



## Lista de exercícios propostos n.º 01: Técnicas de contagem

### Exercício 1.

Com os algarismos 1, 2, 3 e 4, quantos números de três algarismos é possível escrever:

- (a) podendo haver repetição de algarismos?
- (b) não podendo haver repetição de algarismos?

### Exercício 2.

Em informática define-se bit como sendo a unidade mínima de informação que pode ser transmitida por um sistema binário (0 ou 1) e byte como um agrupamento de oito bits. Quantos códigos podem ser representados por um byte?

### Exercício 3.

Numa prova de atletismo participam sete atletas. De quantas maneiras diferentes pode ser feita a distribuição das três medalhas, ouro, prata e bronze?

### Exercício 4.

De um saco com seis fichas, numeradas de 1 a 6, extraem-se sucessivamente e sem reposição três fichas, anotando-se o número da ficha em cada extracção. Quantos números diferentes é possível obter?

### Exercício 5.

Numa competição participam oito equipas. Não havendo equipas empatadas, de quantas formas diferentes se pode apresentar a classificação final?

### Exercício 6.

Considere-se o conjunto formado pelos elementos 1, 2, 3, 4 e 5. Quantas sequências formadas por cinco elementos se podem ter?

### Exercício 7.

Quantos números distintos de quatro algarismos se podem escrever com um algarismo 1, um algarismo 2 e dois algarismos 3?

### Exercício 8.

A travessia de um rio é feita através de um pequeno barco onde, além do remador, só podem ser transportadas duas pessoas. Há um grupo de seis pessoas para transportar. De quantas maneiras diferentes se pode fazer o 1º transporte?



### Exercício 9.

A ementa da cantina do ISEL inclui gelado para a sobremesa. Considerando que existem cinco sabores, banana, chocolate, limão, morango e baunilha, e que cada pessoa tem direito a três bolas de gelado, quantas escolhas se podem fazer?

### Exercício 10.

Um teste tem 6 questões de escolha múltipla e três questões de desenvolvimento. Um aluno tem de responder a seis questões, das quais, pelo menos duas têm de ser de desenvolvimento. Quantas escolhas pode o aluno fazer?

### Exercício 11.

Numa turma de 20 alunos, sendo 8 rapazes e 12 raparigas, vão ser escolhidos 3 para representar a turma numa reunião com o Conselho Executivo. Quantos grupos podem ser formados sabendo que:

- (a) o grupo é formado só por raparigas?
- (b) o grupo é formado por 1 rapaz e 2 raparigas?
- (c) a delegada de turma terá de fazer parte do grupo?

### Exercício 12.

Com os algarismos 2, 3, 5, 7, 8 e 9, quantos números de 4 algarismos podemos formar se:

- (a) não forem possíveis repetições:
  - (a<sub>1</sub>) e nenhuma condição for imposta?
  - (a<sub>2</sub>) e têm de ser pares?
  - (a<sub>3</sub>) e são maiores do que 7000?
- (b) forem possíveis repetições:
  - (b<sub>1</sub>) e nenhuma condição for imposta?
  - (b<sub>2</sub>) e têm de ser pares?
  - (b<sub>3</sub>) e são maiores do que 7000?



**Exercício 13.**

Com os algarismos 0, 2, 3, 5, 7, 8 e 9, quantos números de 4 algarismos podemos formar se:

(a) não forem possíveis repetições:

( $a_1$ ) e nenhuma condição for imposta?

( $a_2$ ) e têm de ser pares?

( $a_3$ ) e são maiores do que 7000?

(b) forem possíveis repetições:

( $b_1$ ) e nenhuma condição for imposta?

( $b_2$ ) e têm de ser pares?

( $b_3$ ) e são maiores do que 7000?

**Exercício 14.**

De quantas maneiras podemos tirar 6 cartas de um baralho de 52 cartas, se:

(a) não forem impostas condições?

(b) forem todas de copas?

(c) forem 3 de copas e 3 de paus?

(d) forem 3 de um naipe e 3 de outro?

(e) forem 4 de copas e 2 de paus?

(f) forem 4 de um naipe e 2 de outro?

(g) forem 2 de um valor, 1 de outro e 3 de outro?

(h) forem 3 de um valor e 3 de outro?

**Exercício 15.**

De quantas maneiras podemos sentar 5 pessoas:

(a) numa fila de 5 cadeiras?

(b) numa mesa circular com 5 cadeiras?



**Exercício 16.**

Com um conjunto de 10 livros todos diferentes, sendo 5 de Física, 3 de Matemática e 2 de Informática, de quantas maneiras podemos arrumá-los numa prateleira se:

(a) não forem impostas condições?

(b) tiverem de ficar juntos por temas?

(c) só os de Matemática tiverem de ficar juntos?

**Exercício 17.**

Com um conjunto de 15 pessoas, de quantas maneiras podemos formar 3 comissões tendo uma 5 elementos, outra 6 e outra 4 elementos para representar o conjunto em três acontecimentos simultâneos?

**Exercício 18.**

Com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6, quantos múltiplos de 5 com quatro algarismos diferentes se podem escrever?

**Exercício 19.**

De quantas maneiras diferentes se podem sentar três raparigas e quatro rapazes num banco com sete lugares, sabendo que em cada um dos extremos fica uma rapariga?

**Exercício 20.**

Cinco amigos vão ao cinema e ficam em lugares consecutivos de uma mesma fila.

(a) De quantas maneiras diferentes se podem sentar?

(b) Suponha que dois deles são namorados e exigem ficar ao lado um do outro. Quantas hipóteses diferentes de “arrumação” restam?



### Soluções:

#### Exercício 1.

$$(a) {}^4A'_3 = 64.$$

$$(b) {}^4A_3 = 24.$$

#### Exercício 2.

$${}^2A'_8 = 256.$$

#### Exercício 3.

$${}^7A_3 = 210.$$

#### Exercício 4.

$${}^6A_3 = 120.$$

#### Exercício 5.

$$P_8 = 40320.$$

#### Exercício 6.

$$P'_5 = 3125.$$

#### Exercício 7.

$$P(1, 1, 2) = 12.$$

#### Exercício 8.

$${}^6C_2 = 15.$$

#### Exercício 9.

$${}^5C'_3 = 35.$$

#### Exercício 10.

$${}^3C_2 \times {}^6C_4 + {}^3C_3 \times {}^6C_3 = 65.$$

#### Exercício 11.

$$(a) {}^8C_0 \times {}^{12}C_3 = 220.$$

$$(b) {}^8C_1 \times {}^{12}C_2 = 528.$$

$$(c) 1 \times {}^{19}C_2 = 171.$$



### Exercício 12.

$$(a) (a_1) {}^6A_4 = 360.$$

$$(a_2) {}^5A_3 \times 2 = 120.$$

$$(a_3) 3 \times {}^5A_3 = 180.$$

$$(b) (b_1) {}^6A'_4 = 1296.$$

$$(b_2) {}^6A'_3 \times 2 = 432.$$

$$(b_3) 3 \times {}^6A'_3 = 648.$$

### Exercício 13.

$$(a) (a_1) 6 \times {}^6A_3 = 720.$$

$$(a_2) {}^6A_3 \times 1 + 5 \times {}^5A_2 \times 2 = 320.$$

$$(a_3) 3 \times {}^6A_3 = 360.$$

$$(b) (b_1) 6 \times {}^7A'_3 = 2058.$$

$$(b_2) 6 \times {}^7A'_2 \times 3 = 882.$$

$$(b_3) 3 \times {}^7A'_3 - 1 = 1028.$$

### Exercício 14.

$$(a) {}^{52}C_6 = 20358520.$$

$$(b) {}^{13}C_6 \times {}^{39}C_0 = 1716.$$

$$(c) {}^{13}C_3 \times {}^{13}C_3 \times {}^{26}C_0 = 81796.$$

$$(d) {}^4C_2 \times {}^{13}C_3 \times {}^{13}C_3 \times {}^{26}C_0 = 490776.$$

$$(e) {}^{13}C_4 \times {}^{13}C_2 \times {}^{26}C_0 = 55770.$$

$$(f) {}^4A_2 \times {}^{13}C_4 \times {}^{13}C_2 \times {}^{26}C_0 = 669240 \text{ ou } P_2 \times {}^4C_2 \times {}^{13}C_4 \times {}^{13}C_2 \times {}^{26}C_0 = 669240.$$

$$(g) {}^{13}A_3 \times {}^4C_2 \times {}^4C_1 \times {}^4C_3 \times {}^{40}C_0 = 164736 \text{ ou } P_3 \times {}^{13}C_3 \times {}^4C_2 \times {}^4C_1 \times {}^4C_3 \times {}^{40}C_0 = 164736.$$

$$(h) {}^{13}C_2 \times {}^4C_3 \times {}^4C_3 \times {}^{44}C_0 = 1248.$$

### Exercício 15.

$$(a) P_5 = 120.$$

$$(b) \frac{P_5}{5} = P_4 = 24.$$



**Exercício 16.**

(a)  $P_{10} = 3628800$ .

(b)  $P_3 \times P_5 \times P_3 \times P_2 = 8640$ .

(c)  $8 \times P_3 \times P_7 = 241920$ .

**Exercício 17.**

$P_3 \times P(6, 5, 4) = 3783780$  ou  $P_3 \times {}^{15}C_6 \times {}^9C_5 \times {}^4C_4 = 3783780$ .

**Exercício 18.**

${}^6A_3 \times 1 + 5 \times 5 \times 4 \times 1 = 220$ .

**Exercício 19.**

${}^3A_2 \times P_5 = 720$ .

**Exercício 20.**

(a)  $P_5 = 120$ .

(b)  $P_2 \times 4 \times P_3 = 48$ .