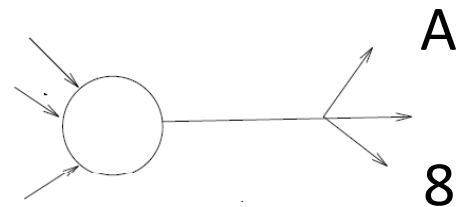


# 4º CAPÍTULO

## Conceitos de Reconhecimento de Padrões

```
00000000000000000000 00000000000000000000
00000000010000000000 00000000011100000000
00000000011000000000 00000001100001100000
00000000101000000000 00000011000000110000
00000001100110000000 00000100000000010000
00000001000010000000 00001100000000011000
00000010000010000000 00001000000000010000
00001100000010000000 00001000000000011000
00001000000010000000 00001000000000010000
00001000000011000000 00001000000000011000
00001000000001000000 00000011100000010000
00001100111111100000 00000011100111100000
00001111110000100000 00000000111100000000
00011000000000110000 00000011000111000000
00010000000000010000 00000110000001100000
00010000000000011000 00001100000000110000
00110000000000000100 00011000000000011000
00110000000000000110 00110000000000010000
00100000000000000100 00100000000000001100
00100000000000000010 00010000000000011000
01100000000000000010 00011000000000010000
01000000000000000000 00001000000000110000
00000000000000000000 00001110000011100000
00000000000000000000 00000011111100000000
00000000000000000000 00000000000000000000
```



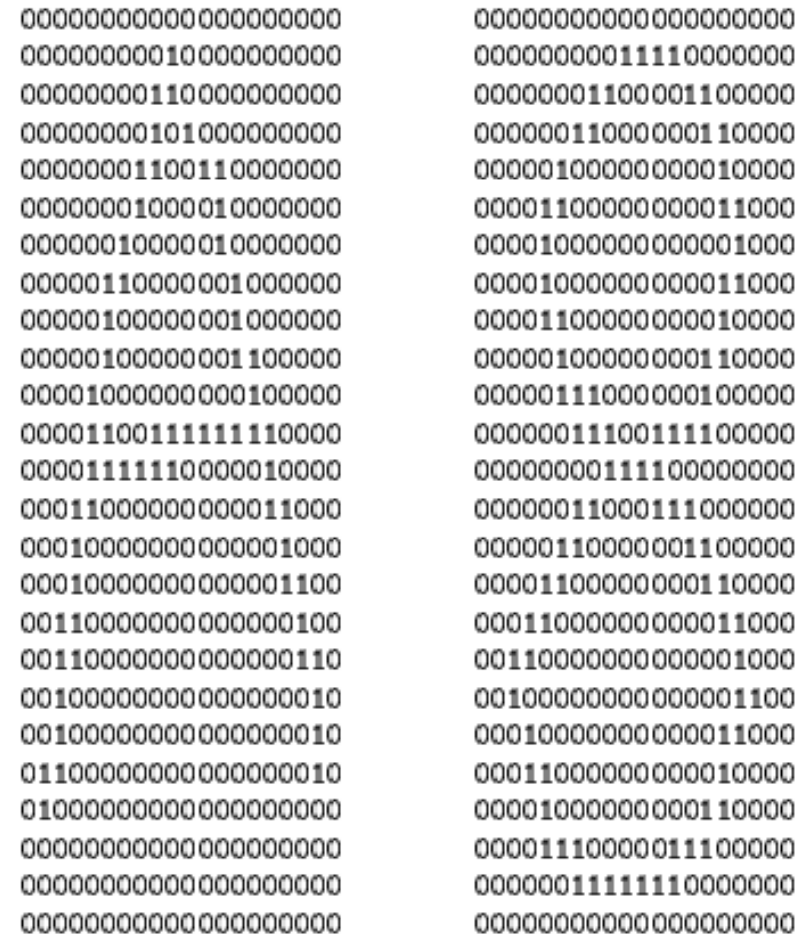
# Reconhecimento de padrões

- **Definição:** ao processo de atribuir uma etiqueta (classe) à instância de objecto observado designa-se por **classificação**

- Porquê a necessidade da classe de rejeição?
- Exemplo: reconhecimento de caracteres, classificação de frutos

- **Definição:** ao processo de fazer corresponder (ou não) uma instância de um objecto com um protótipo específico designa-se por **verificação**

- Exemplo: verificação de identidade num ATM



Imagens Binárias: caracteres 'A' e '8'

Reconhecimento: identificação de algo ou alguém já conhecido (infopedia.pt)

Reconhecimento – depreende conhecimento prévio sobre os objectos que se pretendem classificar – classificação supervisionada

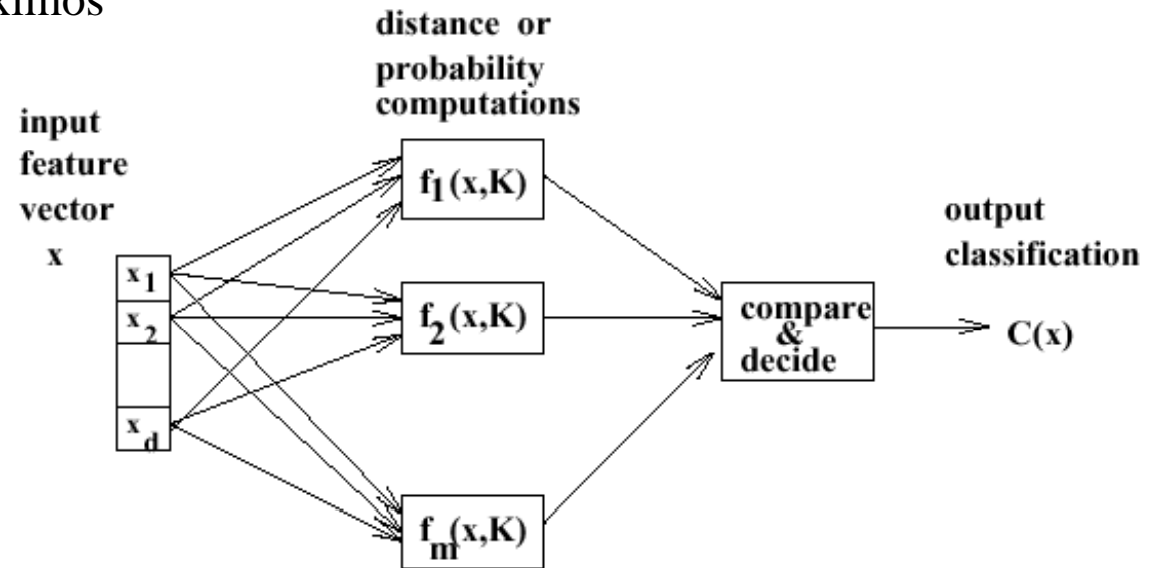
# Modelo de sistema de classificação

- Componentes dum sistema de classificação

- Classes  $C_1, C_2, \dots, C_{m-1}$ 
  - classe de rejeição  $C_m = C_r$
- Sensores
- Extracção de características (*features*)
- Classificador
  - assinatura mais próxima
  - k-vizinhos mais próximos
  - MAP
  - rede neuronal
  - árvore de decisão

A extracção de características torna, normalmente, o processo de classificação independente do problema de recolha de informação, ou seja, pode-se aplicar o mesmo tipo de classificador (ajustado ao problema) a várias aplicações de reconhecimento

Assumindo que as imagens de input são do mesmo tamanho, que características poderiam ser úteis para classificar caracteres em imagens binárias?



- Definições:
  - o classificador comete um **erro de classificação** sempre que classifica um objecto na classe  $C_i$  e a verdadeira classe é  $C_j$  ( $i \neq j; C_i \neq C_r$ )
  - **taxa experimental de erros** é igual ao número de erros de classificação, cometidos nos dados de teste independentes, a dividir pelo número de testes efectuadas
  - **taxa experimental de rejeições** é igual ao número de rejeições feitas nos dados de teste independentes a dividir pelo número de testes efectuados
  - designa-se por **dados de teste independentes** a um conjunto de amostras de classe conhecida, incluindo objectos da classe rejeição, que não foram usados no desenvolvimento do algoritmo de extracção de características nem no algoritmo de classificação (não foram usados no treino)

Desempenho é avaliado por ambas as taxas.

Um sistema que classifique todos os itens na classe de rejeição não comete nenhum erro mas é inútil

## Avaliação do sistema (cont.)

- Matriz de confusão

class j output by the pattern recognition system												
		'0'	'1'	'2'	'3'	'4'	'5'	'6'	'7'	'8'	'9'	'R'
true object class  i	'0'	97	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1
	'1'	0	98	0	0	1	0	0	1	0	0	0
	'2'	0	0	96	1	0	1	0	1	0	0	1
	'3'	0	0	2	95	0	1	0	0	1	0	1
	'4'	0	0	0	0	98	0	0	0	0	2	0
	'5'	0	0	0	1	0	97	0	0	0	0	2
	'6'	1	0	0	0	0	1	98	0	0	0	0
	'7'	0	0	1	0	0	0	0	98	0	0	1
	'8'	0	0	0	1	0	0	1	0	96	1	1
	'9'	1	0	0	0	3	0	0	0	1	95	0

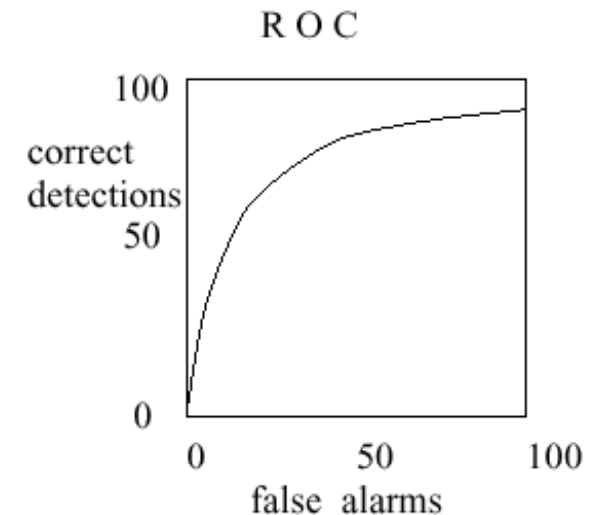
- Problemas envolvendo apenas 2 classes

- Exemplos

- objecto em bom estado / objecto em mau estado
    - objecto presente na imagem / objecto ausente
    - pessoa com doença D / pessoa sem doença D

- Conceitos

- Falsos alarmes (falso positivo) vs  
falhas de detecção (falso negativo)
    - Precisão vs rechamada



# Avaliação do sistema (cont.)

		class j output by the pattern recognition system											
		'0'	'1'	'2'	'3'	'4'	'5'	'6'	'7'	'8'	'9'	'R'	
true object class	'0'	97	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	
	'1'	0	98	0	0	1	0	0	1	0	0	0	
	'2'	0	0	96	1	0	1	0	1	0	0	1	
	'3'	0	0	2	95	0	1	0	0	1	0	1	
	'4'	0	0	0	0	98	0	0	0	0	2	0	
	'5'	0	0	0	1	0	97	0	0	0	0	2	
	'6'	1	0	0	0	0	1	98	0	0	0	0	
	'7'	0	0	1	0	0	0	0	98	0	0	1	
	'8'	0	0	0	1	0	0	1	0	96	1	1	
	'9'	1	0	0	0	3	0	0	0	1	95	0	
i													

$$\text{Precisão} = \frac{\text{Verdadeiros Positivos}}{\text{Verdadeiros Positivos} + \text{Falsos Positivos}}$$

$$\text{Rechamada} = \frac{\text{Verdadeiros Positivos}}{\text{Verdadeiros Positivos} + \text{Falsos Negativos}}$$

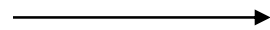
Para este classificador multi-classe:

1. Calcule a taxa experimental de erro e a taxa experimental de rejeições
  - 2.1. Para cada classe
2. Calcule os falsos alarmes e as falhas de detecção
  - 2.1. Para cada classe
3. Calcule a precisão e a rechamada (precisão-rechamada)
  - 3.1. Para cada classe

# Vectores de *features* e classificação

- Vectores de *features*

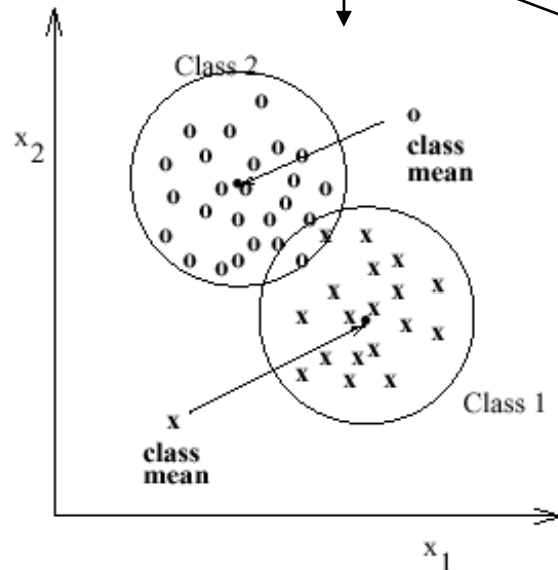
– 8D



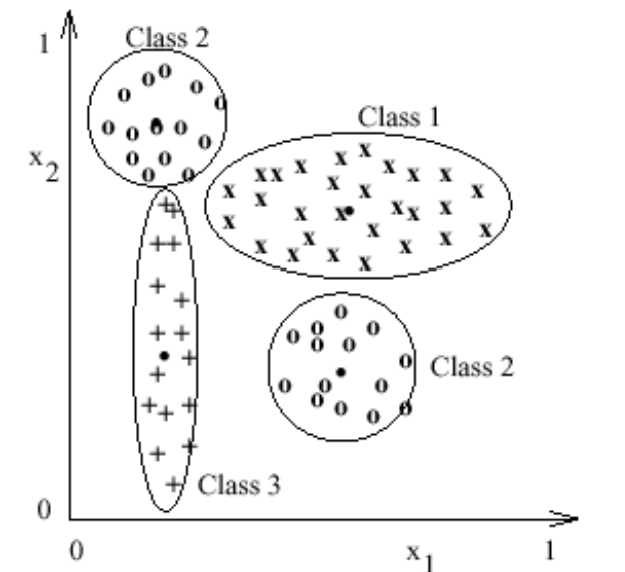
(class)				number	number	(cx,cy)	best	least
character	area	height	width	#holes	#strokes	center	axis	inertia
'A'	medium	high	3/4	1	3	1/2,2/3	90	medium
'B'	medium	high	3/4	2	1	1/3,1/2	90	large
'8'	medium	high	2/3	2	0	1/2,1/2	90	medium
'0'	medium	high	2/3	1	0	1/2,1/2	90	large
'1'	low	high	1/4	0	1	1/2,1/2	90	low
'W'	high	high	1	0	4	1/2,2/3	90	large
'X'	high	high	3/4	0	2	1/2,1/2	?	large
'*'	medium	low	1/2	0	0	1/2,1/2	?	large
'-'	low	low	2/3	0	1	1/2,1/2	0	low
'/'	low	high	2/3	0	1	1/2,1/2	60	low

Segundo momento dos pixels em relação aos eixos de menor inércia

– 2D



$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_c\| = \sqrt{\sum_{i=1}^d (\mathbf{x}_1[i] - \mathbf{x}_2[i])^2}$$



$$\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_c\| = \sqrt{\sum_{i=1}^d ((\mathbf{x}_1[i] - \mathbf{x}_2[i]) / \sigma_i)^2}$$



- "if then else"
- Distância ao centróide

## Classificador – k-vizinhos mais próximos

**S** is a set of  $n$  labeled class samples  $s_i$  where  $s_i.x$  is a feature vector and  $s_i.c$  is its integer class label.

**x** is the unknown input feature vector to be classified.

**A** is an array capable of holding up to  $k$  samples in sorted order by distance  $d$ .

The value returned is a class label in the range  $[1, m]$

```

procedure K_Nearest_Neighbors(x, S)
{
  make A empty;
  for all samples  $s_i$  in S
  {
     $d$  = Euclidean distance between  $s_i$  and x;
    if A has less than  $k$  elements then insert  $(d, s_i)$  into A;
    else if  $d$  is less than max A
      then {
        remove the max from A;
        insert  $(d, s_i)$  in A;
      }
  } ;
  assert A has  $k$  samples from S closest to x;
  if a majority of the labels  $s_i.c$  from A are class  $c_0$ 
    then classify x into class  $c_0$ ;
    else classify x into the reject class;
  return(class-of-x);
}

```



# kNN

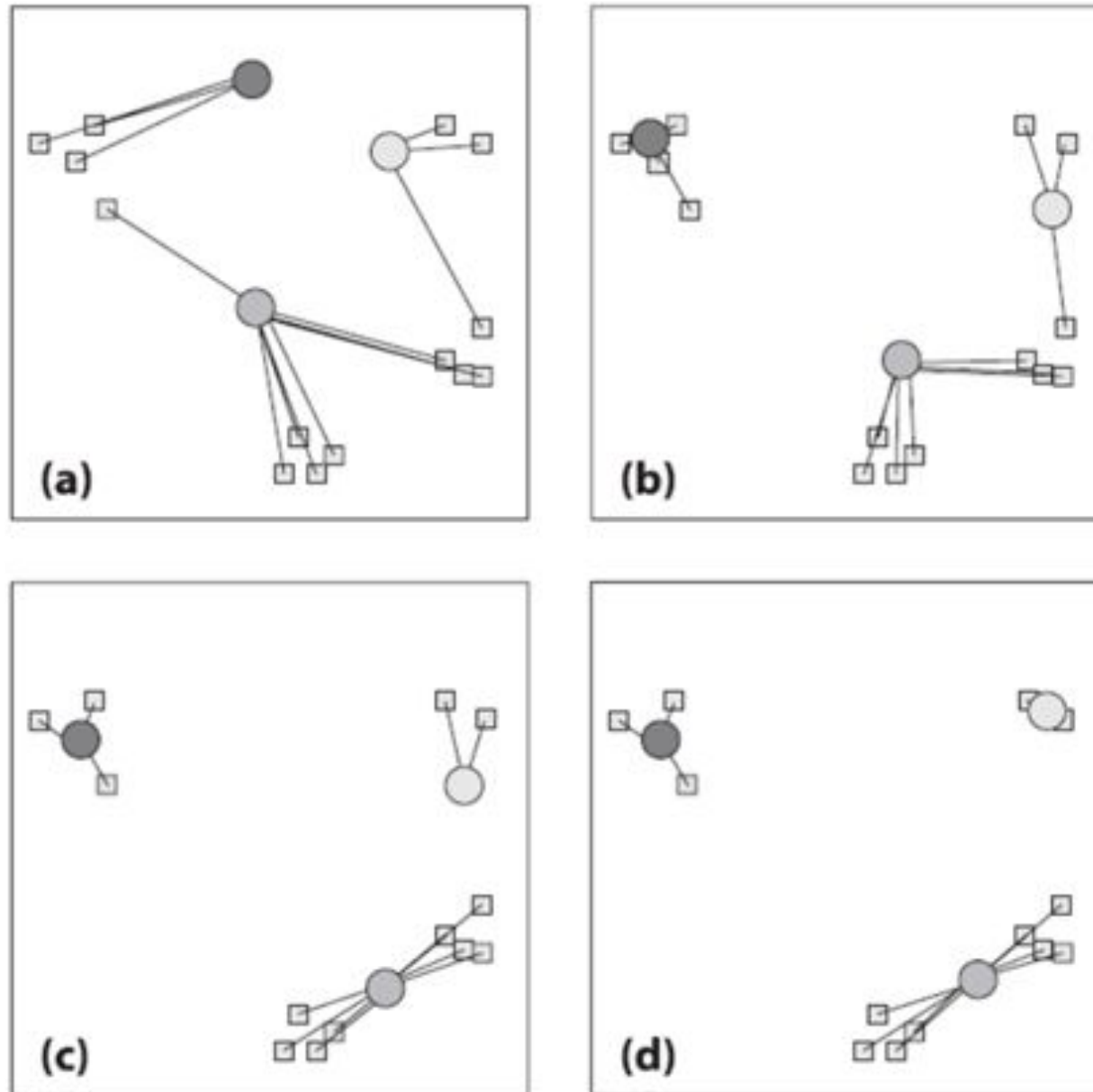


Figure 13-5. K-means in action for two iterations: (a) cluster centers are placed randomly and each data point is then assigned to its nearest cluster center; (b) cluster centers are moved to the centroid of their points; (c) data points are again assigned to their nearest cluster centers; (d) cluster centers are again moved to the centroid of their points

O TP1 está publicado no moodle.

## Algumas notas:

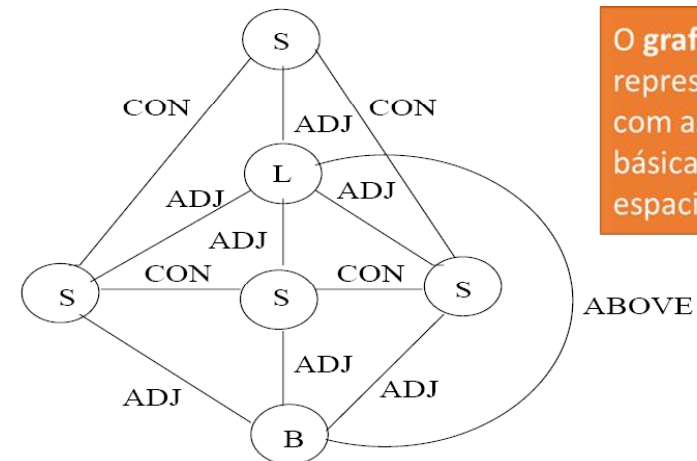
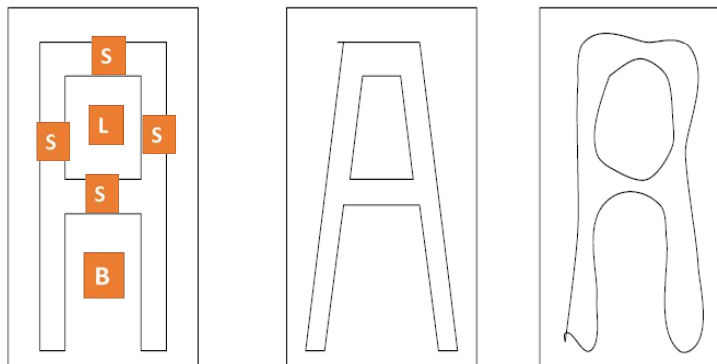
1. Sugestão de organização do relatório:
  - Capa;
  - Índice;
  - Introdução;
  - Desenvolvimento
    - Descrição e justificação das opções tomadas e dos métodos utilizados;
  - Resultados Experimentais;
  - Conclusões;
  - Bibliografia.
2. Justificar todas opções tomadas, nomeadamente, as transformações aplicadas e a definição dos elementos estruturantes (mas todas, não só estas)
3. Pode fazer-se em notebook Jupyter, mas deve estar organizado como um relatório
4. Nas imagens de teste podem aparecer moedas de 2euros
5. Entrega: 12 de novembro.

Quando as características básicas (área, centróide, eixos, buracos/lagos, baías, etc...) não são suficientes, é necessário uma representação com um nível mais alto de abstração.

## Representação por Grafo de Estrutura

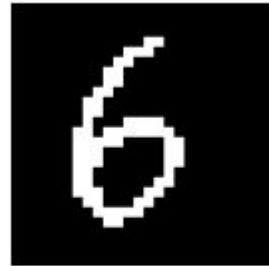
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

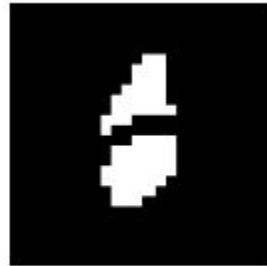


O grafo de estrutura representa um objeto com as características básicas e suas relações espaciais

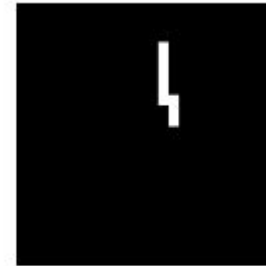
Existem métodos para relacionar estes grafos, mas podemos pensar que o grafo poderá ser transformado num vector de características e realizar uma classificação como as anteriores. Por exemplo, pode-se formar um vector com o número de vezes que ocorre um tipo de relação.



a) original



b) bay and lake



c) lid

- a) Um 6 manuscrito
- b) A baía e o lago extraídos através de operadores morfológicos
- c) O topo da baía extraído com subsequente processamento morfológico

Que características podemos tirar destes elementos?

# Classificador - árvore de decisão

**input:** feature vector with [ #holes, #strokes, moment of inertia ]

**output:** class of character

case of #holes

0: character is 1, W, X, \*, -, or /

case of moment about axis of least inertia

low: character is 1, -, or /

case of best axis direction

0: character is -

60: character is /

90: character is 1

large: character is W or X

case of #strokes

2: character is X

4: character is W

1: character is A or 0

case of #strokes

0: character is o

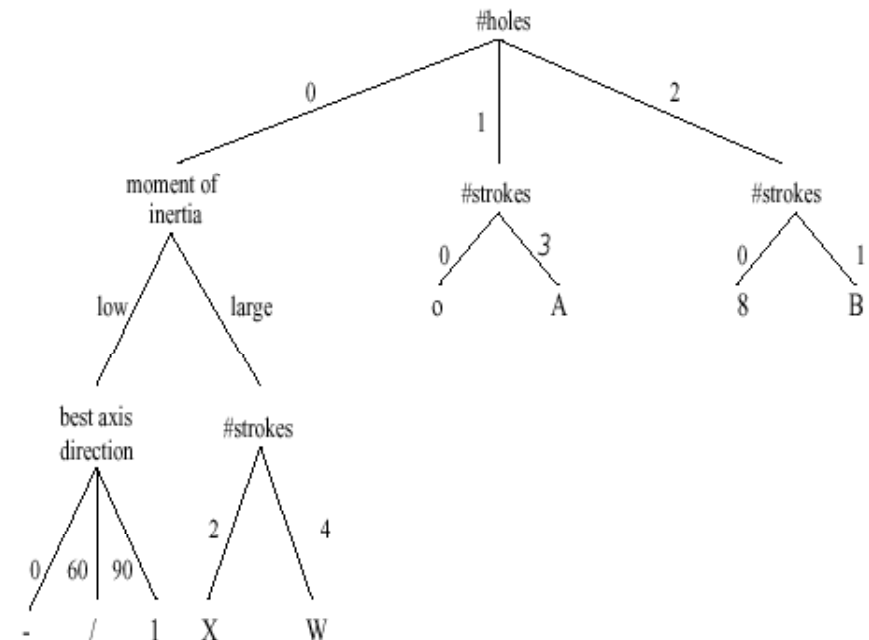
3: character is A

2: character is B or 8

case of #strokes

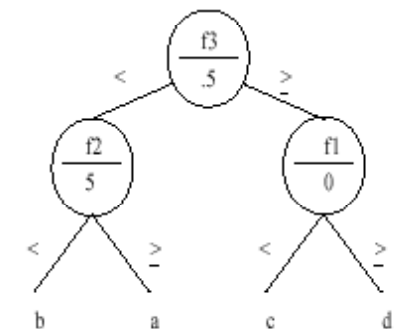
0: character is 8

1: character is B



f1	f2	f3	CLASS
3	6	0	a
-5	9	1	c
4	5	1	d
7	4	0	b
-1	10	0	a
2	6	1	d
-2	2	1	c
-1	3	0	b

Training Data

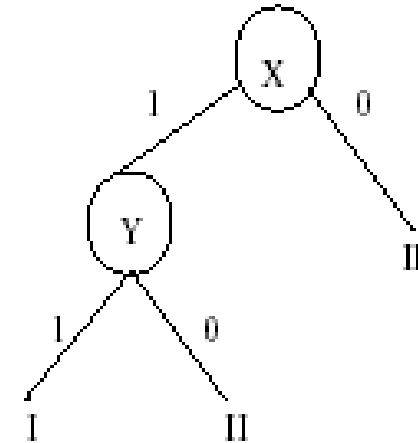
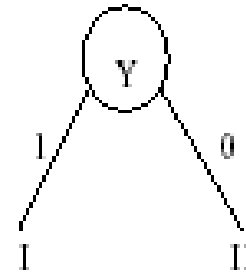


Decision Tree

## Exemplo simples

---

X	Y	Z	Class C
1	1	1	I
1	1	0	I
0	0	1	II
1	0	0	II



Training Data

Two Possible Decision Trees

- Necessidade de automatizar o processo: problemas reais podem facilmente envolver dezenas ou mesmo centenas de *features*
- No caso das *features* tomarem valores não binários, como escolher os limiares de decisão?

# Teoria de informação e as árvores de decisão

- A entropia de um conjunto de acontecimentos  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  é dada por

$$H(x) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$$

onde  $p_i$  é a probabilidade do acontecimento  $x_i$

- Dado um conjunto de *features* seleccionadas, quais são aquelas que são mais informativas para o processo de classificação?
- O conteúdo de informação que a *feature*  $F$  introduz, para a determinação da classe,  $C$ , é dada pela seguinte expressão

$$I(C; F) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^d P(C = c_i, F = f_j) \log_2 \frac{P(C = c_i, F = f_j)}{P(C = c_i)P(F = f_j)}$$

↑  
Informação mútua

Relembrar  
Probabilidade Condicionada

$P(C)$ ,  $P(F)$  e  $P(C|F)$  podem ser estimadas a partir das frequências relativas.



# Classificador MAP

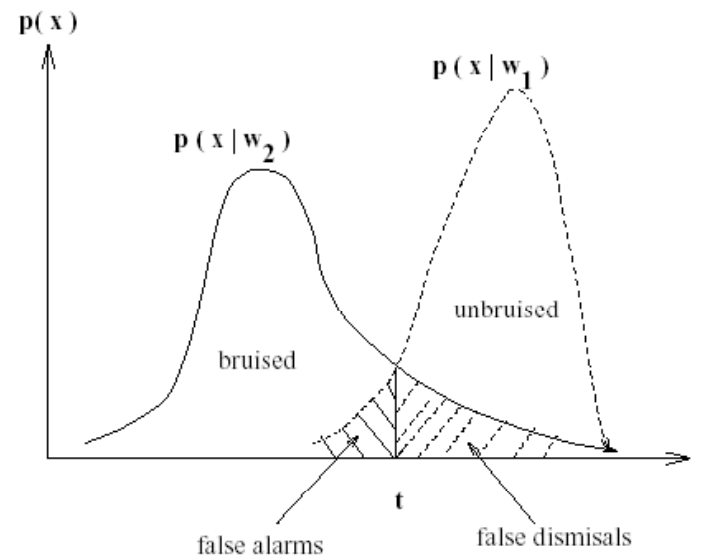
- Classificador MAP: um objecto é classificado na classe que é mais provável pertencer, após observação das suas *features*

$$P(w_i | x) = \frac{p(x | w_i)P(w_i)}{p(x)}$$

$P(x)$ : Relembrar lei da probabilidade total.

- Informação necessária:

- Distribuição do vector de *features*, para cada classe  $\longrightarrow p(x | w_i)$
- Probabilidades a priori de cada classe  $\longrightarrow P(w_i)$



Como calcular estes parâmetros?

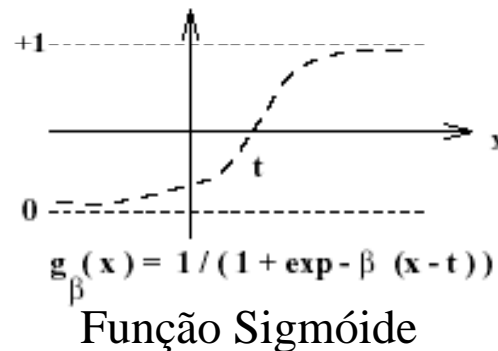
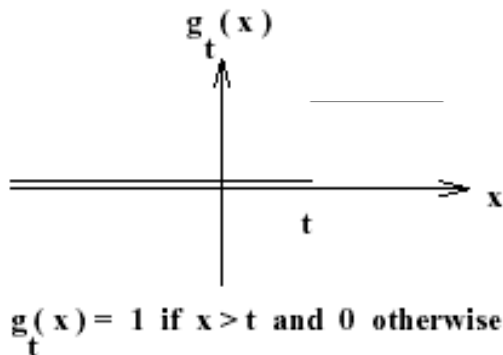
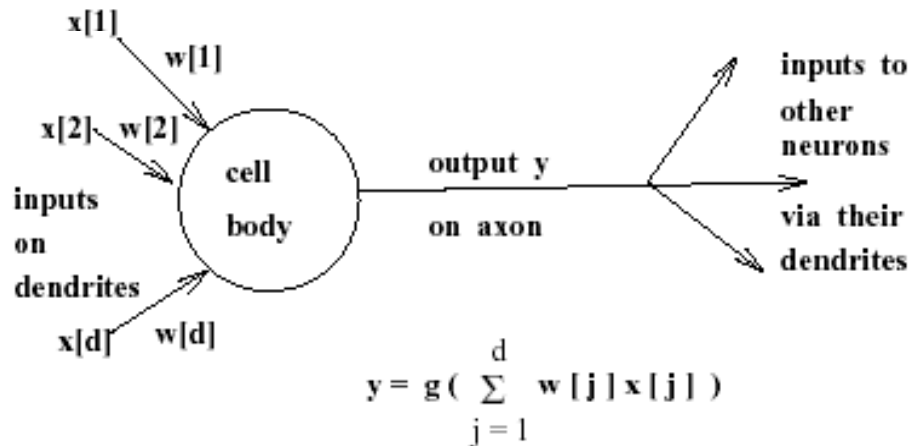
"A Neural Network is a massively parallel distributed processor made up of simple processing units, which has a natural propensity for storing experimental knowledge and making it available for use. It resembles the brain in two respects:

1. Knowledge is acquired by the network from its environment through a learning process
2. Interneuron connection strengths, known as synaptic weights, are used to store the acquired knowledge"

In Neural Networks (ch 1), Simon Haykin (1999)

# Redes neuronais

## Artificial Neuron (AN)



## • Equação do hiperplano

$$\sum_{j=1}^d w_j x_j - t = 0$$

$$\sum_{j=0}^d w_j x_j = 0 \quad \begin{matrix} w_0 = -t \\ x_0 = 1.0 \end{matrix}$$

## • Espaço de features aumentado:

$$\tilde{x} = (1 \quad x)$$

## • Entrada/saída em cada neurónio

$$y = g\left(\sum_{j=0}^d w_j x_j\right)$$

# Discriminantes lineares – percepção de incremento simples

---

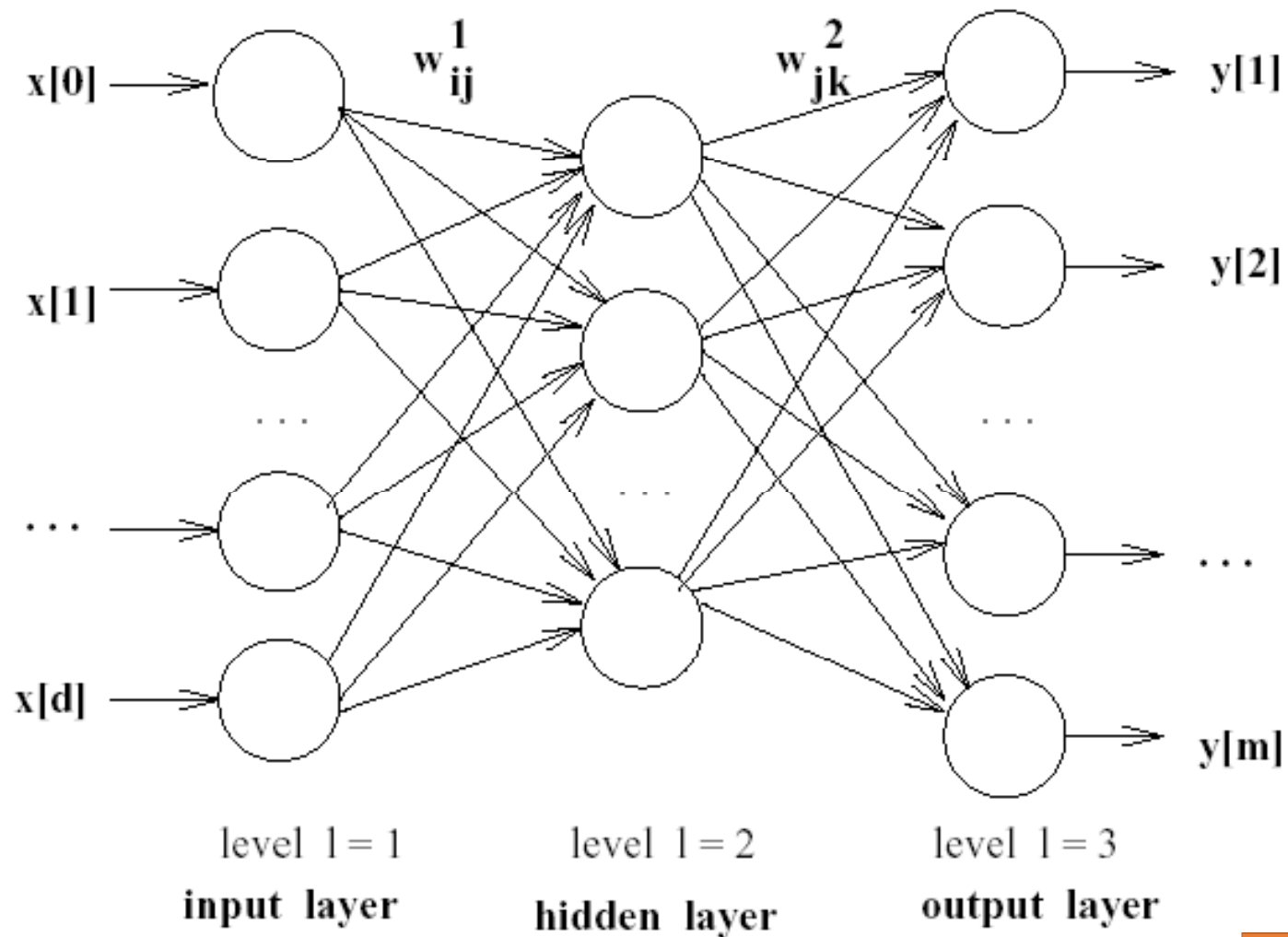
Aprender  $\leftrightarrow$  Adaptar pesos

Compute weight vector  $w$  to discriminate Class 1 from 2.  
 $S1$  and  $S2$  are sets of  $n$  samples each.  
 $gain$  is a scale factor used to change  $w$  when  $x$  is misclassified.  
 $max\_passes$  is maximum number of passes through all training samples.

```
procedure Perceptron_Learning( $gain, max\_passes, S1, S2$ )
{
  input sample sets  $S1$  and  $S2$ ;
  choose weight vector  $w$  randomly;
  "let NE be the total number of samples misclassified"
   $NE = check\_samples ( S1, S2, w )$ ;
  while (  $NE > 0$  and  $passes < max\_passes$  )
  {
    training_pass (  $S1, S2, w, gain$  );
     $NE = check\_samples ( S1, S2, w )$ ;
     $gain = 0.5 * gain$ ;
     $passes = passes + 1$ ;
  }
  report number of errors NE and weight vector  $w$ ;
}

procedure training_pass (  $S1, S2, w, gain$  );
{
  for  $i$  from 1 to size of  $S_k$ 
  {
    "scalar, or dot, product  $\circ$  implements AN computation"
    take next  $x$  from  $S1$ ;
    if (  $w \circ x > 0$  )  $w = w - gain * x$ ;
    take next  $x$  from  $S2$ ;
    if (  $w \circ x < 0$  )  $w = w + gain * x$ ;
  }
}
```

## Rede *feedforward* multicamada

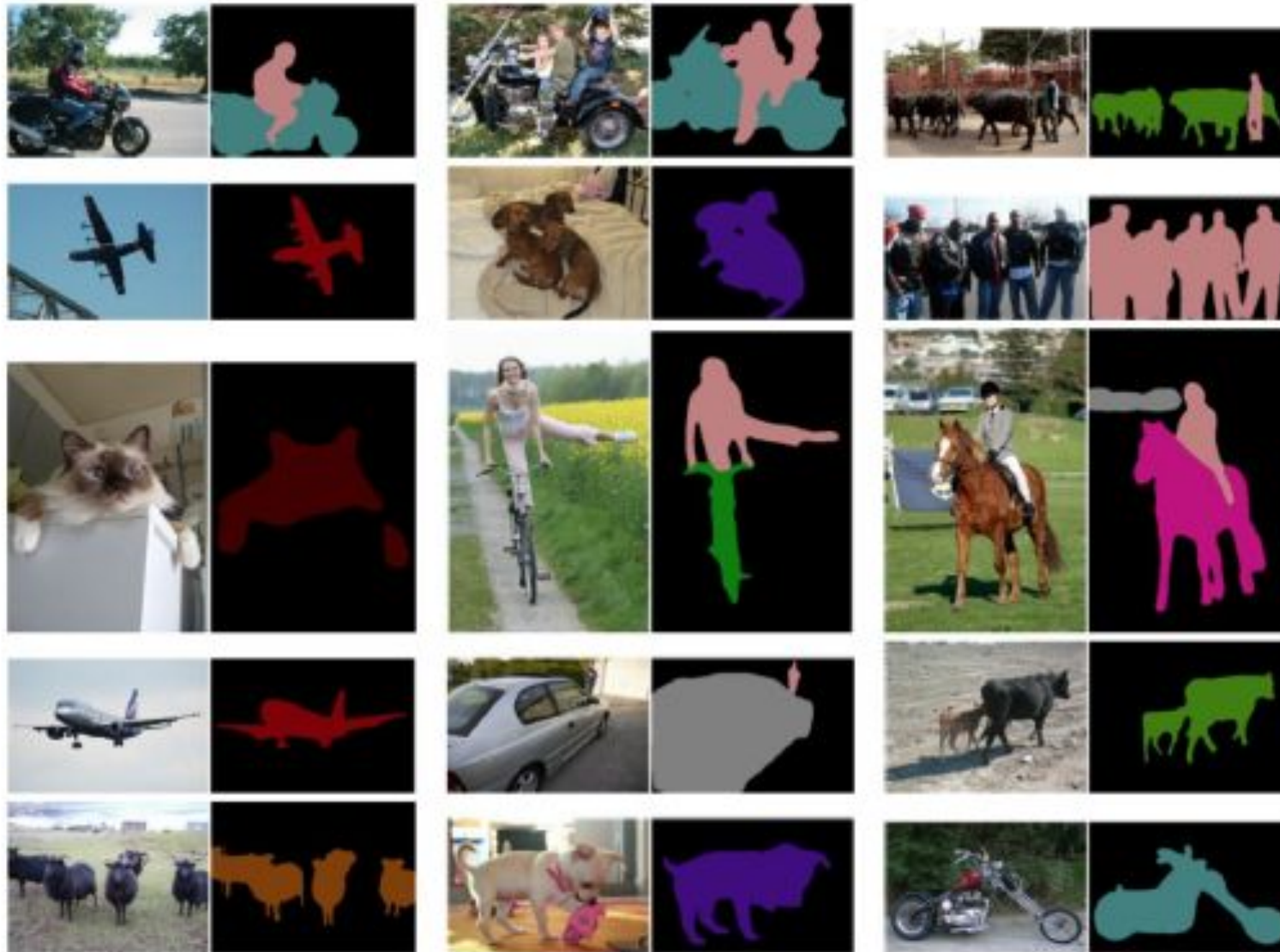


Aprendizagem → algoritmo de retropropagação

Backpropagation Ref:  
Neural Networks (ch  
15.7), by Simon  
Haykin (1999)

# Image segmentation using Deep Learning: a survey

<https://arxiv.org/abs/2001.05566>



Results from the work described in <https://arxiv.org/abs/1706.05587>