

Códigos Detetores e Corretores de Erros

CPS- Comunicação e Processamento de Sinais



Sumário

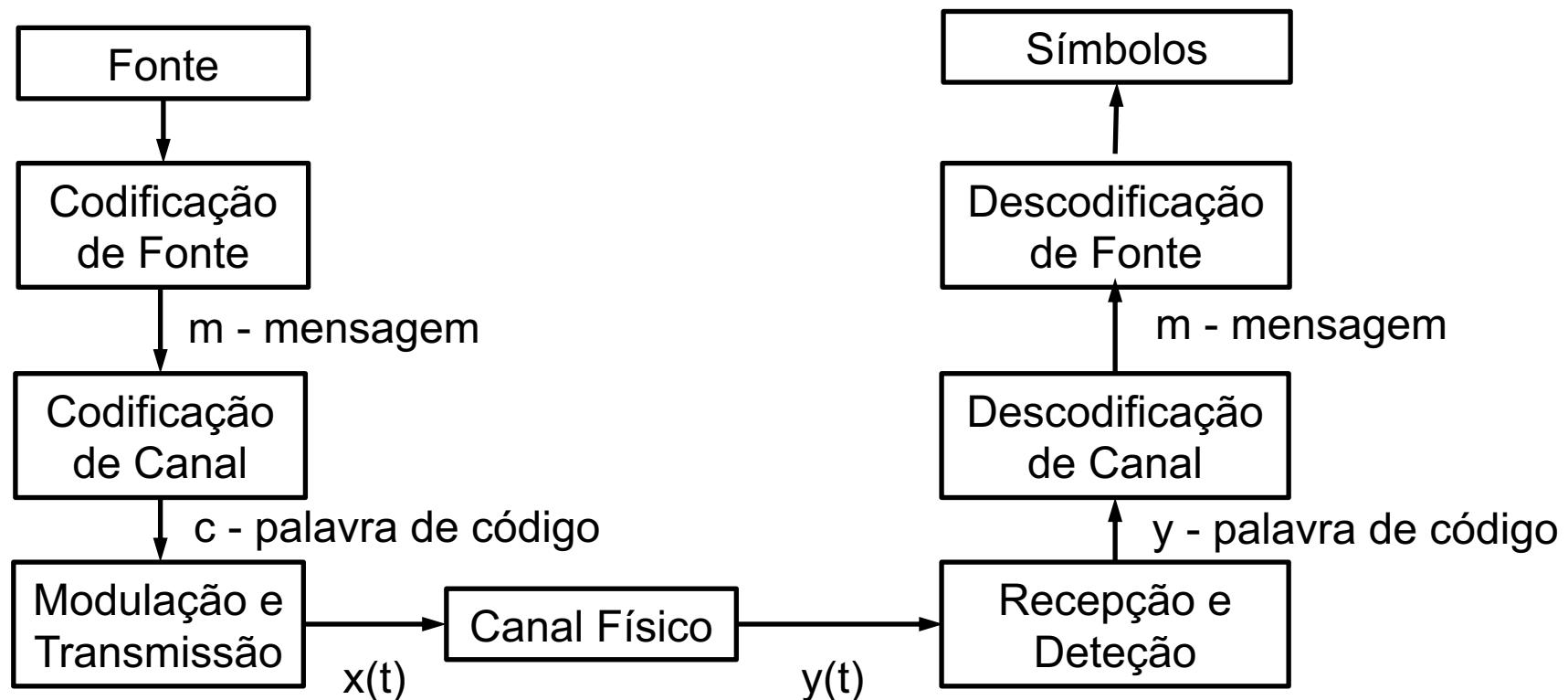
1. Comunicação Digital e Erros
2. Códigos detetores e corretores de erros
 - a) Códigos de bloco linear (n,k)
 - b) Características dos códigos
 - c) Capacidade de deteção e correção de erros
 - d) Códigos de repetição e bit de paridade
 - e) Descodificação baseada em síndroma
3. Códigos cíclicos
 - a) CRC
4. Aplicações





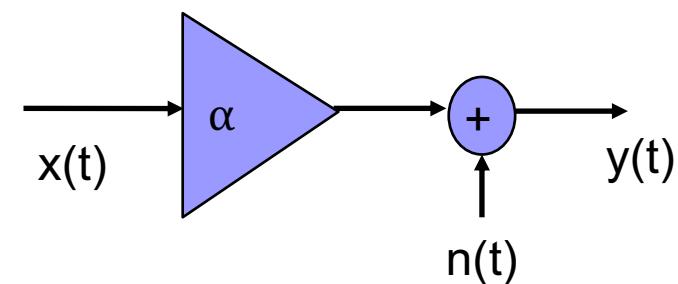
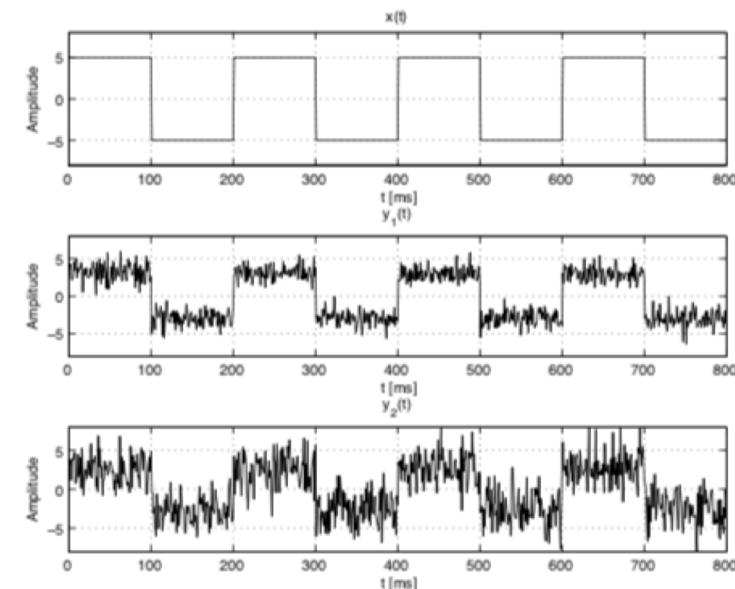
COMUNICAÇÃO DIGITAL E ERROS

Sistema Comunicação Digital



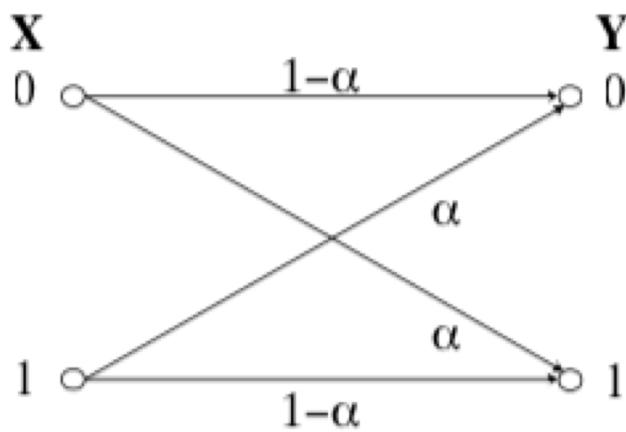
Modelo do Canal Físico

- A correcção e/ou detecção de erros é necessária devido aos erros introduzidos no canal de transmissão ou de armazenamento
- O modelo AWGN (Aditive White Gaussian Noise) é realista em muitos cenários
 - Ruído aditivo
 - Gaussiano
 - Branco



Modelo de Canal discreto

- O canal é analisado através de um modelo discreto usando variáveis aleatórias discretas
- Modelo Binary Symmetric Channel (BSC)

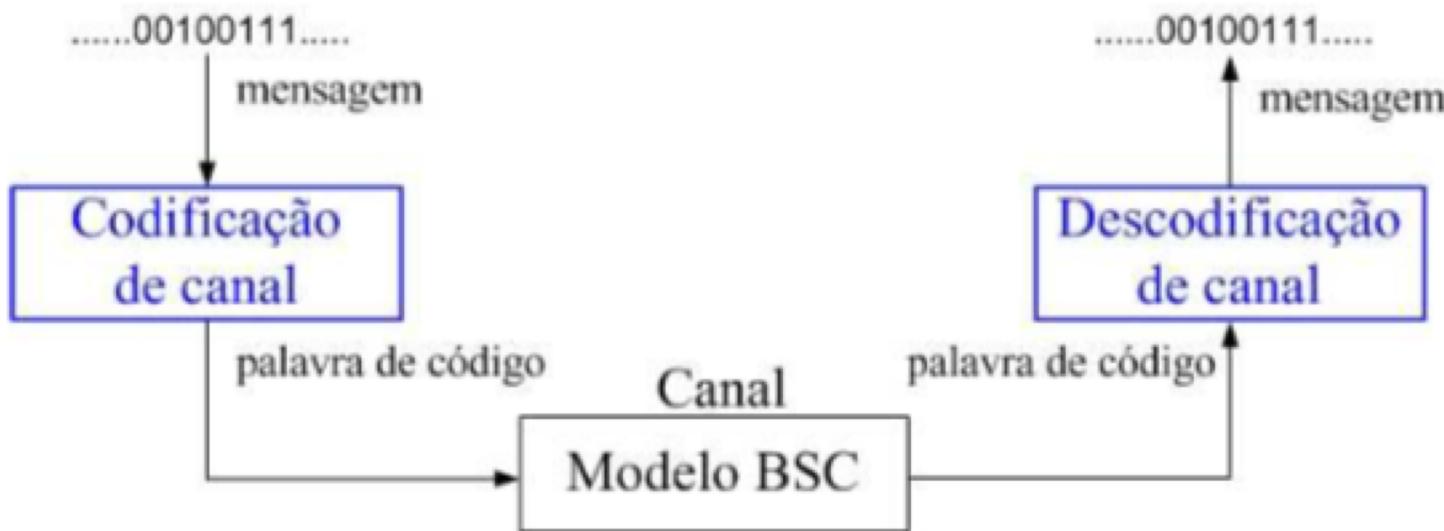


Probabilidade de
erro de bit

$$\begin{aligned}P_e &= P(y_0|x_1) + P(y_1|x_0) \\&= P(y_0|x_1)P(x_1) + P(y_1|x_0)P(x_0) \\&= \alpha P(x_1) + \alpha P(x_0) \\&= \alpha\end{aligned}$$

A probabilidade de Erro α define o Bit Error Rate – BER – do canal, que representa a taxa de erros por bit.

Modelo de Canal Discreto



Implementação computacional modelo BSC:

$$y = x \text{ xor } r$$

r – array com 1s no local onde existe erro

Teorema da Codificação de Canal e Capacidade de Canal

- A probabilidade de erro no canal determina a capacidade C de transferência de informação no canal.
- **Teorema da Codificação** (2^{o} Teorema de Shannon)

Dada a capacidade C do canal, existe uma técnica de codificação tal que a informação pode ser transmitida no canal a um ritmo $R=C$, com probabilidade de erro arbitrariamente pequena. Se $R>C$, não é possível transmitir sem erros.



Codificação de Canal

- A deteção e correção consegue-se ao introduzir redundância na mensagem original
- Essa redundância é função da mensagem
- Códigos
 - Códigos de repetição; bit de paridade par; Hamming.
- Os códigos de canal são utilizados nos modos:
 - FEC – Forward Error Correction
 - ARQ – Automatic Repeat reQuest

Modos de Funcionamento

■ FEC – Forward Error Correction

- Modo de Correção de Erros
- O receptor recebe as palavras de código, deteta eventuais erros e corrige-os

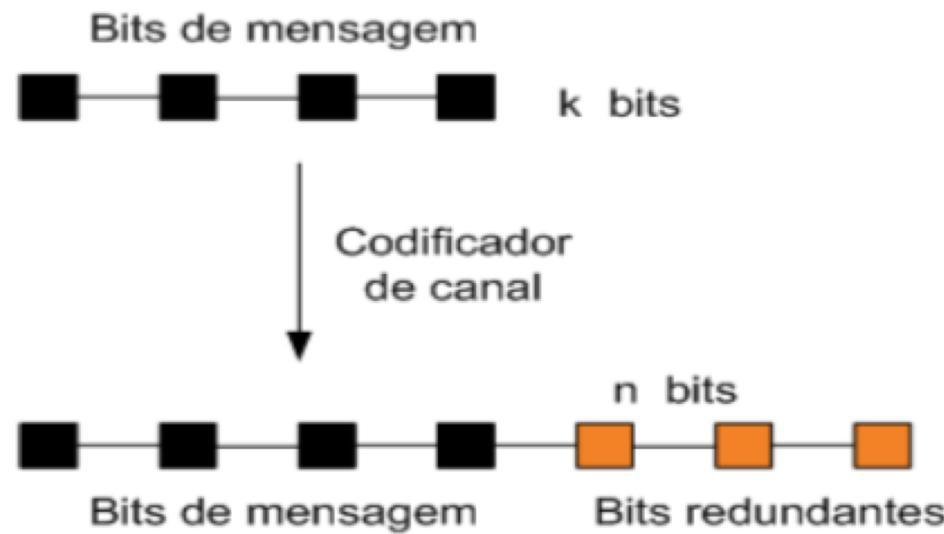
■ ARQ – Automatic Repeat reQuest

- Modo de Detecção de Erros
- O receptor recebe as palavras de código e deteta eventuais erros; em caso de erro, solicita a retransmissão



Codificação de Canal (n,k)

- Codificador de bloco
- Cada bloco de k bits de mensagem origina uma palavra de código com n bits



Objetivo da Codificação de Canal

- Aumentar a robustez dos sistemas de comunicação



Códigos de Bloco (n,k)

Propriedades

- (n, k) : n – nº bits da mensagem; k – nº de bits da mensagem
- Code Rate (ritmo) $R = \frac{k}{n}$, medida de eficiência
- Distância de Hamming (dH): número de dígitos em que diferem duas quaisquer palavras do código
- Distância mínima (d_{min}): é a menor distância de Hamming entre duas quaisquer palavras de código; depende da redundância introduzida
$$d_{min} \leq 1 + q, \quad q = n - k$$
- Detecta todos os padrões até “ l ” erros: $l \leq d_{min} - 1$
- Corrigem todos os padrões de erro até “ t ” erros: $t \leq \left\lfloor \frac{d_{min}-1}{2} \right\rfloor$
- Detecta “ l ” erros e corrigem “ t ” erros: $d_{min} \geq l + t + 1, \quad l > t$

Códigos lineares de bloco (n, k)

- Bloco: todas as palavras têm a mesma dimensão
- Linear: o vector nulo pertence ao código; a soma modular de duas palavras do código é ainda uma palavra de código

n = número de bits da palavra de código

2^n palavras possíveis

k = número de bits da mensagem

2^k palavras de código

$q = n - k$, é o número de bits redundantes

Seja $\mathbf{m} = [m_0 \ m_1 \ \dots \ m_{k-1}]$ a mensagem e \mathbf{c} a palavra de código

Podem ser sistemáticos ou não sistemáticos; exemplos destas formas:

- sistemática: $\mathbf{c} = [m_0 \ m_1 \ \dots \ m_{k-1} \ b_0 \ b_1 \ \dots \ b_{q-1}]$
- não sistemática: $\mathbf{c} = [m_0 \ b_1 \ b_0 \ m_1 \ \dots \ m_{k-1} \ \dots \ b_{q-1}]$



Peso de Hamming

- Define-se peso de Hamming (w) como o número de dígitos não nulos numa palavra
- Sejam c_i e c_j duas palavras distintas de um código linear de bloco; tem-se por definição que $d_{min} = \min_{i \neq j} dH(c_i, c_j)$
- Dado que o código é linear, tem-se:

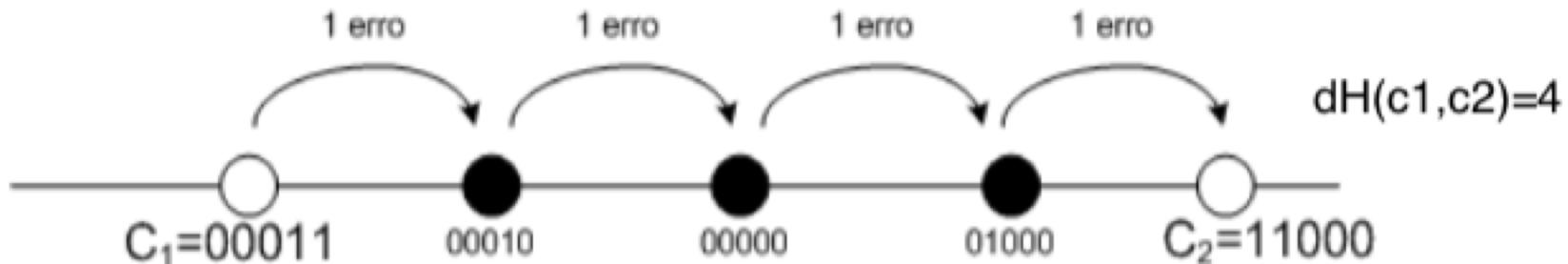
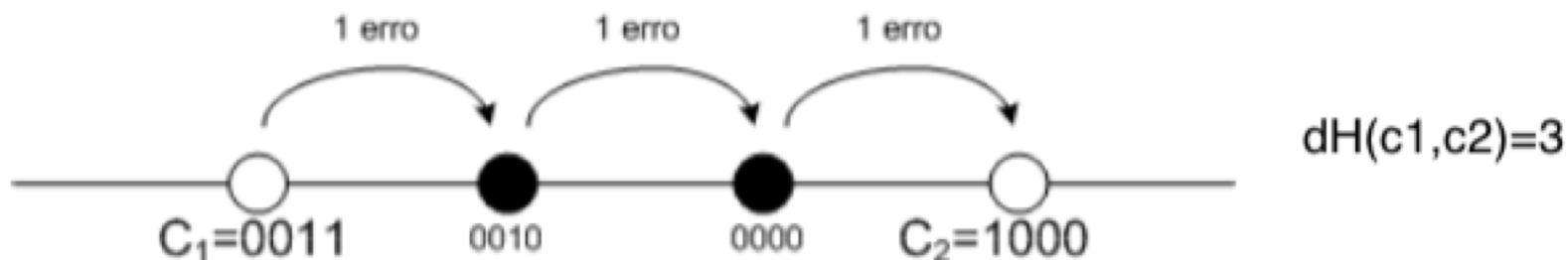
$$d_{min} = \min w(c_i \oplus c_j) = \min w(c_k)$$

sendo c_k palavra do código, diferente do vector nulo

Códigos de bloco (n, k)

Distância

- Distância de Hamming entre palavras



Códigos de bloco (n,k)

Capacidade de deteção, correção e deteção e correção simultâneas, em função da distância mínima, para uma gama de valores

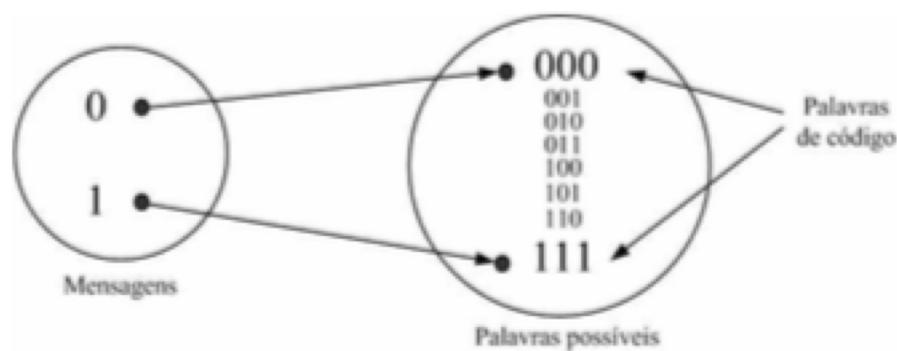
d_{\min}	Detecção (l)	Correcção (t)	Det. e Corr. simultâneas (l,t)
1	0	0	Não tem
2	1	0	Não tem
3	2	1	Não tem
4	3	1	(2,1)
5	4	2	(3,1)



Código de Repetição (3,1)

- Consiste na repetição da mensagem

Mensagem	Palavra de Código
0	000
1	111



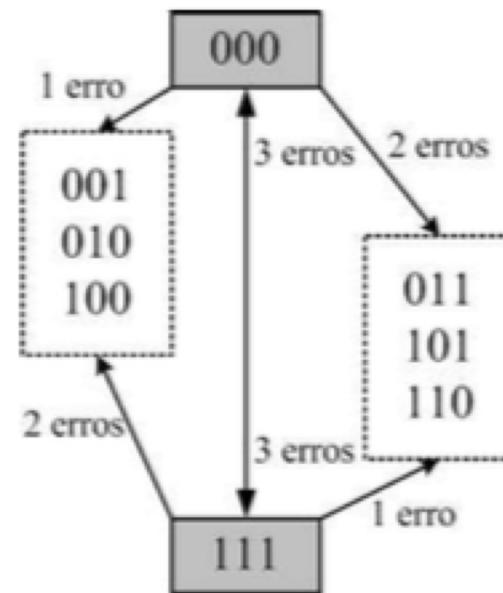
Código de Repetição (3,1)

- Descodificação realizada por maioria
- A distância entre as palavras do código garante $d_{min}=3$

Exemplos:

Código de repetição (3,1)

m	c	w(c)	$d_{min} = 3$
0	000	0	$t = 2$
1	111	3	$t = 1$



Código de Repetição (3,1)

Distribuição Binomial

$$f(k; n, p) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

para $k = 0, 1, 2, \dots, n$ e onde $\binom{n}{k}$ é uma combinação.

Colocando a função completa, incluindo a Combinação:

$$f(k; n, p) = \frac{n!}{k!(n - k)!} p^k (1 - p)^{n-k}$$

Cada parte da função acima traduz os seguintes dados:

A combinação $\frac{n!}{k!(n - k)!}$ contém as ordenações possíveis;

O número de sucesso é p^k , e;

A probabilidade de fracassos é $(1 - p)^{n-k}$.

Código de Repetição (3,1)

Considerando que se utiliza este código sobre um BSC com $P_e = \alpha = 10^{-5}$ tem-se que a probabilidade de errar 1 bit, sobre uma palavra de 3 bits, é dada por

$$P(1,3) = C_1^3 \alpha^1 (1-\alpha)^2 = \frac{3!}{2!1!} \alpha (1-\alpha)^2 = 3\alpha - 6\alpha^2 + 3\alpha^3 \approx 3 \times 10^{-5}, \quad (7)$$

em que C_1^3 representa combinações de três um a um.

A probabilidade de errar 2 bits é

$$P(2,3) = C_2^3 \alpha^2 (1-\alpha)^1 = \frac{3!}{1!2!} \alpha^2 (1-\alpha) = 3\alpha^2 - 3\alpha^3 \approx 3 \times 10^{-10},$$

Finalmente, a situação extrema de errar os 3 bits da palavra ocorre com probabilidade

$$P(3,3) = C_3^3 \alpha^3 (1-\alpha)^0 = \frac{3!}{0!3!} \alpha^3 = \alpha^3 = 10^{-15},$$

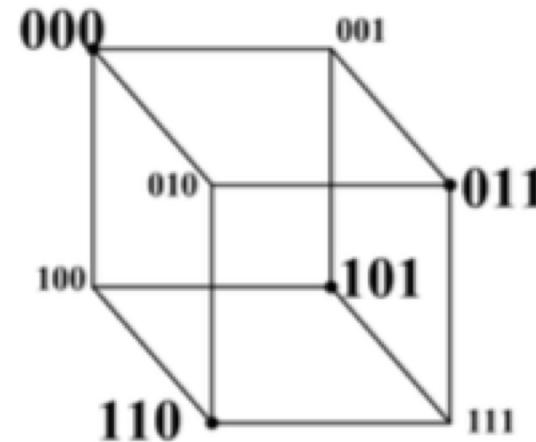
concluindo-se que $P(3,3) \ll P(2,3) \ll P(1,3)$. Verifica-se que a capacidade de correcção até 1 bit errado é adequada nesta situação.

Código de Bit Paridade (3,2)

Paridade Par

- Adicionar um bit no final da mensagem; este bit é a soma módulo 2 dos bits da mensagem
- A palavra de código $c = [m_0 \quad m_1 \quad m_0 \oplus m_1]$

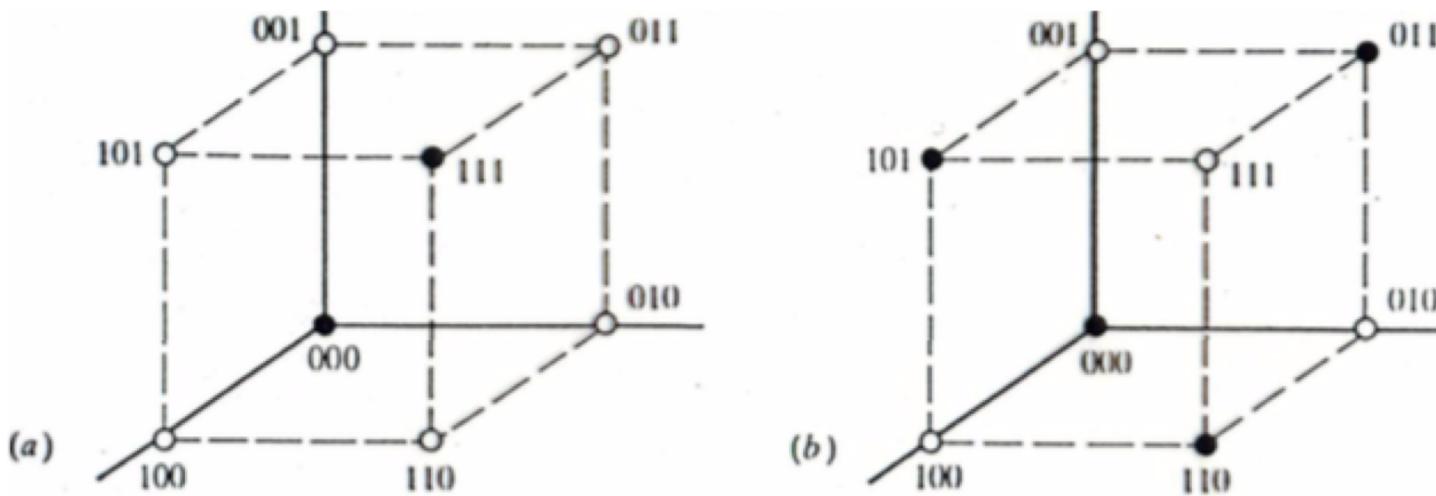
m	c
00	000
01	011
10	101
11	110



- $d_{min} = 2, l=1, t=0$



Palavras de código como vetores



■ Palavra de 3 bit

- (a) Código de repetição (3,1): 3 arestas entre as 2 palavras de Código
- (b) Código de bit de paridade (3,2): 2 arestas entre 2 palavras de Código mais próximas

Matriz Gerador

- A palavra de código c pode ser obtida através do vetor mensagem m pela matriz geradora G :

$$c = m \times G$$

- c é o vetor de dimensão $1 \times n$; m é o vetor $1 \times k$
- G é a matriz $k \times n$; nos códigos sistemáticos tem-se:
 - $G = [I_k | P]$ ou $G = [P | I_k]$ sendo **P** a **sub-matriz geradora de paridade**, ou seja, a matriz que estabelece as equações de paridade do código
 - Cada coluna de **P** constitui uma equação de paridade
 - **P** tem dimensões $k \times q$



Matriz Geradora - exemplos

- Exemplos de matrizes geradoras
- Código de repetição (3,1)

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Código de bit de paridade par (3,2)

$$G = [I_2 \ P] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ou } G = [P \ I_2] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Códigos de Hamming

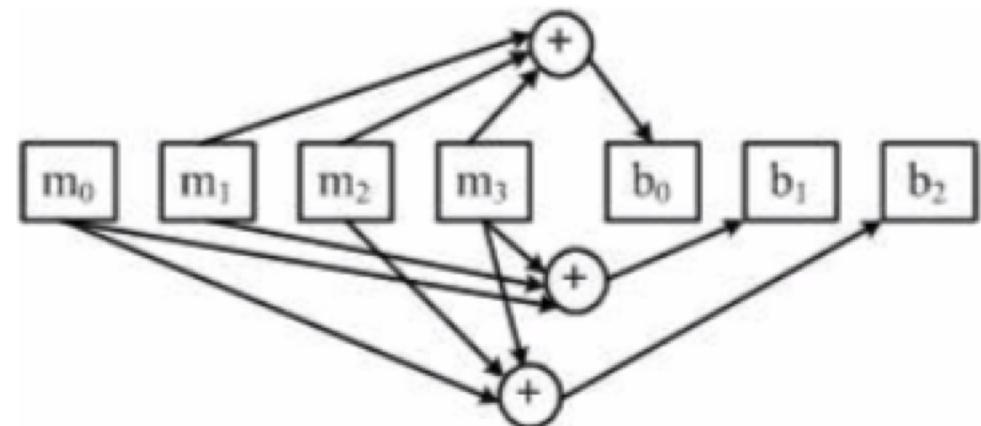
- Família de códigos lineares de bloco
- Têm $d_{\min} = 3$, logo corrigem todos os erros de 1 bit
- Definidos por um parâmetro inteiro $m (\geq 2)$ tal que:
$$(n, k) = (2^m - 1, 2^m - 1 - m)$$
- Exemplo $m=3$, tem-se o código $(7,4)$:

$$\mathbf{c} = [m_0 \ m_1 \ m_2 \ m_3 \ b_0 \ b_1 \ b_2].$$

$$b_0 = m_1 \oplus m_2 \oplus m_3,$$

$$b_1 = m_0 \oplus m_1 \oplus m_3,$$

$$b_2 = m_0 \oplus m_2 \oplus m_3,$$



r	(n,k)
2	(3,1)
3	(7,4)
4	(15,11)
5	(31,26)
6	(63,57)
...	...

Códigos de Hamming

Forma Matricial – Hamming (7,4)

$$\mathbf{c} = m\mathbf{G} = m [I_4 \mid P]$$

$$= \begin{bmatrix} m_0 & m_1 & m_2 & m_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} m_0 & m_1 & m_2 & m_3 & b_0 & b_1 & b_2 \end{bmatrix}$$



Exemplo palavras de código geradas

<u>Palavra de código</u>	<u>Peso</u>	<u>Palavra de código</u>	<u>Peso</u>
0 0 0 0 0 0 0 0		1 0 0 0 0 1 1 3	
0 0 0 1 1 1 1 4		1 0 0 1 1 0 0 3	
0 0 1 0 1 0 1 3		1 0 1 0 1 1 0 4	
0 0 1 1 0 1 0 3		1 0 1 1 0 0 1 4	
0 1 0 0 1 1 0 3		1 1 0 0 1 0 1 4	
0 1 0 1 0 0 1 3		1 1 0 1 0 1 0 4	
0 1 1 0 0 1 1 4		1 1 1 0 0 0 0 3	
0 1 1 1 1 0 0 4		1 1 1 1 1 1 1 7	

O menor peso de Hamming para as palavras não nulas é 3, logo:

$$d_{\min} = 3, \ l = 2 \text{ e } t = 1$$

Códigos de Hamming

Características

- Seja k o número de bits da mensagem e n o número de bits efetivamente transmitidos
- Códigos de Hamming são códigos de bloco linear (n,k) :
 - $q \geq 3$, sendo $q = n - k$ o número de bits redundantes
 - $n = 2^q - 1$
 - para $q = \{1,2,3, \dots\}$, temos então $(7,4)$, $(15,11)$, $(31,26)$, ...
 - A eficiência do código é $r = k/n = 1-q/(2^q-1)$
 - $r \rightarrow 1$, se $q \gg 1$
 - $d_{min} = 3$, independente de q
 - A submatriz P geradora de paridade consiste em k linhas com q bits, com dois ou mais bits a 1 por linha

Descodificador de Canal

Características



- Recebe a palavra y (possivelmente com erros)
- Estima a palavra de código \hat{x} que lhe deu origem
- Estima a mensagem \hat{m}
$$\hat{x} = \arg \min_{x_i} dH(y, x_i), \forall x_i \in C$$
- Funciona num dos seguintes modos:
 - Deteção
 - Correção
 - Deteção e correção

Conclusão:

Se a palavra recebida y não pertencer ao código houve erro

Codificação/ Descodificação

Forma matricial

- O codificador gera as palavras de código através da matriz geradora G , com

$$c = mG$$

- No caso dos códigos sistemáticos temos $G = [I_k \quad P]$
 - P é a sub-matriz geradora de paridade
- O descodificador verifica se existem erros na palavra recebida c , através do cálculo do síndroma

$$s = cH^T$$

- No caso dos códigos sistemáticos $H = [P^T \quad I_{n-k}]$
- Caso s seja nulo, não se detectam erros
- Caso contrário, existem erros detetados

Codificação/ Descodificação

Forma matricial

- Na codificação temos

$$c = mG = m[I_k \quad P] = [m_0 m_1 \dots m_{k-1} b_0 b_1 \dots b_{q-1}]$$

- Na descodificação é necessário obter os bits de mensagem, recalcular a paridade e comparar com os bits de paridade recebidos

$$s = cH^T = mGH^T = m[I_k \quad P] \begin{bmatrix} P \\ I_q \end{bmatrix} = [s_0 s_1 \dots s_{q-1}]$$



Descodificação

- O síndroma é um vetor de q bits (H^T tem dimensão $n \times q$)
- Cada bit do síndroma corresponde à verificação da presença de erros no respetivo bit de paridade
- Na ausência de erros temos síndroma nulo porque GH^T são ortogonais

$$s = cH^T = mGH^T = m[I_k \quad P] \begin{bmatrix} P \\ I_q \end{bmatrix} = [00 \dots 0]$$

- Erros são detetados sempre que o síndroma é não nulo
- O síndroma só depende do padrão de erro e:

$$s = (c + e)H^T = cH^T + eH^T = [00 \dots 0] + eH^T = eH^T$$

Descodificação

- Cada padrão de 1 bit em erro, tem um síndroma único associado
 - $e_1 = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$, corresponde ao primeiro bit errado
 - $e_2 = [0 \ 1 \ \dots \ 0]$, corresponde ao segundo bit errado
- Para cada palavra de código c (com erro) temos:
 - $s_1 = e_1 H^T$ = primeira linha de H^T
 - $s_2 = e_2 H^T$ = segunda linha de H^T

Nota: as linhas de H^T são sempre não nulas.



$$G = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right]$$

Table 13.2-1 Codewords for the (7, 4) Hamming code

M	C	w(X)	M	C	w(X)
0 0 0 0	0 0 0	0	1 0 0 0	1 0 1	3
0 0 0 1	0 1 1	3	1 0 0 1	1 1 0	4
0 0 1 0	1 1 0	3	1 0 1 0	0 1 1	4
0 0 1 1	1 0 1	4	1 0 1 1	0 0 0	3
0 1 0 0	1 1 1	4	1 1 0 0	0 1 0	3
0 1 0 1	1 0 0	3	1 1 0 1	0 0 1	4
0 1 1 0	0 0 1	3	1 1 1 0	1 0 0	4
0 1 1 1	0 1 0	4	1 1 1 1	1 1 1	7

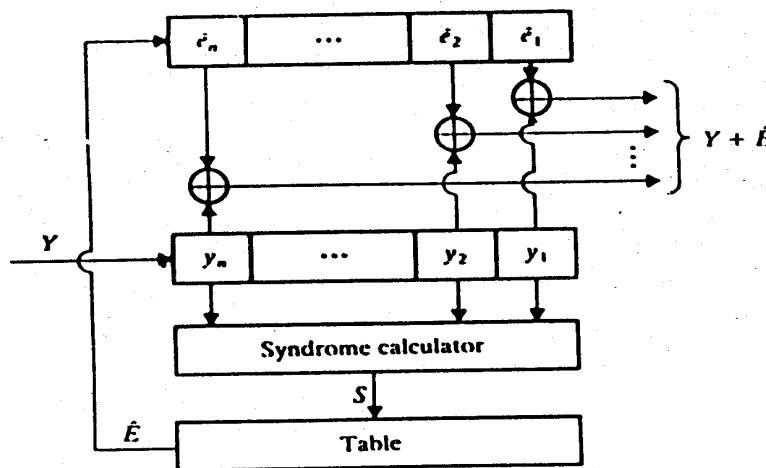


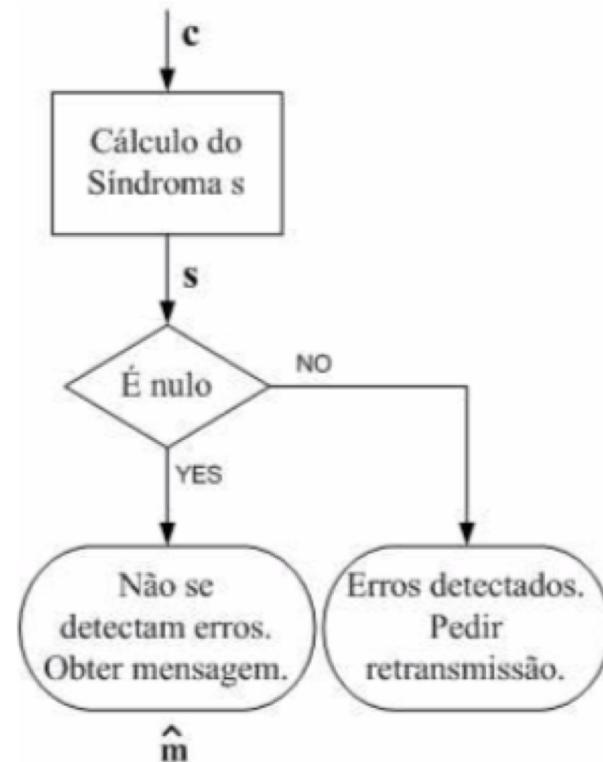
Figure 13.2-2 Table-lookup decoder.

Table 13.2-2 Syndromes for the (7, 4) Hamming code

S	E
0 0 0	0 0 0 0 0 0 0
1 0 1	1 0 0 0 0 0 0
1 1 1	0 1 0 0 0 0 0
1 1 0	0 0 1 0 0 0 0
0 1 1	0 0 0 1 0 0 0
1 0 0	0 0 0 0 1 0 0
0 1 0	0 0 0 0 0 1 0
0 0 1	0 0 0 0 0 0 1

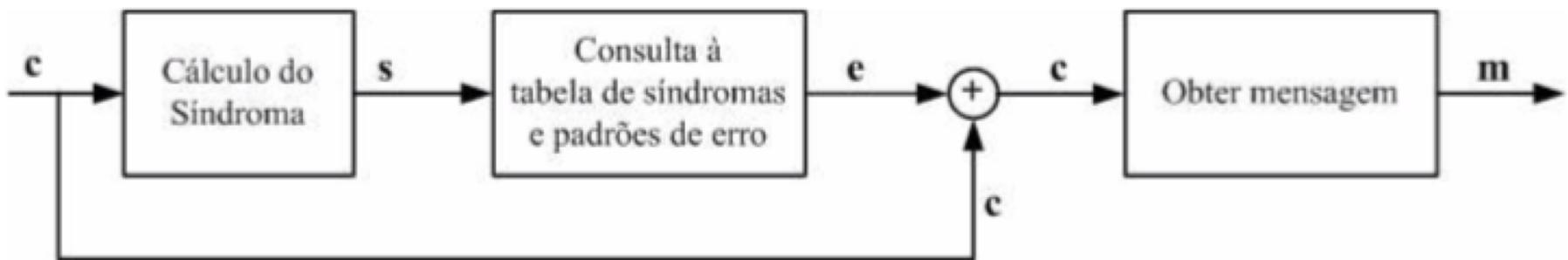
Descodificação: Modo Detecção (ARQ)

- Processo de descodificação em modo de detecção (ARQ)



Descodificação: Modo Correção (FEC)

- Processo de descodificação em modo de correção (FEC)



Comparação de códigos

Código	$R = k/n$	dmin	Detecta l	Corrigem t
Repetição (2,1)	0.500	2	1	0
Repetição (3,1)	0.333	3	2	1
Repetição (4,1)	0.250	4	3	1
Repetição (5,1)	0.200	5	4	2
Paridade (3,2)	0.666	2	1	0
Paridade (8,7)	0.875	2	1	0
Hamming (7,4) m=3	0.571	3	2	1
Hamming (15,11) m=4	0.733	3	2	1
Hamming (31,26) m=5	0.838	3	2	1

Aplicações

- Comunicação série assíncrona
 - 1 bit de paridade por cada byte
- Memórias RAM
 - 1 bit de paridade por cada byte
 - Mais do que 1 bit de paridade – ECC (error correcting code) RAM
- Teletexto
 - Hamming (8,4) – extensão do Hamming (7,4)
- Discos rígidos
 - Alguns usam código de Hamming – existem bits de paridade por cada sector

Aplicações

- RAID (Redundant array of Independent Disks)
 - RAID 1 – mirroring – código de repetição
 - RAID 2 – Hamming – no caso do Hamming (7,4) usa 7 discos (4 de dados + 3 paridade)
 - RAID 3 – parallel transfer with parity drive; usa código bit paridade, existem vários discos de dados e um de paridade
- Bluetooth (comunicação sem fios)
 - Usa código de repetição (3,1) - packet header
 - Usa Hamming modificado (15,10) – application data





Códigos Cíclicos

- Nos códigos cíclicos tem-se que qualquer rotação cíclica de qualquer ordem sobre uma palavra de código é ainda uma palavra de código

- Exemplo: código de bit de paridade par (3,2)

m	c
00	000
01	011
10	101
11	110

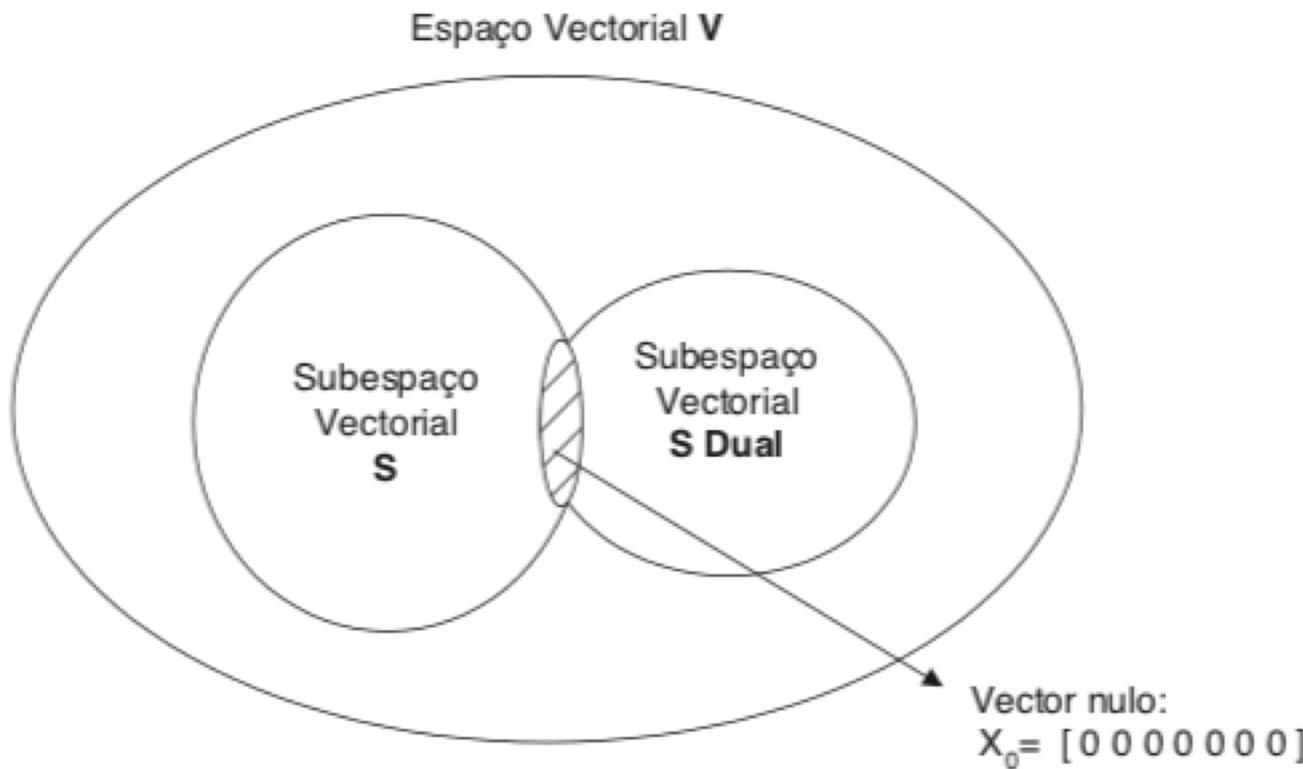
- Rotações sobre a palavra de código $\mathbf{c} = [c_{n-1} \ c_{n-2} \ \dots \ c_1 \ c_0]$.

$$\mathbf{c}' = [c_{n-2} \ c_{n-3} \ \dots \ c_0 \ c_{n-1}]. \quad \mathbf{c}'' = [c_{n-3} \ \dots \ c_0 \ c_{n-1} \ c_{n-2}].$$



Código lineares de bloco cíclicos

■ Códigos lineares de bloco e cíclicos



Palavras de código como polinómios

- A palavra de código $c = [c_{n-1}c_{n-2} \dots c_1c_0]$ podem ser analisadas como polinómios:

$$c(X) = c_{n-1}X^{n-1} + c_{n-2}X^{n-2} \pm \dots + c_1X + c_0$$

- Tem-se $c(X) = m(X)g(X)$ em que:
 - $c(X)$ é a palavra de código – polinómio de grau n-1
 - $m(X)$ depende da mensagem – polinómio de grau k-1
 - $g(X)$ polinómio gerador de grau q
- O número de bits redundantes (de paridade) corresponde ao grau do polinómio gerador



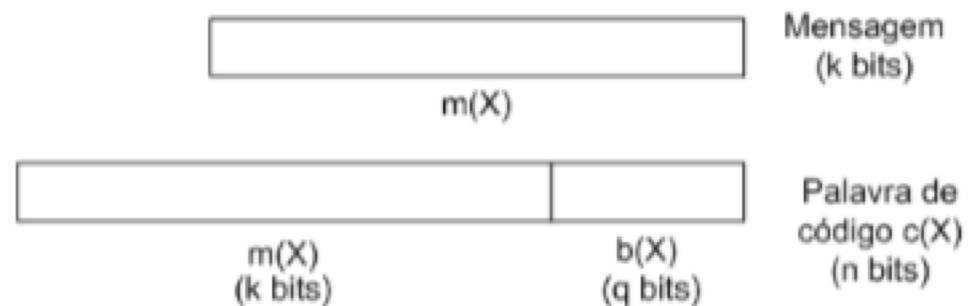
Polinómios geradores

Código	Polinómio gerador g(X)
CRC4	$X^4 + X^3 + X^2 + X + 1$
CRC7	$X^7 + X^6 + X^4 + 1$
CRC12	$X^{12} + X^{11} + X^3 + X^2 + X + 1$
CRC16	$X^{16} + X^{15} + X^2 + 1$
CRC-CCITT	$X^{16} + X^{12} + X^5 + 1$
CRC32	$X^{32} + X^{26} + X^{23} + X^{22} + X^{16} + X^{12} + X^{11} + X^{10} + X^8 + X^7 + X^5 + X^4 + X^2 + X + 1$



CRC – Cyclic Redundancy Check

- Num código cílico sistemático, as palavras têm a seguinte organização



- Os bits $b(X)$ que constituem um polinómio de grau $q-1$ designam-se por CRC – Cyclic Redundancy Check
- A palavra de código é gerada por:

$$c(X) = m(X)X^q + b(X) = m(X)X^q + \text{resto} \left[\frac{m(X)X^q}{g(X)} \right]$$



CRC

- O CRC resulta do resto da divisão de polinómios entre:
 - A mensagem deslocada de que bits para a esquerda
 - O polinómio gerador do código

$$CRC = b(X) = \text{resto} \left[\frac{m(X)X^q}{g(X)} \right]$$



Exemplo

- Exemplo de cálculo do CRC para código (7,4)

- $m(X) = X^3 + 1 = [1\ 0\ 0\ 1]$
- $g(X) = X^3 + X^2 + 1 = [1\ 1\ 0\ 1]$

$$\begin{aligned} CRC = b(X) &= \text{resto} \left[\frac{m(X)X^q}{g(X)} \right] = \text{resto} \left[\frac{(X^3 + 1)X^3}{X^3 + X^2 + 1} \right] = \text{resto} \left[\frac{X^6 + X^3}{X^3 + X^2 + 1} \right] \\ &= X + 1 \end{aligned}$$

1 0 0 1 0 0 0	1 1 0 1
1 1 0 1	1 1 1 1
0 1 0 0 0	
1 1 0 1	
0 1 0 1 0	
1 1 0 1	
0 1 1 1 0	
1 1 0 1	
0 <u>0</u> 1 1	

$$\begin{aligned} c(X) &= m(X)X^3 + b(X) = (X^3 + 1)X^3 + (X + 1). \\ &= X^6 + X^3 + X + 1 \\ &= [1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1] \end{aligned}$$



CRC

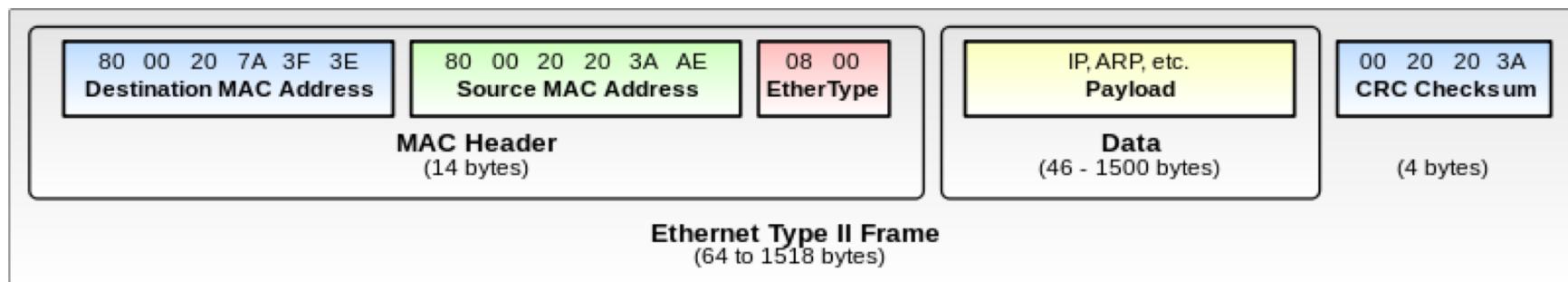
- Tipicamente é utilizado em modo de **detecção** de erros
- Quando a distância mínima do código for maior ou igual a 3, também pode ser usado em modo **correcção**
- Tipicamente temos um número reduzido de bits de paridade calculado para elevado número de bits de mensagem
 - $n >> q > 1$
- O CRC tem elevada capacidade de detecção de erros, especialmente de *burst* de erros (rajada de erros)
- Um *burst* ou rajada de erros define-se como um bloco contíguo de bits recebidos em erro; o primeiro e último bit distam B bits entre si, sendo B o comprimento do *burst*

CRC

- Elevada capacidade de deteção de erros:
 - Todos os *burst* de dimensão q ou menor
 - Uma fração dos *burst* de dimensão $q+1$: $1 - 2^{-(q-1)}$
 - Uma fração dos *burst* de dimensão superior a $q+1$: $1 - 2^{-q}$
 - Todas as combinações de d_{min} ou menos erros
 - Todos os padrões com número ímpar de erros, quando o gerador tem número par de coeficientes não nulos
- Por exemplo, para o código CRC7 tem-se
 - Todos os burst de dimensão 7 ou menor
 - $1 - 2^{-(q-1)} = 1 - 2^{-(7-1)} = 98,44\%$ dos burst de dimensão 8
 - $1 - 2^{-q} = 1 - 2^{-(7)} = 99,2\%$ dos burst de dimensão superior a 8
 - Todos os padrões com número ímpar de erros

Aplicações

- Norma Ethernet 802.3 (LAN)
- Usa CRC32 (32bits) para verificação da integridade da trama
- O campo FCS – Frame Check Sequence no header da trama tem sempre 32 bits, independentemente da dimensão da trama



- Compressores, como o RAR, usam CRC32 para verificação da integridade de cada ficheiro comprimido
 - Antes de descomprimir o ficheiro, verifica a integridade do ficheiro



Bibliografia

- Meneses, C. “Comunicação de Dados”, Sebenta ADEETC - 2012
- Artur Ferreira, “Códigos detectores e corretores de erros”

