Aprendizagem Automática

FICHA N. 1 ENUNCIADO

Nome: Fábio Alexandre Cruz Silva Dias
Número: A42921

1. Considere o conjunto de 7 vetores bi-dimensionais, divididos em duas classes $\Omega = \{\varpi_0, \varpi_1\}$, representados na matriz $\mathbf{X} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -4 & 4 & 6 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & -2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ (os 3 primeiros vetores do conjunto pertencem à classe ϖ_0).

   (a) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

      i. O produto interno entre as médias das duas classes é: -11.50.
      ii. A norma da média da classe ϖ_0 é: 5.02.
      iii. Todas as respostas anteriores.
      iv. Nenhuma das respostas anteriores.

   (b) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

      i. Considere a matriz $\mathbf{X}_0$ de $2{\times}3$, composta pelos vetores da classe ϖ_0. O resultado do produto matricial $\mathbf{X}_0\mathbf{X}_0^\top$ é $\begin{bmatrix} 29.86 & -5.09 \\ -5.09 & 8.53 \end{bmatrix}$.
      ii. A matriz de covariância da classe ϖ_0 é: $\begin{bmatrix} 3.86 & 0.05 \\ 0.05 & 0.55 \end{bmatrix}$.
      iii. Todas as respostas anteriores.
      iv. Nenhuma das respostas anteriores.

   (c) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

      i. O produto, $\Sigma_1\mu_1$, entre a matriz de covariância da classe ϖ_1 e o vetor de média da classe ϖ_1 é: $\mathbf{x} = [16.62, -1.44]^\top$.
      ii. O produto, $\Sigma_0\mu_0$, entre a matriz de covariâcia da classe ϖ_0 e o vetor de média da classe ϖ_0 é: $\mathbf{x} = [-5.22, 0.06]^\top$.
      iii. Todas as respostas anteriores.
      iv. Nenhuma das respostas anteriores.

2. No ficheiro `A42921_Q002_data.p`, encontram-se um conjunto de dados bi-dimensionais divididos em 5 classes (índices de `0` a `4`). Há duas variáveis num dicionário: a chave `trueClass` contém os índices das classes dos dados, enquanto a chave `dados` contém os dados bidimensionais. Verificam-se as seguintes condições no conjunto de dados disponibilizado:

   (a) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

      i. A probabilidade apriori da classe `0` é: 0.32.
      ii. A matriz de covariância da classe `4` é: $\begin{bmatrix} 3.32 & 0.08 \\ 0.08 & 3.24 \end{bmatrix}$.

iii. Todas as respostas anteriores.
iv. Nenhuma das respostas anteriores.

(b) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

i. A média da classe 1 é: $\begin{bmatrix} -2.12 \\ -5.28 \end{bmatrix}$.
ii. A média da classe 2 é: $\begin{bmatrix} -8.93 \\ 2.09 \end{bmatrix}$.
iii. Todas as respostas anteriores.
iv. Nenhuma das respostas anteriores.

(c) Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

i. A média dos dados é: $\begin{bmatrix} -1.78 \\ -1.81 \end{bmatrix}$.
ii. A matriz de covariância dos dados é: $\begin{bmatrix} 12.06 & 0.37 \\ 0.37 & 11.63 \end{bmatrix}$.
iii. Todas as respostas anteriores.
iv. Nenhuma das respostas anteriores.

(d) Considere que μ_i e Σ_i com $i = 0, \ldots, 4$ são os vetores de média e as matrizes de covariância das classes. Para esta alínea, arredonde os valores pedidos a 2 casas décimais.

i. O resultado do produto matricial $\mu_0^\top \Sigma_2 \mu_2$ é: 2.20.
ii. O determinante do produto matricial entre as matrizes de covariância das classes 0 e 2 é: 4.24.
iii. O produto interno entre as médias das classes 1 e 2 é: -0.76.
iv. O vetor resultante do protudo $\Sigma_3 \mu_4$, entre a matriz de covariância da classe 3 e o vetor de média da classe 4 é: $\begin{bmatrix} -0.72 \\ 7.64 \end{bmatrix}$.

3. Considere um conjunto de N realizações de uma variável aleatória $\mathbf{x}$, bi-dimensional. Considere ainda que este conjunto está num `numpy` array `X` de dimensão $2 \times N$. Assuma que os seguintes comandos já foram executados:

```
import numpy as np
from scipy.linalg import sqrtm
```

(a) Assuma que o conjunto de N realizações de $\mathbf{x}$ foi obtido com o seguinte comando: `X=np.random.randn(2,N)` onde `N` é um inteiro previamente definido (com $N >> 2$). Considere uma transformação linear deste conjunto de modo a que os dados transformados tenham uma distribuição gaussiana com média $\mu_{\mathbf{y}} = [-4, -3]^\top$ e matriz de covariância $\Sigma_{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 72.03 & 24.61 \\ 24.61 & 12.90 \end{bmatrix}$. Os seguintes comandos geram os dados pretendidos (guardados em `Y`).

i.
```
A=np.array([[8.46,-0.68],[3.06,1.88]])
m=np.array([-4, -3])
Y=np.dot(A,X)+m[:,np.newaxis]
```

ii.
```
A=np.array([[8.46,-0.68],[3.06,1.88]])
m=np.array([-4, -3])
Y=np.dot(A,X+m[:,np.newaxis])
```

   iii. Todas as respostas anteriores.
   iv. Nenhuma das respostas anteriores.

(b) Estas instruções calculam a matriz de covariância dos dados (guardada em `Cx`)

   i.
   ```
   mx=np.mean(X,axis=1)
   Xn=(X.T-mx).T
   Ctmp=Xn*Xn
   Cx=Ctmp/(X.shape[1]-1)
   ```
   ii. `Cx=np.cov(X.T,rowvar=False)`
   iii. `Cx=np.cov(X.T,rowvar=False,ddof=0)`
   iv. `Cx=np.cov(X,rowvar=False)`