Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica - Politecnico di Torino
Anno Accademico 2018-2019

CONTROLLI AUTOMATICI (18AKSNX)

Esercitazione di laboratorio - Homework - n. 2

Vito Cerone

Obiettivi principali

Conclusa l'esercitazione, lo studente dovrà essere in grado di:

1. Scrivere una rappresentazione ingresso-stato-uscita di semplici reti elettriche RLC attive.
2. Derivare, da una rappresentazione ingresso-stato-uscita qualsiasi oppure da un insieme di relazioni che descrivono il comportamento di un sistema dinamico, uno schema a blocchi per la simulazione del comportamento del sistema in ambiente Simulink.
3. Scegliere i parametri per una corretta simulazione di un sistema dinamico.

Problema 1

Si consideri il filtro analogico illustrato in Figura 1.

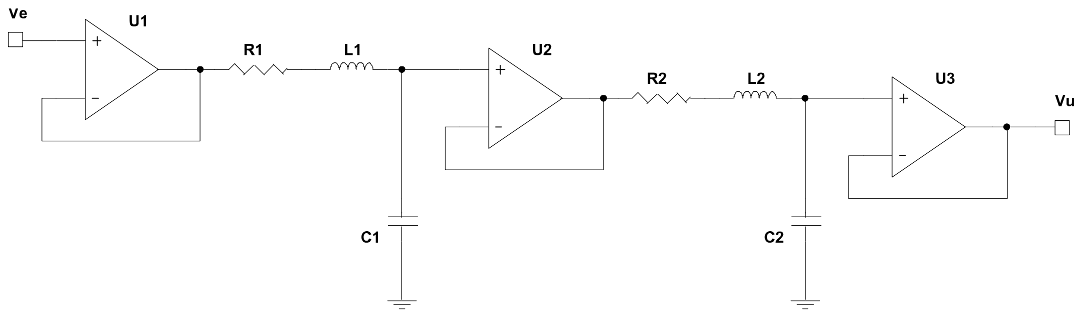

Figura 1:

Le tensioni $v_e(t)$ e $v_u(t)$ costituiscono rispettivamente l'ingresso e l'uscita. Supponendo che gli amplificatori operazionali siano ideali e che i valori numerici dei componenti siano:
$R_1 = R_2 = 68\Omega$, $C_1 = C_2 = 4\mu F$, $L_1 = L_2 = 10\ mH$.

1. Determinare:

   (a) le equazioni di ingresso - stato - uscita, avendo scelto come variabili di stato la corrente in L_1, la tensione su C_1, la corrente in L_2 e la tensione su C_2, rispettivamente;

   (b) la funzione di trasferimento $H(s) = \dfrac{V_u(s)}{V_e(s)}$.

2. Disegnare i diagrammi di Bode (modulo e fase) di $H(j\omega)$.

3. Costruire uno schema SIMULINK idoneo a simulare, nel dominio del tempo, il sistema dato.

4. Simulare l'andamento temporale dello stato e dell'uscita del sistema confrontando, in particolare, il comportamento delle tensioni sui condensatori C_1 e C_2 nel caso in cui il segnale di ingresso sia:

   (a) $v_e(t) = 10\sin(2500t) + 2\sin(10000\ t)$ e condizioni iniziali nulle;

   (b) $v_e(t) = 10\sin(2500t) + 2\sin(10000\ t)$ condizioni iniziali pari a $x(0) = \left[\ -0.1 \quad 0.5 \quad 0.2 \quad -0.7\ \right]^T$;

   (c) $v_e(t) = u(t)$ (gradino unitario) e condizioni iniziali nulle;

   (d) $v_e(t) = u(t)$ e condizioni iniziali pari a $x(0) = \left[\ -0.1 \quad 0.5 \quad 0.2 \quad -0.7\ \right]^T$;

   (e) $v_e(t) = u(t) + 0.2\sin(10000\ t)$ e condizioni iniziali nulle.

Problema 2

Si consideri il filtro rappresentato in Figura 2, realizzato con un amplificatore operazionale ideale. L'ingresso è V_e, l'uscita è V_u. (a) Scrivere una rappresentazione ingresso - stato - uscita. (b) Calcolare la funzione di trasferimento.

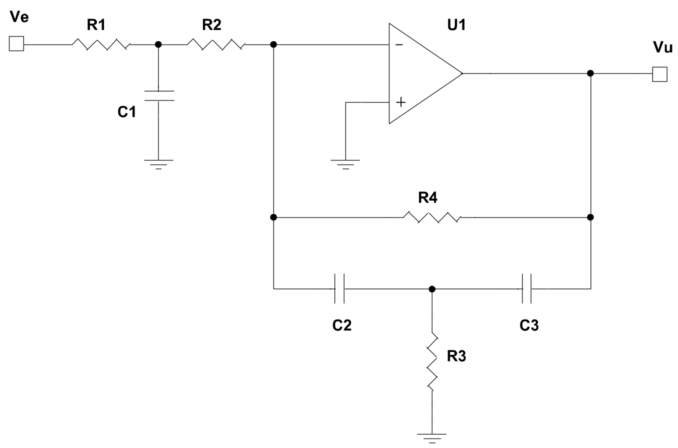

Figura 2:

Problema 3

Si consideri il filtro rappresentato in Figura 3, realizzato con un amplificatore operazionale ideale. L'ingresso è V_e, l'uscita è V_u. (a) Scrivere una rappresentazione ingresso - stato - uscita. (b) Calcolare la funzione di trasferimento.

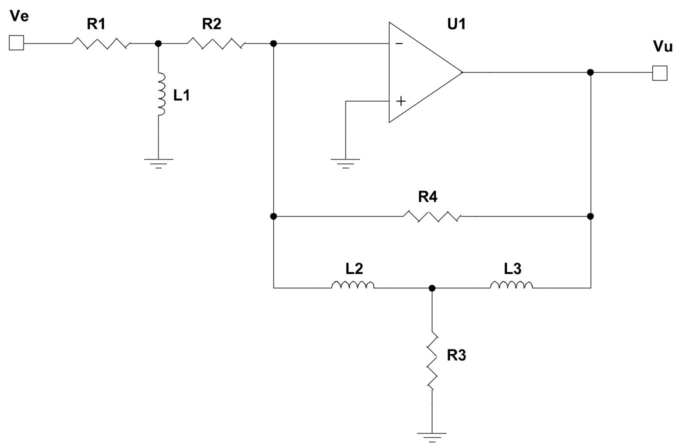

Figura 3:

Risultati di alcuni dei problemi proposti

Problema 1

1(a) Equazioni di ingresso - stato - uscita:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{1}$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{l1}(t) \\ v_{c1}(t) \\ i_{l2}(t) \\ v_{c2}(t) \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & -\frac{R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6800 & -100 & 0 & 0 \\ 250000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & -6800 & -100 \\ 0 & 0 & 250000 & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5}$$

$$D = [0] \tag{6}$$

1(b) Funzione di trasferimento:

$$H(s) = \left(\frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \right)^2 = \left(\frac{2.5 \cdot 10^7}{s^2 + 6.8 \cdot 10^3 s + 2.5 \cdot 10^7} \right)^2 \tag{7}$$

Problema 2

$$\dot{x}_1(t) = \frac{1}{C_1}\left[-\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)x_1(t) + \frac{1}{R_1}V_e\right] \tag{8}$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{1}{C_2}\left[-\frac{1}{R_2}x_1(t) - \frac{1}{R_4}x_2(t) - \frac{1}{R_4}x_3(t)\right] \tag{9}$$

$$\dot{x}_3(t) = \frac{1}{C_3}\left[-\frac{1}{R_2}x_1(t) + \left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_4}\right)x_2(t) - \frac{1}{R_4}x_3(t)\right] \tag{10}$$

$$y(t) = x_2(t) + x_3(t) \tag{11}$$

Problema 3

$$\dot{x}_1(t) = \frac{R_2}{L_1(R_1 + R_2)}[-R_1x_1(t) + V_e] \tag{12}$$

$$\dot{x}_2(t) = \frac{R_3}{L_2}[-x_2(t) + x_3(t)] \tag{13}$$

$$\dot{x}_3(t) = \frac{R_4}{L_3}\left[\frac{R_1}{R_1 + R_2}x_1(t) + \left(\frac{R_3}{R_4} - 1\right)x_2(t) - \frac{R_3}{R_4}x_3(t) - \frac{1}{R_1 + R_2}V_e\right] \tag{14}$$

$$y(t) = \frac{R_4R_1}{R_1 + R_2}x_1(t) - R_4x_2(t) - \frac{R_4}{R_1 + R_2}V_e \tag{15}$$