

Trabalho 3: Raciocínio Probabilístico

Parte 1

Questão 1

O resultado da probabilidade abaixo, pode ser extraído diretamente da rede bayesiana.

$$P(G=\text{nao} \mid F=\text{sim}) = 80\%$$

Questão 2

$$\begin{aligned} P(F=\text{sim}, G=\text{sim}, I>50, S=\text{fem}, C=\text{nao}) &= \\ &= P(F=\text{sim}) * P(I>50) * P(S=\text{fem}) * P(G=\text{sim} \mid F=\text{sim}) * P(C=\text{nao} \mid G=\text{sim}, I>50, S=\text{fem}) \end{aligned}$$

$$P(F=\text{sim}, G=\text{sim}, I>50, S=\text{fem}, C=\text{nao}) = 0,001 * 0,4 * 0,5 * 0,2 * 0,05 = 0,000002 = 0,0002\%$$

Questão 3

$$\begin{aligned} P(G=\text{sim}) &= P(F=\text{sim}) * P(G=\text{sim} \mid F=\text{sim}) + P(F=\text{nao}) * P(G=\text{sim} \mid F=\text{nao}) \\ P(G=\text{sim}) &= 0,001 * 0,2 + 0,999 * 0,01 = 0,01019 = 1,019\% \end{aligned}$$

Questão 4

$$\begin{aligned} P(C=\text{sim}) &= \\ &P(F=\text{sim}) * P(I<30) * P(S=\text{masc}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}, I<30, S=\text{masc}) + \\ &P(F=\text{sim}) * P(I<30) * P(S=\text{fem}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}, I<30, S=\text{fem}) + \\ &P(F=\text{sim}) * P(I30-50) * P(S=\text{masc}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}, I30-50, S=\text{masc}) + \\ &P(F=\text{sim}) * P(I30-50) * P(S=\text{fem}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}, I30-50, S=\text{fem}) + \\ &P(F=\text{sim}) * P(I>50) * P(S=\text{masc}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}, I>50, S=\text{masc}) + \\ &P(F=\text{sim}) * P(I>50) * P(S=\text{fem}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}, I>50, S=\text{fem}) + \\ &P(F=\text{nao}) * P(I<30) * P(S=\text{masc}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{nao}, I<30, S=\text{masc}) + \\ &P(F=\text{nao}) * P(I<30) * P(S=\text{fem}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{nao}, I<30, S=\text{fem}) + \\ &P(F=\text{nao}) * P(I30-50) * P(S=\text{masc}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{nao}, I30-50, S=\text{masc}) + \\ &P(F=\text{nao}) * P(I30-50) * P(S=\text{fem}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{nao}, I30-50, S=\text{fem}) + \\ &P(F=\text{nao}) * P(I>50) * P(S=\text{masc}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{nao}, I>50, S=\text{mas}) + \\ &P(F=\text{nao}) * P(I>50) * P(S=\text{fem}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{nao}, I>50, S=\text{fem}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(C=\text{sim}) &= \\ &0,001 * 0,25 * 0,5 * 0,95 + 0,001 * 0,25 * 0,5 * 0,95 + \\ &0,001 * 0,4 * 0,5 * 0,95 + 0,001 * 0,4 * 0,5 * 0,95 + \\ &0,001 * 0,35 * 0,5 * 0,95 + 0,001 * 0,35 * 0,5 * 0,95 + \\ &0,999 * 0,25 * 0,5 * 0,8 + 0,999 * 0,25 * 0,5 * 0,75 + \\ &0,999 * 0,4 * 0,5 * 0,75 + 0,999 * 0,4 * 0,5 * 0,75 + \\ &0,999 * 0,35 * 0,5 * 0,5 + 0,999 * 0,35 * 0,5 * 0,6 \end{aligned}$$

$$P(C=\text{sim}) = 0,0001 + 0,0001 + 0,0002 + 0,0002 + 0,0002 + 0,0002 + 0,0999 + 0,0936 + 0,1498 + 0,1498 + 0,0874 + 0,1049$$

$$P(C=\text{sim}) = 0,6864 = 68,64\%$$

Questão 5

$$\begin{aligned} P(C=\text{sim} \mid G=\text{sim}) &= P(C=\text{Sim}, G=\text{sim}) / P(G=\text{sim}) \\ P(C=\text{sim} \mid G=\text{sim}) &= P(C=\text{Sim}) * P(G=\text{sim}) / P(G=\text{sim}) \\ P(C=\text{sim} \mid G=\text{sim}) &= P(C=\text{sim}) = 0,6864 = 68,64\% \end{aligned}$$

Questão 6

$$\begin{aligned} P(F=\text{sim} \mid C=\text{sim}, G=\text{nao}) &= P(C=\text{sim}, G=\text{nao} \mid F=\text{sim}) * P(F=\text{sim}) / P(C=\text{sim}, G=\text{nao}) \\ &= P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}) * P(G=\text{nao} \mid F=\text{sim}) * P(F=\text{sim}) / P(C=\text{sim}) * P(G=\text{nao}) \\ &= (0,001 * 0,8 * 0,001) / (0,6864 * 0,99) = 0,0000011 = 0,00011\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}) &= \\ &P(F=\text{sim}) * P(I<30) * P(S=\text{masc}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}, I<30, S=\text{masc}) + \\ &P(F=\text{sim}) * P(I<30) * P(S=\text{fem}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}, I<30, S=\text{fem}) + \\ &P(F=\text{sim}) * P(I30-50) * P(S=\text{masc}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}, I30-50, S=\text{masc}) + \\ &P(F=\text{sim}) * P(I30-50) * P(S=\text{fem}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}, I30-50, S=\text{fem}) + \\ &P(F=\text{sim}) * P(I>50) * P(S=\text{masc}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}, I>50, S=\text{masc}) + \\ &P(F=\text{sim}) * P(I>50) * P(S=\text{fem}) * P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}, I>50, S=\text{fem}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}) &= \\ &0,001 * 0,25 * 0,5 * 0,95 + 0,001 * 0,25 * 0,5 * 0,95 + \\ &0,001 * 0,4 * 0,5 * 0,95 + 0,001 * 0,4 * 0,5 * 0,95 + \\ &0,001 * 0,35 * 0,5 * 0,95 + 0,001 * 0,35 * 0,5 * 0,95 \end{aligned}$$

$$P(C=\text{sim} \mid F=\text{sim}) = 0,0001 + 0,0001 + 0,0002 + 0,0002 + 0,0002 + 0,0002 = 0,001$$

$$P(G=\text{nao}) = 1 - P(G=\text{sim}) = 1 - 0,01019 = 0,99 \text{ (Questão 3)}$$

$$P(C=\text{sim}) = 0,6864 \text{ (Questão 4)}$$

Parte 2

Questão 1

$D = \{\text{População estudantil, Colar, Estudar para a prova, Ver colega colando, Penalizado}\}$

O problema é representado pelas seguintes variáveis:

- PE - "População estudantil" com estados {EU, ES, EF}, representando o nível do aluno;
- C - "Colar" com estados {sim, nao} representando se o aluno cola ou não nas provas;

- E - "Estudar para prova" com estados {sim, nao} representando se o aluno estuda ou não para as provas;
- V - "Ver colega colando" com estados {sim, nao} representando já viu algum colega colando ou não nas provas;
- PN - "Penalizado" com estados {sim, nao} representando se o alunose sente penalizado ou não na nota.

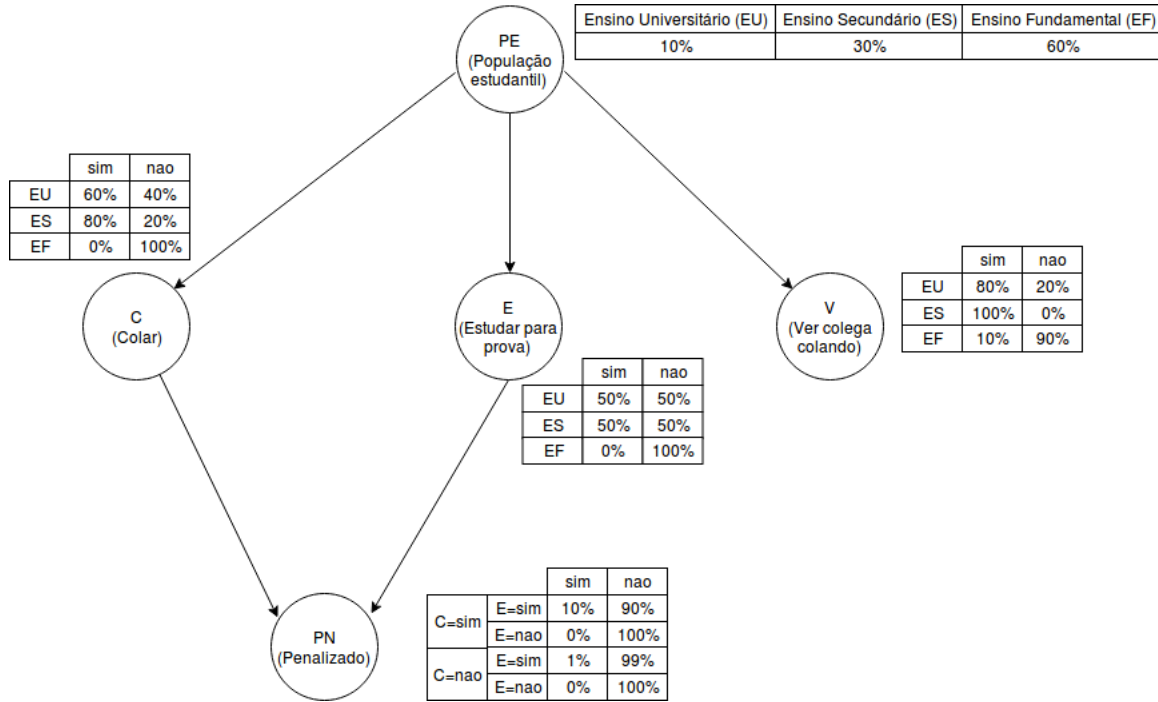


Figura 1: Modelagem da Rede Bayesiana

Questão 2

$$P(C=\text{sim}) = P(PE=EU) * P(C=\text{sim} | PE=EU) + P(PE=ES) * P(C=\text{sim} | PE=ES) + P(PE=EF) * P(C=\text{sim} | PE=EF)$$

$$P(C=\text{sim}) = 0,1 * 0,6 + 0,3 * 0,8 + 0,6 * 0,0 = 0,3 = 30\%$$

Questão 3

$$\begin{aligned} P(PE=ES | C=\text{sim}, PN=\text{sim}) &= \\ &= P(C=\text{sim}, PN=\text{sim} | PE=ES) * P(PE=ES) / P(C=\text{sim}, PN=\text{sim}) \\ &= P(C=\text{sim} | PE=ES) * P(PN=\text{sim} | PE=ES) * P(PE=ES) / P(C=\text{sim}) * P(PN=\text{sim}) \\ &= 0,8 * 0,0123 * 0,3 / 0,0155 * 0,3 = 0,6348 = 63,48\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(PN=\text{sim} | PE=ES) &= \\ &P(PE=ES) * P(C=\text{sim} | PE=ES) * P(E=\text{sim} | PE=ES) * P(PN=\text{sim} | C=\text{sim}, E=\text{sim}) + \\ &P(PE=ES) * P(C=\text{sim} | PE=ES) * P(E=\text{não} | PE=ES) * P(PN=\text{sim} | C=\text{sim}, E=\text{não}) + \\ &P(PE=ES) * P(C=\text{não} | PE=ES) * P(E=\text{sim} | PE=ES) * P(PN=\text{sim} | C=\text{não}, E=\text{sim}) + \\ &P(PE=ES) * P(C=\text{não} | PE=ES) * P(E=\text{não} | PE=ES) * P(PN=\text{sim} | C=\text{não}, E=\text{não}) \end{aligned}$$

$$P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{ES}) = 0,0123$$

$$P(\text{C}=\text{sim}) = 0.3 \text{ (Questão anterior)}$$

$$P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{ES}) =$$

$$\begin{aligned} & P(\text{PE}=\text{ES}) * P(\text{C}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{ES}) * P(\text{E}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{ES}) * P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{C}=\text{sim}, \text{E}=\text{sim}) + \\ & P(\text{PE}=\text{ES}) * P(\text{C}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{ES}) * P(\text{E}=\text{não} \mid \text{PE}=\text{ES}) * P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{C}=\text{sim}, \text{E}=\text{não}) + \\ & P(\text{PE}=\text{ES}) * P(\text{C}=\text{não} \mid \text{PE}=\text{ES}) * P(\text{E}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{ES}) * P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{C}=\text{sim}, \text{E}=\text{sim}) + \\ & P(\text{PE}=\text{ES}) * P(\text{C}=\text{não} \mid \text{PE}=\text{ES}) * P(\text{E}=\text{não} \mid \text{PE}=\text{ES}) * P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{C}=\text{sim}, \text{E}=\text{não}) + \\ & P(\text{PE}=\text{EU}) * P(\text{C}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{EU}) * P(\text{E}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{EU}) * P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{C}=\text{sim}, \text{E}=\text{sim}) + \\ & P(\text{PE}=\text{EU}) * P(\text{C}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{EU}) * P(\text{E}=\text{não} \mid \text{PE}=\text{EU}) * P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{C}=\text{sim}, \text{E}=\text{não}) + \\ & P(\text{PE}=\text{EU}) * P(\text{C}=\text{não} \mid \text{PE}=\text{EU}) * P(\text{E}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{EU}) * P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{C}=\text{sim}, \text{E}=\text{sim}) + \\ & P(\text{PE}=\text{EU}) * P(\text{C}=\text{não} \mid \text{PE}=\text{EU}) * P(\text{E}=\text{não} \mid \text{PE}=\text{EU}) * P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{C}=\text{sim}, \text{E}=\text{não}) + \\ & P(\text{PE}=\text{EF}) * P(\text{C}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{EF}) * P(\text{E}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{EF}) * P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{C}=\text{sim}, \text{E}=\text{sim}) + \\ & P(\text{PE}=\text{EF}) * P(\text{C}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{EF}) * P(\text{E}=\text{não} \mid \text{PE}=\text{EF}) * P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{C}=\text{sim}, \text{E}=\text{não}) + \\ & P(\text{PE}=\text{EF}) * P(\text{C}=\text{não} \mid \text{PE}=\text{EF}) * P(\text{E}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{EF}) * P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{C}=\text{sim}, \text{E}=\text{sim}) + \\ & P(\text{PE}=\text{EF}) * P(\text{C}=\text{não} \mid \text{PE}=\text{EF}) * P(\text{E}=\text{não} \mid \text{PE}=\text{EF}) * P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{C}=\text{sim}, \text{E}=\text{não}) \end{aligned}$$

$$P(\text{PN}=\text{sim} \mid \text{PE}=\text{ES}) = 0.0155$$