Lista de Exercícios 2:
Parte III
Projeto e Análise de Algoritmos
Prof[a]. Jerusa Marchi

1. Implemente um algoritmo do tipo Top-Down with memoization para resolver o problema do corte das barras de ferro.

2. Implemente um algoritmo do tipo Top-Down with memoization para resolver o problema da subsequência mais longa.

3. Uma *sequência contígua* de uma lista S é uma subsequência feita de elementos consecutivos de S. Por exemplo, se S é

$$5, 15, -30, 10, -5, 40, 10$$

então $15, -30, 10$ é uma subsequência contígua, mas $5, 15, 40$ não é. Forneça um algoritmo de tempo linear utilizando programação dinâmica para a seguinte tarefa:

Entrada: Uma lista de números $a_1, a_2, ..., a_n$.
Saída: A subsequência contígua de soma máxima (a subsequência de tamanho zero tem soma zero).

Para o exemplo anterior, a resposta seria $10, -5, 40, 10$ com uma soma de 55.

Dica: para cada $j \in \{1, 2, ..., n\}$ considere subsequências contíguas terminando exatamente na posição j.

4. Dado um estoque limitado de moedas de valores $x_1, x_2, ..., x_n$, queremos dar um troco de valor v, ou seja, queremos encontrar um conjunto de moedas cujo valor total é v. Isso pode não ser possível: por exemplo, se os valores das moedas forem 5 e 10 então podemos dar um troco de 15, mas não de 12. Forneça um algoritmo de programação dinâmica de tempo $O(nv)$ para o seguinte problema:

Entrada: $x_1, x_2, ..., x_n$; v.
Saída: É possível dar um troco de v usando moedas de valores $x_1, x_2, ..., x_n$.

5. Considere o seguinte problema 3-Partição. Dados inteiros $a_1, ..., a_n$, queremos determinar se é possível particionar $\{1, ..., n\}$ em três subconjuntos disjuntos I, J, K tal que

$$\sum_{i \in I} a_i = \sum_{j \in J} a_j = \sum_{k \in K} a_k = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^{n} a_i$$

Por exemplo, para a entrada $(1, 2, 3, 4, 4, 5, 8)$, a resposta é *sim*, porque existe a partição $(1, 8), (4, 5), (2, 3, 4)$. Por sua vez, para a entrada $(2, 2, 3, 5)$, a resposta é *não*. Projete um algoritmo de programação dinâmica para a 3-Partição que rode em tempo polinomial em n e em $\sum_i a_i$.