

UNIVERSITÁ DI PISA



**DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE**

**LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA ROBOTICA E
DELL'AUTOMAZIONE**

CORSO DI CONTROLLO DEI SISTEMI INCERTI

Controllo Robusto di un Hard Disk Drive

Fabio D'Onofrio

Indice

1. Introduzione	3
2. Modello del sistema	3
3. Descrizione delle incertezze	4
4. Specifiche	5
5. Formulazione del problema del controllo robusto ..	6
6. Definizione dei pesi	7
7. Progetto dei controllori	
7.1. Controllore classico	10
7.2. Controllore LQG	12
7.3. Controllore LTR	16
7.4. Controllore H infinito	21
7.5. Controllore mu	24
8. Analisi di NP,RS,RP	27
9. Conclusioni	30
10. GUI	31
11. Organizzazione del codice	37

1. Introduzione

L'HDD(Hard Disk Drive) è costituito da dischi rivestiti di materiale magnetico dai/sui quali vengono letti/scritti i dati su cerchi circoncentrici detti tracks, tramite le “teste” alloggiate su un braccio rotante attuato dal “Voice Coil Motor(VCM)”.

Controllando la corrente che scorre nell'avvolgimento, si posizionano le teste nel punto desiderato per la scrittura/lettura della traccia(“track following mode”).

Lo scopo di questo lavoro è quello di progettare un controllore in grado di garantire determinate specifiche di stabilità e di performance a ciclo chiuso in presenza di incertezze, disturbi e rumori inevitabilmente presenti.

2. Modello del sistema

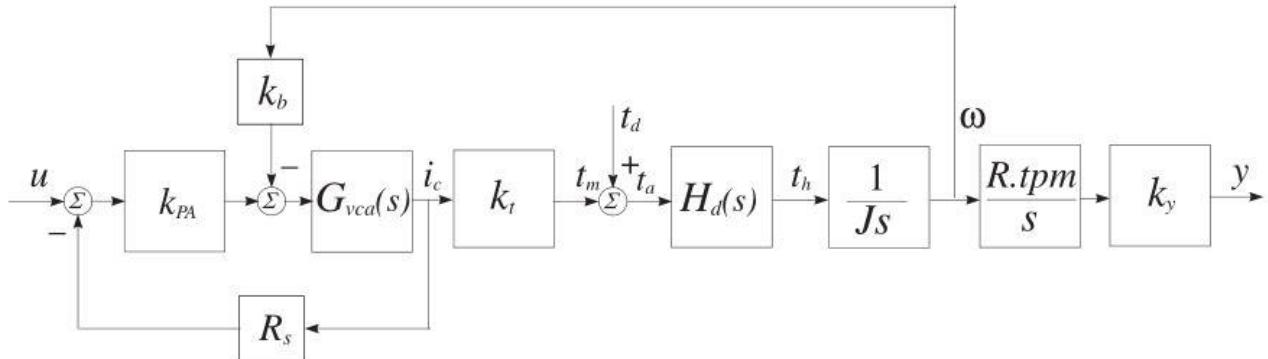


Figura 1: Modello a blocchi del sistema

I parametri del modello dell'HDD sono:

- J= momento d'inerzia del braccio rotante;
- R= lunghezza del braccio;
- Kpa= guadagno dell'amplificatore di potenza (valore fisso).
- Kt= costante di coppia del VCM;
- Kb= costante di forza controelettromotrice del motore;
- Ky= guadagno nella misura di posizione;
- Rcoil= resistenza del Voice Coil;
- Rs= resistenza di feedback dell'amplificatore di potenza;
- Lcoil= induttanza del Voice Coil;
- emax= tensione di saturazione dell'amplificatore di potenza;
- RPM= velocità di rotazione del disco;
- tw= larghezza della traccia;
- tpm= numero di tracce per metro (valore fisso).
- ω1, ω2, ω3, ω4= pulsazioni dei modi risonanti presi in considerazione;
- ξ1, ξ2, ξ3, ξ4= smorzamenti dei modi risonanti presi in considerazione;
- b1,b2,b3,b5,b6,b7,b8= coefficienti di accoppiamento dei modi.

Gli unici parametri noti con precisione assoluta sono il guadagno dell'amplificatore Kpa(10) e il numero di tracce per metro(10^6), gli altri 27 sono tutti affetti da errore(alcuni con incertezza percentuale anche del 10-20%).

Il disturbo di coppia Td è dovuto soprattutto a urti, vibrazioni esterne, attrito nella rotazione del braccio, rumore nell'amplificatore e nel convertitore D/A. Ha contenuto frequenziale di solito al di sotto dei 500 Hz.

Il rumore di misura sul segnale di posizione è dovuto a errori di quantizzazione, risoluzione finita del convertitore A/D, ed ha contenuto spettrale solitamente alle alte frequenze.

Una limitazione nella sintesi di servo-controllori per l'HDD è data dalla presenza dei modi risonanti della meccanica dell'attuatore: i principali tra questi (che sono i 4 considerati in questo progetto) hanno frequenze comprese tra i 50 Hz e gli 8800 Hz.

Poiché si ha la necessità di garantire altissime performance di tracking (settling time dell'ordine del ms), non è possibile fare in modo che tali modi risonanti siano attenuati tramite il controllo, poiché questo richiederebbe una banda troppo stretta, che renderebbe troppo lento il sistema.

3. Descrizione delle incertezze

In questo lavoro vengono considerate le incertezze dei soli parametri del modello di corpo rigido (J , K_t , K_y) e delle pulsazioni e smorzamenti dei modi risonanti ($\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$), in quanto questi 11 parametri sono quelli che più influenzano la stabilità e le performance a ciclo chiuso del sistema.

I modi risonanti sono descritti tramite la funzione di trasferimento seguente, data dalla somma dei 4 modi presi in considerazione:

$$H_d(s) = \sum_{j=1}^4 \frac{b_{2j} * \omega_j * s + b_{j-1} * \omega_j^2}{s^2 + 2 * \xi_j * \omega_j * s + \omega_j^2}$$

Ciascun modo risonante può essere rappresentato nello spazio di stato come in figura sottostante, dalla quale si nota come la pulsazione ω si ripeta due volte.

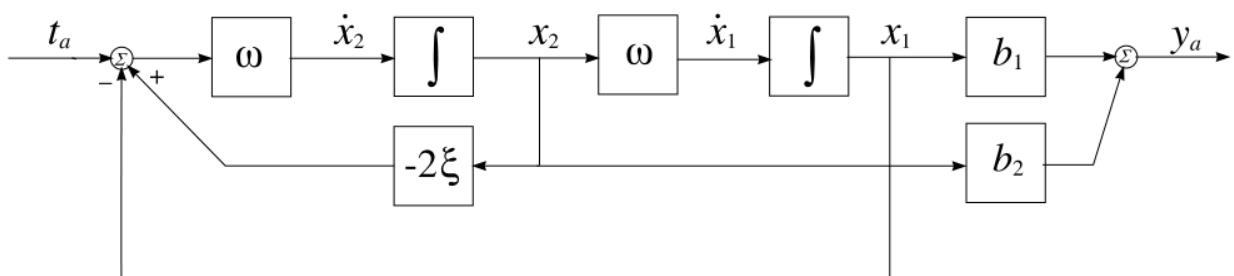


Figura 2: rappresentazione di un modo risonante

Pertanto, considerando un blocco d'incertezza

$$\Delta = \text{diag}\{\delta_{\omega 1}, \delta_{\omega 1}, \delta_{\xi 1}, \delta_{\omega 2}, \delta_{\omega 2}, \delta_{\xi 2}, \delta_{\omega 3}, \delta_{\omega 3}, \delta_{\xi 3}, \delta_{\omega 4}, \delta_{\omega 4}, \delta_{\xi 4}, \delta_{kt}, \delta_J, \delta_{ky}\}$$

Il sistema incerto G può essere rappresentato tramite una Upper Linear Fractional Transformation del sistema nominale G_{nom} con il blocco d'incertezza Δ :

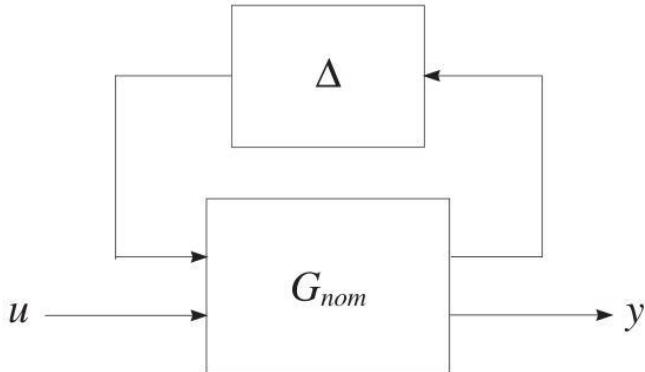


Figura 3: rappresentazione del sistema incerto come $G=LFTu(G_{nom}, \Delta)$

4. Specifiche

1. Massimo picco del guadagno a ciclo chiuso (tra r e y) < 4dB (≈ 1.585)
2. Guadagno in anello aperto > 20dB a 100Hz
3. Errore a regime a gradino < 0.1μm
4. Settling time al 5% < 1.5ms
5. Banda a ciclo chiuso > 1000 Hz (≈ 6280 rad/s)
6. Margine di guadagno GM > 5dB
7. Margine di fase PM > 40°
8. Azione di controllo < 1.2V

La specifica 1 equivale a richiedere un basso overshoot nella risposta a gradino;

la specifica 2 è per la reiezione dei disturbi in bassa frequenza mentre 3,4, e 5 sono specifiche di performance, in particolare la specifica sul settling time è molto restrittiva e, come si vedrà in seguito, molto difficile da ottenere;

le specifiche 6 e 7 equivalgono a richiedere buona robustezza a incertezze di guadagno ed eventuali ritardi e, come si vedrà in seguito, sono anche buoni indicatori della robustezza alle incertezze parametriche, anche se non esaustivi come il valore singolare strutturato;

infine l'ultima è probabilmente la più importante di tutte: se il controllo superasse 1.2 volt, arriverebbero all'amplificatore più di 12V, il che lo porterebbe a saturare e a non avere più un comportamento lineare, per cui la sintesi fatta in questa sede sul sistema lineare non sarebbe più valida.

5. Formulazione del problema del controllo robusto

Di seguito è raffigurato lo schema per la formulazione della sintesi del controllore.

Si hanno 4 ingressi:

- Riferimento(r)
- Disturbo(d)
- Rumore(n)
- Controllo(u)

E 3 uscite:

- Uscita pesata(e_y)
- Controllo pesato(e_u)
- Ingresso del controllore(y_c)

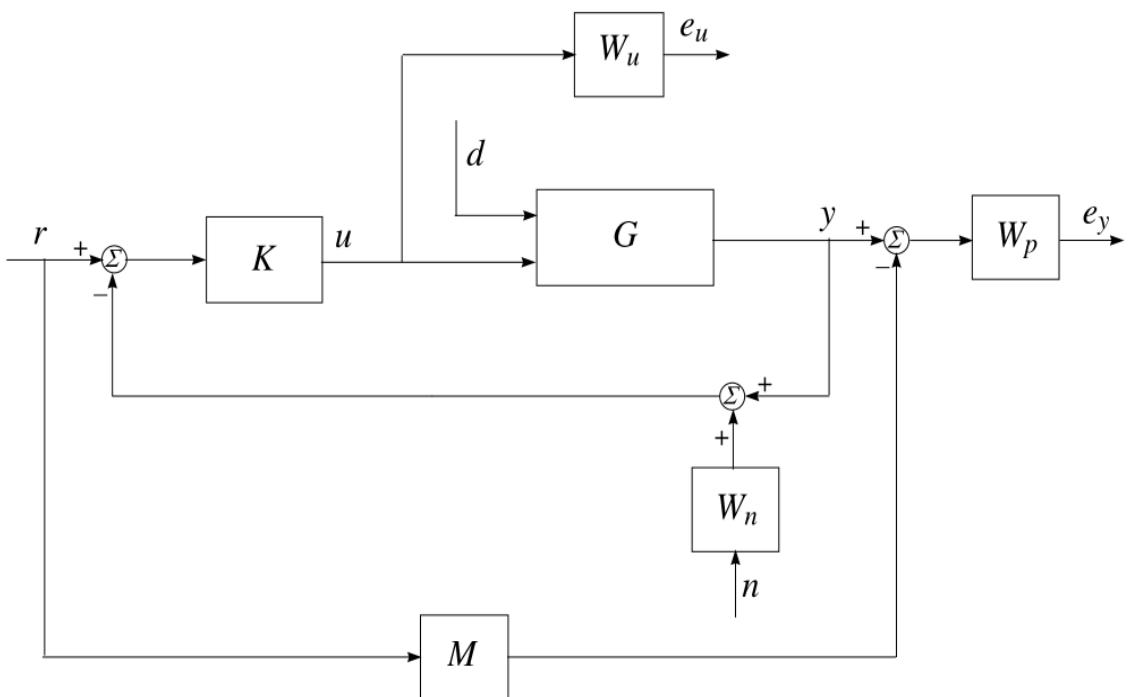


Figura 4: schema complessivo del sistema per la sintesi dei controllori robusti

Il sistema incerto può essere scritto come $G=LFTu(Gnom, \Delta)$ in cui il blocco Δ d'incertezza è diagonale di dimensioni 15×15 ed ha norma infinito limitata ($\|\Delta\|_{\infty} < 1$).

Il sistema può essere rappresentato nella forma generale del problema del controllo:

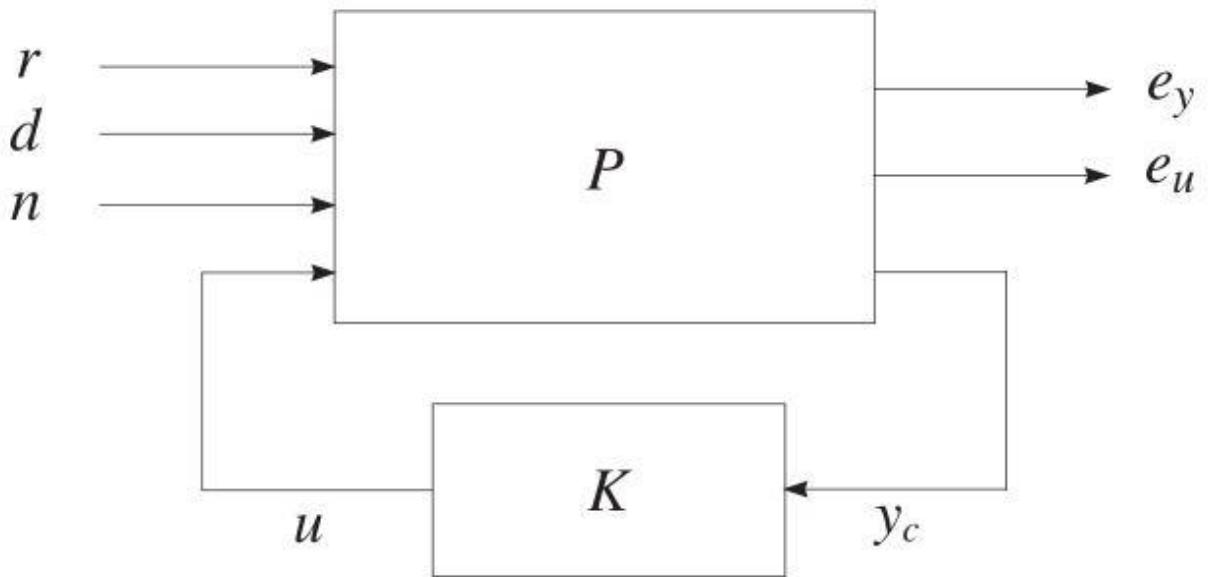


Figura 5: formulazione generale del problema del controllo

L'obiettivo della sintesi è di progettare un controllore K in grado di mantenere piccoli $\|e_y\|_{\infty}$ e $\|e_u\|_{\infty}$ per qualsiasi matrice di perturbazione Δ della forma sopra descritta.

6. Definizione dei pesi

Per formulare il problema per la sintesi di un controllore robusto, si definiscono le seguenti funzioni:

- Modello ideale a ciclo chiuso:
F.d.t. con settling time inferiore a 1.5ms e senza overshoot

$$\rightarrow M(s) = \frac{1}{3.75 \cdot 10^{-9} \cdot s^2 + 1.2 \cdot 10^{-4} + 1}$$

che ha overshoot nullo e settling time di circa 0.3ms.

- Peso per il rumore:
Essendo il rumore in alta frequenza, viene utilizzato un filtro passa alto con guadagno alle alte frequenze di $6 \cdot 10^{-2} V = 60 mV$, che corrisponde a

$$\frac{60 mV}{k_y [\frac{V}{track}]} = \frac{60 mV}{1.2 [\frac{V}{track}]} = 0.05$$
, ovvero il 5% della larghezza di una traccia(50 nanometri).

$$W_n(s) = 6 \cdot 10^{-4} * \frac{0.1 \cdot s + 1}{0.001 \cdot s + 1}$$

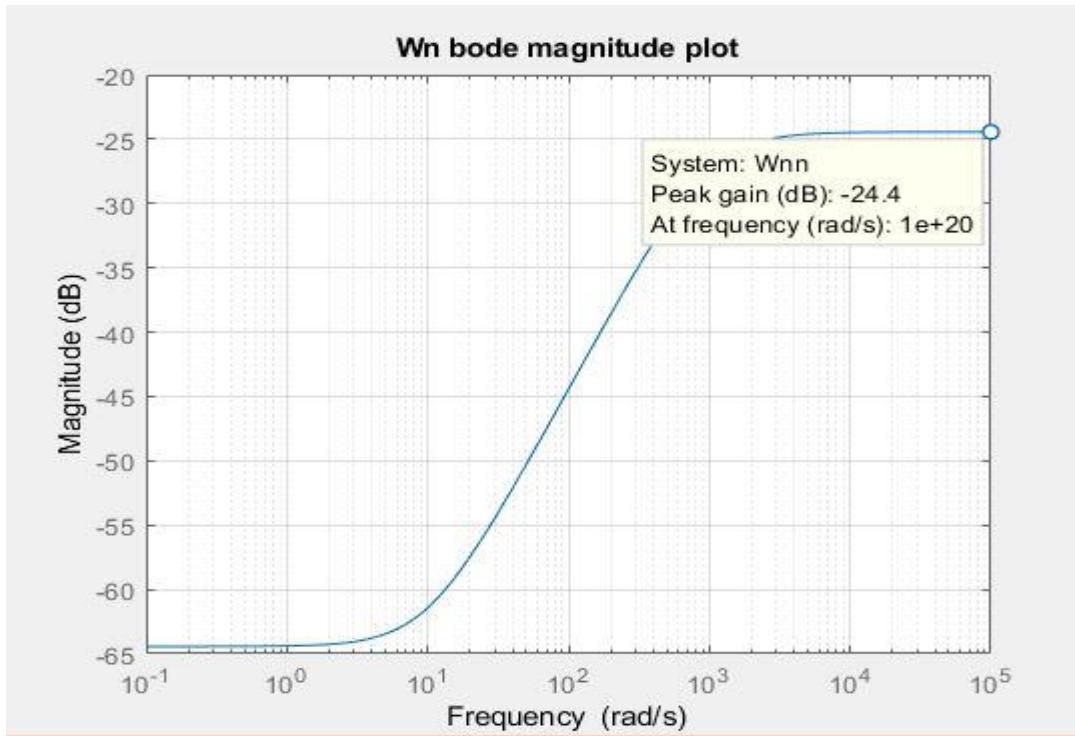


Figura 6: diagramma di Bode dell'ampiezza di Wn

- Peso per la performance:
viene scelto in modo da impostare errore a regime piccolo e reiezione dei disturbi in bassa frequenza

$$W_p(s) = 10^{-4} * \frac{s^2 + 8 \cdot 10^4 \cdot s + 10^8}{s^2 + 7 \cdot 10^4 \cdot s + 2.5 \cdot 10^4}$$

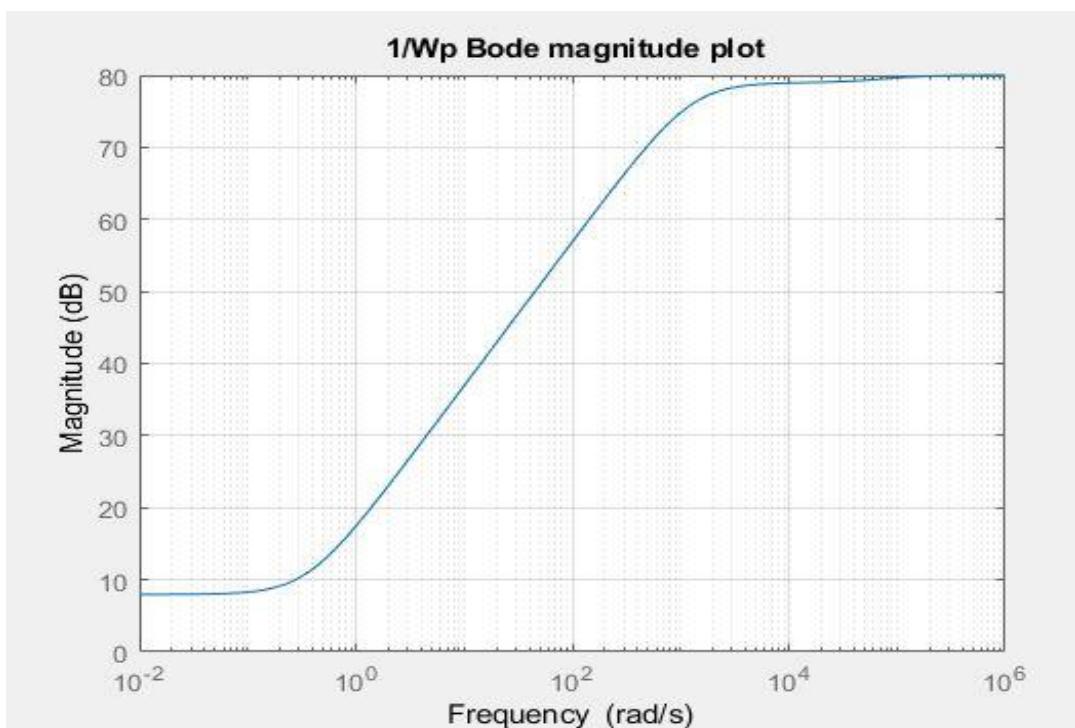


Figura 7: diagramma di Bode dell'ampiezza di 1/Wp

- Peso per il controllo:
viene scelto in modo da imporre che l'azione di controllo sia ben inferiore a 1.2V

$$W_u(s) = 10^{-6} * \frac{0.55*s^2 + s + 1}{10^{-4}*s^2 + 2.1*10^{-3}*s + 1}$$

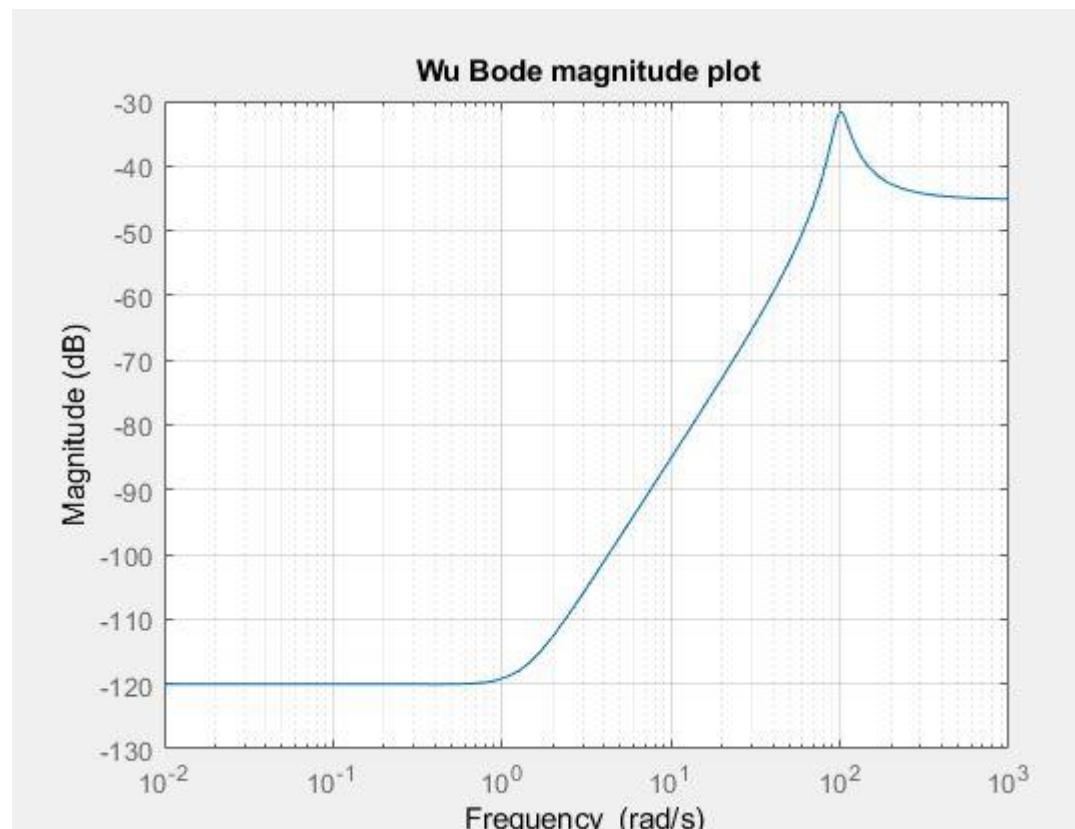


Figura 8: diagramma di Bode dell'ampiezza di Wu

7.1 Controllore classico

Il controllore classico è stato progettato tramite il controlSystemDesigner di Matlab(versione 2017) direttamente piazzando “a mano” poli e zeri del controllore fino ad ottenere le specifiche riguardanti il settling time e il controllo massimo. Il controllore ottenuto è:

$$K = \frac{1.2 \times 10^6 * (s + 2000)}{(s + 4 \times 10^5) * (s + 6 \times 10^5)}$$

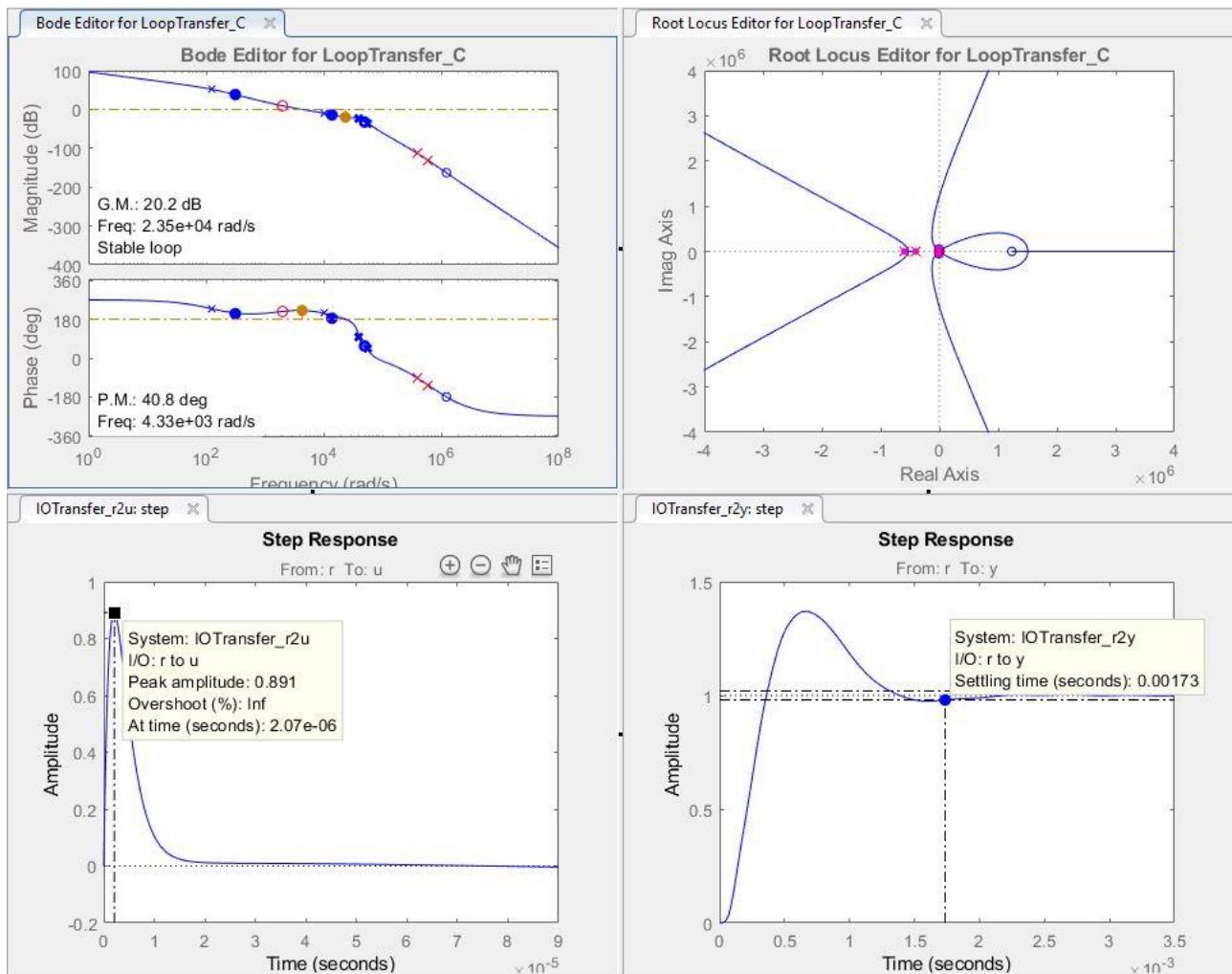


Figura 9: schermata del controlSystemDesigner con diagramma di bode, luogo delle radici, azione di controllo e uscita a ciclo chiuso in risposta a riferimento a gradino, con il controllore classico.

Si ha un margine di guadagno di 20.2dB, un margine di fase di 40.8° e una pulsazione di taglio di 4.33 krad/s.

Il settling time è di 1.73ms mentre il controllo massimo è di 0.891V.

Il disturbo(0.0005Nm) non viene reiettato:

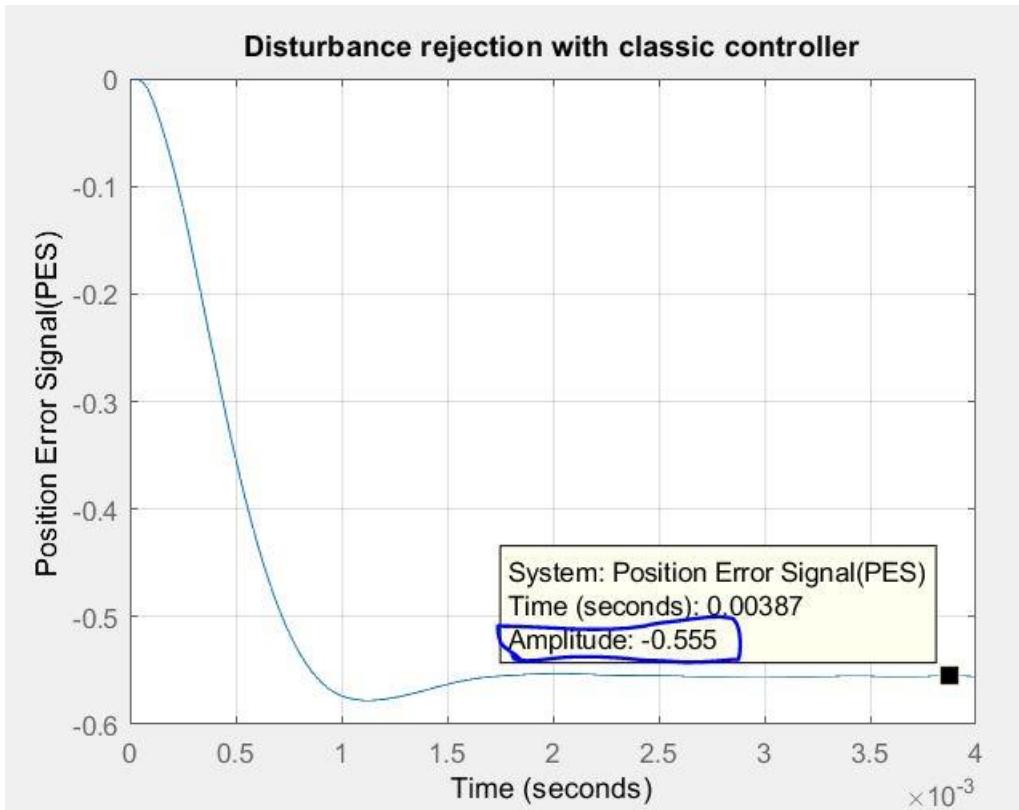


Figura 10: reiezione di coppia di disturbo di 0.0005Nm con il controllore classico

Il picco della f.d.t. in anello chiuso dal riferimento all'uscita è di $3.66\text{dB}=1.524$.

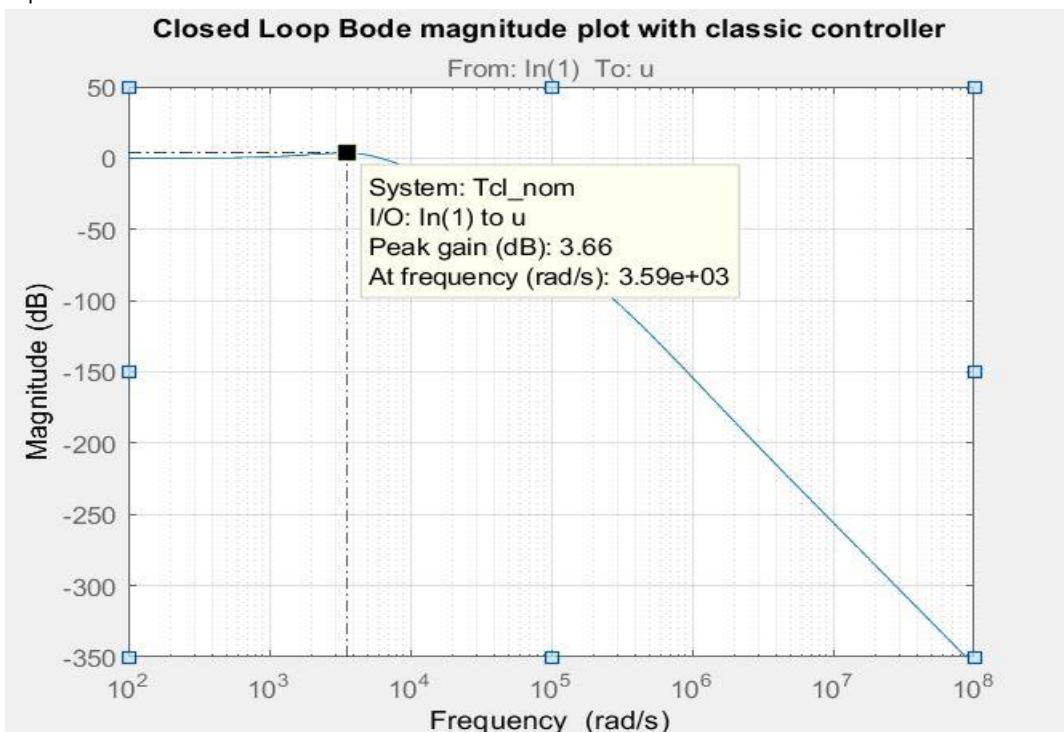


Figura 11: diagramma di bode dell'ampiezza in anello chiuso con controllore classico

Il controllore classico è salvato nella variabile `Kcl.mat`

7.2 Controllore LQG

Dato sistema lineare tempo invariante (A, B, C, D) con rumore di processo w_d e rumore di misura w_n entrambi bianchi e gaussiani, mutuamente indipendenti e con matrici di covarianza W e V , rispettivamente, il controllo LQG è il controllo ottimale che minimizza il funzionale

$$J = E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} * \int_0^T (x' Q x + u' R u) dt \right\}$$

Dove Q è matrice simmetrica almeno semi definita positiva e R è matrice simmetrica definita positiva. La soluzione di tale problema consiste in due fasi.

Prima si determina la soluzione del problema classico lineare quadratico (LQR): $u(t) = -K_r^* x(t)$ che minimizza il funzionale di costo deterministico $\int_0^{\infty} (x' Q x + u' R u) dt$

con $K_r = R^{-1} B'^* X$

e dove X è soluzione dell'equazione algebrica di Riccati ($A'X + XA + Q - XBR^{-1}B'X = 0$).

Successivamente si calcola la stima ottima dello stato (\hat{x}) che minimizza l'errore quadratico medio di stima, la soluzione è data dal filtro di Kalman $K_f = Y^* C'^* V^{-1}$ dove Y è soluzione dell'equazione algebrica di Riccati ($AY + YA' + W - YC'V^{-1}CY = 0$) e il controllo finale è $u = -K_r^* \hat{x}$

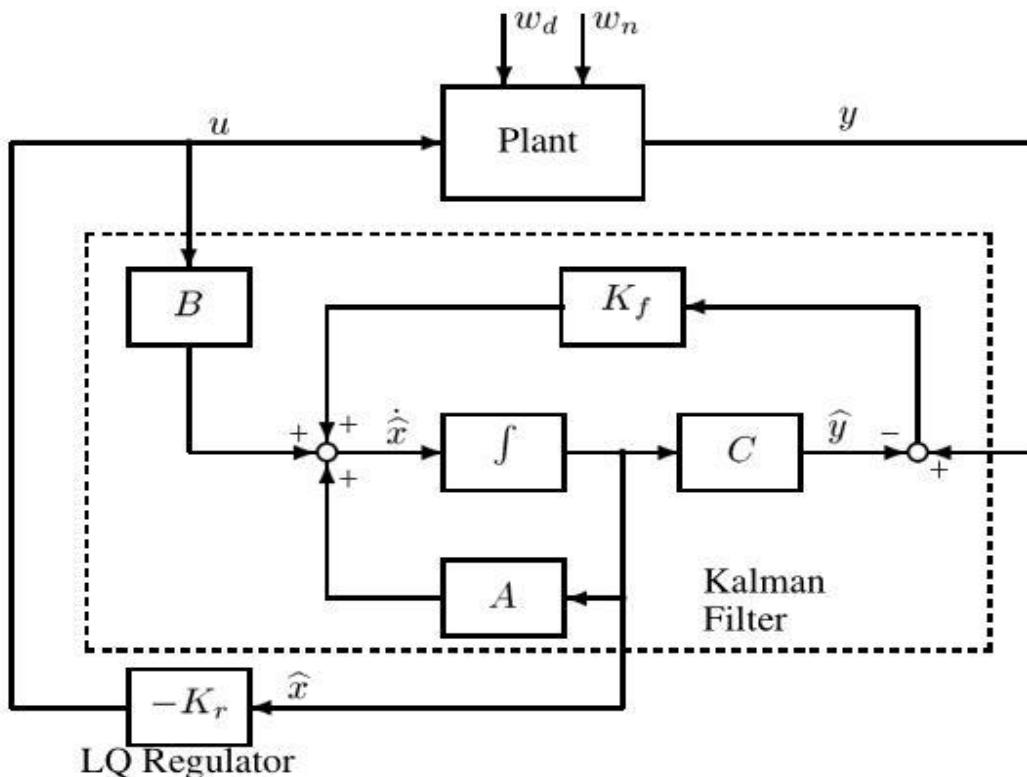


Figura 12: schema a blocchi del controllore LQG

Il controllore LQG ottenuto, aggiungendo azione integrale per forzare l'inseguimento del riferimento, è di ordine 12; le prestazioni sono visibili nelle figure 13-17.

L'errore(Position Error Signal) ha un overshoot del 24.3% e un settling time di 2.8ms.

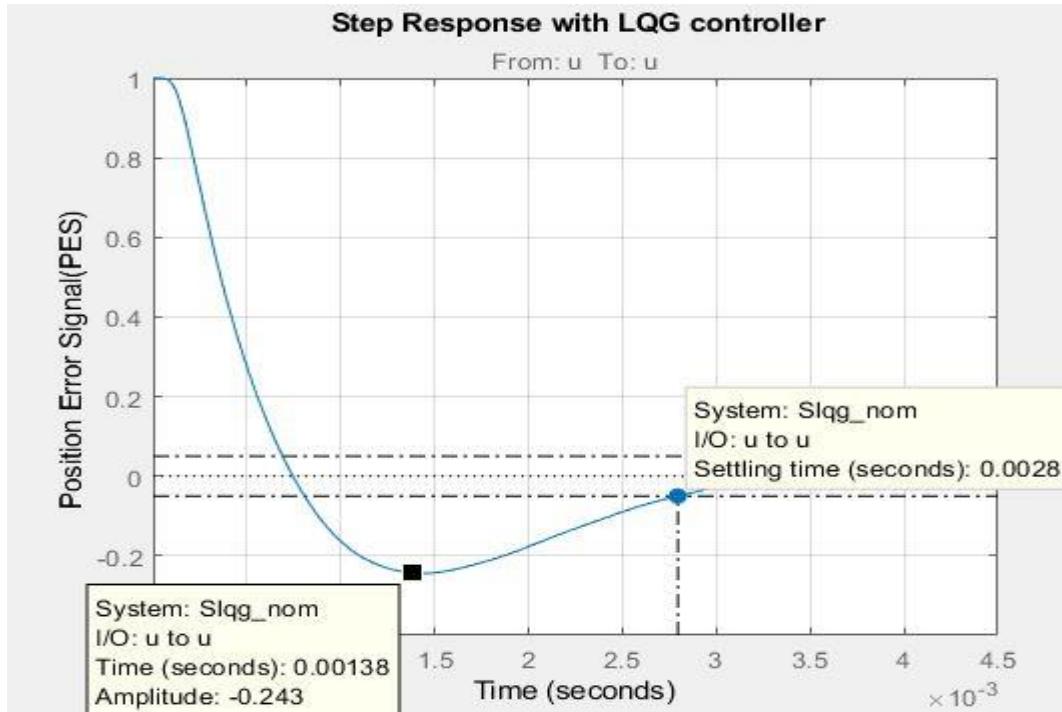


Figura 13: PES con il controllore LQG

La risposta a un disturbo di 0.0005Nm evidenzia, oltre che la lentezza nella reiezione, il picco dell'errore di posizione ben al di sopra di 1(un PES pari a 1 equivale ad un errore di una traccia,ovvero al mal funzionamento dell'HDD):

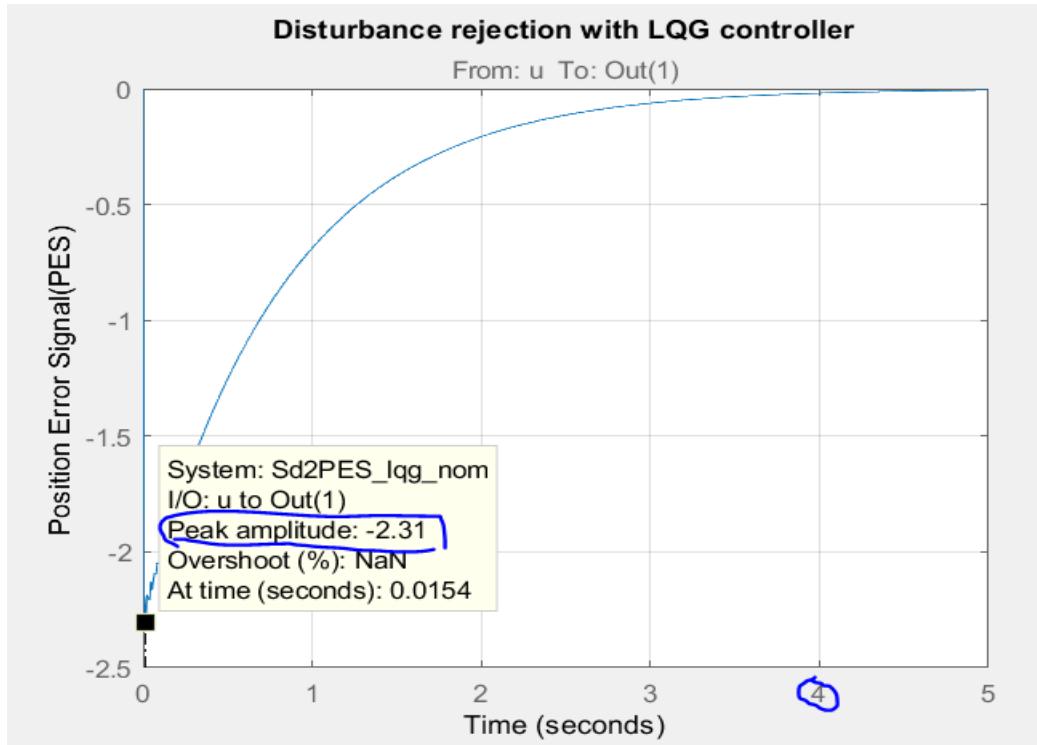


Figura 14: reiezione di coppia di disturbo di 0.0005Nm con il controllore LQG

L'azione di controllo è molto ridotta (infatti non riesce a soddisfare le specifiche di performance a ciclo chiuso sul sistema nominale) e ha un picco di appena 38.9mv

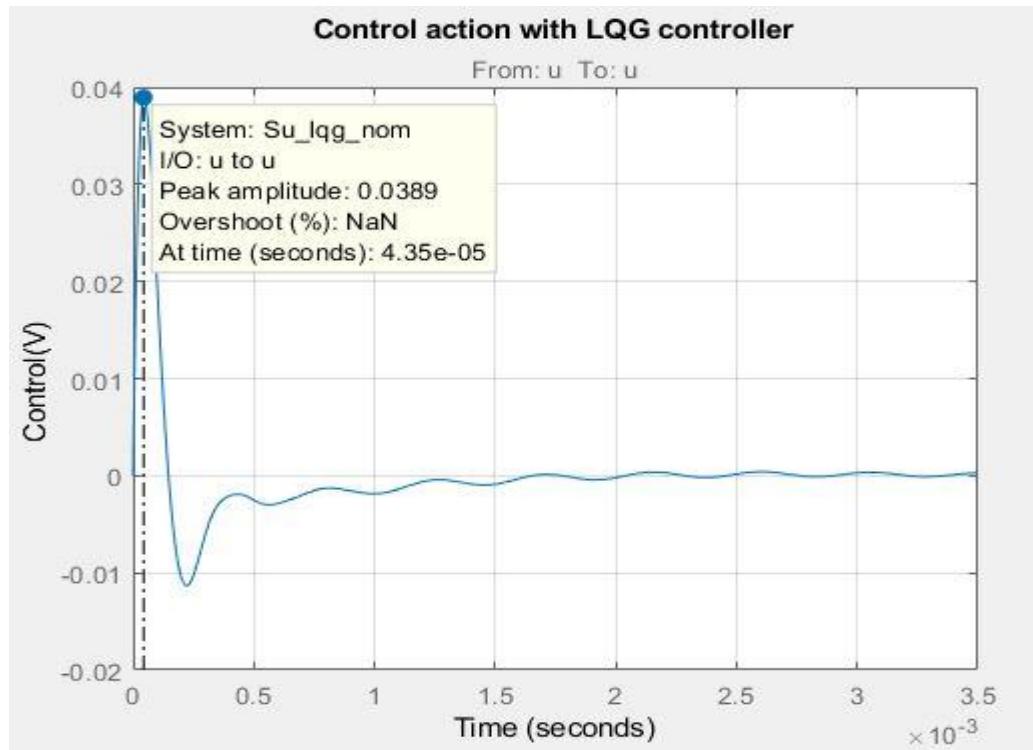


Figura 15: uscita del controllore LQG

Il margine di guadagno è di 16.2dB, quello di fase 53° e la pulsazione di taglio è circa 2.15 krad/s

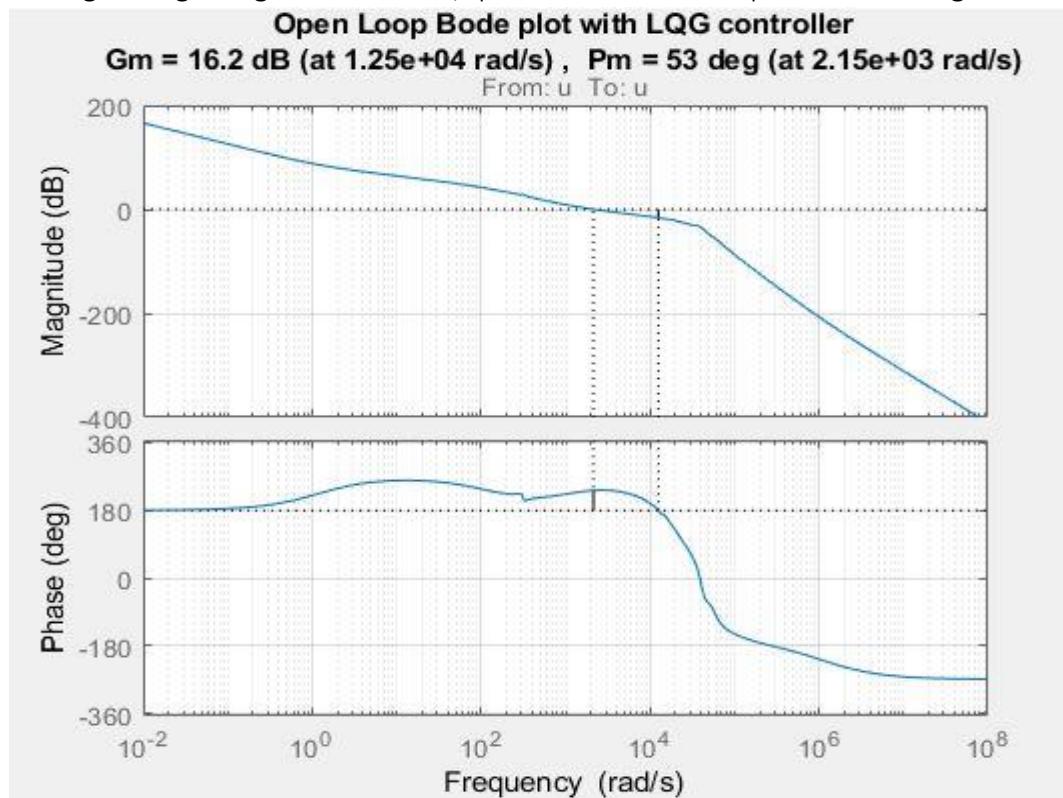


Figura 16: diagrammi di Bode in anello aperto con il controllore LQG

Il picco della f.d.t. in anello chiuso dal riferimento all'uscita è di $2.49\text{dB} = 1.3183$.

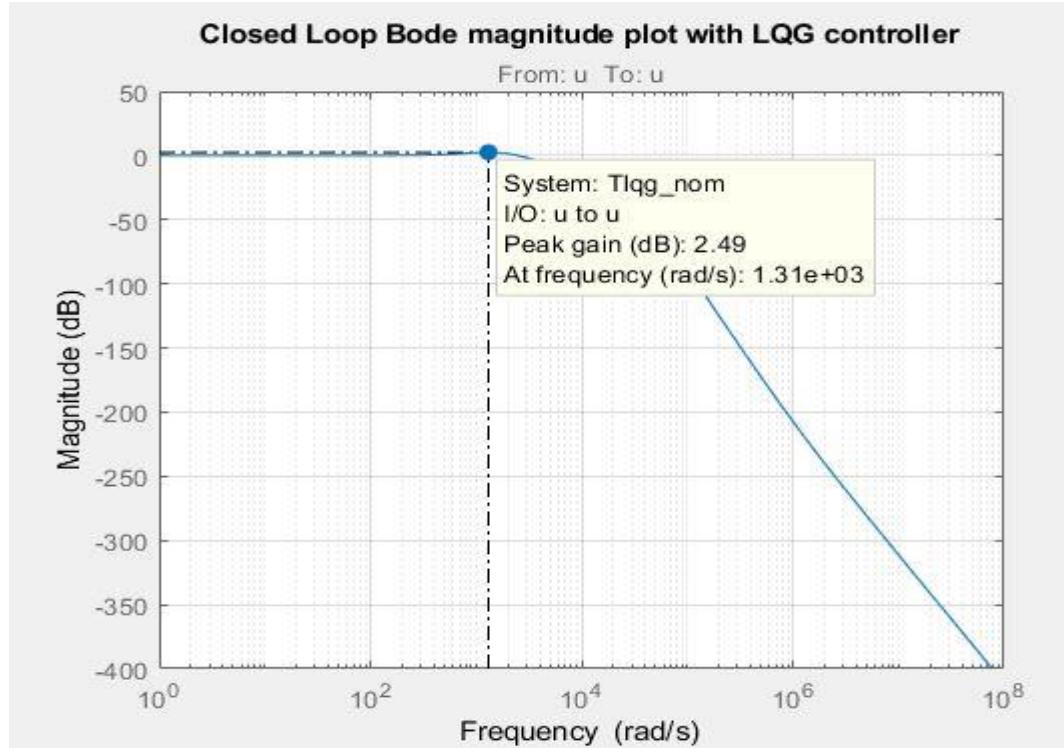


Figura 17: diagramma di bode dell'ampiezza in anello chiuso con controllore H infinito

7.3 Controllore LTR

Un controllore LQR ha buoni margini di stabilità agli ingressi del sistema, mentre un filtro di Kalman ha buoni margini di stabilità alle uscite del sistema. Il controllore LQG complessivo però perde tali caratteristiche e risulta di fatto molto poco robusto, ciò è visibile dalla rappresentazione del controllore LQG seguente:

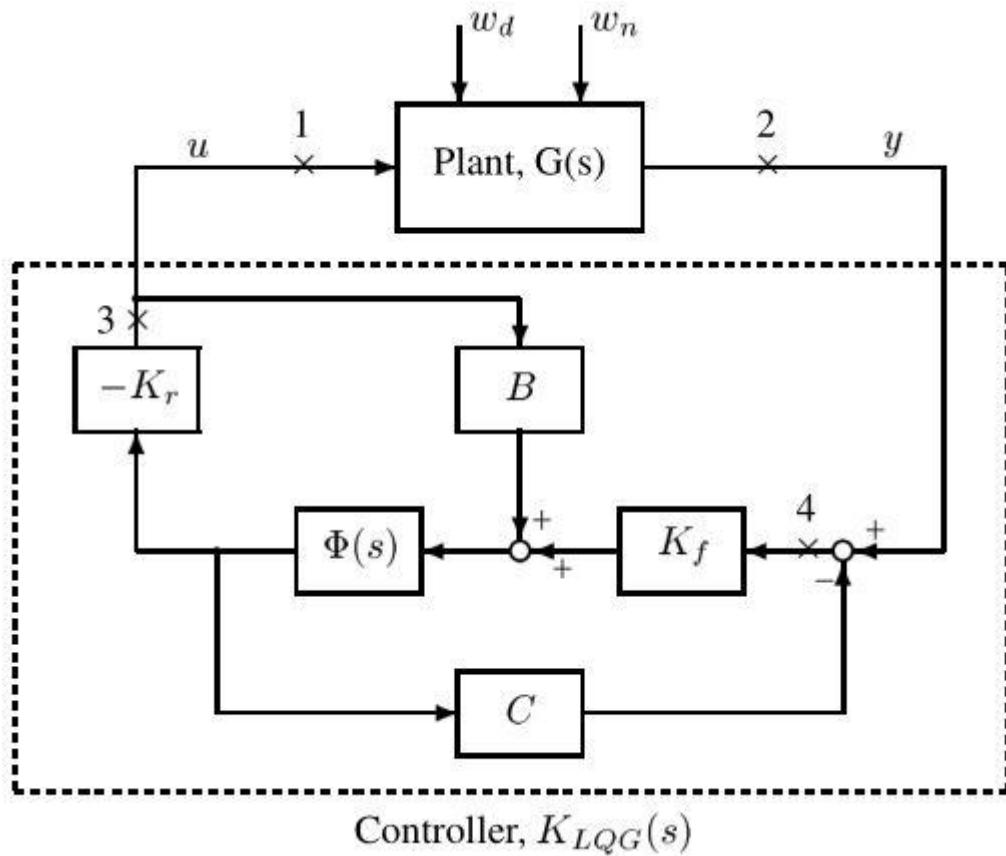


Figura 18: schema a blocchi alternativo del controllore LQG

Dove $\varphi(s) = (sI - A)^{-1}$, K_r è la soluzione del problema LQR e K_f è il filtro di Kalman.

Le funzioni di trasferimento d'anello associate ai 4 punti indicati in figura sono:

$$L1(s) = K_r * [\varphi(s)^{-1} + B * K_r + K_f * C]^{-1} * K_f * C * \varphi(s) * B = -K_{lqg}(s) * G(s)$$

$$L2(s) = -G(s) * K_{lqg}(s)$$

$$L3(s) = K_r * \varphi(s) * B$$

$$L4(s) = C * \varphi(s) * K_f$$

$L3(s)$ è la f.d.t. del regolatore lineare quadratico, mentre $L4(s)$ è la f.d.t. del filtro e sono quindi robuste rispettivamente agli ingressi e alle uscite.

Il Loop Transfer Recovery consiste nel far tendere $L1(s)$ ad $L3(s)$ ("recupero sull'ingresso") oppure $L2(s)$ a $L4(s)$ ("recupero dall'uscita"). Viene utilizzata la seconda procedura.

In sostanza si modifica il sistema generato dall'LQG ($L_2(s)$) creando una famiglia di sistemi $L_2(\rho)$ con $L = L_2(1)$ sistema nominale, e per $\rho \rightarrow 0$ la sensitività in uscita di anello chiuso

$S = (I + G^* K_{lqg}(\rho))^{-1}$ si avvicina alla funzione di sensitività $L_4(s)$ del controllore in retroazione. In altre parole viene ridotta la sensitività del controllore $K_{lqg}(\rho)$ aumentando il costo dell'LQG attraverso un parametro q , dove $Q(q) = Q+q C' C$.

In realtà questa tecnica è applicabile solo a sistemi a fase minima, mentre il sistema in esame presenta uno zero a parte reale positiva. Tuttavia la frequenza dello zero destro è molto alta(dell'ordine di 10^6 rad/s), quindi, piuttosto che effettuare un recupero con q tendente a infinito, si è fatto tendere q alla frequenza dello zero destro(è stato scelto $q=10^5$). Il "recupero" così ottenuto non è perfetto:

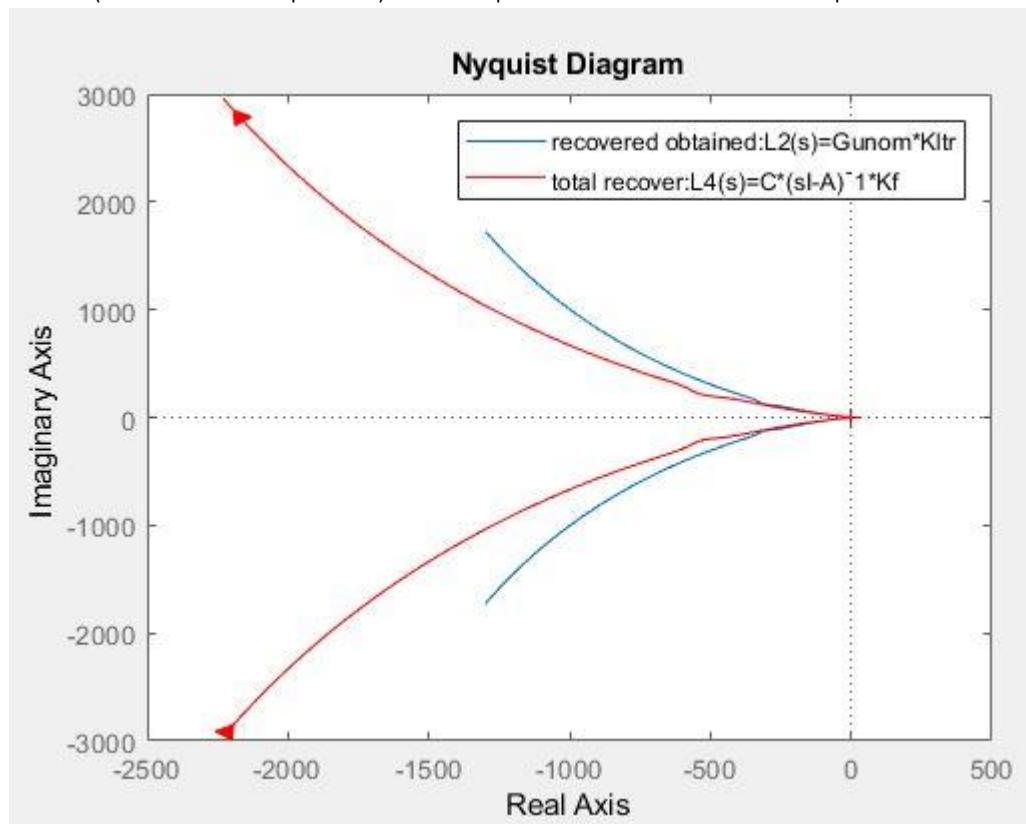


Figura 19: diagramma di Nyquist del loop transfer recovery ottenuto

Il settling time è sotto 1ms, mentre l'overshoot è di circa il 37%.

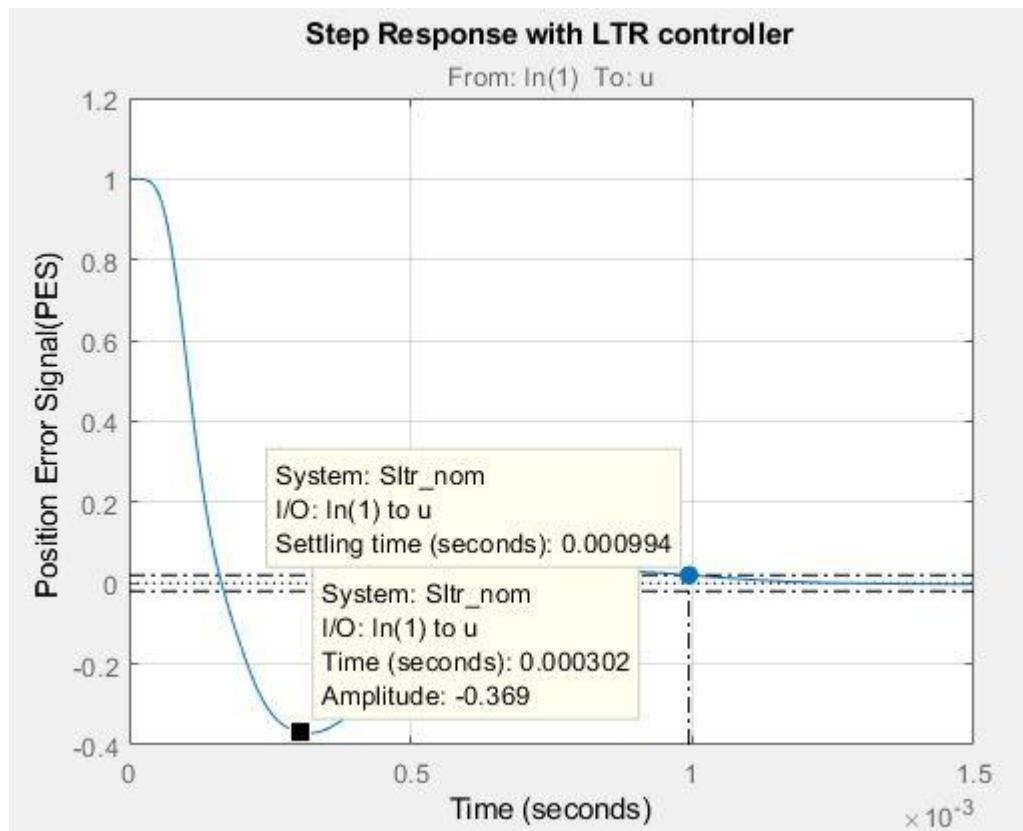


Figura 20: PES con il controllore LTR

Così come il controllore LQG, nemmeno il controllore LTR reietta il disturbo di 0.0005Nm:

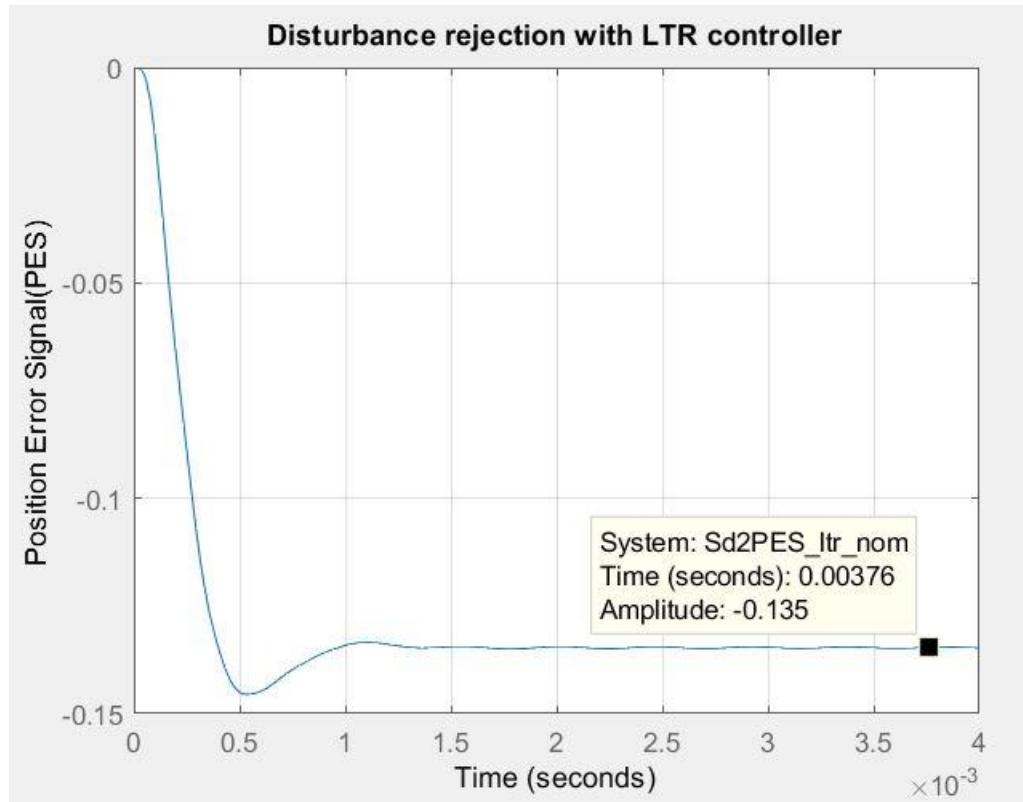


Figura 21: reiezione del disturbo con il controllore LTR

L'azione di controllo supera il valore massimo si 1.2, ed è l'unico dei 5 controllori a non soddisfare tale specifica.

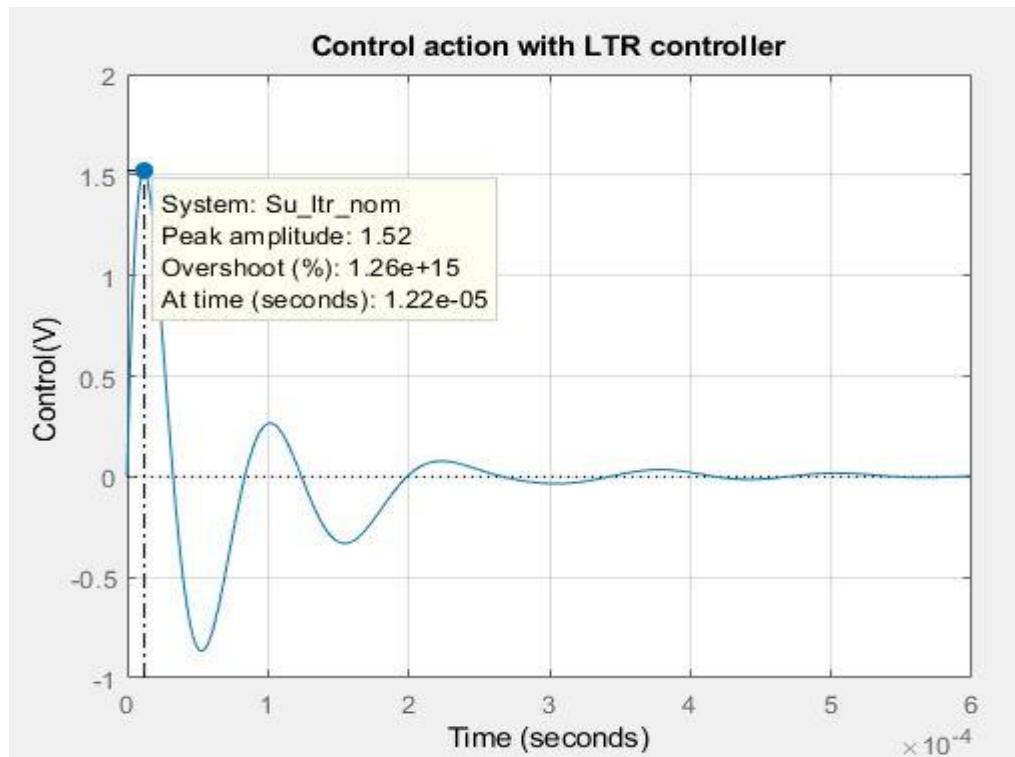


Figura 22: uscita del controllore LTR

Il margine di guadagno è di 9.89dB, quello di fase 40.6° e la pulsazione di taglio è circa 8.79 krad/s.

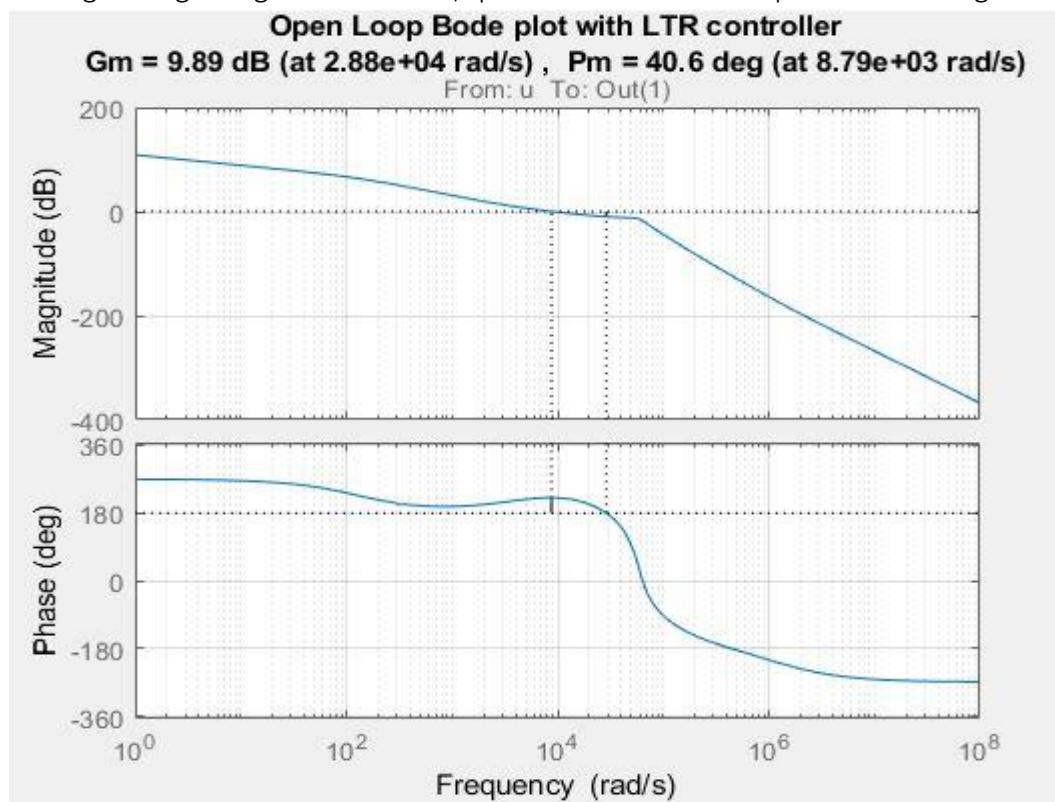


Figura 23: diagrammi di Bode in anello aperto con il controllore H infinito

Il picco della f.d.t. in anello chiuso dal riferimento all'uscita è di 3.89dB= 1.5649.

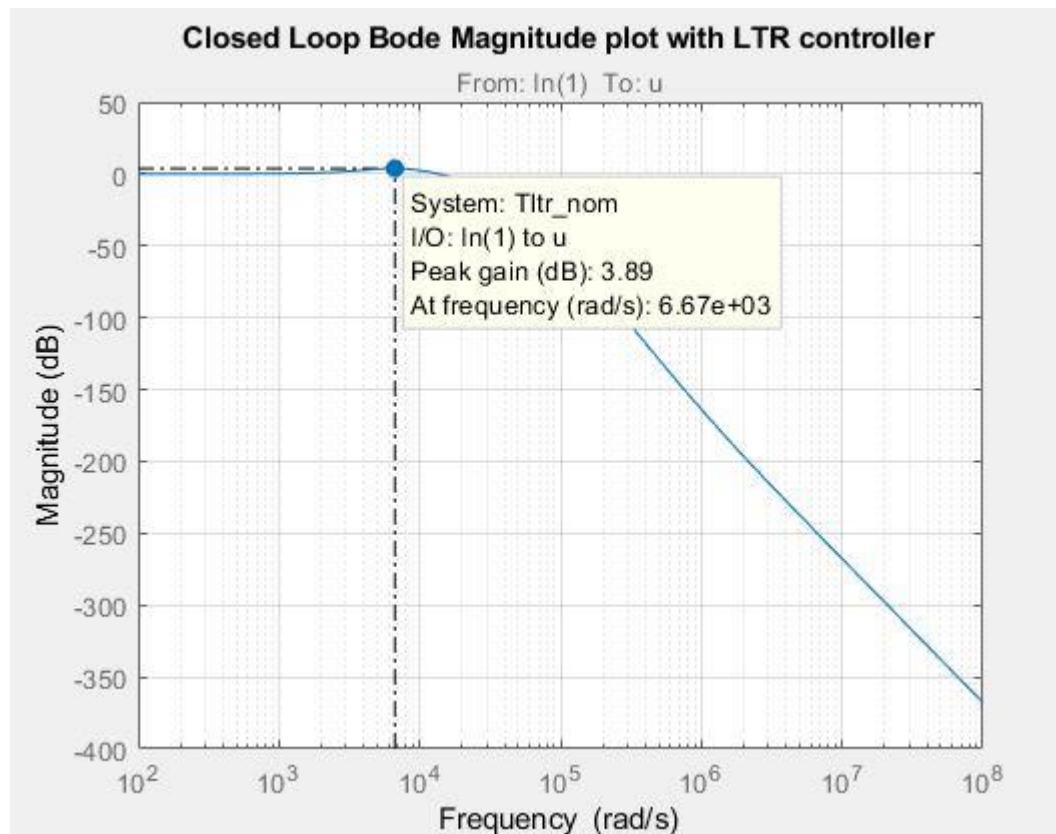


Figura 24: diagramma di bode dell'ampiezza in anello chiuso con controllore H infinito

7.4 Controllore H infinito

La sintesi H infinito consiste nel trovare il controllore K tale che la norma infinito della matrice di trasferimento dagli ingressi r,d,n alle uscite ey,eu

$$\begin{bmatrix} W_p * (S * G_u * K - M) & W_p * S * G_d & -W_p * S * G_u * K * W_n \\ W_u * K * S & -W_u * K * S * G_d & -W_u * K * S * W_n \end{bmatrix}$$

sia minima.

Data A,B,C,D realizzazione della matrice di sopra, l'algoritmo usato per la sintesi H infinito consiste nel trovare il più piccolo valore di γ per il quale la matrice hamiltoniana,

$$H = \begin{bmatrix} A + BR^{-1}D'C & BR^{-1}B' \\ -C'(I + DR^{-1}D')C & -(A + BR^{-1}D'C)' \end{bmatrix}$$

in cui $R = \gamma^2 I - D'D$, non ha autovalori sull'asse immaginario, in quanto questo implica proprio che la norma infinito della matrice è minore di γ ('Robust and Optimal Control', Zhou, pag. 114).

Ciò è implementato in Matlab nella funzione **hifsyn**, che restituisce un valore di gamma pari a 0.3164; viene poi scelto un controllore subottimo, in modo da ridurre la complessità del controllore, prendendo un valore di γ maggiore del 10% rispetto al valore minimo, ottenendo un controllore **Kinf** di ordine 18.

L'errore(Position Error Signal) ha un overshoot del 48% e un settling time di 1.82ms.

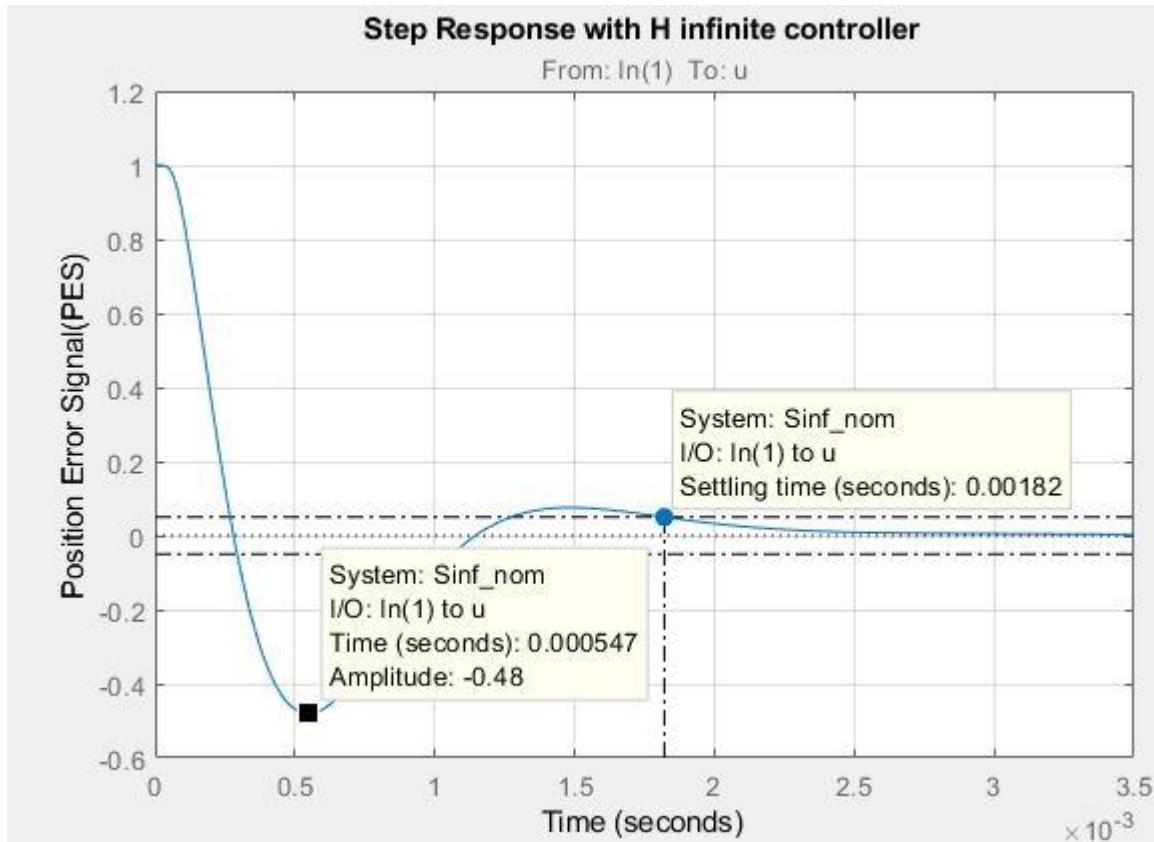


Figura 25: PES con il controllore H infinito

Il disturbo viene reiettato in circa 4ms e il transitorio ha un picco di -0.35 tracks.

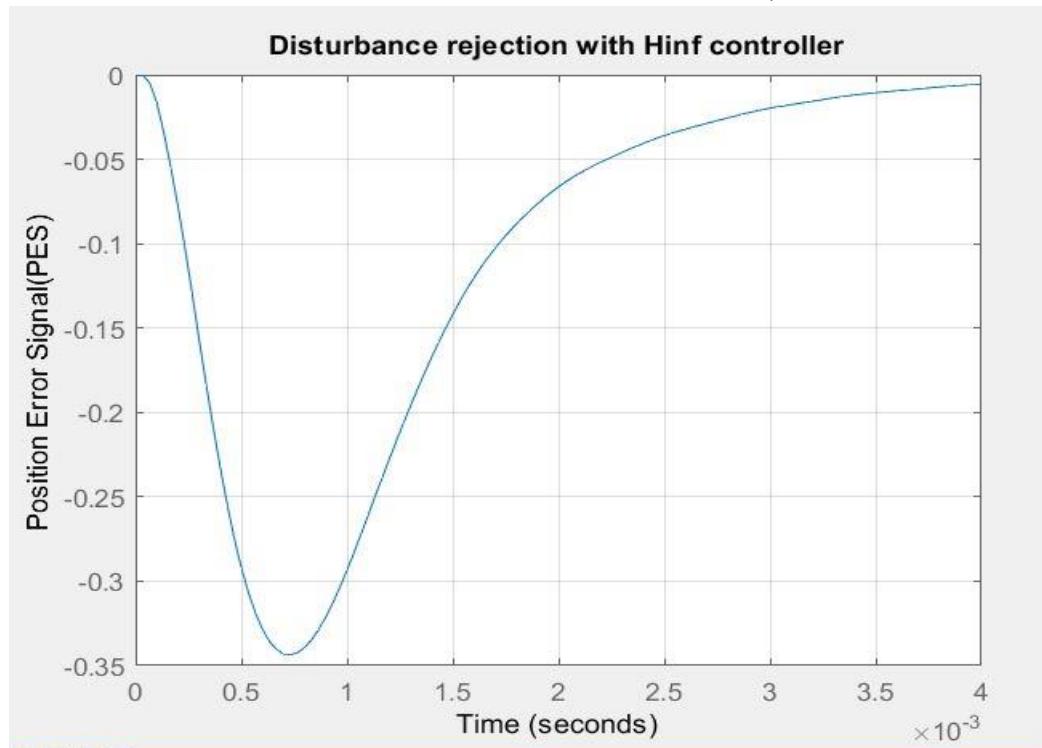


Figura 26: reiezione del disturbo con il controllore H infinito

Il valore massimo dell'azione di controllo è circa 0.5V, ben al di sotto del valore massimo assicurando di evitare la saturazione dell'amplificatore.

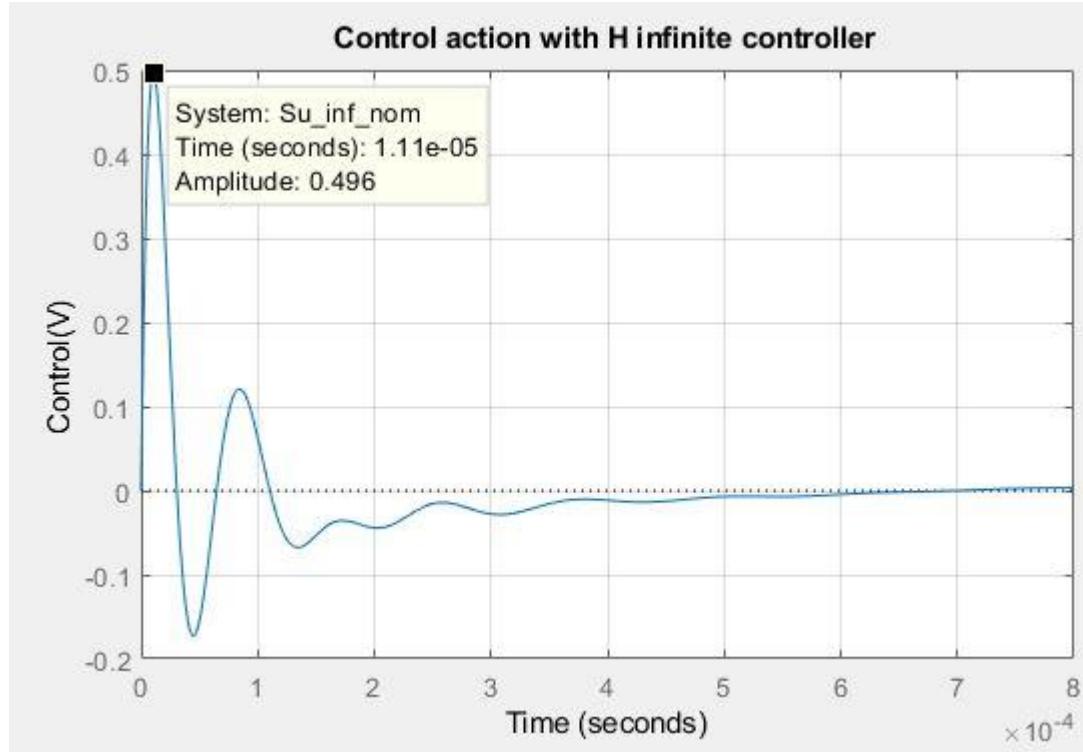


Figura 27: uscita del controllore H infinito

Il margine di guadagno è di 13.7dB, quello di fase 36.8° e la pulsazione di taglio è circa 5.1 krad/s.

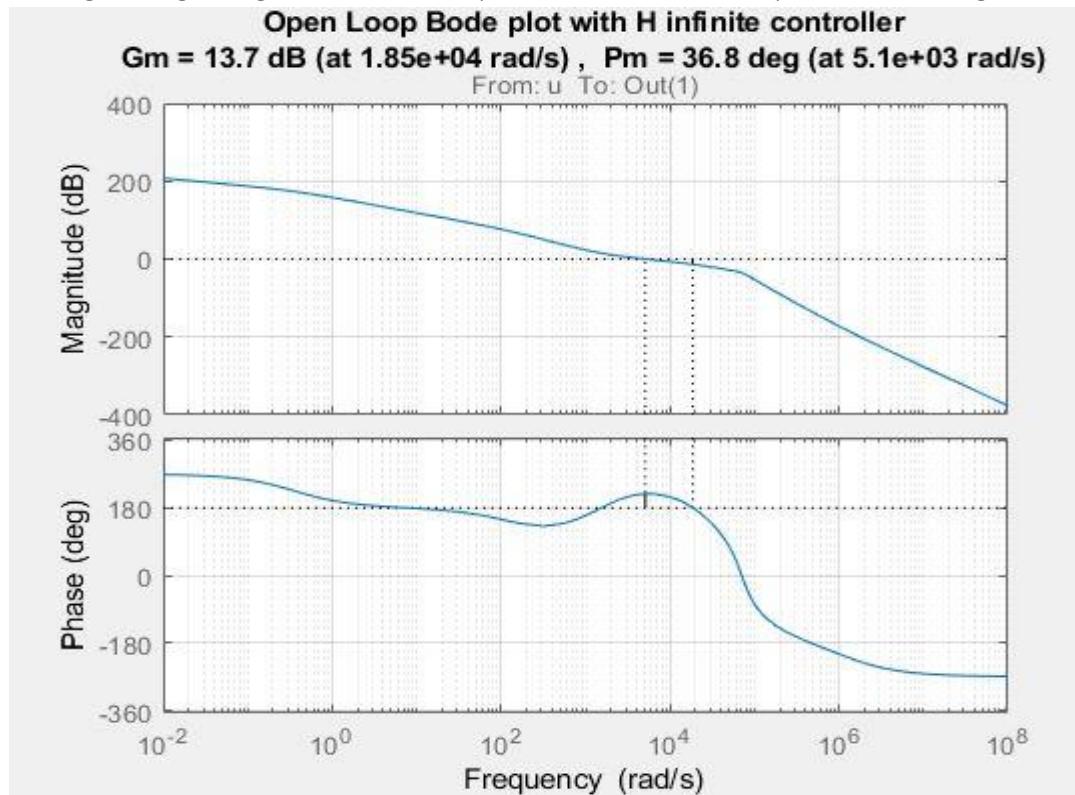


Figura 28: diagrammi di Bode in anello aperto con il controllore H infinito

Il picco della f.d.t. in anello chiuso dal riferimento all'uscita è di 4.94dB=1.766.

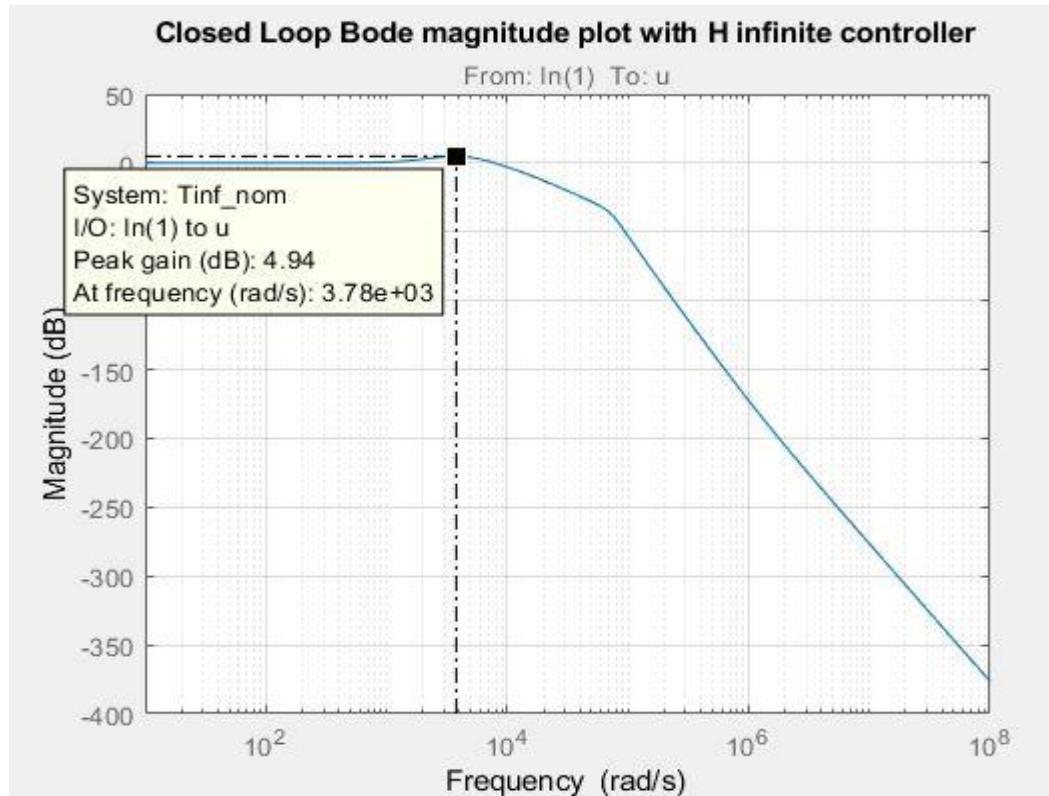


Figura 29: diagramma di bode dell'ampiezza in anello chiuso con controllore H infinito

7.5 Controllore μ

Si definisce il valore singolare strutturato μ come l'inverso del minimo valore di $\max(\sigma(\Delta))$ (massimo valore singolare del blocco di perturbazioni con struttura definita) per il quale la matrice $I - M\Delta$ è singolare, dove M è la matrice di trasferimento tra le uscite del blocco di perturbazione (in questo caso U_J, U_{kt}, U_{ky}) e gli ingressi del blocco di perturbazione (Y_J, Y_{kt}, Y_{ky}):

$$\mu = [\min_{\Delta} \{ \sigma(\Delta) | \det(I - M\Delta) = 0 \text{ per le strutture } \Delta \text{ consentite} \}]^{-1}$$

La sintesi del controllore μ consiste nel trovare il controllore K che minimizza il valore singolare strutturato e viene effettuata tramite un procedimento iterativo (in matlab implementato nella funzione `dksyn`) noto come iterazione DK.

Non sempre è garantita la convergenza e tale metodo può portare a controllori di assai elevata complessità.

Per la sintesi μ si è considerata in questa sede l'incertezza nei soli parametri del modello di corpo rigido J, k_J, k_y , in quanto l'iterazione DK riesce difficilmente a convergere considerando tutti i parametri contemporaneamente. I restanti parametri incerti ($\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$) sono comunque considerati nella successiva analisi di robustezza.

In questo caso, utilizzando 3 iterazioni, si è ottenuto un controllore di ordine 26.

L'errore (Position Error Signal) ha un overshoot del 24.8% e un settling time di 1.51ms.

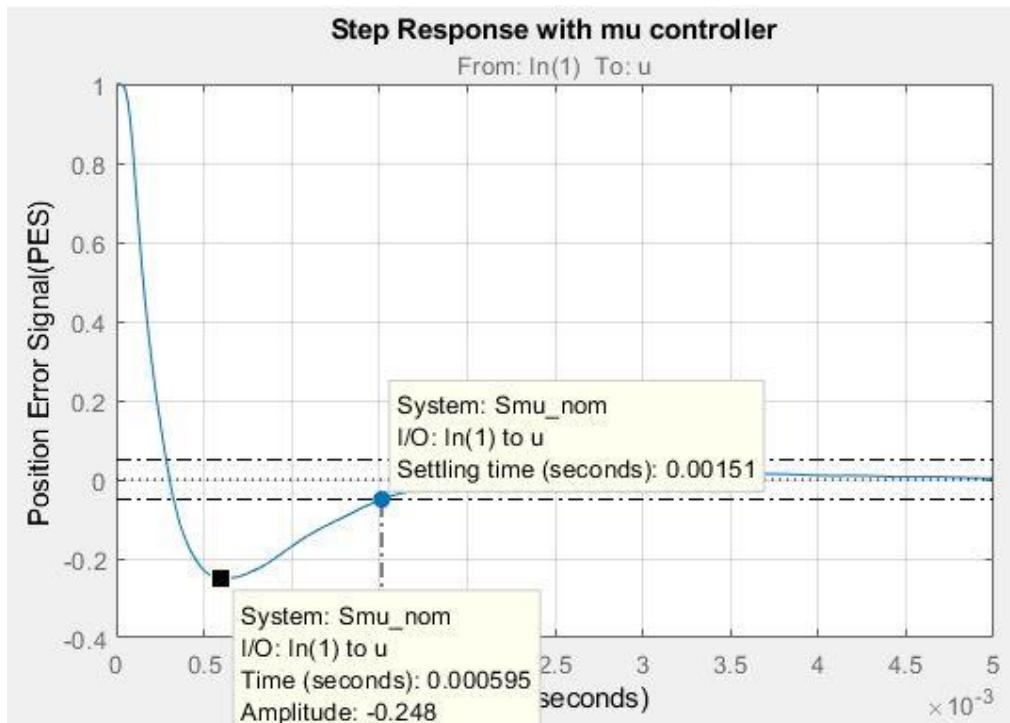


Figura 30: PES con il controllore μ

Il disturbo viene reiettato in circa 4ms e il transitorio ha un picco di -0.45 tracks.

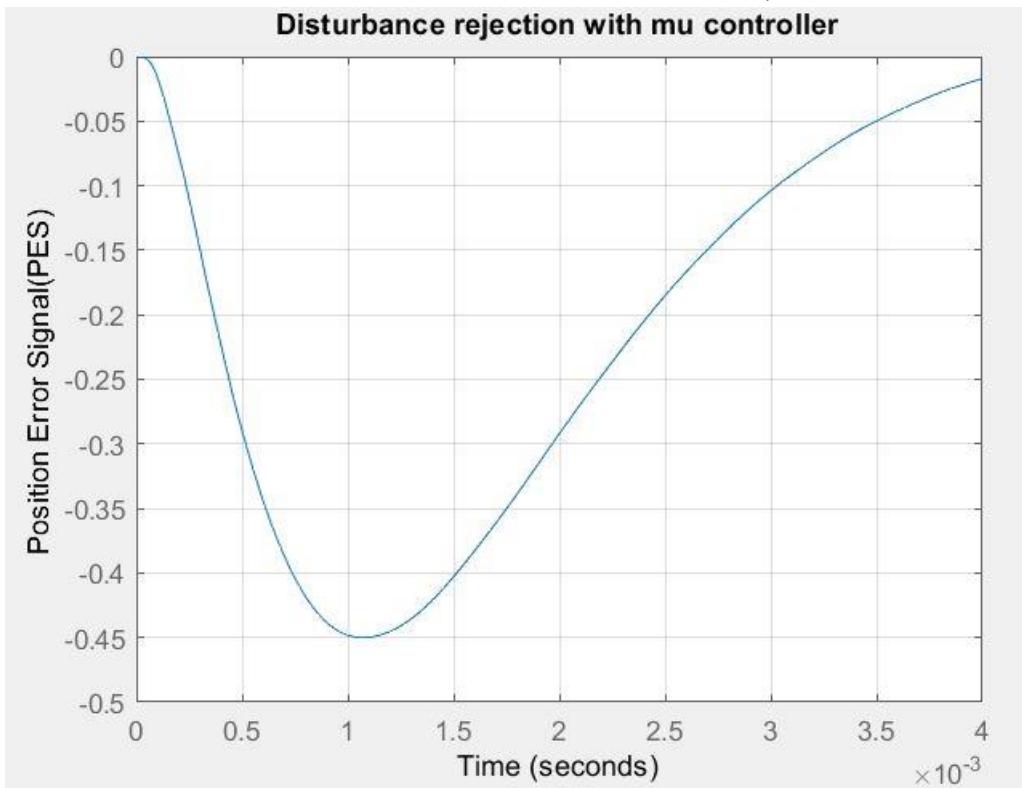


Figura 31: reiezione del disturbo con il controllore mu

Il valore massimo dell'azione di controllo è 0.675, ben al di sotto del valore massimo assicurando ancora quindi di evitare la saturazione dell'amplificatore.

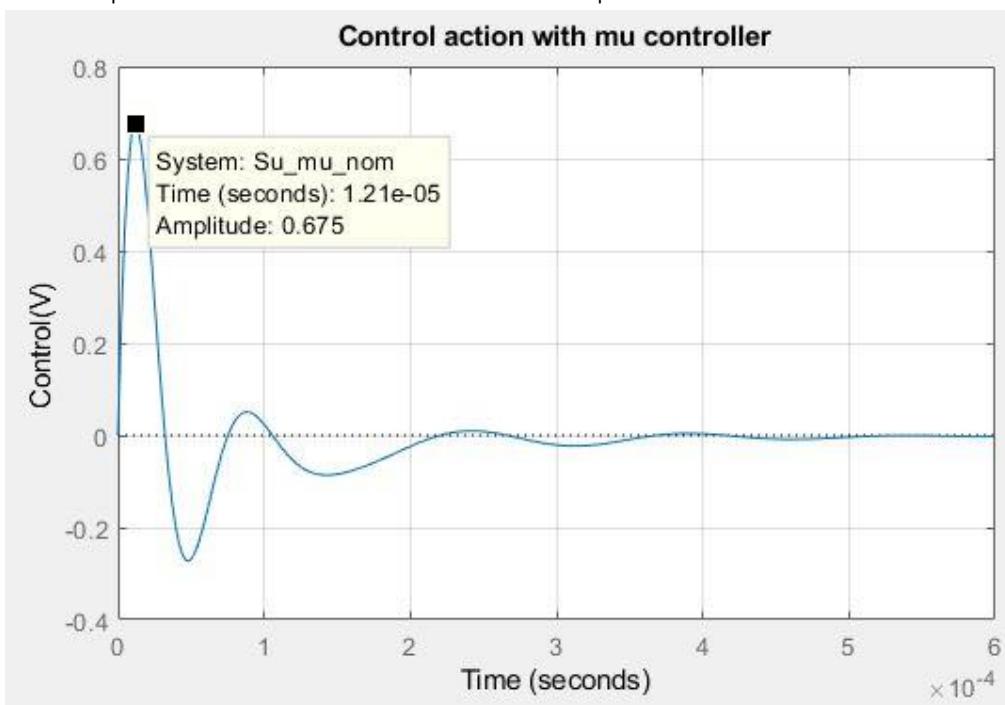


Figura 32: uscita del controllore mu

Il margine di guadagno è di 14.1dB, quello di fase 54.6° e la pulsazione di taglio è circa 25.9 krad/s.

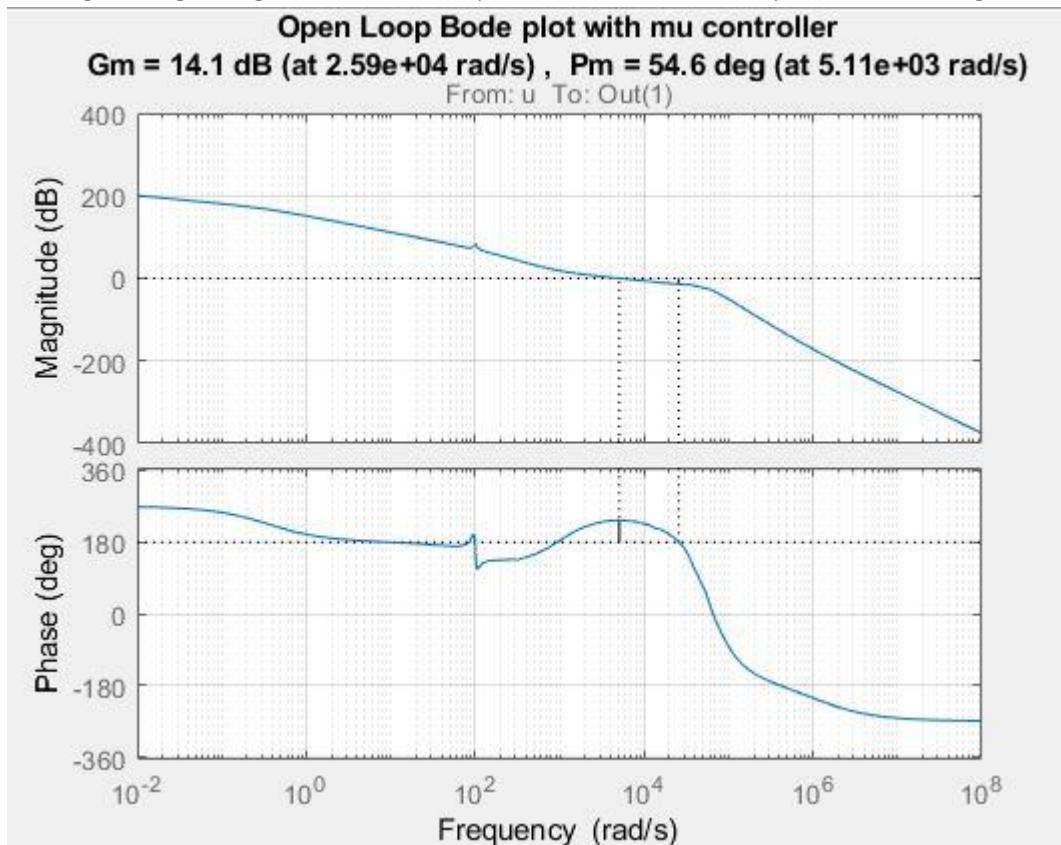


Figura 33: diagrammi di Bode in anello aperto con il controllore mu

Il picco della f.d.t. in anello chiuso dal riferimento all'uscita è di 2.49 dB=1.332.

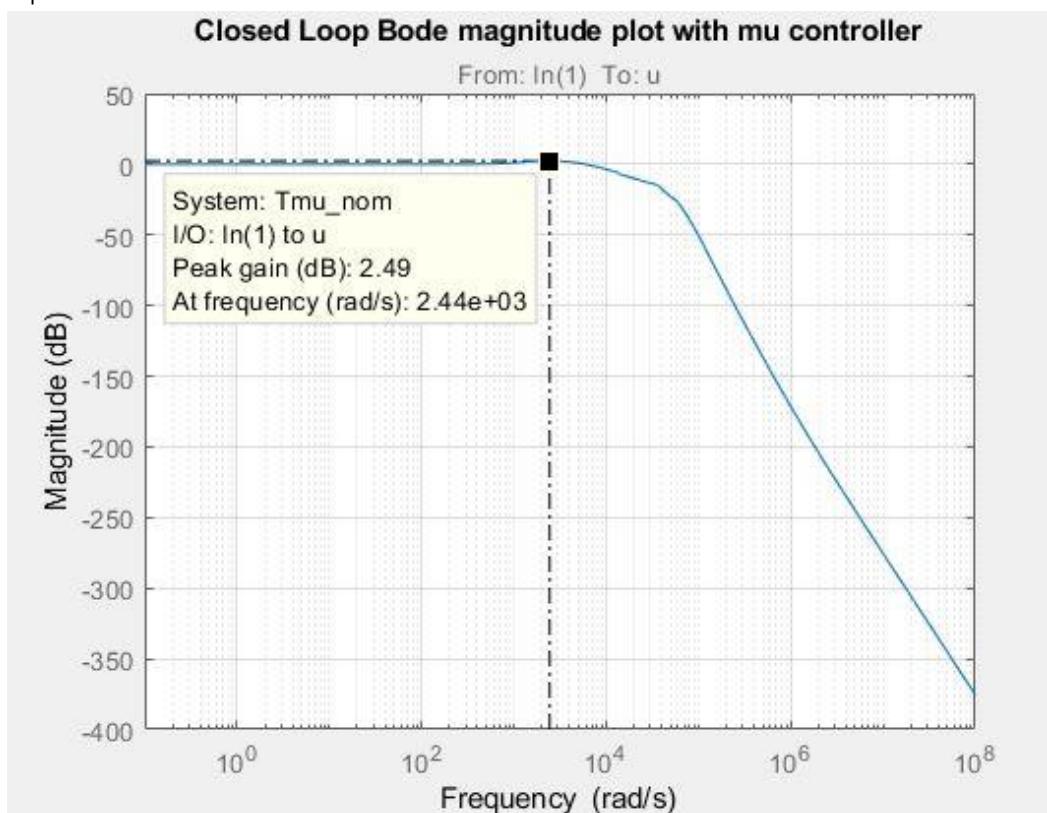


Figura 34: diagramma di bode dell'ampiezza in anello chiuso con controllore mu

8.Analisi di NP,RS,RP

La performance nominale(NP) si ha se il massimo valore singolare della m.d.t. da r,d,n alle uscite ey,eu è minore di 1 a ogni frequenza. A differenza dei controllori classico ,LQG e LTR(che non garantiranno quindi nemmeno la robusta performance) i controllori H infinito e mu ottengono la performance nominale:

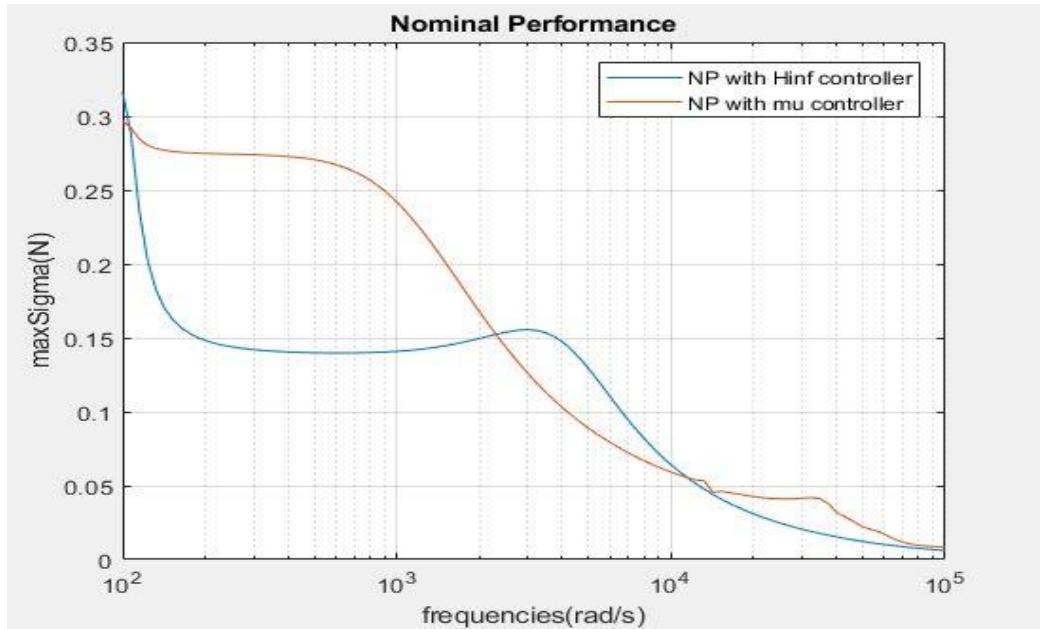


Figura 35: confronto della performance nominale ottenuta con i controllori H infinito e mu

Si nota che con il controllore H infinito si ha migliore performance nominale alle pulsazioni tra 0.1krad/s e 1.1krad/s(infatti reietta meglio i disturbi) e a pulsazioni maggiori di 10krad/s, mentre con il controllore mu si ha performance leggermente migliore nel range di frequenze tra 1krad/s e 10krad/s, in cui sono presenti i “pericolosi” modi risonanti.

La robusta stabilità(RS) si ha se il valore singolare strutturato della struttura $M\Delta$ con Δ blocco di perturbazioni 15×15 è minore di 1 a ogni frequenza. La RS è soddisfatta da tutti e 5 i controllori:

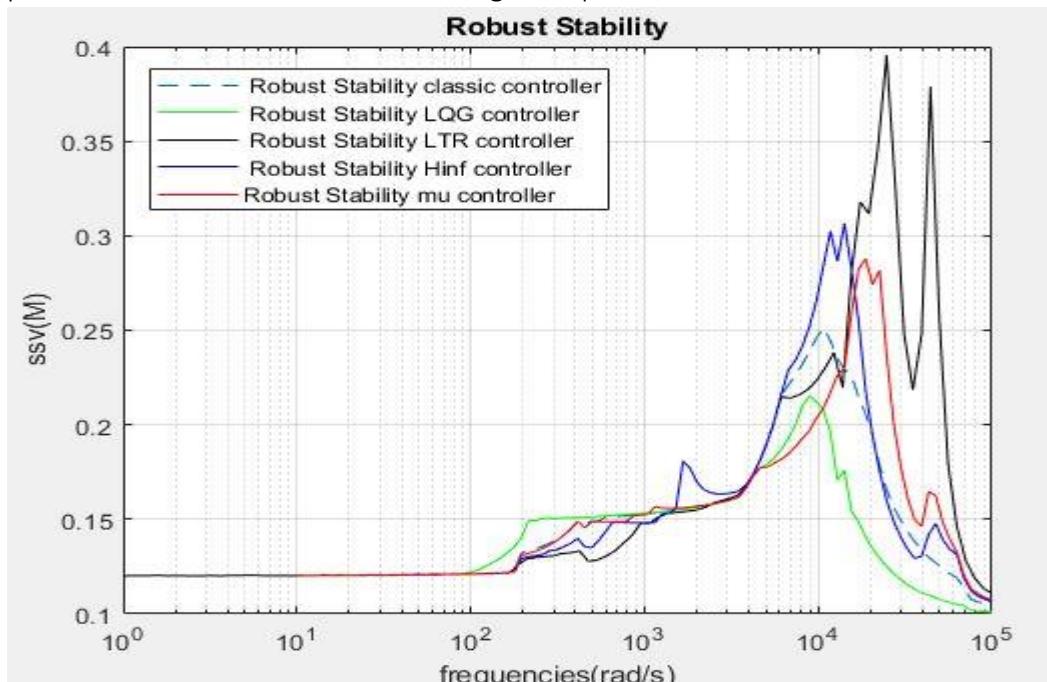


Figura 36: confronto della robusta stabilità ottenuta con tutti e 5 i controllori

In particolare, per i controllori H infinito e mu:

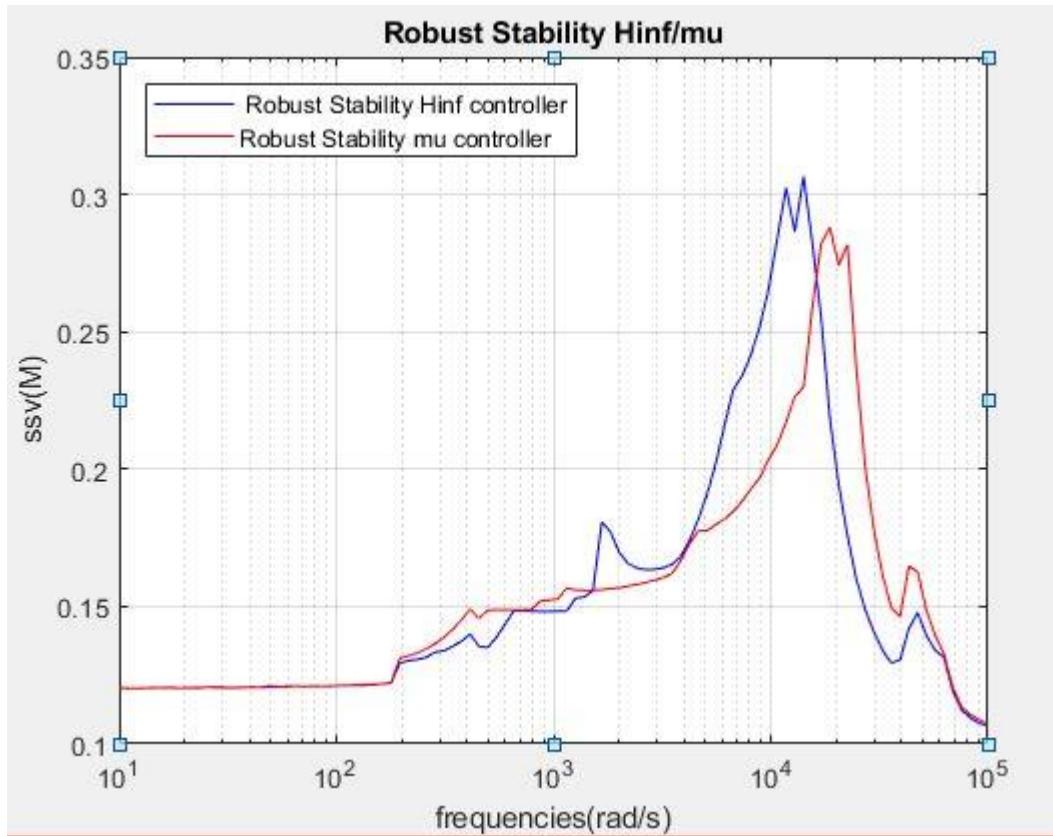


Figura 37: confronto della robusta stabilità ottenuta con i controllori H infinito e mu

Si nota che il controllore mu restituisce una stabilità robusta leggermente migliore, inoltre il suo valore massimo(anche definito “norma Δ ” : $\|M\|_{\Delta} := \max_{\omega} \{\mu(M)(j\omega)\}$) è minore del picco del valore singolare strutturato ottenuto con il controllore H infinito.

La robusta performance(RP) si ha se il valore singolare strutturato della struttura N_{Δ} , dove Δ è la matrice di perturbazioni “aumentata” costituita dalla solita matrice Δ più la matrice Δ_p blocco “ pieno” d’incertezze fittizio di dimensioni compatibili con N (quindi 2×3 , essendo N matrice 3×2 , e la matrice Δ è 18×17), è minore di 1 a ogni frequenza. Solamente i controllori H infinito e mu garantiscono la robusta performance:

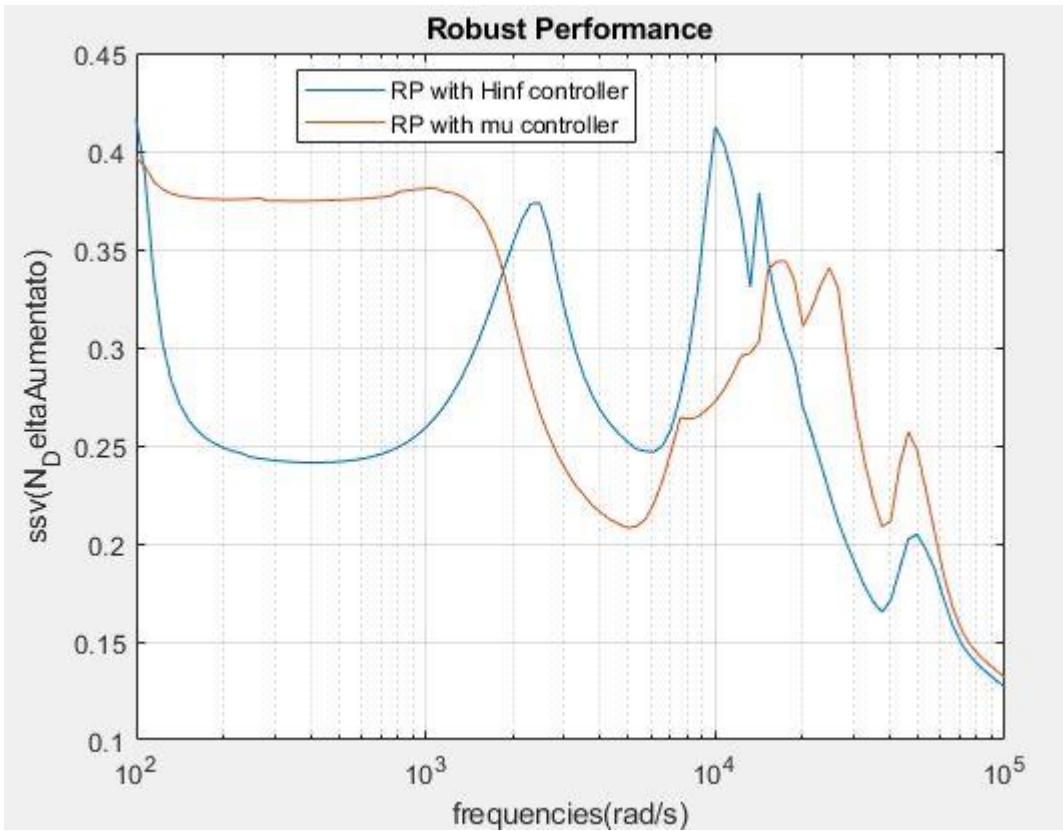


Figura 38: confronto della robusta performance ottenuta con i controllori H infinito e μ

Anche per la robusta performance si nota un miglior risultato, per le alte frequenze, con il controllore μ , mentre in bassa frequenza si “comporta” meglio il controllore H infinito, che infatti reietta meglio i disturbi.

9. Conclusioni

Osservando i risultati ottenuti con i 5 controllori(grafici e tabella), si possono trarre le seguenti conclusioni:

- L'implementazione dei metodi classico, LQG, LTR, iterazione μ e H infinito per un servo sistema HDD dà risultati soddisfacenti in termini di robustezza e performance.

Tutti i controllori assicurano stabilità robusta del sistema in ciclo chiuso, ma le migliori prestazioni robuste si hanno con il controllore μ e l'H infinito che sono gli unici a garantirle a ogni frequenza e a reiettare efficacemente i disturbi .

- L'implementazione dei controllori classico e LTR dà buone risposte al transitorio(vedere tabella sotto), oltre al fatto che il controllore ottenuto è più semplice sia nella progettazione sia nell'ordine. Questi controllori, però, presentano le peggiori prestazioni in bassa frequenza, risultando in un errore a regime non nullo. Inoltre l'LTR non rispetta la specifica sull'azione di controllo, che deve essere limitata ad 1.2 V.

Per questi motivi, il controllore che risulta il miglior compromesso tra robustezza e risposta al transitorio è il controllore μ .

- Bisogna infine considerare tuttavia che nella sintesi μ l'ordine del controllore risultante dipende dall'ordine del sistema da controllare e dalle funzioni di peso scelte, oltre che dal numero di iterazioni DK per ottenerlo. L'ordine è generalmente alto (infatti è di ordine 26, il più alto di tutti), cosa che complica l'implementazione del controllore.

	Classico(Kcl)	LQG(Klqg)	LTR(Kltr)	H infinito(Kinf)	μ (Kmu)
Picco della fdt C.L.(abs)	1.524	1.3183	1.566	1.766	1.33
O.L. gain a 100 Hz(dB)	26	15	38	33.67	27.5
Reiezione disturbi(sì/no)	NO	NO	NO	Sì	Sì
Settling Time 5%(sec)	1.73	2.8	0.62	1.82	1.51
Banda ciclo chiuso(rad/s)	7.667	3.572	19.3	10.1	9.38
Margine di guadagno(dB)	20.2	16.2	9.8	13	14
Margine di fase($^{\circ}$)	40.8	53	40.5	36	55
Azione di controllo massima(V)	0.891	0.0389	1.52	0.5	0.678
Ordine del controllore(num. poli)	2	12	11	18	26
Margine di robusta stabilità(μ_{\max})	0.2513	0.2152	0.3956	0.3066	0.288
Margine di robusta performance(μ_{\max})	No RP	No RP	No RP	0.4163	0.3968
Overshoot(%)	37	24	37	48	25

Tabella 1: confronto dei risultati ottenuti con i 5 controllori

10. GUI

La GUI [HDD_controllerDesign.mlapp](#) per la sintesi dei 5 controllori, è stata implementata con appdesigner di Matlab e permette di visualizzare le risposte(PES,u) a riferimenti e disturbi(sempre di ampiezza 0.0005) sia del sistema nominale sia di sistemi perturbati, ottenuti variando tramite degli slider interattivi i parametri più influenti sulla stabilità e performance a ciclo chiuso(J , k_t e k_y) consentendo di visualizzare contemporaneamente come variano i settling time, gli overshoot, i valori massimi dell'azione di controllo, i margini di fase e di guadagno ed il massimo picco della funzione di trasferimento a ciclo chiuso dal riferimento all'uscita.

Effettua inoltre il confronto di NP,RS ed RP dei vari controllori, e permette di calcolare, tramite le funzioni '[robstab](#)' e '[robgain](#)' di Matlab, le perturbazioni peggiori in termini di RS ed RP per gli unici due controllori che le verificano(H infinito e μ) visualizzandone le relative risposte.

Sono inoltre mostrati i diagrammi di bode di G_u e dei controllori, le mappe poli-zeri di G_u e dei controllori e le risposte a gradino di questi ultimi.

Di seguito alcune immagini illustrate sull'utilizzo della GUI.

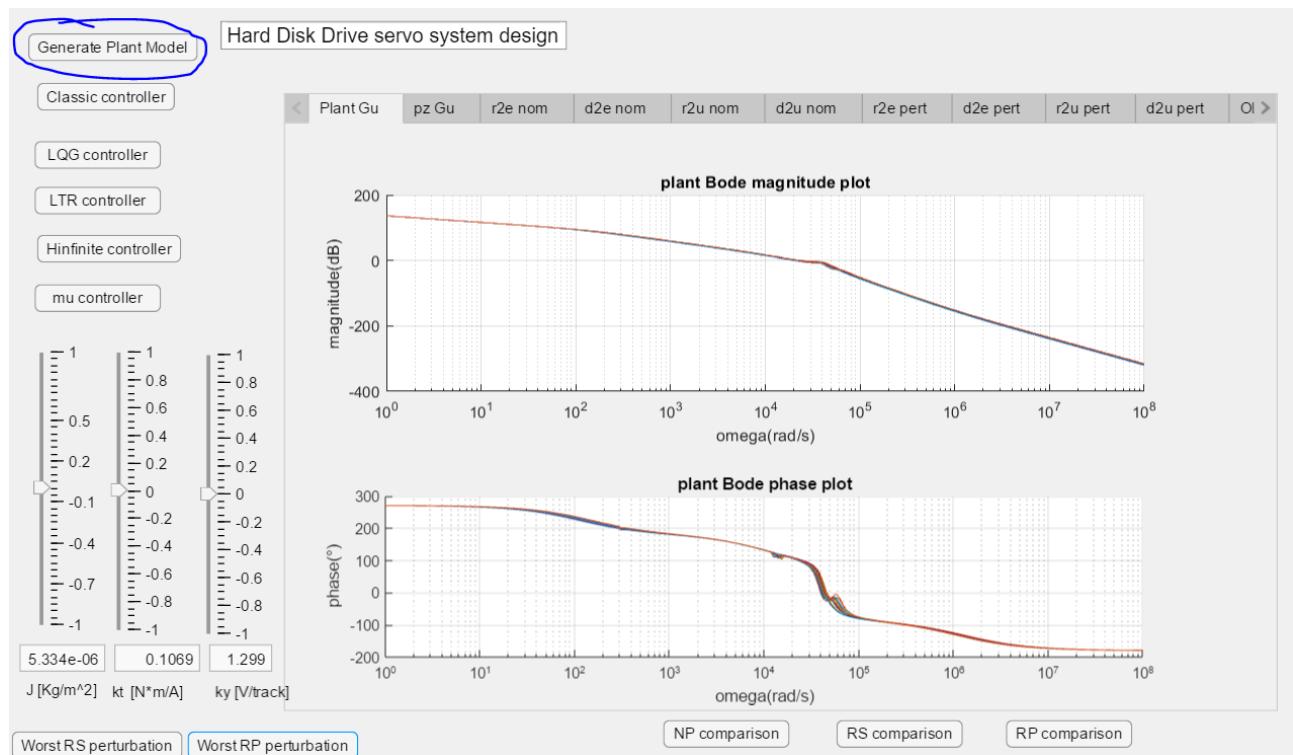


Figura 39: Diagrammi di Bode del sistema tramite il bottone **Generate Plant Model**

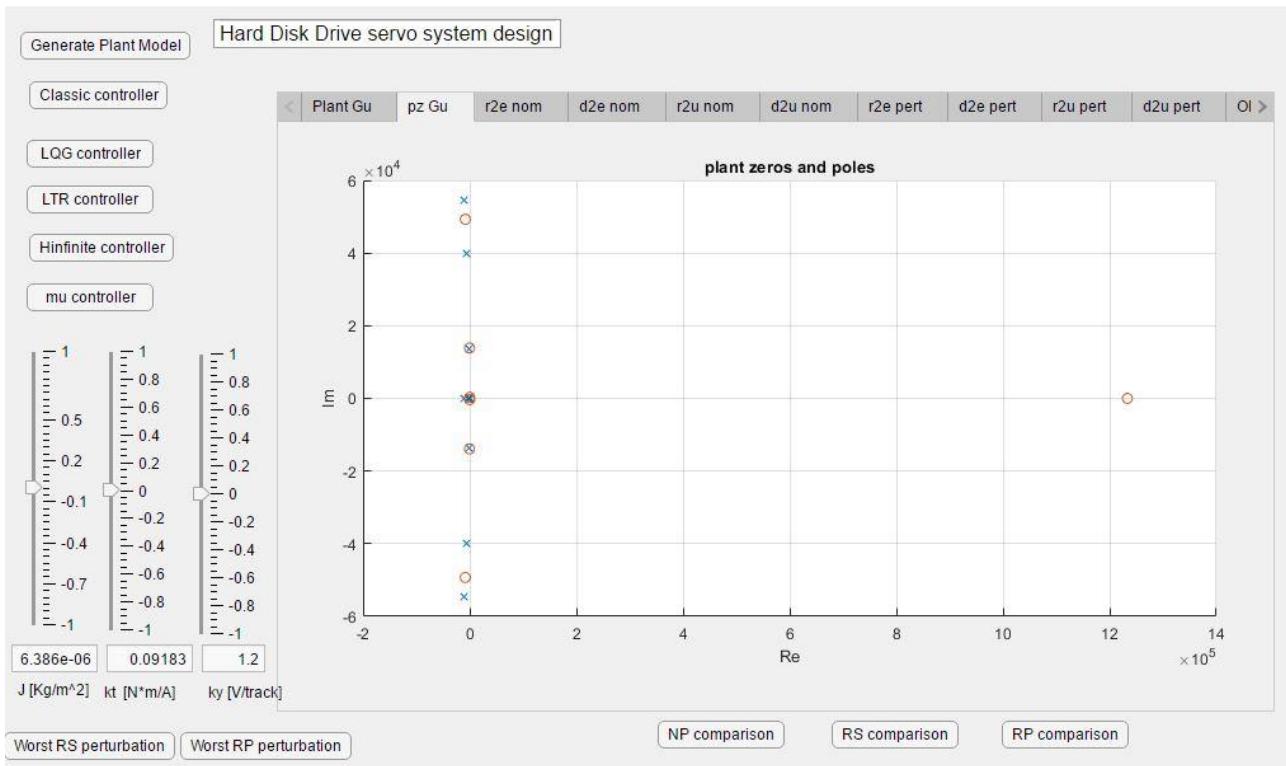


Figura 40: mappa di zeri e poli del sistema tramite il bottone Generate Plant Model

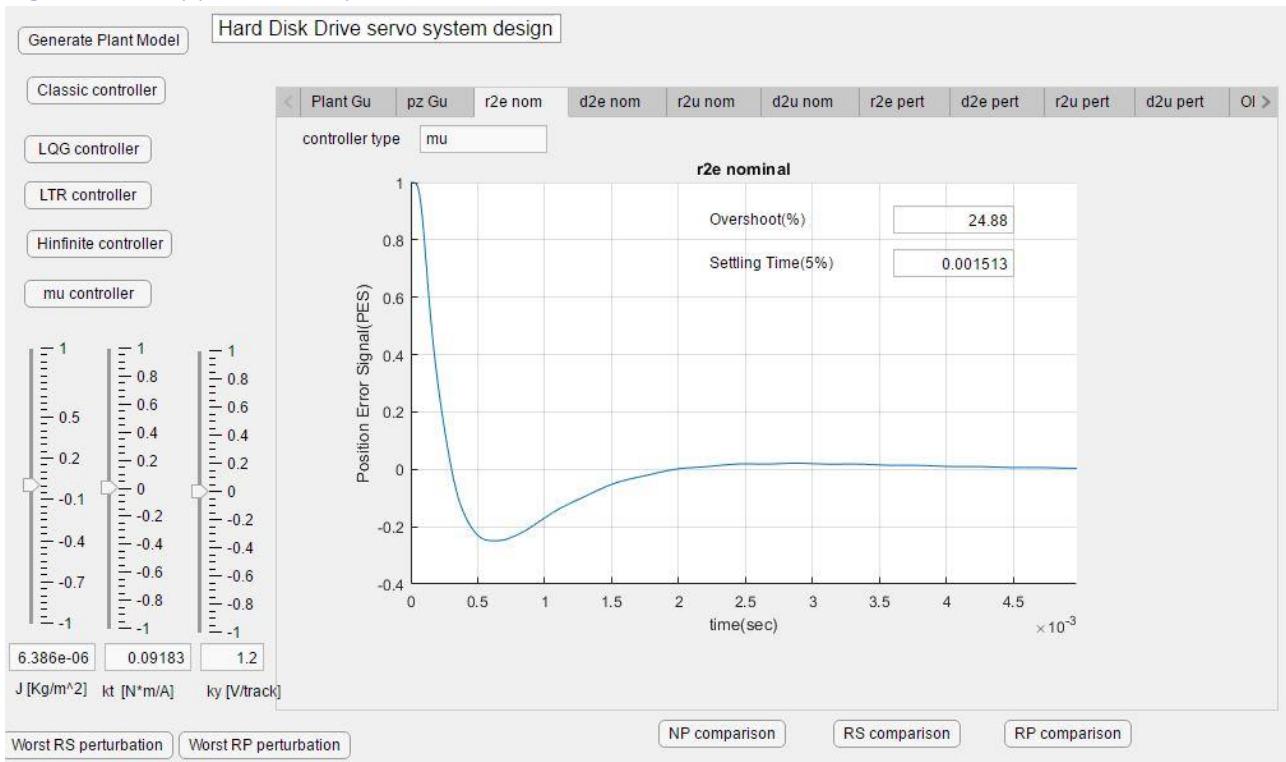


Figura 41: transitorio del sistema nominale con controllore mu tramite il bottone mu controller

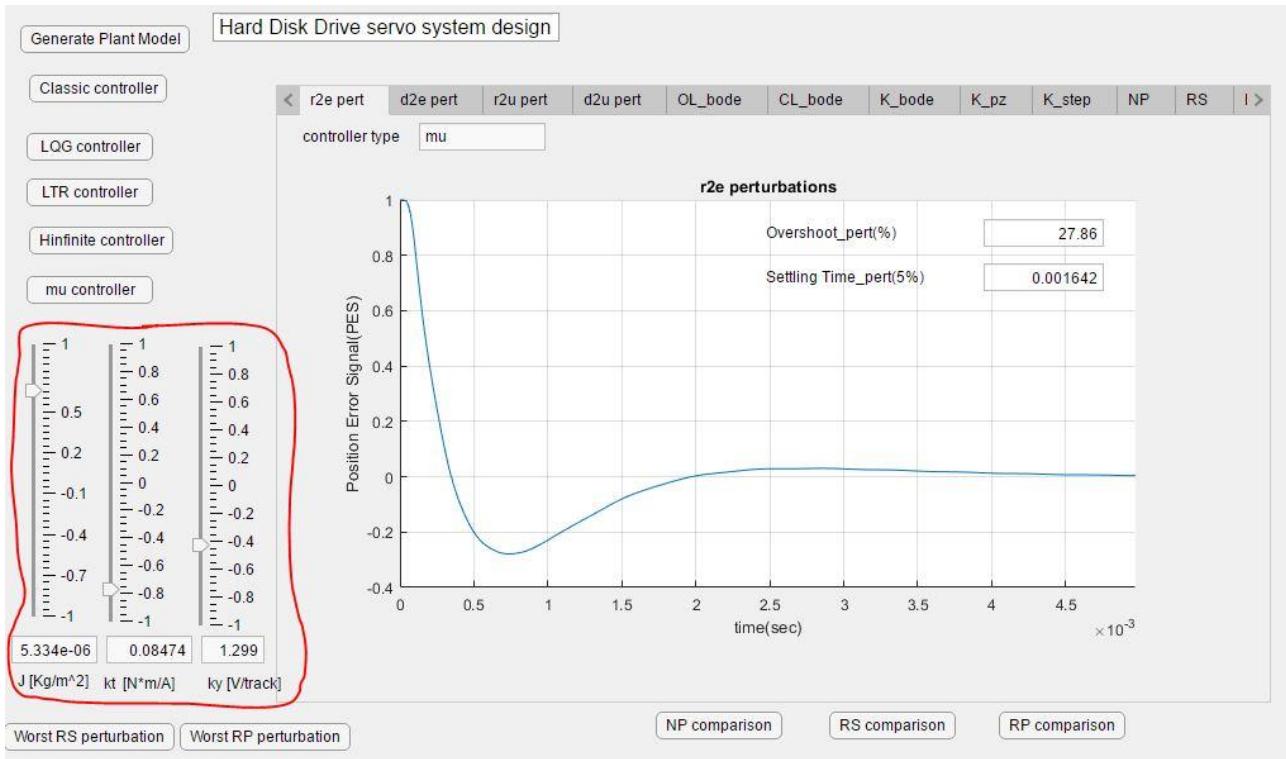


Figura 42: transitorio del sistema con perturbazioni su J,kt e ky indicate dagli slider a sinistra

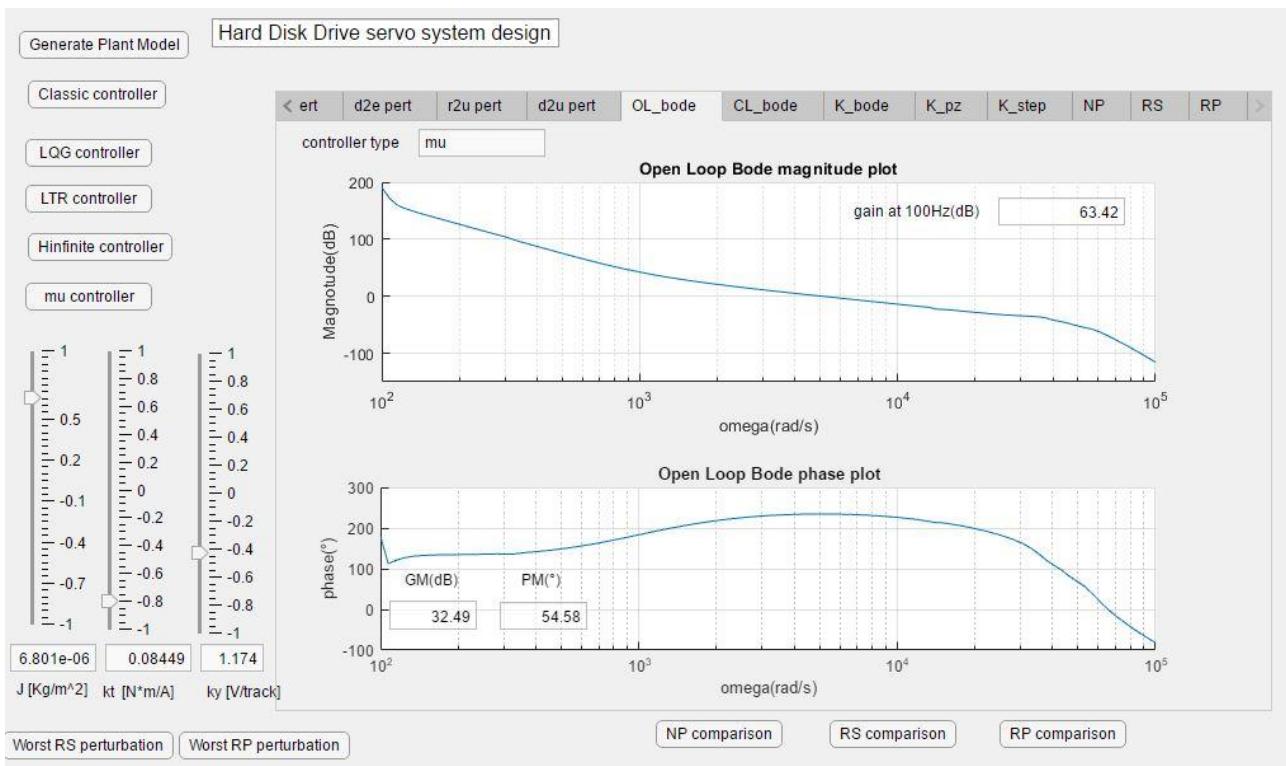


Figura 43: Diagrammi di Bode del sistema nominale in anello aperto con controllore mu tramite il bottone mu controller

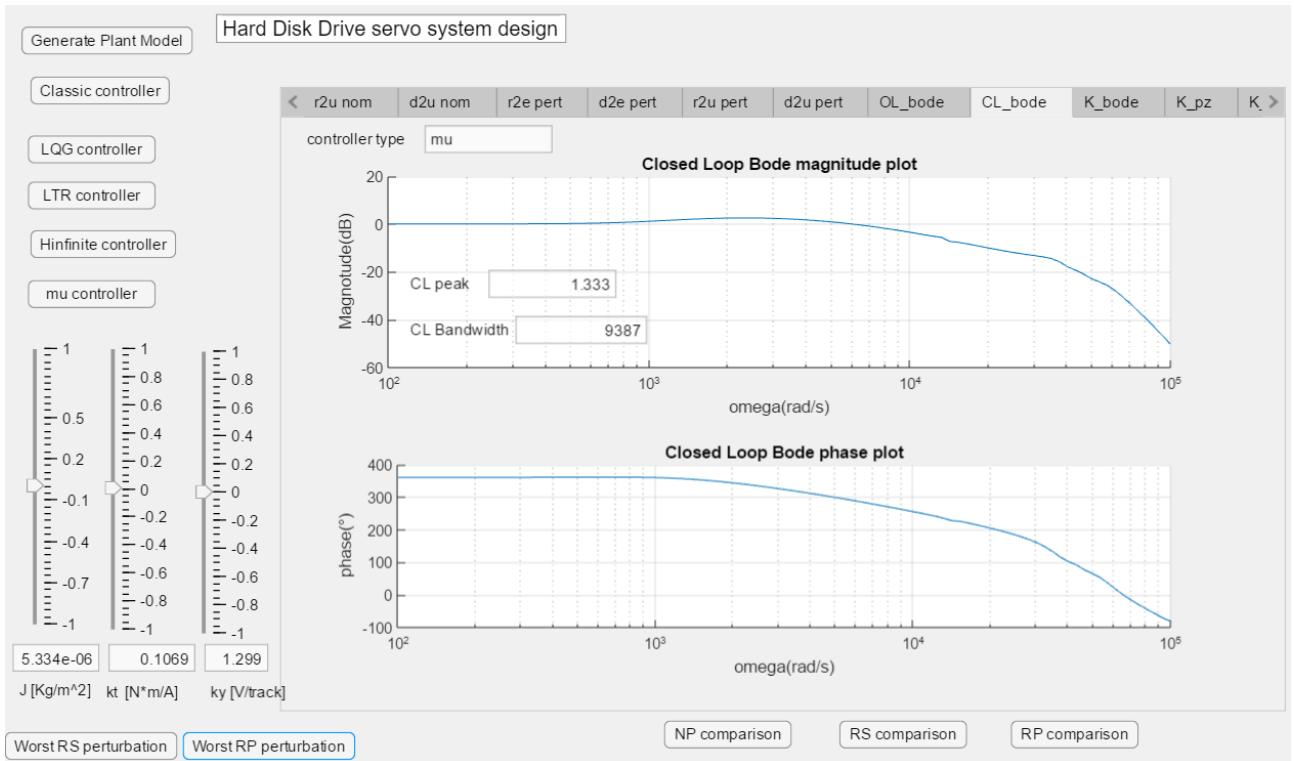


Figura 44: Diagramma di Bode dell'ampiezza del sistema nominale in anello chiuso con controllore mu tramite il bottone mu controller

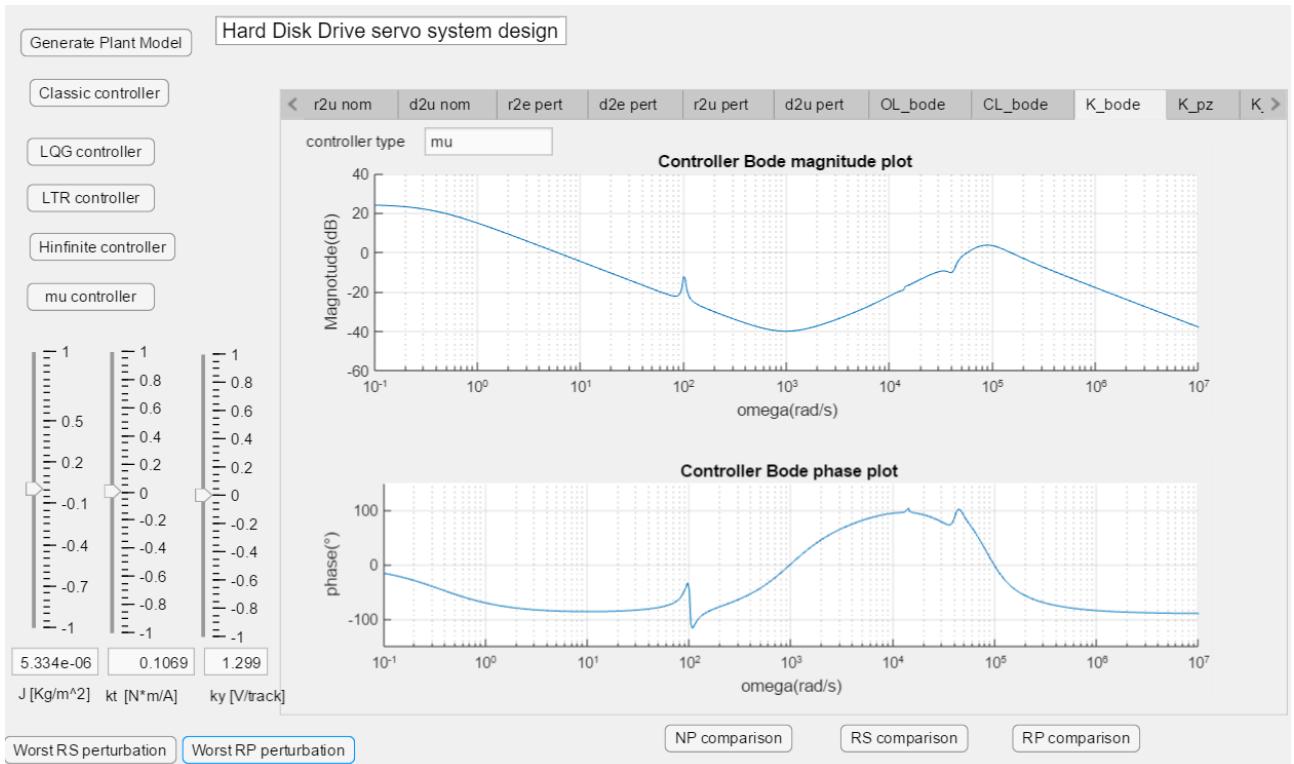


Figura 45: Diagrammi di Bode del controllore mu tramite il bottone mu controller

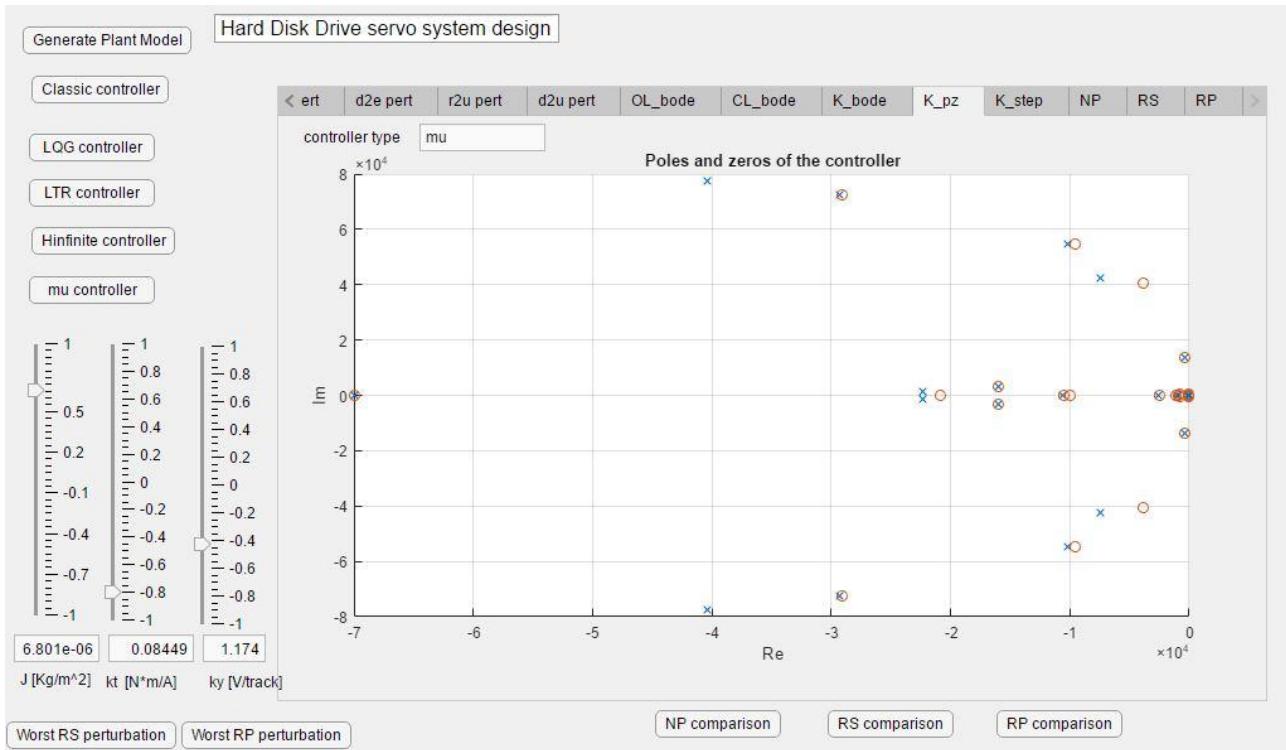


Figura 46: mappa di poli e zeri del controllore mu tramite il bottone mu controller

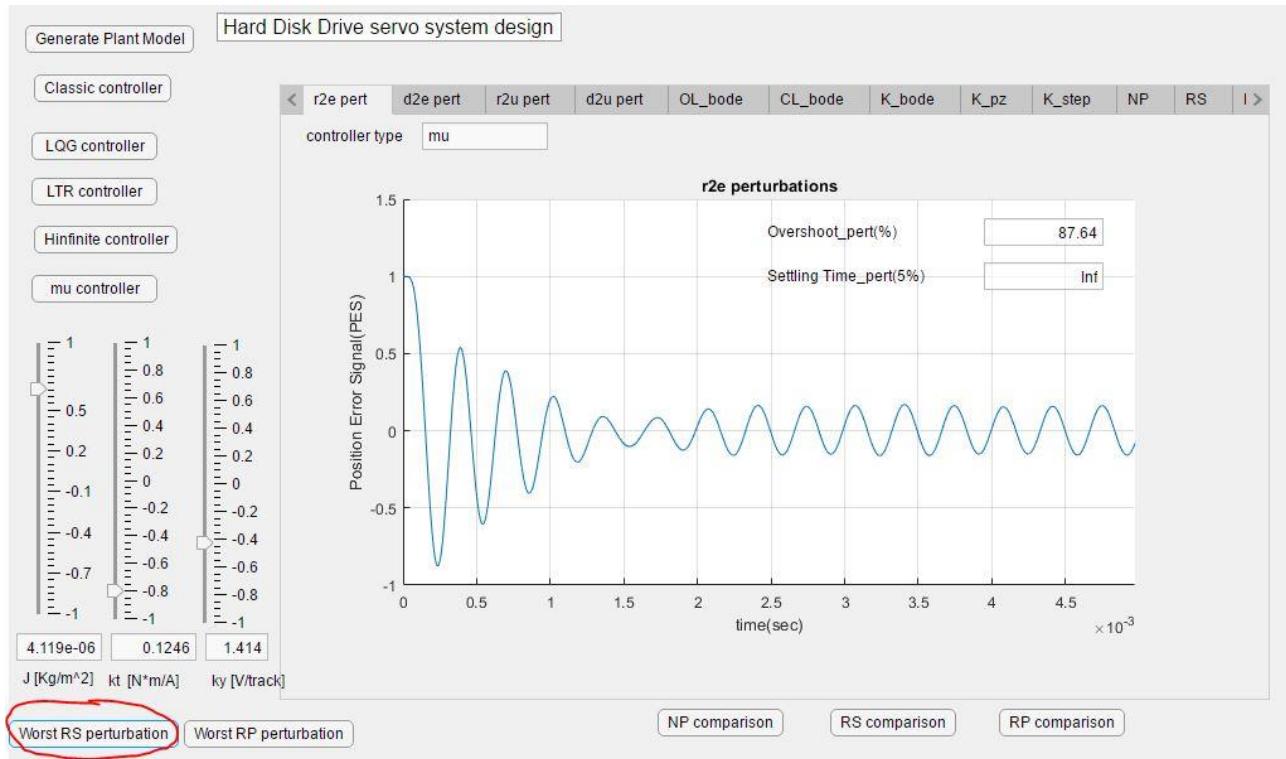


Figura 47: transitorio nel caso di perturbazione peggiore per la RS con il controllore mu tramite il bottone Worst RS perturbation (N.B. tali perturbazioni sono ben al di fuori del range d'incertezza per il quale è stata effettuata la sintesi: nei riquadri sottostanti gli slider si notano valori di J,kt,ky perturbati,rispetto ai rispettivi valori nominali, del +35.5%, -35.7%, 17.8% mentre l'incertezza relativa massima su tali valori è in realtà del 10%,10%,5%: questo conferma l'eccellente robustezza ottenuta con la sintesi mu)

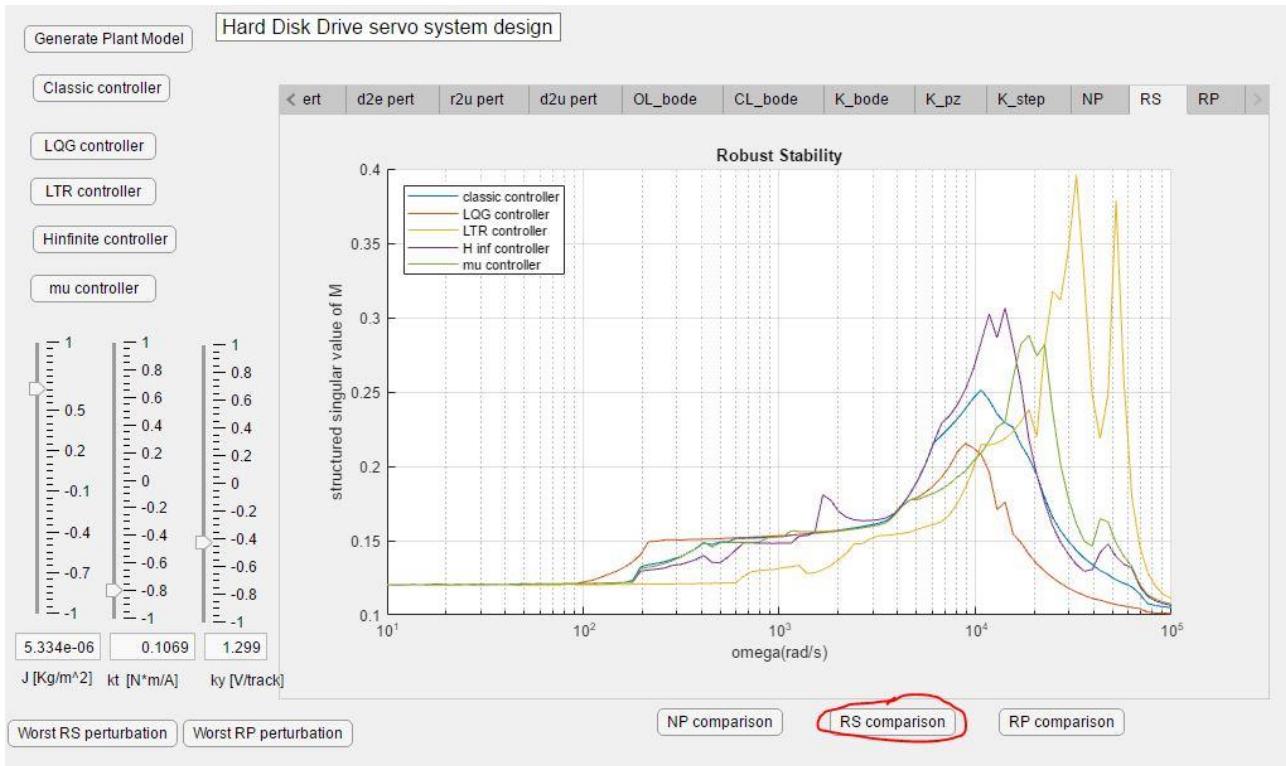


Figura 48: confronto della robusta stabilità di tutti i controllori tramite il bottone RS comparison

10. Organizzazione del codice

I parametri del modello sono generati tramite il file [ModelParameters.m](#)

I parametri necessari per l'utilizzo della GUI sono tutti contenuti invece nel file [init.mat](#)

La funzione di trasferimento del sistema $G(s)=[Gu(s) Gd(s)]$ è ottenuta con lo script [PlantModel.m](#) mentre le funzioni peso(M, Wn, Wp, Wu) e il sistema nella forma generale(P) con [WeightingFunctions.m](#) e [GeneralizedPlant.m](#), rispettivamente.

Le sintesi dei 5 controllori sono effettuate in [cl_design.m](#), [LQG_design.m](#), [LTR_design.m](#), [Hinf_design.m](#) e [mu_design.m](#)

Le risposte(PES, u) a riferimento e disturbo(di 0.0005Nm) a gradino, sia nominali che per alcuni sistemi perturbati, oltre ai diagrammi di Bode in anello aperto e in anello chiuso, sono generati tramite [Resp_cl.m](#), [Resp_LQG.m](#), [Resp_LTR.m](#), [Resp_Hinf.m](#) e [Resp_mu.m](#)

Le analisi di Performance Nominale, Robusta Stabilità e Robusta Performance sono condotte in [cl_analysis.m](#), [LQG_analysis.m](#), [LTR_analysis.m](#), [Hinf_analysis.m](#), [mu_analysis.m](#) e [NP_RS_RP_comparison.m](#).

Negli script [MaxPert_inf.m](#) e [MaxPert_mu.m](#) vengono inoltre calcolate, tramite le funzioni 'robstab.m' e 'robgain.m' del Robust Control Toolbox di Matlab, le perturbazioni peggiori in termini sia di RS che di RP, per i due controllori.