

Estudo de subestrutura de jatos de quarks pesados em colisões de íons pesados

Fabio de Moraes Canedo
Marcelo Gameiro Munhoz

21 de março de 2018

Resumo

A proposta descrita nesse projeto é a de realizar estudos a respeito da fase da matéria conhecida como plasma de quarks e gluons (*quark-gluon plasma*-QGP) através de observáveis que se relacionam com quarks pesados (*charm* e *beauty*). Os observáveis visados nesse trabalho referem-se à estrutura interna de jatos pesados. Especificamente, testaremos modelos diferentes para a geração de eventos e estudaremos funções de fragmentação através da distribuição angular e energética de subjatos.

1 Introdução

1.1 Plasma de Quarks e Gluons

Em colisões íons pesados (íons de chumbo ou ouro) a uma energia da ordem de 100GeV , como na Figura 1.1.1, é possível realizar a quebra momentânea dos hádrons constituintes desses núcleos, liberando novos graus de liberdade para o movimento dos quarks, dessa maneira, atinge-se um novo estado da matéria, chamado Plasma de Quarks e Gluons, ou QGP¹. A temperatura necessária para formar este estado da matéria é da ordem de milhares de MeV ou 10^{10}K , e a densidade de energia é da ordem de $0.2 - 1\text{GeV}/\text{fm}^3$. As propriedades deste estado da matéria podem ser estudadas analisando os produtos dessa colisão após o resfriamento da matéria. Através espectro de p_T^2 das partículas, por exemplo, fornece informações

¹Sigla em inglês para Plasma de Quarks e Gluons

²Ver Apêndice B

sobre a entropia e a temperatura do plasma, através da multiplicidade e da inclinação do gráfico, respectivamente. Em geral, essas propriedades, referentes à expansão hidrodinâmica do plasma³ estarão associados ao espectro na faixa de $p_T \approx 0 - 2\text{GeV}/c$. Na faixa $p_T > 2\text{GeV}/c$, observa-se os efeitos de fenômenos da classe *hard scattering*. Essas propriedades são resultados da formação de partículas de alta energia que atravessam o plasma aquecido, depositando energia neste. Na sua saída, devido às propriedades⁴ da QCD⁵, essas partículas se fragmentam criando os chamados jatos ou *jets*⁶. Esses jatos sofrem efeitos estruturais por conta da interação dos partons iniciais[2–6] com o plasma.



Figura 1.1.1: Colisão de núcleos pesados, resultando na formação do Plasma de Quarks e Gluons.

Assim como a perda de energia de jatos, ou *jet quenching*, outros efeitos são considerados como assinaturas do Plasma de Quarks e Gluons, tal como o aumento da produção de estranheza e a supressão de produção do J/Ψ em relação às colisões pp . A produção de estranheza é uma assinatura que provém do equilíbrio químico(ver [7]) supostamente gerado no início da colisão. Esse aumento da produção de estranheza, ou *strange production enhancement*, foi observado, em comparação com colisões p-p ou p-Pb, e pode ser observado na Figura 1.1.2.

1.2 Quarks Pesados como Ponta de Prova

No início de colisões de íons pesados, quarks pesados podem ser gerados através dos mecanismos mostrados na Figura 1.2.1.

³Ver Apêndice C

⁴Para mais detalhes sobre as propriedades citadas, ver [1]

⁵QCD ou *Quantum Chromodynamics* é a teoria que descreve as interações fortes.

⁶Para uma definição mais precisa de jatos, ver Apêndice A

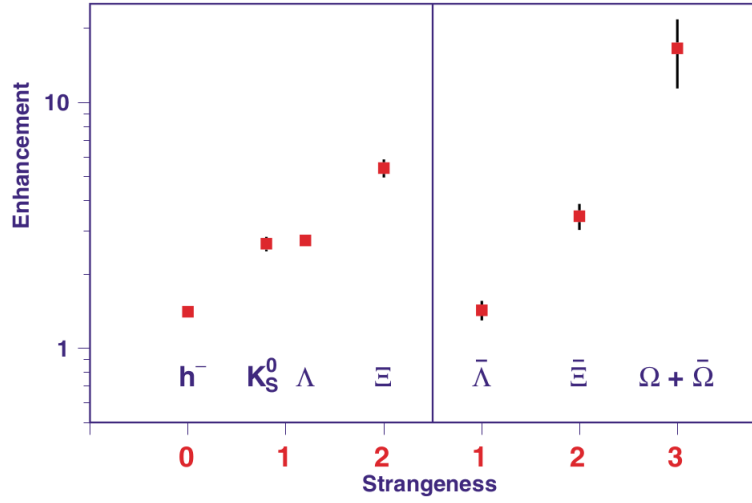


Figura 1.1.2: Aumento da produção de estranheza. O aumento é definido pela razão entre o número de contagens em colisões Pb-Pb e as contagens em p-Be. Resultados obtidos pelo experimento CERN WA97.

Quarks pesados, como o *bottom*, podem ser utilizados como ponta de prova para o estudo do Plasma de Quarks e Gluons devido à sua interação com o este em seu caminho para fora da região de interação[8, 9]. Eles interagem com o meio de duas formas, através da radiação induzida, ou *gluonsstrahlung*, e através de reações colisionais. Embora estes mesmos feitos ocorram para quarks leves, a massa dos quarks pesados limita a sua perda de energia e também sua velocidade⁷, o que permite que ele “colete” mais informações sobre o QGP.

Os efeitos do meio podem ser especialmente observados na subestrutura dos jatos, que são causadas por funções de fragmentação. Estas, por sua vez, estão diretamente relacionadas com os processos de perda de energia do parton no QGP. As funções de fragmentação são distribuições de probabilidade que refletem processos do tipo $a \rightarrow b + c$. Para um certo número $z \in [0, 1]$, teremos a relação entre as energias:

$$E_a = zE_b + (1 - z)E_c \quad (1)$$

Podemos então, definir a função densidade de probabilidade do processo:

$$P_{a \rightarrow b+c}(z) = \frac{dN_{a \rightarrow b+c}}{dz} \quad (2)$$

⁷Especialmente no limite $E \approx m$

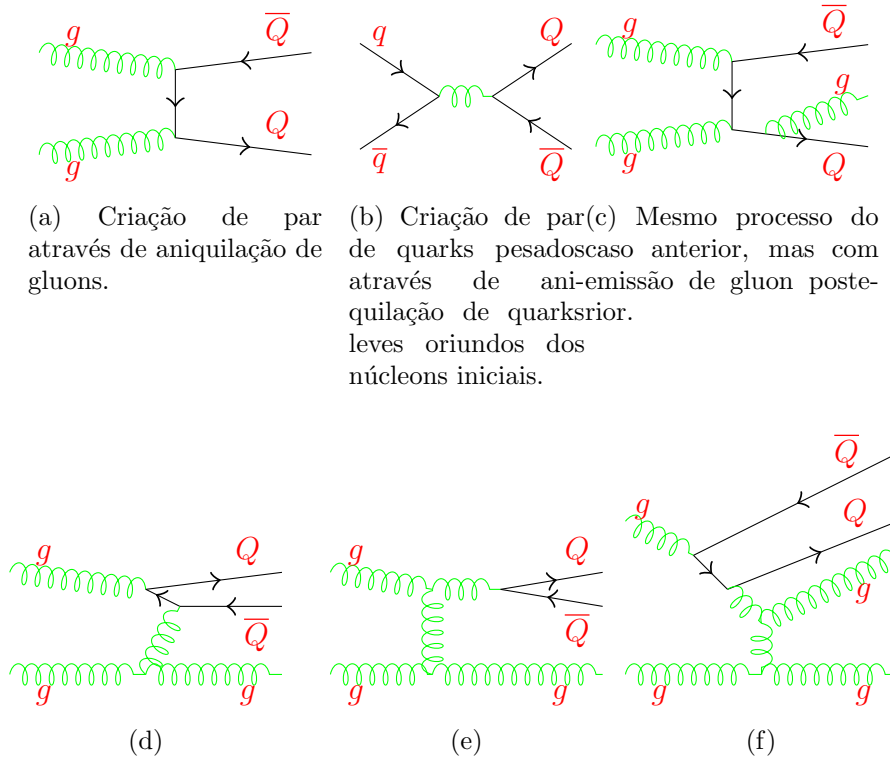


Figura 1.2.1: Processos de criação de quarks pesados.

Essa função pode ser medida na subestrutura dos jatos, assim como a equivalente em abertura angular:

$$P_{a \rightarrow b+c}(\theta) = \frac{dN_{a \rightarrow b+c}}{d\theta} \quad (3)$$

Essas quantidades podem ser calculadas com a utilização da pQCD⁸, um exemplo desses cálculos pode ser encontrado em [10]. Esses efeitos, como supramencionado, podem ser observados na subestrutura dos jatos. Por sua vez, a subestrutura pode ser observada através de variações no parâmetro R nos algoritmos de reconstrução de jatos (ver Apêndice A). Ao diminuirmos esse parâmetro, os algoritmos evitam o *merge* dos jatos e podemos então, para dois jatos próximos comparar a distância angular de dois jatos (ΔR) e a fração de energia que o jato mais leve possui da soma total. Isso deve fornecer evidência direta das funções de probabilidade definidas nas equações (2) e (3).

⁸perturbative Quantum Chromodynamics

2 Objetivo

A intenção do trabalho é a realização de simulações para analisar certos observáveis para o estudo de quarks pesados com objetivo de extrair informações do QGP, através de mecanismos supracitados. Especificamente, iremos verificar a relação entre modelos de perda de energia e os observáveis de subestrutura de jatos. Os observáveis estudados serão a distância angular entre os centro dos subjatos e a fração energética compartilhada entre ambos. Certos modelos [9, 11] preveem que o meio deve interferir em processos de perda de energia através de processos como os da Figura 2.0.1.

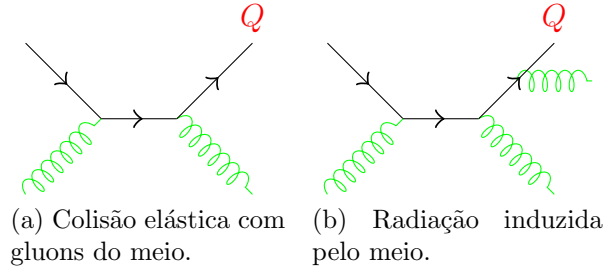


Figura 2.0.1: Processos de perda de energia no meio

Em ambos os casos descritos na Figura 2.0.1, a perda de energia é afetada por elementos de matriz que carregam informações do meio, especialmente nos gluons iniciais da colisão. Portanto, o meio afeta as fragmentações e deve afetar as subestruturas finais dos jatos. Assim um jato p_μ que pode ser quebrado em dois subjatos $p_{1\mu}$ e $p_{2\mu}$, tal que $p_\mu = p_{1\mu} + p_{2\mu}$, pode ser analisado através dos números z e R_{12} nas equações:

$$\begin{aligned} E &= zE_1 + (1 - z)E_2 \\ R_{12} &= \sqrt{(y_1 - y_2)^2 + (\phi_1 - \phi_2)^2} \end{aligned} \quad (4)$$

Podemos então analisar a função $\frac{dN}{dz}$ e $\frac{dN}{dR_{12}}$ e formar espectros que, posteriormente, podem ser comparados para os casos de colisões pp .

3 Plano de Trabalho e Cronograma

Abaixo, segue o cronograma planejado para a realização do trabalho:

1º semestre de 2018	Obtenção dos créditos do programa de pós-graduação do IFUSP Estudos introdutórios da área de íons pesados relativísticos
2º semestre de 2018	Obtenção dos créditos do programa de pós-graduação do IFUSP Estudo e contextualização do problema a ser investigado: <ul style="list-style-type: none">• Levantamento bibliográfico sobre os processos de produção de quarks pesados;• Estudo de alguns geradores de evento de colisões hadrônicas, com ênfase nos processos de perda de energia dos quarks pesados;• Estudo dos algoritmos de reconstrução de jatos, bem como dos algoritmos que podem realizar análise de subestrutura dos jatos.
1º semestre de 2019	Simulação de eventos com os modelos e geradores estudados previamente Início da análise dos dados
2º semestre de 2019	Finalização da análise dos dados simulados Redação da dissertação

4 Material e Métodos

Para a realização desse trabalho utilizaremos geradores de eventos, que são essencialmente simuladores de colisões de íons pesados, para verificar os efeitos esperados das fragmentações de quarks pesados nos observáveis de subestrutura de jatos. Os programas que serão utilizados serão:

- MUSIC[12], que possui uma breve descrição na subseção 4.1;
- PYTHIA[13], que constitui em um gerador de jatos, especificamente;
- HYDJET[14], constitui um gerador de jatos combinado com um algoritmo de simulação hidrodinâmica;
- Jewel[15, 16], constitui um gerador de eventos com modelos específicos de *Jet Quenching*;

4.1 MUSIC

O programa MUSIC, a ser utilizado nas simulações deste trabalho, é um gerador de eventos que pode ser encontrado em [12].

Em [17] encontramos uma descrição mais detalhada do algoritmo empregado. Alguns fatos são citados a seguir:

- O método KURGANOV-TADMOR é implementado, este método baseia-se na introdução de um termo de dissipação numérica para garantia de estabilidade, é capaz de lidar com choques e descontinuidades, ideal para a inserção de termos fonte como deposição de energia de jatos;
- As condições iniciais são baseadas no modelo de Glauber e na parametrização de Woods-Saxon, ver subseção E;
- Uma simplificação das equações é atingida escolhendo variáveis através de uma rotação hiperbólica;
- O *freeze-out* é construído assumindo a fórmula de Cooper-Frye[18];

5 Análise dos Dados

A análise dos dados será feita através de programas de *jet clustering*, especificamente o FastJet[19]. As funções de distribuição de energia e ângulo serão calculadas para uma série de eventos. Os algoritmos que são utilizados nesse programa são descrito no Apêndice A. Com o uso desses algoritmos, a análise será feita previamente localizando os jatos nos dados. Em seguida, variando parâmetros como o R ou parando em passos anteriores como no caso do algoritmo k_T , podemos identificar subjatos dentro dos jatos. Após esse procedimento, é possível medir abertura angular e fração energética dos jatos. Os histogramas montados para cada modelo irão apresentar o comportamento dos observáveis em cada caso.

Apêndice A Algoritmos de *Jet Clustering*

Para se estudar jatos, é necessário definir uma maneira de agrupar as partículas medidas nos detectores de uma maneira coerente e bem definida, como os requisitos do *Snowmass accord*:

1. Simples de implementar em uma análise experimental;
2. Simples de implementar em um cálculo teórico;
3. Definido em todas as ordens em cálculos perturbativos;
4. Gera seções de choque finitas em todas as ordens;
5. É insensível à hadronização;

Para realizar a reconstrução de jatos[20], costuma-se definir a seguinte quantidade:

$$\Delta R_{ij} = \sqrt{(\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2} \quad (5)$$

Essa será, para as duas partículas, aqui chamadas de i e j , uma distância angular definida entre as duas. A maioria dos algoritmos de jatos irão utilizar essa definição de distância angular para realizar os agrupamentos, ou *clusters* de partículas para a reconstrução dos jatos. Estes são chamados os algoritmos de cones. Um algoritmo comumente utilizado consiste em, primeiro definir um parâmetro R , em seguida, escolher uma partícula *semente*, normalmente, escolhe-se a partícula de maior p_T . Após esses passos, localizamos a partícula de maior p_T a uma distância menor ou igual a R .

Então, retiramos essas duas partículas dos dados e definimos uma nova partícula com momento:

$$p_\mu^J = p_\mu^1 + p_\mu^2 \quad (6)$$

Essa partícula define o novo centro do cone, agora procuramos a partícula de maior p_T de distância menor ou igual a R desta, e assim por diante. Os métodos de reconstrução de jatos todos irão seguir alguma rotina que envolva calcular distâncias entre os hadrons de acordo com alguma métrica que utiliza a medida invariante acima, como eles podem precoder a partir daí varia, alguns exemplos são citados:

IC-PR são os algoritmos de cones iterativos de remossão progressiva, isso quer dizer que eles mudam a direção do cone a cada interação e retiram os jatos um de cada vez;

FC-PR são semelhantes aos **IC-PR**, mas as direções dos cones são fixas ao redor da semente;

IC-SM são os algoritmos que utilizam cones iterativos, mas não removem os cones estáveis, para lidar com *overlapping*, utiliza-se métodos que envolvem atribuir cada partícula ao jato mais próximo ou simplesmente juntar os dois jatos, baseando-se na fração da quantidade de energia que o jato menos intenso que está na região de *overlapping*;

IC-SD aplicam o *split and drop*, ou seja, ele não une jatos que dividem muita energia em comum, mas simplesmente desconsideram os jatos menos intensos;

SR são uma classe de algoritmos que combinam partículas(*Sequential Recombination*) em jatos baseando-se em uma métrica pré-definida, que é o caso do k_T *algorithm*;

A.1 Infrared Safety

Um dos problemas enfrentados por esses algoritmos ocorre quando temos uma emissão de um *soft* gluon por um dos partons antes do processo de hadronização, como ilustrado na Figura A.1.1. No caso (a), temos a destruição de um bóson W resultando na criação de um par $q\bar{q}$. Nos casos (b) e (c), um dos quarks emite um *soft gluon*, com a diferença de que, no primeiro destes dois, o gluon é reabsorvido pelo outro quarks. Ambos os casos geram divergências nos cálculos que se cancelam. Entretanto, o gluon pode fazer com que o algoritmo de *clustering* faça distinção entre os dois casos, isso não permite que as divergências se cancelem.

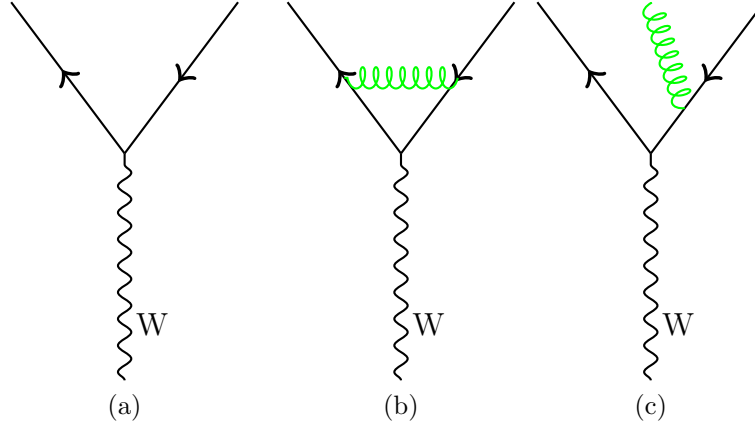


Figura A.1.1: Demonstração da problema de *IR safety*.

A.2 Colinear Safety

Um outro problema possível nos algoritmos de *clustering* são os *colinear splittings*, que essencialmente traduzem a possibilidade de que um quark emita um glúon carregando grande parte de sua energia.

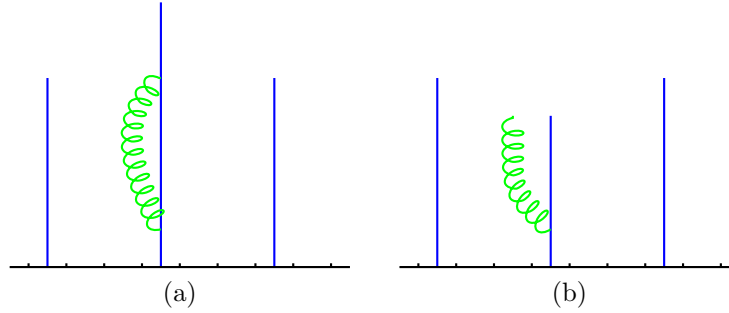


Figura A.2.1: Legenda

Apêndice B Variáveis

B.1 Rapidity

Uma variável útil de se definir em um estudo de colisões de partículas a velocidades relativísticas é a *rapidity* y . Mas antes, definimos o conceito de massa transversa.

Toda colisão de partículas possui um eixo específico, chamado eixo de colisão. Associado a este eixo, há um plano transverso. As componentes dos

momentos no eixo da colisão e no plano transversal serão identificadas como p_L e p_T , respectivamente. Essas variáveis podem ser melhor compreendidas observando a Figura B.1.1.

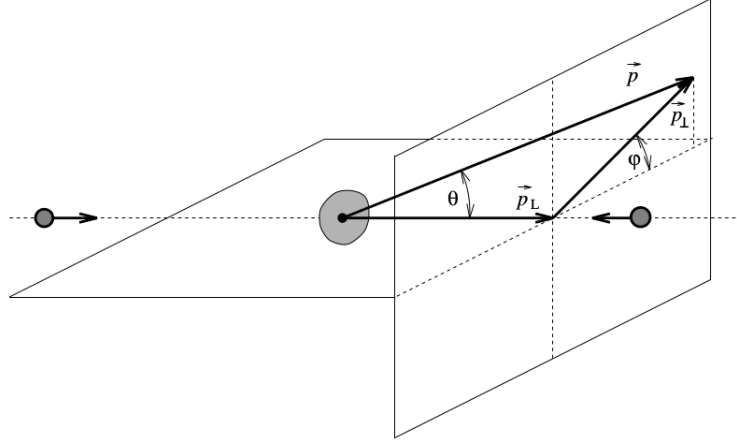


Figura B.1.1: Ilustração geométrica de p_T e p_L .

Associada ao momento transversal, definimos a massa transversa:

$$m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2} \quad (7)$$

Ao contrário de p_L , p_T não depende do referencial em que a colisão é estudada, portando, é uma boa variável. É necessário, então, definir uma variável no eixo de colisão, esta será a *rapidity*. Definimos esta através das equações:

$$E = m_T \cosh(y) \quad (8a)$$

$$p_L = m_T \sinh(y) \quad (8b)$$

Isolando y nas equações acima obtemos:

$$y = \ln\left(\frac{E + p_L}{m_T}\right) \quad (9)$$

Uma propriedade importante desta variável, é que ela é aditiva em relação a transformações de Lorentz.

B.2 Pseudorapidity

Quando a energia de uma partícula é muito grande comparada à sua massa, podemos escrever:

$$\begin{aligned}
y &= \ln \frac{E + p_L}{m_T} \\
&= \frac{1}{2} \ln \frac{(E + p_L)^2}{m_T^2} \\
&= \frac{1}{2} \ln \frac{(E + p_L)^2}{E^2 - p_L^2} \\
&= \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_L}{E - p_L} \\
&\approx \frac{1}{2} \ln \frac{p + p_L}{p - p_L} \\
&\approx \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \cos(\theta)}{1 - \cos(\theta)} \\
&\approx \frac{1}{2} \ln \cot 2\theta
\end{aligned} \tag{10}$$

Definimos então, a variável *pseudorapidity*:

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \cot 2\theta \tag{11}$$

Apêndice C Hidrodinâmica Relativística

Para descrever a evolução do QGP, utiliza-se o formalismo da hidrodinâmica relativística. Algumas quantidades são importantes de serem definidas:

$$\frac{dx^\mu}{d\tau} = u^\mu(x) \tag{12}$$

Essa será a velocidade, ou fluxo do fluido em cada elemento do espaço-tempo. Também teremos o tensor energia-momento:

$$T_{\mu\nu} = (\epsilon + P)u_\mu u_\nu - P g_{\mu\nu} \tag{13}$$

Se aplicarmos a equação de conservação de energia-momento, obtemos quatro equações que descrevem a evolução do fluido:

$$\partial^\mu T_{\mu\nu} = 0 \quad (14)$$

Entretanto, temos quatro variáveis u^μ e mais duas ϵ e P , totalizando seis. Para resolvermos o sistema precisamos de duas equações adicionais, são estas a normalização do quadri-vetor ($u^\mu u_\mu = 1$) e a equação de estado:

$$\epsilon = \epsilon(P) \quad (15)$$

Apêndice D Modelo de Lund

A teoria que descreve as interações mediadas por *gluons* é a QCD⁹. É uma teoria de calibre não-abeliana, o que significa que os bósons mediadores de suas interações podem interagir entre si também, formando vértices constituídos apenas por *gluons*, como na Figura D.0.1.

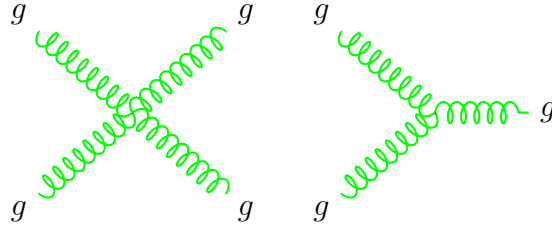


Figura D.0.1: Vértices de *gluons*.

Uma das consequências desta interação entre os *gluons*, é que as linhas de campo entre um *quark* e um *antiquark* irão estar todas contidas em uma região aproximadamente cilíndrica entre ambos, como na Figura D.0.2.

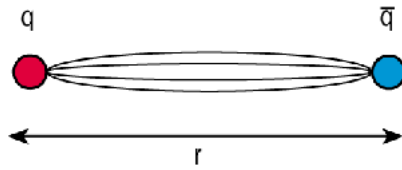


Figura D.0.2: Linhas de campo entre um *quark* e um *antiquark*.

Isso dará origem a uma densidade de energia aproximadamente constante, que dependerá apenas da distância entre ambos:

⁹Sigla em inglês para Cromodinâmica Quântica

$$V(r) = -\kappa r \quad (16)$$

Isso faz com que os *quarks* movam-se sempre sob uma força constante que muda de direção. Eventualmente, na região preenchida pelo campo, devido a uma distância grande entre os *quarks*, a energia do campo pode ser grande o suficiente para que um par partícula e anti-partícula se forme. Quando isso ocorre, a energia fica distribuída em duas regiões devido a efeitos de blindagem, e teremos, então, dois pares agora independentes, esse processo continua até que todos os pares formados não atinjam mais a distância necessária para a criação de pares. Uma descrição mais detalhada deste processo pode ser encontrada em [1, 21, 22].

Apêndice E Modelo de Glauber

Sempre que estudamos colisões de íons pesados, é necessário fornecer as condições iniciais da colisão. O modelo de Glauber baseia-se na ideia de que os nucleons pertencentes ao núcleo projétil realizam colisões dois a dois seguindo trajetórias retas atravessando o núcleo alvo. A distribuição dos nucleons nos dois núcleos, tanto alvo quanto o projétil, seguem a distribuição de Woods-Saxon:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \quad (17)$$

Normalmente, os nucleons são gerados em uma distribuição espacial que obedece tal distribuição, em seguida, sua trajetória é traçada em linha reta, considerando colisões com todos os nucleons em seu caminho. Uma descrição detalhada deste modelo e a geração de condições iniciais pode ser encontrada em [23].

Referências

- [1] P. Skands, “Introduction to QCD,” *arXiv:1207.2389 [hep-ph, physics:hep-th]*, pp. 341–420, Nov. 2013, arXiv: 1207.2389. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1207.2389>
- [2] I. P. Lokhtin and A. M. Snigirev, “Angular structure of energy losses of hard jet in dense QCD-matter,” *Physics Letters B*, vol. 440, no. 1-2, pp. 163–169, Nov. 1998, arXiv: hep-ph/9805292. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/hep-ph/9805292>

- [3] S. A. Bass, C. Gale, A. Majumder, C. Nonaka, G.-Y. Qin, T. Renk, and J. Ruppert, “Systematic Comparison of Jet Energy-Loss Schemes in a realistic hydrodynamic medium,” *Physical Review C*, vol. 79, no. 2, Feb. 2009, arXiv: 0808.0908. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/0808.0908>
- [4] M. Connors, C. Nattrass, R. Reed, and S. Salur, “Review of Jet Measurements in Heavy Ion Collisions,” *arXiv:1705.01974 [nucl-ex]*, May 2017, arXiv: 1705.01974. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1705.01974>
- [5] C. Nattrass, “Jet quenching: an iconic result revisited,” *arXiv:1801.09131 [nucl-ex]*, Jan. 2018, arXiv: 1801.09131. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1801.09131>
- [6] D. d’Enterria, “Jet quenching in QCD matter: from RHIC to LHC,” *Nuclear Physics A*, vol. 827, no. 1-4, pp. 356c–364c, Aug. 2009, arXiv: 0902.2488. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/0902.2488>
- [7] J. Letessier and J. Rafelski, “Hadrons and Quark–Gluon Plasma,” May 2002. [Online]. Available: [/core/books/hadrons-and-quarkgluon-plasma/552D050DB6E3D922271E2D3F3F5354C0](http://core/books/hadrons-and-quarkgluon-plasma/552D050DB6E3D922271E2D3F3F5354C0)
- [8] H. T. Li and I. Vitev, “Inverting the mass hierarchy of jet quenching effects with prompt b -jet substructure,” *arXiv:1801.00008 [hep-ex, physics:hep-ph]*, Dec. 2017, arXiv: 1801.00008. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1801.00008>
- [9] T. Renk, “Jet quenching and heavy quarks,” *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 509, p. 012022, May 2014, arXiv: 1309.3059. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1309.3059>
- [10] M. H. Seymour, “Jet Shapes in Hadron Collisions: Higher Orders, Resummation and Hadronization,” *Nuclear Physics B*, vol. 513, no. 1-2, pp. 269–300, Mar. 1998, arXiv: hep-ph/9707338. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/hep-ph/9707338>
- [11] K. Zapp, G. Ingelman, J. Rathsman, J. Stachel, and U. A. Wiedemann, “A Monte Carlo Model for ‘Jet Quenching’,” *The European Physical Journal C*, vol. 60, no. 4, pp. 617–632, Apr. 2009, arXiv: 0804.3568. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/0804.3568>
- [12] “MUSIC.” [Online]. Available: <http://www.physics.mcgill.ca/music/>

- [13] “PYTHIA.” [Online]. Available: <http://home.thep.lu.se/~torbjorn/Pythia.html>
- [14] I. P. Lokhtin, L. V. Malinina, S. V. Petrushanko, A. M. Snigirev, I. Arsene, and K. Tywoniuk, “HYDJET++ heavy ion event generator and its applications for RHIC and LHC,” *Journal of High Energy Physics*, vol. 2009, no. 09, pp. 023–023, Sep. 2009, arXiv: 0903.0525. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/0903.0525>
- [15] “JEWEL – Hepforge.” [Online]. Available: <https://jewel.hepforge.org/>
- [16] K. C. Zapp, “JEWEL 2.0.0 - Directions for Use,” *The European Physical Journal C*, vol. 74, no. 2, Feb. 2014, arXiv: 1311.0048. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1311.0048>
- [17] B. Schenke, S. Jeon, and C. Gale, “3+1d hydrodynamic simulation of relativistic heavy-ion collisions,” *Physical Review C*, vol. 82, no. 1, Jul. 2010, arXiv: 1004.1408. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1004.1408>
- [18] D. Teaney, “Chemical Freezeout in Heavy Ion Collisions,” *arXiv:nucl-th/0204023*, Apr. 2002, arXiv: nucl-th/0204023. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/nucl-th/0204023>
- [19] “FastJet.” [Online]. Available: <http://fastjet.fr/>
- [20] G. P. Salam, “Towards jetography,” *The European Physical Journal C*, vol. 67, no. 3-4, pp. 637–686, Jun. 2010. [Online]. Available: <https://link.springer.com/article/10.1140/epjc/s10052-010-1314-6>
- [21] C. Bierlich, “Rope Hadronization and Strange Particle Production,” Oct. 2017. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1710.04464>
- [22] B. Andersson, S. Mohanty, and F. Soderberg, “Recent Developments in the Lund Model,” *arXiv:hep-ph/0212122*, Dec. 2002, arXiv: hep-ph/0212122. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/hep-ph/0212122>
- [23] M. L. Miller, K. Reygers, S. J. Sanders, and P. Steinberg, “Glauber Modeling in High Energy Nuclear Collisions,” *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, vol. 57, no. 1, pp. 205–243, Nov. 2007, arXiv: nucl-ex/0701025. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/nucl-ex/0701025>