Análise Matemática I

Engenharia Informática - Teste de Preparação

1. Seja $f : R \to R$ com lei de formação $f(x) = 5x + 2$.

a) Prove que f é bijetiva.

b) Determine $f^{-1}(x)$.

c) Calcule as interseções do gráfico da função com os eixos coordenados.

2. Determine o domínio de cada uma das funções, justificando a sua resposta:

a) $f(x) = 1/(x^2 - 4)$

b) g(x) = raiz(3x - 2)

c) h(x) = raiz(2x+1)/(x-3)

d) $k(x) = \text{raiz}(-x^2 + 4x - 3)$

3. Resolva, em R, as seguintes equações:

a) $(1/2)\log_2(x) - \log_2(\text{raiz}(x)) + 1 = -1$

b) $(e^x - e^{-x})/(e^x + e^{-x}) = 1/3$

4. Seja f uma função, de domínio R, definida por $f(x) = a + e^{bx}$, em que a e b são números reais. Sabendo que o gráfico da função f contém os pontos de coordenadas (1, 5) e (2, 7), determine os valores de a e de b.

5. Calcule os seguintes limites:

a) $\lim_{x\to 4}$ (raiz(x) - 2)/(x - 4)

b) $\lim_{x\to -8}$ (raiz_cubica(x) + 2)/(x + 8)

c) $\lim_{x\to +\text{infinito}} (x^3 + 3x - 1)/(2x^2 + x + 1)$

d) $\lim_{x\to 3^+} (x^2 + x + 2)/(x^2 - 2x - 3)$

6. Determine L para que a função dada seja contínua no ponto p = 0. Justifique.

$f(x) = \{(x^2 - x)/x, \text{ se } x >= 0; L, \text{ se } x < 0\}$

7. O protótipo de um veículo está sendo testado e sua velocidade no tempo x é dada pela função:

$f(x) = \{7x - 2, \text{ se } x >= 1; kx^2, \text{ se } x < 1\}$

Indique o valor de k que torna possível a existência do limite e a função seja contínua.

8. Determine as assíntotas horizontais e verticais, caso existam, do gráfico das funções:

a) $g(x) = (x + 3)/(2 - x)$

b) $f(x) = x^2/(x^2 + 4)$

9. Considere a função h de domínio R definida por $h(x) = x^3 + x^2 + x - 2$. A função possui pelo menos um zero no intervalo]-1, 1[? Justifique a sua resposta.

10. Considere a função f(x) = 2x + raiz_cubica(x). Mostre que a equação f(x) = 5 tem solução quando x pertence a [1, 8].

11. Usando a definição formal de derivada, determine f'(x) para $f(x) = x^2 - 3x$, no ponto x = 3.

12. Encontre a reta tangente à função $f(x) = x^3 + 1$ no ponto p = 1.

13. Calcule as derivadas das seguintes funções:

a) $f(x) = (x - 1)(x^2 + 3x)$

b) f(x) = cos(x)/(1 - sen(x))

c) $f(x) = \text{arcsen}(1/x^2)$

d) $f(x) = x^2e^{x^2}$

e) $f(x) = (1 - x^2)\ln(x)$

14. Considere a função f definida por $f(x) = 4x^3 + x + 2$. Sabendo que f é invertível, determine $(f^{-1})'(2)$.

15. Determine os extremos da função $f(x) = x^3 - 27x + 1$.

16. Encontre os pontos de inflexão do gráfico da função $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$ e determine a concavidade do gráfico.

17. Determine um ponto c que satisfaça o Teorema de Rolle para a função f(x) = 2 + sin(x) definida em [0, 2pi].

18. Calcule os seguintes limites:

a) $\lim_{x\to 0}$ sen(5x)/(3x)

b) $\lim_{x\to 0} (e^{5x} - 1)/(3x)$

c) $\lim_{x\to +\text{infinito}} (\ln(x))/x^p$, com p pertence a R^+

d) $\lim_{x\to 0^+} x^x$

19. Determine os seguintes integrais indefinidos:

a) integral de $(3x^2 + 5x + 7)$ dx

b) integral de $3x^2/(1 + x^3)$ dx

c) integral de $1/(x \ln(x))$ dx

d) integral de $x^3/(1 + x^8)$ dx

20. Determine os seguintes integrais indefinidos:

a) integral de $e^{\text{arcsen}(x)}/\text{raiz}(1-x^2)$ dx

b) integral de $\cos(\ln(x))/x$ dx

c) integral de $1/(e^x + 9e^{-x})$ dx

21. Considere a função g definida em R^+ por $g(x) = (\ln(x))^2/x$.

a) Determine a família de todas as primitivas de g.

b) Indique a primitiva da função g que se anula para x = e.

22. Determine os seguintes integrais:

a) integral de $x \cos(x)$ dx

b) integral de $\ln(x)$ dx

c) integral de $x^2 \cos(x)$ dx

d) integral de $\text{arctg}(x)$ dx

23. Calcule os seguintes integrais definidos:

a) integral de 0 a 2 de xe^{-x} dx

b) integral de 1 a e de $1/x$ dx

c) integral de pi/2 a 2 de $x \sin(x)$ dx

d) integral de 0 a 1 de $\text{raiz}(1 + x)$ dx

24. Determine a área limitada pelas curvas $y = x^2$ e $y = x + 6$.

25. Encontre a área limitada pela curva $y = 4 - x^2$ e o eixo x.

Boa sorte no teste!