

Soluções

1. $(-11, -15, 21)$.

2. $h \neq \frac{1}{3}$.

3. (a)
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(b)
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4. (a)
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}. \text{ Recta com a direcção do vector } \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ e}$$

deslocada da origem pelo vector $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$

5. (a)
$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

6. (a) i.
$$x \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + y \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ii.
$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(b) $x = 3, y = -6, z = 4.$

(c)
$$\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - 6 \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 4 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

7. Se $h \neq 4$ a equação é determinada. Se $h = 4$ e $k = 2$ a equação é indeterminada. Se $h = 4$ e $k \neq 2$ a equação é impossível.

8. Forma paramétrica:
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = x_3 \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4 \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Conjunto gerado:

$$\left\langle \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

9. Sim.

10.
$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} = -11 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} - 15 \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + 21 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

11. Por exemplo, os próprios \vec{v}_1 e \vec{v}_2 , e $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ e

$$2\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

12. $h = -3/2$.

13. Não.

14.
$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix}$$

15. (a) Não gera. (b) Não gera.

16. (a) linearmente independente; (b) linearmente dependente; (c) linearmente dependente; (d) linearmente independente; (e) linearmente independente; (f) linearmente dependente; (g) linearmente dependente.

17. $h = 3$.

18. (a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$

(b) Sim, \vec{w} pertence à imagem de T .

(c) $\begin{pmatrix} -5 \\ -14 \\ 12 \end{pmatrix}$

(d) É injectiva e sobrejectiva.

19. (a) $a = 4, b = 3$.

(b) $\left\langle \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$

(c) $\begin{pmatrix} -5 \\ -18 \\ 0 \\ 14 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(d) É sobrejectiva. Não é injectiva.

20. (a) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

(b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

21. (a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(b) É injectiva. Não é sobrejectiva.

(c) Não.