Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE

Cálculo Vectorial

Caso de estudio 1

Apellidos: ____

Nombres: ______________________________ **Grupo:** ______________________

NRC: ______________________________ **Fecha límite de entrega:** 08/12/2024

El formato de entrega de la actividad es PDF, con el nombre **C1.G(Número de Grupo).Apellido.Nombre.CalculoVectorial**. Es importante que muestren su trabajo y esfuerzo en cada problema. Se aplican las siguientes reglas:

- **Organice su trabajo** de una manera coherente y ordenada.
- **Las respuestas sin justificación no recibirán la calificación completa**.

Planteamiento:

Considerar los siguientes puntos en el espacio tridimensional:

- $Q(2,0,0)$
- $P_1(0,0,1)$
- $P_2(0,1,2)$

Responde las siguientes preguntas:

1. Hallar la distancia más corta entre el punto Q y la recta determinada por los puntos P_1 y P_2.
   - Encuentra las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por los puntos P_1 y P_2 .
   - Calcula la distancia más corta entre el punto Q y la recta.
   - Representa gráficamente el punto Q, la recta y la distancia más corta, emplear una herramienta computacional.
2. Hallar la distancia más corta y larga entre el punto Q y el segmento de recta que une los puntos P_1 y P_2.
   - Determina las distancias más corta y larga entre Q y el segmento de recta que conecta P_1 y P_2.
   - Realiza un análisis de los casos que podrían definir las distancias extremas.
   - Representa gráficamente el punto Q, el segmento de recta y las distancias, y explicar los razonamientos detrás de cada distancia emplear una herramienta computacional como apoyo.
3. Calcular el área del triángulo formado por los puntos Q, P_1 y P_2 .
   - Utiliza el producto vectorial para calcular el área del triángulo.
   - Recuerda que el área de un triángulo formado por tres puntos en el espacio se calcula como la mitad del módulo del producto cruzado entre los vectores formados por esos puntos.
   - Representa el triángulo mediante una herramienta computacional y valida la relación entre el área calculada y la representación gráfica.
4. Tres de los vértices de un paralelogramo son Q , P_1 y P_2 . Hallar dos posibilidades para el cuarto vértice y el área del paralelogramo de cada una de estas opciones.
   - Determina dos posibles posiciones para el cuarto vértice del paralelogramo, emplear las

propiedades de los vectores en el espacio.

- Calcula el área del paralelogramo formado por los puntos Q, P_1, P_2 y el cuarto vértice en cada caso. Recuerda que el área de un paralelogramo es el valor absoluto del producto cruzado entre dos vectores de sus lados adyacentes.
- Representa ambos paralelogramos con el empleo de una herramienta computacional y discute cómo las posiciones del cuarto vértice afectan al área.

Instrucciones para la resolución:

- **Grupo de trabajo**: El caso de estudio debe ser resuelto en grupos de 5 estudiantes. Cada integrante del grupo debe colaborar en la resolución de cada inciso, con el empleo tanto el razonamiento analítico como la representación gráfica.
- **Uso de herramientas computacionales**: Los grupos deben utilizar alguna herramienta de visualización como GeoGebra, Wolfram Mathematica, etc., para ilustrar los resultados obtenidos en cada inciso.
- **Entrega final**: Los grupos deberán entregar un informe detallado que incluya:
  - La resolución paso a paso de cada inciso.
  - Cálculos realizados.
  - Representaciones gráficas de los resultados.
  - Explicaciones claras de las soluciones obtenidas.

Sugerencias para la resolución de cada inciso:

Inciso 1:

- Para la recta, usa la forma paramétrica $r(t) = P_1 + t(P_2 - P_1)$, donde t es el parámetro.
- La distancia entre un punto y una recta en $3D$ puede calcularse mediante la fórmula:

$$d = \frac{\left|\overrightarrow{P_1Q} \times \overrightarrow{P_1P_2}\right|}{\left|\overrightarrow{P_1\,P_2}\right|}$$

Inciso 2:

- Para hallar la distancia más corta y larga entre Q y el segmento de recta, considera dos casos:
  1. La distancia más corta es entre Q y la proyección ortogonal de Q sobre la recta (si la proyección está dentro del segmento).
  2. La distancia más larga es entre Q y el punto del segmento más alejado de Q .

Inciso 3:

- El área del triángulo se calcula con el producto cruzado de los vectores $\overrightarrow{P_1Q}$ y $\overrightarrow{P_2Q}$, y el área será:

$$A = \frac{1}{2}\left|P_{1Q} \times P_{2Q}\right|$$

Inciso 4:

- Con el empleo de la propiedad de los paralelogramos, puedes encontrar dos posibles cuarto vértices P_3 de la siguiente manera:
  1. $P_3 = P_1 + (P_2 - Q)$
  2. $P_3 = P_2 + (Q - P_1)$
- El área será calculada con el producto cruzado como se explicó anteriormente.

El caso de estudio está diseñado para ser desafiante, y que promueva tanto el desarrollo de habilidades algebraicas y geométricas como el uso de herramientas computacionales para la visualización y comprobación de los resultados. ¡Éxitos!