# Notas em QGP

## Fabio de Moraes Canedo 26 de fevereiro de 2018

#### Resumo

Resumo das minhas notas no estudo de Íons Pesados.

### 1 Introdução

#### 1.1 Plasma de Quarks e Gluons

Através da História, conforme o entendimento das interações físicas foi aumentando, os vários fenômenos observados foram classificados em grupos cada vez maiores, através de esquemas de unificação de compreensão de como os corpos da Natureza interagem entre si. No século XX, chegou-se à conclusão de que todos os fenômenos poderiam ser descritos em termos de interações fundamentais. Existem quatro dessas interações de acordo com a compreensão atual da Natureza:

**Gravidade** é a interação resposável por manter os planetas em suas órbitas, é a mais fraca de todas as interações e somente se manifesta em grandes escalas, é a única das quatro forças que não possui descrição quântica;

Eletrodinâmica é a interação entre cargas elétricas, embora tenha sido descoberta depois da Gravidade, é a que descreve a maioria dos fenômenos na escala macroscópica cotidiana, como reações químicas, atrito, forças elásticas, pressão do ar, etc. Também se manifesta a longas distâncias e é forte o suficiente para manifestar-se a curtas distâncias;

Força forte é a força responsável por manter os núcleos atômicos estáveis, devido às suas propriedades, apenas se manifesta a curtas distâncias;

Força fraca é a força responsável pelo decaimento radioativo, intermediada por bósons massivos, se manifesta a distâncias também limitadas;

Além das interações, nossa compreensão do que constitui a matéria foi evoluindo. Na década de 1930, a lista dos blocos constituintes da matéria conhecidos continha apenas três itens: próton, elétron e o nêutron. Entretanto, com estudo de raios cósmicos, mais partículas começaram a ser descobertas, e conforme a lista foi aumentando, evidências de subestrutura da matéria começaram a ficar mais claras. Nos anos 60, o modelo dos quarks foi proposto, e hoje conhecemos 6 deles: up, down, strange, charm, bottom e top. Devido às propriedades da interação forte, eles jamais podem ser observados como partículas livres na

Natureza. Mas apenas em estados confinados, formando assim os chamados hádrons.

Embora eles sempre se encontrem confinados, em colisões íons pesados (íons de chumbo ou ouro) a uma energia da ordem de 100GeV, como na Figura 1.1.1,é possível realizar a quebra momentânea dos hádrons constituintes desses núcleos, liberando novos graus de liberdade para o movimento dos quarks, dessa maneira, atinge-se um novo estado da matéria, chamado Plasma de Quarks e Gluons, ou QGP<sup>1</sup>. A temperatura necessária para formar este estado da matéria é da ordem de milhares de MeV ou  $10^{10}K$ , e a densidade de energia é da ordem de  $0.2-1 GeV/fm^3$ . As propriedades deste estado da matéria podem ser estudadas analisando os produtos dessa colisão após o resfriamento da matéria. Através espectro de  $p_T^2$  das partículas, por exemplo, fornece insformações sobre a entropia e a temperatura do plasma, através da multiplicidade e da inclinação do gráfico, respectivamente. Em geral, essas propriedades, referentes à expansão hidrodinâmica do plasma<sup>3</sup> estarão associados ao espectro na faixa de  $p_T \approx$ 0-2GeV/c. Na faixa  $p_T>2GeV/c$ , observa-se os efeitos de fenômenos da classe hard scaterring. Estes fenômenos são resultados da formação de partículas de alta energia que atravessam o plasma aquecido, depositando energia neste. Na sua saída, devido às propriedades da QCD<sup>4</sup>, essas partículas se fragmentam criando os chamados jatos ou jets. Esses jatos sofrem efeitos estruturais por conta da interação dos partons iniciais[1–5] com o plasma.



Figura 1.1.1: Colisão de núclos pesados, resultando na formação do Plasma de Quarks e Gluons.

Assim como o resfriamento de jatos, ou jet quenching, outros efeitos são considerados como assinaturas do Plasma de Quarks e Gluons, tal como o aumento da produção de estranheza e a supressão de produção do  $J/\Psi$ . A produção de estranheza é uma assinatura que provém do equilíbrio químico supostamente gerado no início da colisão. Esse aumento da produção de estranheza, ou strange production enhancement, foi observado, em comparação com colisões p-p ou p-Pb, e pode ser observado na Figura 1.1.2.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Sigla em inglês para Plasma de Quarks e Gluons

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Ver Apêndice B

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Ver Apêndice C

 $<sup>^4\</sup>mathrm{QCD}$  ou  $\mathit{Quantum\ Chromodynamics}$  é a teoria que descreve as interações fortes.

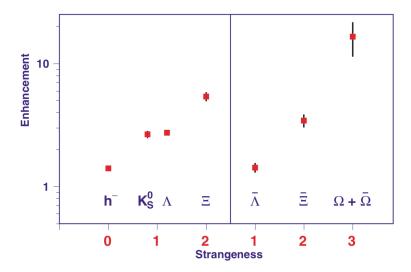


Figura 1.1.2: Aumento da produção de estranheza. O aumento é definido comparando colisões Pb-Pb com p-Be. Resultados obtidos pelo experimento CERN WA97.

#### 1.2 Quarks Pesados como Ponta de Prova

Quarks pesados, como o bottom, podem ser utilizados como ponta de prova para o estudo do Plasma de Quarks e Gluons devido à sua interação com o este em seu caminho para fora da região de interação[6, 7]. Eles interagem com o meio de duas formas, através da radiação induzida, ou gluonsstrahlung, e através de reações colisionais. Embora estes mesmos feitos ocorram para quarks leves, a massa dos quarks pesados limita a sua perda de energia e também sua velocidade<sup>5</sup>, o que permite que ele "colete" mais informações sobre o QGP.

Os efeitos do meio podem ser especialmente observados na subestrutura dos jatos, que são causadas por funções de fragmentação. Estas, por sua vez, estão diretamente relacionadas com os processos de perda de energia do parton no QGP. As funções de fragmentação são distribuições de probabilidade que refletem processos do tipo  $a \longrightarrow b+c$ . Para um certo número  $z \in [0,1]$ , teremos a relação entre as energias:

$$E_a = zE_b + (1-z)E_c \tag{1}$$

Podemos então, definir a função densidade de probabilidade do processo:

$$P_{a \longrightarrow b+c}(z) = \frac{dN_{a \longrightarrow b+c}}{dz} \tag{2}$$

Essa função pode ser medida na subestrutura dos jatos, assim como a equivalente em abertura angular:

$$P_{a \longrightarrow b+c}(\theta) = \frac{dN_{a \longrightarrow b+c}}{d\theta}$$
 (3)

Essas quantidades podem ser calculadas com a utilização da pQCD<sup>6</sup>, um

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Especialmente no limite  $E \approx m$ 

 $<sup>^6</sup>perturbative\ Quantum\ Chromodynamics$ 

exemplo desses cálculos pode ser encontrado em [8].

### 1.3 Efeitos Anisotrópicos do Jet Quenching

Ao atravessar a matéria densa e quente, o parton perde energia e se resfria. A energia perdida por este é depositada na matéria densa e quente, afetando a expansão hidrodinâmica do QGP [9]. Podemos observar estes efeitos na Figura 1.3.1.

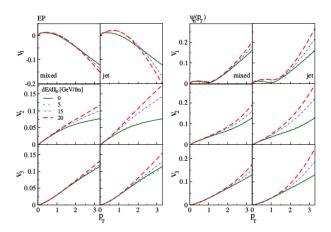


Figura 1.3.1: Efeitos dos Jatos nos Harmônicos para diferentes valores de  $p_T$ .

O estudo foi realizado basicamente com a inserão de um termo fonte nas equações hidrodinâmicas, da seguinte maneira:

$$\partial_{\mu}T^{\mu\nu} = J^{\nu} \tag{4}$$

O termo fonte foi construído conforme a equação:

$$J^{\nu}(\tau, \overrightarrow{r}) = \sum_{n=1}^{n_p} \frac{s(\overrightarrow{r'}_n^{jet}(\tau))}{s_0} \frac{dE}{dl} \bigg|_0 F(\overrightarrow{r'} - \overrightarrow{r'}_n^{jet}(\tau), \tau; \sigma)(1, \overrightarrow{v'}_n^{jet}, 0)$$
 (5)

A soma em questão é realizada sobre os partons viajando pela matéria densa. Os termos  $s(\overrightarrow{r}_n^{jet}(\tau))$  e  $s_0$  correspondem às entropias calculadas na posição do parton e em uma entropia de referência, respectivamente. A função F corresponde a uma distribuição Gaussiana representando o alcance do efeito do parton. E  $\overrightarrow{v}_n^{jet}$  representa a velocidade do n-ésimo parton.

### 2 Métodos

#### 2.1 MUSIC

O programa MUSIC, a ser utilizado nas simulações deste trabalho, é um gerador de eventos que pode ser encontrado em [10].

Em [11] encontramos uma descrião mais detalhada do algoritmo empregado. Alguns fatos são citados a seguir:

- O método KURGANOV-TADMOR é implementado, este método baseiase na introdução de um termo de dissipação numérica para garantia de estabilidade, é capaz de lidar com choques e descontinuidades, ideal para a inserção de termos fonte como deposição de energia de jatos;
- As condições iniciais são baseadas no modelo de Glauber e na parametrização de Woods-Saxon, ver subseção F;
- Uma simplificação das equações é atingida escolhendo variáveis através de uma rotação hiperbólica;
- O freeze-out é construído assumindo a fórmula de Cooper-Frye[12];

É interessante observar na Figura 2.1.1 que o MUSIC não fornece resultados coerentes com os experimentos na faixa de  $p_T$  entre 1 e 2GeV. Isso poderia ser explicado pela ausência de energia depositada pelos jatos, que incluem na hidrodinâmica efeitos anisotrópicos[9], ver Figura 1.3.1.

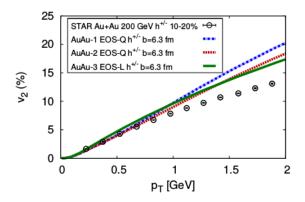


Figura 2.1.1: Resultados do MUSIC no coeficiente  $V_2$ .

### 2.2 HYDJET++

O gerador de eventos HYDJET++, descrito em [13] trabalha com dois processos distintos para a geração de eventos nas partes *hard* e *soft* das colisões de íons pesados.

O processo *hard* se dá através de um modelo de perda de energia baseado na equação:

$$\Delta E(L, E) = \int_0^L dl \frac{dP(l)}{dl} \lambda(l) \frac{dE(l, E)}{dl}, \frac{dP(l)}{dl} = \frac{1}{\lambda(l)} \exp(-l/\lambda(l))$$
 (6)

Nesta equação, temos um termo  $\frac{dP(l)}{dl}$  como a probabilidade de scattering no meio por unidade de comprimento atravessado pelo parton,  $\lambda(l)$  é o livre caminho médio, e  $\frac{dE(l,E)}{dl}$  descreve a perda de energia por unidade de comprimento atravessado. Neste último termo, reações colisionais e radiativas são levadas em consideração. O espectro final, assim como o formato angular da emissão é calculado utilizando o gerador PYQUEN[14], que é uma versão modificada do PYTHIA[15]. Os partons são gerados de acordo com o algoritmo PYTHIA, então, são feitos os espalhamentos respectivos durante seu caminho pelo QGP e também sua emissão radiativa. Em seguida, a hadronização é realizada através de um modelo de Lund[16] para os partons de alta energia e também para os gluons de alta energia emitidos.

A parte soft do algoritmo é implementada através de implementação numérica tridimensional hidrodinâmica com uma superfície de freeze-out que emite partículas conforme a distribuição:

$$f_i^{eq}(p^{*0}; T^{ch}, \mu_i, \gamma_s) = \frac{g_i}{\gamma_s^{-n_i^s} \exp([p^{*0} - \mu_i]/T^{ch}) \pm 1}$$
 (7)

Esta distribuição representa um corpo negro emitindo as partículas à temperatura  $T^{ch}$ . A energia das partículas é calculada no referencial de repouso da superfície e é representada por  $p^{*0}$ .  $\mu_i$  representa o potencial químico das partículas e  $\gamma_s$  é o fator de supressão de estranheza.

## A Algoritmos de Jet Clustering

Para se estudar jatos, é necessário definir uma maneira de agrupar as partículas medidas nos detectores de uma maneira coerente e bem definida, como os requisitos do *Snowmass accord*:

- 1. Simples de implementar em uma análise experimental;
- 2. Simples de implementar em um cálculo teórico;
- 3. Definido em todas as ordens em cálculos perturbativos;
- 4. Gera seções de choque finitas em todas as ordens;
- 5. É insensível à hadronização;

Para realizar a reconstrução de jatos[17], costuma-se definir a seguinte quantidade:

$$\Delta R_{ij} = \sqrt{(\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2}$$
 (8)

Essa será, para as duas partículas, aqui chamadas de i e j, uma distância angular definida entre as duas. A maioria dos algoritmos de jatos irão utilizar essa definição de distância angular para realizar os agrupamentos, ou *clusters* de partículas para a reconstrução dos jatos. Estes são chamados os algoritmos de cones. Um algoritmo comumente utilizado consiste em, primeiro definir um parâmetro R, em seguida, escolher uma partícula semente, normalmente, escolhe-se a partícula de maor  $p_T$ . Após esses passos, localizamos a partícula de maior  $p_T$  a uma distância menor ou igual a R.

Então, retiramos essas duas partículas dos dados e definimos uma nova partícula com momento:

$$p_{\mu}^{J} = p_{\mu}^{1} + p_{\mu}^{2} \tag{9}$$

Essa partícula define o novo centro do cone, agora procuramos a partícula de maior  $p_T$  de distância menor ou igual a R desta, e assim por diante. Os métodos de reconstrução de jatos todos irão seguir alguma rotina que envolva calcular distâncias entre os hadrons de acordo com alguma métrica que utiliza a metida invariante acima, como eles podem precoder a partir daí varia, alguns exemplos são citados:

- IC-PR são os algoritmos de cones interativos de remossão progressiva, isso quer dizer que eles mudam a direção do cone a cada interação e retiram os jatos um de cada vez;
- ${f FC\text{-}PR}$  são semelhantes aos  ${f IC\text{-}PR}$ , mas as direções dos cones são fixas ao redor da semente;
- IC-SM são os algoritmos que utilizam cones iterativos, mas não removem os cones estáveis, para lidar com overlapping, utiliza-se métodos que envolvem atribuir cada partícula ao jato mais próximo ou simplesmente juntar os dois jatos, baseando-se na fração da quantidade de energia que o jato menos intenso que está na região de overlapping;

IC-SD aplicam o split and drop, ou seja, ele n\u00e3o une jatos que dividem muita energia em comum, mas simplesmente desconsideram os jatos menos intensos;

**SR** são uma classe de algoritmos que combinam partículas (Sequential Recombination) em jatos baseando-se em uma metrica pre-definida, que é o caso do  $k_T$  algorithm;

### B Variáveis

### B.1 Rapidity

Uma variável útil de se definir em um estudo de colisões de partículas a velocidades relativísticas é a  $rapidity\ y$ . Mas antes, definimos o conceito de massa transversa.

Toda colisão de partículas possui um eixo específico, chamdo eixo de colisão. Associado a este eixo, há um plano transverso. As componentes dos momentos no eixo da colisão e no plano transverso serão identificadas como  $p_L$  e  $p_T$ , respectivamente. Essas variáveis podem ser melhor compreendidas observando a Figura B.1.1.

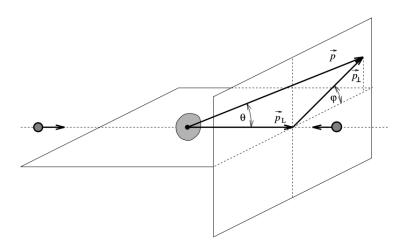


Figura B.1.1: Ilustração geométrica de  $p_T$  e  $p_L$ .

Associada ao momento transversal, definimos a massa transversa:

$$m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2} \tag{10}$$

Ao contrário de  $p_L$ ,  $p_T$  não depende do referencial em que a colisão é estudada, portando, é uma boa variável. É necessário, então, definir uma variável no eixo de colisão, esta será a rapidity. Definimos esta através das equações:

$$E = m_T \cosh(y) \tag{11a}$$

$$p_L = m_T \sinh(y) \tag{11b}$$

Isolando  $\eta$  nas equações acima obtemos:

$$y = \ln\left(\frac{E + p_L}{m_T}\right) \tag{12}$$

Uma propriedade importante desta variável, é que ela é aditiva em relação a transformações de Lorentz.

### **B.2** Pseudorapidity

Quando a energia de uma partícula é muito grande comparada à sua massa, podemos escrever:

$$y = \ln \frac{E + p_L}{m_T}$$

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{(E + p_L)^2}{m_T^2}$$

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{(E + p_L)^2}{E^2 - p_L^2}$$

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_L}{E - p_L}$$

$$\approx \frac{1}{2} \ln \frac{p + p_L}{p - p_L}$$

$$\approx \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \cos(\theta)}{1 - \cos(\theta)}$$

$$\approx \frac{1}{2} \ln \cot 2\theta$$
(13)

Definimos então, a variável pseudorapidity:

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \cot 2\theta \tag{14}$$

### C Hidrodinâmica Relativística

Para descrever a evoluão do QGP, utiliza-se o formalismo da hidrodinâmica relativística. Algumas quantidades são importantes de serem definidas:

$$\frac{dx^{\mu}}{d\tau} = u^{\mu}(x) \tag{15}$$

Essa será a velocidade, ou fluxo do fluido em cada elemento do espao-tempo. Também teremos o tensor energia-momento:

$$T_{\mu\nu} = (\epsilon + P)u_{\mu}u_{\nu} - Pg_{\mu\nu} \tag{16}$$

Se aplicarmos a equação de conservação de energia-momento, obtemos quatro equações que descrevem a evoluao do fluido:

$$\partial^{\mu} T_{\mu\nu} = 0 \tag{17}$$

Entretanto, temos quatro variáveis  $u^{\mu}$  e mais duas  $\epsilon$  e P, totalizando seis. Para resolvermos o sistema precisamos de duas equações adicionais, são estas a normalização do quadrivetor( $u^{\mu}u_{\mu}=1$  e a equação de estado:

$$\epsilon = \epsilon(P) \tag{18}$$

### D Modelo de Lund

A teoria que descreve as interações mediadas por gluons é a QCD<sup>7</sup>. É uma teoria de calibre não-abeliana, o que significa que os bósons mediadores de suas interações podem interagir entre si também, formando vértices constituídos apenas por gluons, como na Figura D.0.1.

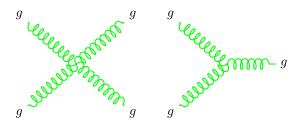


Figura D.0.1: Vértices de gluons.

Uma das consequências desta interação entre os *glons*, é que as linhas de campo entre um *quark* e um *antiquark* irão estar todas contidas em uma região aproximadamente cilíndrica entre ambos, como na Figura D.0.2.

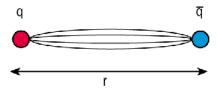


Figura D.0.2: Linhas de campo entre um quark e um antiquark.

Isso dará origem a uma densidade de energia aproximadamente constante, que dependerá apenas da distância entre ambos:

$$V(r) = -\kappa r \tag{19}$$

Isso faz com que os quarks movam-se sempre sob uma fora constante que muda de direção. Eventualmente, na região preenchida pelo campo, devido a uma distância grande entre os quarks, a energia do campo pode ser grande o suficiente para que um par partícula e anti-partícula se forme. Quando isso ocorre, a energia fica distribuída em duas regiões devido a efeitos de blindagem, e teremos, então, dois pares agora independentes, esse processo continua até que todos os pares formados não atingam mais a distância necessária para a criação

 $<sup>^7{\</sup>rm Sigla}$ em inglês para Cromodinâmica Quântica

de pares. Uma descrição mais detalhada deste processo pode ser encontrada em [16, 18, 19].

### E Termodinâmica do QGP

Via de regra, dois observáveis estarão conectados com duas variáveis termodinâmicas referentes à matéria densa do QGP. A multiplicidade estará conectada com a entropia, e a temperatura conectada com a energia medida.

### F Modelo de Glauber

Sempre que estudamos colisões de íons pesados, é necessário fornecer as condições iniciais da colisão. O modelo de Glauber baseia-se na ideia de que os nucleons pertencentes ao núcleo projétil realizam colisões dois a dois seguindo trajetórias retas atravessando o núcleo alvo. A distribuição dos nucleons nos dois núcleos, tanto alvo quanto o projétil, seguem a distribuição de Woods-Saxon:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R}{a}\right)} \tag{20}$$

Normalmente, os núcleons são gerados em uma distribuição espacial que obedece tal distribuição, em seguida, sua trajetória é traçada em linha reta, considerando colisões com todos os núcleons em seu caminho. Uma descrição detalhada deste modelo e a geração de condições iniciais pode ser encontrada em [20].

### Referências

- [1] I. P. Lokhtin and A. M. Snigirev, "Angular structure of energy losses of hard jet in dense QCD-matter," *Physics Letters B*, vol. 440, no. 1-2, pp. 163–169, Nov. 1998, arXiv: hep-ph/9805292. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/hep-ph/9805292
- [2] S. A. Bass, C. Gale, A. Majumder, C. Nonaka, G.-Y. Qin, T. Renk, and J. Ruppert, "Systematic Comparison of Jet Energy-Loss Schemes in a realistic hydrodynamic medium," *Physical Review C*, vol. 79, no. 2, Feb. 2009, arXiv: 0808.0908. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/0808.0908
- [3] M. Connors, C. Nattrass, R. Reed, and S. Salur, "Review of Jet Measurements in Heavy Ion Collisions," arXiv:1705.01974 [nucl-ex], May 2017, arXiv: 1705.01974. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/1705.01974
- [4] C. Nattrass, "Jet quenching: an iconic result revisited," ar-Xiv:1801.09131 [nucl-ex], Jan. 2018, arXiv: 1801.09131. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/1801.09131
- [5] D. d'Enterria, "Jet quenching in QCD matter: from RHIC to LHC," Nuclear Physics A, vol. 827, no. 1-4, pp. 356c–364c, Aug. 2009, arXiv: 0902.2488. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/0902.2488

- [6] H. T. Li and I. Vitev, "Inverting the mass hierarchy of jet quenching effects with prompt \$b\$-jet substructure," arXiv:1801.00008 [hep-ex, physics:hep-ph], Dec. 2017, arXiv: 1801.00008. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/1801.00008
- [7] T. Renk, "Jet quenching and heavy quarks," Journal of Physics: Conference Series, vol. 509, p. 012022, May 2014, arXiv: 1309.3059. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/1309.3059
- [8] M. H. Seymour, "Jet Shapes in Hadron Collisions: Higher Orders, Resummation and Hadronization," *Nuclear Physics B*, vol. 513, no. 1-2, pp. 269–300, Mar. 1998, arXiv: hep-ph/9707338. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/hep-ph/9707338
- [9] R. P. G. Andrade, J. Noronha, and G. S. Denicol, "Jet quenching effects on the anisotropic flow at RHIC," *Nuclear Physics A*, vol. 932, pp. 432–436, Dec. 2014, arXiv: 1405.0178. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/1405.0178
- [10] "MUSIC." [Online]. Available: http://www.physics.mcgill.ca/music/
- [11] B. Schenke, S. Jeon, and C. Gale, "3+1d hydrodynamic simulation of relativistic heavy-ion collisions," *Physical Review C*, vol. 82, no. 1, Jul. 2010, arXiv: 1004.1408. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/1004.1408
- [12] D. Teaney, "Chemical Freezeout in Heavy Ion Collisions," arXiv:nucl-th/0204023, Apr. 2002, arXiv: nucl-th/0204023. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/nucl-th/0204023
- [13] I. P. Lokhtin, L. V. Malinina, S. V. Petrushanko, A. M. Snigirev, I. Arsene, and K. Tywoniuk, "HYDJET++ heavy ion event generator and its applications for RHIC and LHC," *Journal of High Energy Physics*, vol. 2009, no. 09, pp. 023–023, Sep. 2009, arXiv: 0903.0525. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/0903.0525
- [14] "Pyquen event generator." [Online]. Available: http://lokhtin.web.cern.ch/lokhtin/pyquen/
- [15] "PYTHIA." [Online]. Available: http://home.thep.lu.se/ torb-jorn/Pythia.html
- [16] P. Skands, "Introduction to QCD," arXiv:1207.2389 [hep-ph, physics:hep-th], pp. 341–420, Nov. 2013, arXiv: 1207.2389. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/1207.2389
- [17] G. P. Salam, "Towards jetography," The European Physical Journal C, vol. 67, no. 3-4, pp. 637–686, Jun. 2010. [Online]. Available: https://link.springer.com/article/10.1140/epjc/s10052-010-1314-6
- [18] C. Bierlich, "Rope Hadronization and Strange Particle Production," Oct. 2017. [Online]. Available: https://arxiv.org/abs/1710.04464
- [19] B. Andersson, S. Mohanty, and F. Soderberg, "Recent Developments in the Lund Model," arXiv:hep-ph/0212122, Dec. 2002, arXiv: hep-ph/0212122. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/hep-ph/0212122

[20] M. L. Miller, K. Reygers, S. J. Sanders, and P. Steinberg, "Glauber Modeling in High Energy Nuclear Collisions," *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, vol. 57, no. 1, pp. 205–243, Nov. 2007, arXiv: nuclex/0701025. [Online]. Available: http://arxiv.org/abs/nucl-ex/0701025