



## Lista de exercícios das aulas n.º 05: Introdução às redes Bayesianas

### Exercício 1.

Considere o seguinte problema:

“O Sr. Holmes estava a trabalhar no seu escritório quando recebeu uma chamada telefónica do seu vizinho, o Dr. Watson, avisando-o que o alarme da sua casa tinha disparado. Convencido de que um ladrão teria entrado na sua casa, o Sr. Holmes dirigiu-se rapidamente para o seu carro e deslocou-se para casa. No caminho para casa, o Sr. Holmes ouviu nas notícias transmitidas pelo rádio, que tinha ocorrido um pequeno sismo com epicentro na zona da sua casa. Sabendo que os sismos têm tendência para fazer disparar os alarmes, o Sr. Holmes decide regressar ao escritório.”

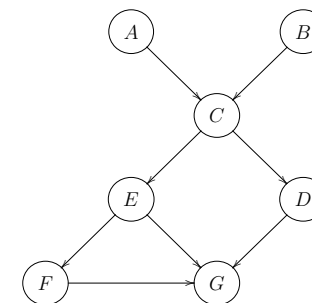
Para o problema apresentado indique:

- as variáveis que deverão ser consideradas e os estados associados a cada uma delas.
- a rede Bayesiana que modela o problema.
- as probabilidades a especificar.
- a expressão da distribuição de probabilidade conjunta da rede Bayesiana.



### Exercício 2.

Considere a seguinte rede Bayesiana:



- Para a rede Bayesiana apresentada, indique as probabilidades a especificar.
- Usando a regra da cadeia escreva a expressão da distribuição de probabilidade conjunta da rede Bayesiana.

### Exercício 3.

Um investigador está interessado em estudar a influência da religião de uma família no número de filhos da mesma. Para isso observou várias famílias que seguem as religiões protestante, católica e muçulmana, tomando nota do respectivo número de filhos. As famílias foram divididas de acordo com esse número, considerando os seguintes grupos 0, 1, 2, 3 e 4 ou mais filhos.

- Indique as variáveis que deverão ser consideradas e os estados associados a cada uma delas.
- Apresente a rede Bayesiana que modela o problema.
- Indique as probabilidades a especificar.
- Indique a expressão da distribuição de probabilidade conjunta.



(e) Considere que a probabilidade da variável  $R$  – “religião” é dada por:

$P[R]$		
$R = \text{protestante}$	$R = \text{católica}$	$R = \text{muçulmana}$
0,9	0,04	0,06

e que a “força” da ligação entre a variável  $R$  e a variável  $F$  – “número de filhos” é representada na seguinte tabela de probabilidade condicionada:

$P[F   R]$		Número de filhos				
		$F = 0$	$F = 1$	$F = 2$	$F = 3$	$F \geq 4$
Religião	$R = \text{protestante}$	0,15	0,2	0,4	0,2	0,05
	$R = \text{católica}$	0,05	0,1	0,2	0,4	0,25
	$R = \text{muçulmana}$	0,05	0,1	0,1	0,4	0,35

Determine a distribuição de probabilidade conjunta.

- (f) Determine a probabilidade de uma família ter uma determinada religião e ter 2 filhos.
- (g) Determine a probabilidade de uma família ter um determinado número de filhos e a família seguir a religião católica.
- (h) Determine a probabilidade de uma família ter uma determinada religião dado que tem 3 filhos.
- (i) Determine a probabilidade de uma família ter um determinado número de filhos dado que a família segue a religião protestante.



#### Exercício 4.

Uma alimentação pouco cuidada e crises de asma podem provocar insónias, que por sua vez influenciam o bom rendimento no trabalho.

- (a) Indique as variáveis que deverão ser consideradas e os estados associados a cada uma delas.
- (b) Apresente a rede Bayesiana que modela o problema.
- (c) Usando a regra da cadeia, escreva a expressão da distribuição de probabilidade conjunta da rede Bayesiana.
- (d) Considere as seguintes variáveis:
- $A$  - “ter uma alimentação pouco cuidada”,
  - $C$  - “ter uma crise de asma”,
  - $I$  - “ter insónias”,
  - $R$  - “ter bom rendimento no trabalho”,

todas com possíveis estados {sim, não}. Considere que as probabilidades associadas à rede Bayesiana são as seguintes:

$P[A]$	
$A = \text{sim}$	$A = \text{não}$
0,01	0,99

$P[C]$	
$C = \text{sim}$	$C = \text{não}$
0,001	0,999

$P[I   A, C]$	$I = \text{sim}$	$I = \text{não}$
$A = \text{sim}, C = \text{sim}$	0,9	0,1
$A = \text{sim}, C = \text{não}$	0,6	0,4
$A = \text{não}, C = \text{sim}$	0,85	0,15
$A = \text{não}, C = \text{não}$	0,02	0,98

$P[R   I]$	$R = \text{sim}$	$R = \text{não}$
$I = \text{sim}$	0,8	0,2
$I = \text{não}$	0,1	0,9



- (d<sub>1</sub>) Determine a probabilidade de um determinado indivíduo ter uma alimentação cuidada, não ter crises de asma, sofrer de insónias e ter pouco rendimento no trabalho.
- (d<sub>2</sub>) Determine  $P[A, C, I, R = \text{não}]$ .
- (d<sub>3</sub>) Determine  $P[R = \text{não}]$ .
- (d<sub>4</sub>) Determine  $P[I, R = \text{não}]$ .
- (d<sub>5</sub>) Determine  $P[I \mid R = \text{não}]$ .
- (d<sub>6</sub>) Determine  $P[A = \text{sim}, C, I, R = \text{não}]$ .
- (d<sub>7</sub>) Determine  $P[A = \text{sim}, R = \text{não}]$ .
- (d<sub>8</sub>) Determine  $P[I \mid A = \text{sim}, R = \text{não}]$ .
- (d<sub>9</sub>) Determine  $P[C \mid A = \text{sim}, R = \text{não}]$ .
- (d<sub>10</sub>) Determine  $P[I \mid A = \text{sim}, C = \text{não}, R = \text{não}]$ .

#### Exercício 5.

Um novo alarme contra assaltos é instalado. Mesmo sendo muito fiável na detecção de assaltos ele pode disparar caso ocorra um terramoto. Dois vizinhos, o João e a Maria, disponibilizaram-se para telefonar caso o alarme dispare. O João liga sempre que ouve o alarme, mas algumas vezes ele confunde o alarme com o telefone e também liga nestes casos. Já a Maria gosta de ouvir música alta e às vezes não ouve o alarme disparar, pelo que não liga nestes casos.

- (a) Indique as variáveis que deverão ser consideradas e os estados associados a cada uma delas.
- (b) Apresente a rede Bayesiana que modela o problema.
- (c) Indique as probabilidades a especificar.
- (d) Indique a expressão da distribuição de probabilidade conjunta.
- (e) Considere as seguintes variáveis:
- $A$  - “ocorrer um assalto”;
  - $T$  - “ocorrer um terramoto”;
  - $J$  - “João ligar”;
  - $M$  - “Maria ligar”;
  - $D$  - “alarme disparar”.

todas com possíveis estados  $\{\text{sim}, \text{não}\}$ . Considere que as probabilidades associadas à rede Bayesiana são as seguintes:



$P[A]$	
$A = \text{sim}$	$A = \text{não}$
0,001	0,999

$P[T]$	
$T = \text{sim}$	$T = \text{não}$
0,002	0,998

$P[D \mid A, T]$		Alarme dispara	
Assalto	Terramoto	$D = \text{sim}$	$D = \text{não}$
$A = \text{sim}$	$T = \text{sim}$	0,95	0,05
$A = \text{sim}$	$T = \text{não}$	0,95	0,05
$A = \text{não}$	$T = \text{sim}$	0,29	0,71
$A = \text{não}$	$T = \text{não}$	0,001	0,999

$P[J \mid D]$	$J = \text{sim}$	$J = \text{não}$
$D = \text{sim}$	0,9	0,1
$D = \text{não}$	0,05	0,95

$P[M \mid D]$	$M = \text{sim}$	$M = \text{não}$
$D = \text{sim}$	0,7	0,3
$D = \text{não}$	0,01	0,99

Calcule a probabilidade do alarme disparar, sem que tenha havido um assalto ou terramoto, mas o João e a Maria tenham ligado.

- (f) Calcule a probabilidade do alarme disparar, sem que tenha havido um terramoto mas tenha havido um assalto, e o João tenha ligado e a Maria não.
- (g) Determine  $P[A = \text{não}, T = \text{não}, D, J, M]$ .
- (h) Determine  $P[A, T = \text{não}, D, J = \text{sim}, M = \text{sim}]$ .
- (i) Determine  $P[D \mid A = \text{não}, T = \text{não}, J = \text{sim}, M = \text{sim}]$ .