser :

$$\Delta T = \left| \frac{\partial T}{\partial m_s} \right| \Delta m_s + \left| \frac{\partial T}{\partial k} \right| \Delta k$$

ce qui nous donne :

$$\Delta T = \pi \frac{1}{\sqrt{m_s k}} \Delta m_s + \pi \frac{\sqrt{m_s}}{k^{3/2}} \Delta k \quad (14)$$

## 2.4 Détermination de la pulsation d'un MHS

### 2.4.1 Objectif

Pour cette seconde expérience, le but est, dans un premier temps, la détermination de la période d'oscillations. Suite à cela, nous identifierons l'amplitude et la phase du mouvement.

### 2.4.2 Schéma du système

### 2.4.3 Notions théoriques

### 2.4.4 Méthode

### 2.4.5 Valeurs expérimentales

### 2.4.6 Discussion des résultats

## 2.5 Etude de MHS amorti

### 2.5.1 Objectif

Pour cette troisième et dernière expérience, nous allons étudier le comportement d'un MHS amorti dans l'air, dans l'eau et finalement dans un mélange eau-glycérine (rapport 1:4)

### **2.5.2 Notions théoriques**

### **2.5.3 Amorti dans l'air**

Le but ici est de voir la façon dont un ressort s'amorti dans l'air, pour ensuite extraire l'amplitude de la courbe. Nous pouvons nous attendre à décroissance linéaire de l'amplitude.

### **2.5.4 Schéma du système**

### **2.5.5 Méthode**

### **2.5.6 Valeurs expérimentales**

### **2.5.7 Constatations**

Nous pouvons, comme prédit, remarquer que l'amplitude décroît bel et bien de façon linéaire ! ETC.

### **2.5.8 Amorti dans l'eau**

Ici, nous nous attendons également à une décroissance linéaire de l'amplitude. Cependant, cette décroissance devrait être plus "forte", certainement dû à la masse volumique du milieu plus élevée que pour l'amorti dans l'air.

### **2.5.9 Schéma du système**

#### **2.5.10 Méthode**

#### **2.5.11 Valeurs expérimentales**

#### **2.5.12 Constatations**

#### **2.5.13 Amorti dans un mélange eau-glycérine**

#### **2.5.14 Schéma du système**

#### **2.5.15 Méthode**

#### **2.5.16 Valeurs expérimentales**

#### **2.5.17 Constatations**

#### **2.5.18 Discussion des résultats**

### **2.6 Conclusion**