

Appunti Simulazione

Formulario

Anno Accademico 2021-2022

 $Last\ Update:\ January\ 18,\ 2023$

Contents

2.3 Informazioni utili su Formule 1 2.3.1 Komorov 1 2.3.1.1 cumsum 1	1	Dist	ribuzioni	i														4
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		1.1	1 Stimare la Distribuzione												4			
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		1.2	Calcolare	la Prol	babilit	tà di 1	una	Di	str	ibı	ızi	one	. :					5
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$			1.2.1 E	sponenz	ziale													5
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$				-														
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$			1.															
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$																		
2.1 Test χ^2 2.1.1 Dati senza Intervalli 2.1.2 Dati con Intervalli 2.2 Test Kolmogorov 2.2.1 Dati Senza Intervalli 2.2.2 Dati Con Intervalli 2.3 Informazioni utili su Formule 2.3.1 Komorov 2.3.1.1 cumsum 2.4 Tabelle di Riferimento																		5
2.1 Test χ^2 2.1.1 Dati senza Intervalli 2.1.2 Dati con Intervalli 2.2 Test Kolmogorov 2.2.1 Dati Senza Intervalli 2.2.2 Dati Con Intervalli 2.3 Informazioni utili su Formule 2.3.1 Komorov 2.3.1.1 cumsum 2.4 Tabelle di Riferimento																		
2.1.1 Dati senza Intervalli 2.1.2 Dati con Intervalli 2.2 Test Kolmogorov 2.2.1 Dati Senza Intervalli 2.2.2 Dati Con Intervalli 2.2.2 Dati Con Intervalli 2.3 Informazioni utili su Formule 1.2.3.1 Komorov 2.3.1.1 cumsum 1.3.1.1 cumsum 2.4 Tabelle di Riferimento 1.3.1.1 cumsum	2	Goo	dness of	\mathbf{Fit}														6
2.1.2 Dati con Intervalli 2.2 Test Kolmogorov		2.1	Test χ^2															6
2.2 Test Kolmogorov 2.2.1 Dati Senza Intervalli 2.2.2 Dati Con Intervalli 2.3 Informazioni utili su Formule 2.3.1 Komorov 2.3.1.1 cumsum 2.4 Tabelle di Riferimento			2.1.1 D	ati senz	za Inte	ervalli												6
2.2.1 Dati Senza Intervalli 2.2.2 Dati Con Intervalli 2.3 Informazioni utili su Formule 2.3.1 Komorov 2.3.1.1 cumsum 2.3.1.1 cumsum 2.4 Tabelle di Riferimento 1.3.1.1 cumsum			2.1.2 D	ati con	Interv	valli												7
2.2.1 Dati Senza Intervalli 2.2.2 Dati Con Intervalli 2.3 Informazioni utili su Formule 2.3.1 Komorov 2.3.1.1 cumsum 2.3.1.1 cumsum 2.4 Tabelle di Riferimento 1.3.1.1 cumsum		2.2	Test Kolr	nogorov	7													8
2.2.2 Dati Con Intervalli			2.2.1 D	ati Senz	za Inte	ervall	i .											9
2.3 Informazioni utili su Formule 1 2.3.1 Komorov 1 2.3.1.1 cumsum 1 2.4 Tabelle di Riferimento 1																		9
2.3.1 Komorov 1 2.3.1.1 cumsum 1 2.4 Tabelle di Riferimento 1		2.3																
$2.3.1.1 cumsum \dots \dots$																		
2.4 Tabelle di Riferimento																		
		2.4																
4.T. 1 1000000 11000000000000000000000000		⊿. 1																
2.4.2 Tabella di Riferimento Test Kolmogorov										-								

"Oi, con quanto sentimento defeco sul tuo naso, così che ti coli sul mento."

Wolfgang Amadeus Mozart

Chapter 1

Distribuzioni

1.1 Stimare la Distribuzione

Per stimare una distribuzione avendo solo i dati iniziali del problema effettua le seguenti operazioni:

N.B. nel caso di Intervalli, categoria, va sostituito con Punto Medio Intervallo,

- 1. $n = \sum f_i$: assicurati di aver calcolato la somma totale delle osservazioni
- 2. Calcola la **Media**:
 - (a) Aggiungi $Colonna\ Totale:$ categoria $_i*f_i$
 - (b) Calcola la media effettiva con: $media = \frac{\sum totale}{n}$
- 3. Calcola la **Varianza** σ^2 :
 - (a) Aggiungi $Colonna\ ris:\ ({\rm categoria}_i-{\rm media})^2*f_i$
 - (b) Calcola la varianza effettiva con: $\sigma^2 = \frac{\sum_{\text{ris}}}{n-1}$
- 4. Calcola la **Deviazione Standard** σ :
 - (a) $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
- 5. Calcola $V = \frac{\sigma}{\text{media}}$

Una volta completati tutti i calcoli controlla se il coefficiente V è vicino ad 1 e:

- se lo è allora utilizza l'Esponenziale,
- se non lo è è Poissoniana ma per avere una verifica, controlla che la media e la varianza siano uguali.

Note:

Si può avere una prima idea del tipo di distribuzione anche osservando le frequenze per categoria:

- Se le frequenze hanno valori alti per le prime categorie e poi decrescono, probabilmente è esponenziale negativa.
- Se le frequenze hanno valori bassi per le prime categorie e poi crescono, probabilmente è esponenziale...
- Se le frequenze hanno valori alti nelle categorie centrali e bassi verso le categorie agli estremi, probabilmente è Poissoniana
- Nel caso in cui sia geometrica solitamente viene esplicitato.

1.2 Calcolare la Probabilità di una Distribuzione

1.2.1 Esponenziale

1.2.1.1 Senza Intervalli

$$p(i) = \frac{e^{\frac{-\text{categoria}_i}{\text{media}}}}{\text{media}}$$

1.2.1.2 Con Intervalli

$$p(i) = 1 - e^{\frac{-\text{categoria}_i}{\text{media}}}$$

1.2.2 Poisson

$$p(i) = \frac{e^{-\text{media}} * \text{media}^{\text{categoria}_i}}{\text{categoria}_i!}$$

1.2.3 Geometrica

$$p(i) = \rho * (1 - \rho)^{\operatorname{categoria}_i}$$

Chapter 2

Goodness of Fit

2.1 Test χ^2

Devi utilizzare questa sezione solo se il numero delle **osservazioni totale** n > 30.

2.1.1 Dati senza Intervalli

Devi utilizzare questa sezione solo quando hai dei dati **Senza Intervalli**, devi anche fare attenzione che il **numero di osservazioni** n > 30!!

Operazioni da effettuare:

- 1. Riportare i dati in una tabella in Calc:
 - Colonna 1: categorie
 - Colonna 2: f_i
- 2. Raggruppare le categorie se $\exists categoria < 5$:
 - Parti dall'ultimo a salire (dal basso verso l'alto delle categorie)
 - Raggruppale tutte nell'ultima categoria che le faccia diventare maggiori di 5 sommando le frequenze.
 - Esempio:

			-						- 1	
	А	В	С	D	Е	4	Α	В	С	D
1	VALORI	frequenze	f(i) raggrup	opate		1	VALORI	frequenze	f(i) raggrup	pate
2	0	59	59			2	0			
3	1	26	26			3	1	26		
4	2	24	24			4	2	24	24	
5	3	18	18			5	3	18		
6	4	12	12			6	4	12		
7	5	5	5			7	- 4	12		
8	6	4	12			/	3	3	9	
9	7	3				8	6	1	L	
10	9	3				9	7	1		
11	11	2				10	9	1		
12		_				11	11	1		

3. Calcolare:

- (a) $n = \sum (f_i)$
- (b) $f(i) = f_i/n$: non serve
- (c) Capire la distribuzione se non è data (vedi 1.1)
- (d) p(i): dipende dalla distribuzione (vedi 1.2)
- (e) $F_i = n * p(i)$: numero di intervalli unitari teorici con i arrivi
- (f) $G_i = \frac{(f_i F_i)^2}{F_i}$
- (g) $V = \sum G_i$: sommare tutti i valori di G
- (h) df = Numero Categorie 1 Numero Parametri Distribuzione

Una volta terminati i calcoli devi guardare la riga nella tabella del χ^2 (AG-GIUNGERE REF) con lo stesso valore di df: devi controllare che il valore V ricada negli intervalli che non superino il P_{95} .

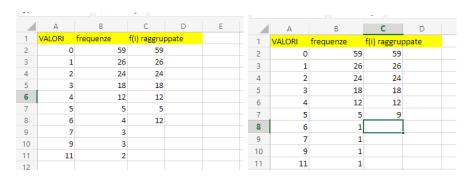
2.1.2 Dati con Intervalli

Devi utilizzare questa sezione solo quando hai dei dati divisi in **Intervalli**, devi anche fare attenzione che il **numero di osservazioni** n > 30!!

Calcoli da effettuare:

- 1. Riportare i dati in una tabella in Calc:
 - Colonna 1: categorie, probabilmente devi aggiungerle tu, parti da 0 in poi
 - Colonna 2: intervallo, del tipo $x_1 x_2$. Fai sempre attenzione che $x_2 \ge x_1$!!! In caso li inverti.
 - Colonna 3: frequenza f_i

- 2. Aggiungere Colonna x_1 (intervallo più piccolo)
- 3. Aggiungere $Colonna x_2$ (intervallo più grande)
- 4. Aggiungere Colonna Punto Medio Intervalli tra x_2 e x_1 con $\frac{x_1+x_2}{2}$
- 5. Calcolare:
 - (a) capire la distribuzione se non è data (vedi 1.1)
 - (b) $f(i) = f_i/n$: non serve
 - (c) $p(i) = p(x_2) p(x_1) = \text{calcolare secondo la distribuzione (vedi 1.2)}$
 - (d) $F_i = n * p(i)$: numero di intervalli unitari teorici con i arrivi
 - (e) $G_i = \frac{(f_i F_i)^2}{F_i}$
 - (f) $V = \sum G_i$: sommare tutti i valori di G
 - (g) df = Numero Categorie 1 Numero Parametri Distribuzione
- 6. Raggruppare le categorie se $\exists categoria < 5$:
 - Parti dall'ultimo a salire (dal basso verso l'alto delle categorie)
 - Raggruppale tutte nell'ultima categoria che le faccia diventare maggiori di 5 sommando le frequenze.
 - Esempio:



Una volta terminati i calcoli devi guardare la riga nella tabella del χ^2 (AG-GIUNGERE REF) con lo stesso valore di df: devi controllare che il valore V ricada negli intervalli che non superino il P_{95} .

2.2 Test Kolmogorov

Devi utilizzare questa sezione solo se il numero delle **osservazioni totale** n < 30.

2.2.1 Dati Senza Intervalli

Devi utilizzare questa sezione solo quando hai dei dati **Senza Intervalli**, devi anche fare attenzione che il **numero di osservazioni totali** n < 30!!

Operazioni da effettuare:

- 1. Riportare i dati in una tabella in Calc:
 - Colonna categorie
 - Colonna frequenze f_i
- 2. Calcolare:
 - (a) $f(i) = f_i/n$: frequenze osservate
 - (b) Individuare la distribuzione di probabilità adatta (vedi 1.1)
 - (c) p(i): probabilità teorica (vedi 1.2)
 - (d) $d_i = cumsum(f(i))$: somma cumulativa delle f(i)
 - (e) $D_i = cumsum(p(i))$: somma cumulativa delle p(i)
 - (f) $D = |d_i D_i|$: la differenza assoluta
 - (g) $D_{max} = \max(D)$: il massimo valore tra le differenze assolute D

Una volta completati tutti i calcoli, cercare nella tabella di *Kolmogorov-Smirnov* la riga corrispondente al valore delle osservazioni totali n: se il valore D_{max} è sotto il $D_{0.10}$ la distribuzione è accettata, altrimenti no.

2.2.2 Dati Con Intervalli

Devi utilizzare questa sezione solo quando hai dei dati **Senza Intervalli**, devi anche fare attenzione che il **numero di osservazioni totali** n < 30!!

N.B.: non abbiamo trovato esercizi con cui testare questa sezione!

Operazioni da effettuare:

- 1. Riportare i dati in una tabella in Calc:
 - Colonna categorie: probabilmente devi aggiungerle tu, parti da 0 in poi
 - Colonna intervallo: del tipo $x_1 x_2$. Fai sempre attenzione che $x_2 \ge x_1$!!! In caso li inverti.

- Colonna frequenze f_i
- 2. Aggiungere Colonna x_1 (estremo più piccolo dell'intervallo)
- 3. Aggiungere $Colonna\ x_2$ (estremo più grande dell'intervallo)
- 4. Calcolare:
 - (a) $f(i) = f_i/n$: frequenze osservate
 - (b) Individuare la distribuzione di probabilità adatta (vedi 1.1)
 - (c) $p(i) = p(x_2) p(x_1)$: probabilità teorica per ogni intervallo (vedi 1.2)
 - (d) $d_i = cumsum(f(i))$: somma cumulativa delle f(i)
 - (e) $D_i = cumsum(p(i))$: somma cumulativa delle p(i)
 - (f) $D = |d_i D_i|$: la differenza assoluta
 - (g) $D_{max} = \max(D)$: il massimo valore tra le differenze assolute D

Una volta completati tutti i calcoli, cercare nella tabella di Kolmogorov-Smirnov la riga corrispondente al valore delle osservazioni totali n: se il valore D_{max} è sotto il $D_{0,10}$ la distribuzione è accettata, altrimenti no.

2.3 Informazioni utili su Formule

2.3.1 Komorov

2.3.1.1 cumsum

Per calcolare *cumsum* (somma cumulativa) va eseguito il seguente procedimento:

- La prima cella resta uguale alla prima cella della colonna di riferimento (es. f(i) o p(i))
- Dalla seconda cella in poi si blocca la prima cella della somma cumulativa (quella calcolata al punto precedente) e si somma fino alla cella i di riferimento (vedi Figura 2.1)

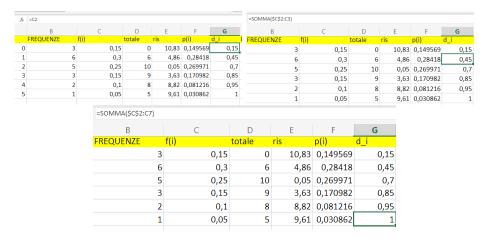


Figure 2.1: Esempio di calcolo della funzione cumsum

2.4 Tabelle di Riferimento

2.4.1 Tabella di Riferimento Test χ^2

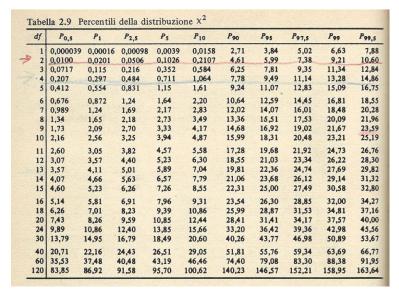


Figure 2.2: Tabella di Riferimento per Test χ^2

2.4.2 Tabella di Riferimento Test Kolmogorov

n	D _{0,10}	$D_{0,05}$	$D_{0,01}$
	0,950	0,975	0,995
1	0,776	0,842	0,929
2	0,642	0,708	0,828
3	0,564	0,624	0,733
4	0,510	0,565	0,669
5	0,310	0,521	0,618
6	0,470	0,486	0,577
7	0,438	0,457	0,543
8	0,388	0,432	0,514
9	0,368	0,410	0,490
10	0,352	0,391	0,468
11	0,338	0,375	0,450
12	0,335	0,361	0,433
13	0,323	0,349	0,418
14	0,314	0,338	0,404
15	0,304	0,328	0,392
16	0,286	0,318	0,381
17	0,238	0,309	0,371
18	0,272	0,301	0,363
19	0,264	0,294	0,356
20	0,24	0,27	0,32
25	0,24	0,24	0,29
30	0,22	0,23	0,27
35			1,63
Oltre	1,22	1,36	
35	\sqrt{n}	\sqrt{n}	\sqrt{n}

Figure 2.3: Tabella di Riferimento per Test Kolmogorov