

## MAT77C - Fundamentos de Análise - Lista 9

Fabio Zhao Yuan Wang\*

1. Seja  $\{k_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$  uma família de conjuntos compactos em  $\mathbb{R}$ . Mostre que

a) Se  $\Lambda$  é finito  $\bigcup_{\lambda \in \Lambda} k_\lambda$  é um conjunto compacto.

Dem:

b) Se  $\Lambda$  é qualquer  $\bigcap_{\lambda \in \Lambda} k_\lambda$  é um conjunto compacto.

2. Seja  $\{k_\lambda\}_{\lambda \in \Lambda}$  uma família de conjuntos compactos não vazios em  $\mathbb{R}$  tais que

$$K_1 \supset K_2 \supset \cdots \supset K_n \supset \cdots$$

Então  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} K_n$  é compacto e não-vazio.



3. Seja  $A \subset \mathbb{R}$  um conjunto conexo. Mostre que  $\overline{A}$  também é um conjunto conexo.

4. Demonstre as seguintes afirmações:

a) O espaço  $\mathbb{R}$  é conexo.

b) Os únicos conjuntos abertos e fechados ao mesmo tempo são  $\mathbb{R}$  e  $\emptyset$

c) Seja  $X = U \cap V$ , em que  $U$  e  $V$  são conjuntos conexos e  $U \cap V \neq \emptyset$ . Então  $X$  é conexo.

\*  Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Cidade, Paraná, Brasil.  [fabioyuan@gmail.com](mailto:fabioyuan@gmail.com).