

AOS CUIDADOS DO

COMITÊ DE AVALIAÇÃO DO PROGRAMA PIPE-FAPESP

PESQUISA INOVATIVA EM PEQUENAS EMPRESAS



**PROJETO – FASE 2 (REFORMULADO)**

**SMARTSET**

**AMPLIANDO LUCROS DE ROBÔS INVESTIDORES**

PROCESSO: 2013/50894-8



Robôs Investidores

## Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO E OBJETIVOS.....</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>FRENTES DE PESQUISA APLICADA.....</b>	<b>6</b>
2.1	Econofísica: Leis de potência empíricas propostas recentemente	
2.1.1	Finanças: Leis de potência do mercado mundial.....	6
2.1.2	A lei da distribuição cúbica inversa das flutuações dos preços.....	7
2.1.3	A lei de distribuição semi-cúbica inversa do volume de negociações...	8
2.1.4	Volatilidade: Definição e distribuição.....	9
2.2	Algoritmos evolucionários e otimização multiobjetivo	
2.2.1	Algoritmos evolucionários.....	10
2.2.2	Otimização multiobjetivo.....	11
2.2.3	SmartSet e SPEA2.....	14
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>15</b>
3.1	Processo 1: Obtenção de dados globais.....	16
3.2	Processo 2: Criação do robô	
3.2.1	Fonte de ideias.....	18
3.2.2	Objetivos.....	19
3.2.3	Análise de viabilidade do protótipo.....	19
3.2.4	Exemplo: O robô <i>Nature</i> .....	20
3.3	Processo 3: Otimização dos parâmetros	
3.3.1	<i>Backtest</i> .....	20
3.3.2	<i>Overfitting</i> .....	22
3.3.3	<i>Walk-forward</i> .....	22
3.3.4	Re-otimização.....	24

3.4	Processo 4: Análise dos resultados	
3.4.1	Curva de equidade e análise de fractalidade.....	25
3.4.2	Estatística dos dados.....	26
3.5	Processo 5: Monitoramento em tempo real.....	28
4	<b>PLANEJAMENTO.....</b>	<b>29</b>
4.1	Etapa 1: Evolução do protótipo do SmartSet.....	29
4.2	Etapa 2: Otimização do portfólio de robôs dod.....	30
4.3	Etapa 3: Análise robusta de dados.....	31
4.4	Etapa 4: Validação em tempo real.....	32
4.5	Etapa 5: Conclusões e Ilustração do planejamento.....	33
5	<b>INOVAÇÃO E CONCORRÊNCIA.....</b>	<b>33</b>
6	<b>EQUIPE SMARTSET.....</b>	<b>37</b>
7	<b>EQUIPAMENTOS UTILIZADOS.....</b>	<b>38</b>
8	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>41</b>

## 1 INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

As atividades que foram executadas na fase 1 do projeto **SmartSet** tinham como objetivo a construção de um sistema computacional protótipo, que se integra a outras tecnologias, chamado **SmartSet Optimizer** com o objetivo de otimizar os parâmetros dos robôs investidores a fim de que resultados obtidos com dados históricos (*backtest*) coloquem a probabilidade a favor dos clientes para conseguir lucros futuros.

O objetivo geral da implementação de técnicas de inteligência artificial na otimização de robôs de investimento é obviamente obter o melhor desempenho apresentando o menor risco possível, ampliando a probabilidade de lucros dos robôs integrados ao autosserviço online **dod** que, além de ser do interesse imediato dos investidores usuários e dos pesquisadores estrategistas de robôs, gera liquidez e estabilidade ao mercado financeiro, expandindo a cultura de investimentos no Brasil e auxiliando o desenvolvimento econômico.

Os objetivos específicos de nossa proposta para a fase 2 incluem:

- A evolução do protótipo do **SmartSet Optimizer** (inicialmente implementado na fase 1 de forma restrita para validar o conceito) a fim de que ele ganhe mais robustez e gere mais dados para a análise empírica de seus resultados. Nesse aspecto, de acordo com análises rigorosas de performance disponíveis na literatura (Konak *et al.* 2006), o **SPEA** -*Strength Pareto Evolutionary Algorithm*- (Zitzler e Thiele, 1999) seria a melhor escolha para a evolução da versão 1 do **SmartSet**. Além do mais, uma versão mais eficiente do **SPEA**, chamado **SPEA2** foi desenvolvida por Zitzler *et al.* (2001) e possui as seguintes melhoras em relação ao seu antecessor:
  - 1) Um esquema de atribuição de *fitness* melhorado é usado, que leva em consideração quantos indivíduos são dominados por cada indivíduo e por quem eles são dominados.
  - 2) A técnica de estimativa da densidade vizinha mais próxima é incorporada, que permite uma orientação mais precisa do processo de pesquisa.

3) Novos métodos de truncamento melhoram a preservação de soluções de contorno.

- Aprofundar o conhecimento acerca da relação entre tamanho da população, número de iterações de otimização e nível de mutação com a diversidade populacional e grau de *overfitting*.
- Desenvolver novos robôs a partir de resultados empíricos da **Econofísica** para serem otimizados com o **SmartSet Optimizer**. Detalhes sobre esse processo estão na seção 2.1 “Econofísica: Leis de potência empíricas propostas recentemente” e 3.2.2 “Processo 2: Criação do robô” deste projeto.
- Adaptar a arquitetura computacional do **SmartSet Optimizer** para incluí-lo no portfólio oficial de robôs do desenvolvimento com uso da plataforma russa chamada MetaTrader<sup>1</sup>, uma das mais sofisticadas e robustas do mundo para este fim.
- Otimizar os robôs do portfólio do desenvolvimento utilizando a arquitetura de software desenvolvida durante a Fase 1, que distribui cada execução a um servidor e centraliza os resultados, retroalimentando de forma estruturada o servidor central que possui o algoritmo genético em execução.
- Analisar a estabilidade dos resultados das otimizações e identificar os sets de parâmetros de configuração que apresentam maior proteção à razão de capital investido por retorno sobre o investimento. Para este fim, é necessário desenvolver um outro software que funcionará em simbiose com **SmartSet Optimizer** chamado **SmartSet Analyzer**. Esse passo é importante porque a população obtida por algoritmo genético pode possuir características promissoras, mas não é possível eleger *a priori* os melhores indivíduos apenas por sua performance individual. Então, o **SmartSet Analyzer** funciona como um teste de robustez *a posteriori* com a finalidade de reduzir o problema do *overfitting*.

---

<sup>1</sup> <http://metatrader5.com>

- Disponibilizar as novas versões dos robôs, otimizadas com uso da tecnologia **SmartSet** aos investidores usuários do sistema **dod**, potencializando seus resultados financeiros.
- A publicação de artigos científicos em revistas especializadas referente à criação de robôs utilizando resultados empíricos da área de **Econofísica** e aplicação de inteligência artificial baseada em algoritmos genéticos (**SPEA2**) na obtenção de parâmetros de robôs investidores e seus resultados em tempo real com o mercado brasileiro.

Todas essas implementações listadas acima, atuando em conjunto, torna o sistema de negociação automatizado mais robusto, confiável e estável, influenciando diretamente na performance dos robôs e impactando positivamente a fidelização com os clientes.

Um outro benefício indireto do projeto **SmartSet** é facilitar a parte de negócios (*business*), tornando as negociações com investidores mais realistas ao explicitar que utilizamos meios científicos em conjunto com análises robustas para fornecer performance dos robôs, tornando o sucesso do projeto crucial para o crescimento da empresa **dod – Robôs Investidores**.

## 2 FRENTES DE PESQUISA APLICADA DO PROJETO SMARTSET

Antes de expor a metodologia de todos os processos que se relacionam ao projeto **SmartSet**, é importante introduzir as frentes de pesquisa aplicada que o projeto está inserido.

### **2.1 Econofísica: Leis de potência empíricas propostas recentemente.**

**2.1.1 Finanças: Leis de potência das atividades do mercado mundial:** Dados financeiros em larga escala levaram ao progresso do entendimento das caudas de distribuições financeiras (distribuições de probabilidade das variações dos preços). Os primeiros artigos nessa direção são de Mandelbrot (1963) e Fama (1963). Anos depois, resultados importantes foram publicados por membros da equipe do físico H. Eugene Stanley da universidade de Boston. Os resultados deste grupo na

literatura vão além de pesquisas anteriores em muitas formas; de particular relevância para o projeto **SmartSet** são a caracterização correta do comportamento das caudas dos movimentos de preços. Os resultados foram obtidos usando uma quantidade muito grande de dados que chegaram a centenas de milhões de pontos.

O estudo de leis de potência é importante porque caracteriza o risco de haver movimentos extremos do preço a medida que os momentos da distribuição se tornam infinitos. Essa análise possui uma enorme relevância de consequências práticas para a gerência do controle de risco, fundamental em qualquer sistema de negociação.

### 2.1.2 A lei da distribuição cúbica inversa das flutuações dos preços das ações:

$\gamma_r \cong 3$ . O retorno da distribuição da cauda em curto prazo (15 minutos até alguns dias) foi analisada em uma série de estudos com diferentes tamanhos de amostras. Com alguns milhares de pontos de dados (Jansen e de Vries 1991, Lux 1996, Mandelbrot 1963), então com 2 milhões de pontos de dados (Mantegna e Stanley 1995) e depois Gopikrishnan *et al* (1999) usaram mais de 200 milhões de pontos de dados, estabelecendo um forte cenário para a lei de potência cúbica inversa para os retornos de ações do mercado financeiro mundial. Considerando  $r_t$  como o logaritmo o retorno sobre um intervalo de tempo  $\Delta t$ , Gopikrishnan *et al* (1999) encontraram que a função de distribuição dos retornos para as 1000 maiores ações americanas e vários índices internacionais, incluindo o Bovespa, é:

$$P(|r| > x) \propto \frac{1}{x^{\gamma_r}} \text{ com } \gamma_r \cong 3.$$

Essa relação se mantém para retornos positivos e negativos separadamente. Esse valor do expoente de cauda (*ou expoente de Pareto*) é consistente com uma variância finita e significa que os retornos de ações financeiras não obedecem a distribuição de Lévy (como proposto por Mandelbrot em 1963) pois esta possui variância infinita com  $\gamma_r < 2$ . A equação acima, além de se manter internacionalmente, não está inconsistente com os *crashes* de 1929 e 1987 (Gabaix *et al.* 2005). Então, não há necessidade para uma teoria especial voltada para

*crashes* pois variações extremas de preços são consistentes com uma distribuição com caudas largas, o que nos fornece indícios que um mecanismo unificado pode ser consistente com todos os movimentos de mercado, grandes e pequenos, incluindo *crashes*.

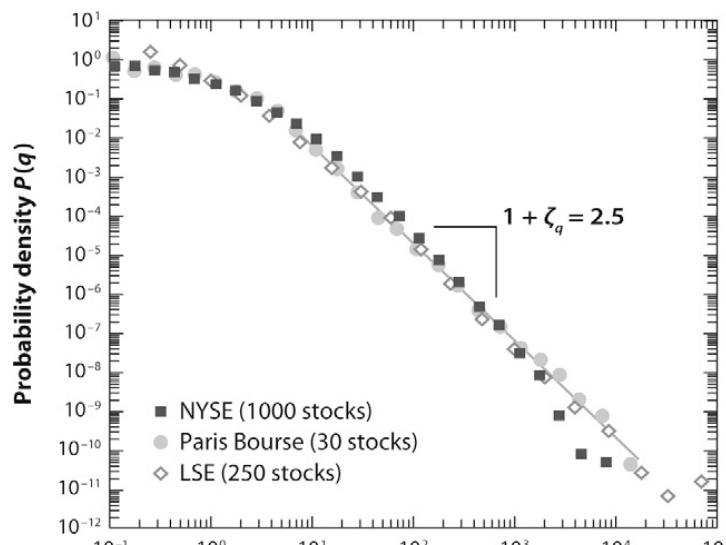
Plerou et al. (2005) encontrou que o *bid-ask spread* (espaçamento entre as melhores ofertas de compra e venda) também segue a lei de potência cúbica inversa, informação de extrema relevância para algoritmos de *High Frequency Trading* (HFT), que usam as flutuações do *book* (livro de ofertas) como critérios de decisão para efetuar negociações.

Um das consequências da lei cúbica inversa é que ela quantifica que eventos (movimentos de preços) com 10 desvios padrão e 20 desvios padrão são  $5^3 = 125$  e  $10^3 = 1000$  menos prováveis respectivamente que um evento de 2 desvios padrão.

**2.1.3 A lei da distribuição semi-cúbica inversa do volume de negociações:**  $\gamma_q \cong 3/2$ . Gopikrishnan et al. (2000) mostraram que o volume de negociações das 1000 maiores ações americanas também obedecem uma distribuição de lei de potência:

$$P(|q| > x) \propto \frac{1}{x^{\gamma_q}} \text{ com } \gamma_q \cong 3/2.$$

Precisamente, o valor estimado é  $\gamma_q = 1.53 \pm 0.07$ . A figura abaixo (retirada de Gopikrishnan et al. 2000) plota a densidade do volume, que satisfaz  $P(q) \sim q^{-2.5} = q^{-(\gamma_q+1)}$ , de acordo com a equação acima.

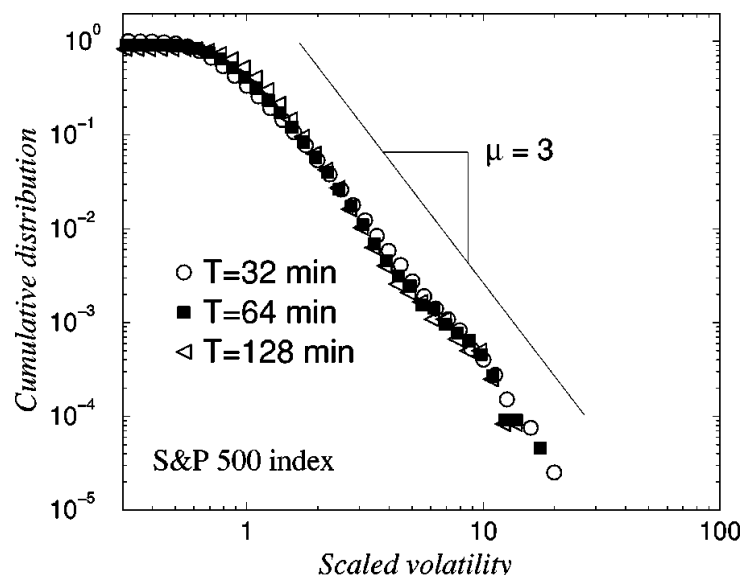




A análise da bolsa americana foi estendida para a França e Reino Unido por Gabaix *et al.* (2006) e Plerou e Stanley (2007), que estudaram 30 grandes ações da *Paris Bourse* entre 1995 e 1999, contendo aproximadamente 35 milhões de pontos de dados, e 250 ações da *London Stock Exchange* em 2001. Para todos os 3 mercados o expoente parece ser essencialmente idêntico.

**2.1.4 Volatilidade: definição e distribuição.** A volatilidade das mudanças de preço do mercado é uma medida de quanto o mercado está passível a flutuar, o que torna necessário definir e estimar a volatilidade e suas correlações de curto e longo prazo. Entender as propriedades estatísticas da volatilidade também possui implicações práticas importantes como a quantificação do risco (Bouchaud e Potters 1998).

Liu et al. (1999) mostraram, empiricamente através de dados do índice S&P 500 (índice das 500 maiores empresas americanas), que a volatilidade também apresenta distribuições com leis de potência cúbicas inversas nas caudas, assim como correlações de longa distância que exibem decaimentos lentos.



Na figura acima (retirada de Liu et al. 1999) vemos a função de distribuição cumulativa para a volatilidade. A linha de regressão estima um expoente  $\mu = 3.10 \pm 0.08$ .

Na literatura há algumas definições quantitativas de volatilidade. Em nossos estudos na empresa *doD* usamos a volatilidade como a média local da variação do preço absoluto sobre um intervalo de tempo  $T$ , que é um parâmetro ajustável em nossa estimativa.

Definimos a variação do preço  $G(t)$  como a variação logarítmica do preço do ativo  $Z(t)$ .

$$G(t) \equiv \ln Z(t + \Delta t) - \ln Z(t) \cong \frac{Z(t + \Delta t) - Z(t)}{Z(t)}$$

O valor absoluto  $|G(t)|$  descreve a amplitude da flutuação e valores grandes descrevem crises e grandes movimentos. Definimos a volatilidade como a média de  $|G(t)|$  sobre uma janela de tempo  $T = n\Delta t$ , ou seja,

$$V(t) \equiv \frac{1}{n} \sum_{t'=t}^{t+n-1} |G(t')|$$

onde  $n$  é um inteiro. A definição acima pode ser generalizada (Pasquini e Serva) substituindo  $|G(t)|$  por  $|G(t)|^\gamma$  onde  $\gamma > 1$  fornece mais peso para valores mais altos de  $|G(t)|$  e  $0 < \gamma < 1$  fornece mais peso para valores menores de  $|G(t)|$ .

Na seção de metodologia mostramos resultados nessa linha de abordagem onde obtemos gráficos da volatilidade histórica que exibem auto-similaridade (fractalidade) e pretendemos aplicar as conclusões a um novo robô chamado *Nature*.

Concluindo, desde 2013 estamos focados em utilizar os dados empíricos de pesquisas científicas na área de **econofísica** para auxiliar estratégias de investimento automatizado a serem otimizadas pelo SmartSet Optimizer.

## 2.2 Algoritmos Evolucionários e Otimização Multiobjetivo

**2.2.1 Algoritmos Evolucionários.** Algoritmos evolucionários (AEs) são heurísticas que usam o conceito de seleção natural como um processo de busca para resolver problemas. O uso de AEs para tarefas de busca e otimização se tornou muito

popular nos últimos anos, com um desenvolvimento constante de novos algoritmos, avanços teóricos e muitas aplicações (Fonseca *et al.* 1995). A otimização multiobjetivo se tornou uma referência em problemas de otimização quando há duas ou mais funções objetivo a serem otimizadas ao mesmo tempo, ao invés de apenas uma. Como consequência, não há soluções únicas, e sim um conjunto ótimo de soluções disponíveis, o chamado grupo ótimo de Pareto (*Pareto optimal set*).

Os AEs mais comuns são os algoritmos genéticos, programação genética, estratégias de evolução e programação evolucionária, todas sendo baseadas em sistemas de evolução submetidos a algumas transformações, onde os indivíduos ou “genes” lutam pela sobrevivência.

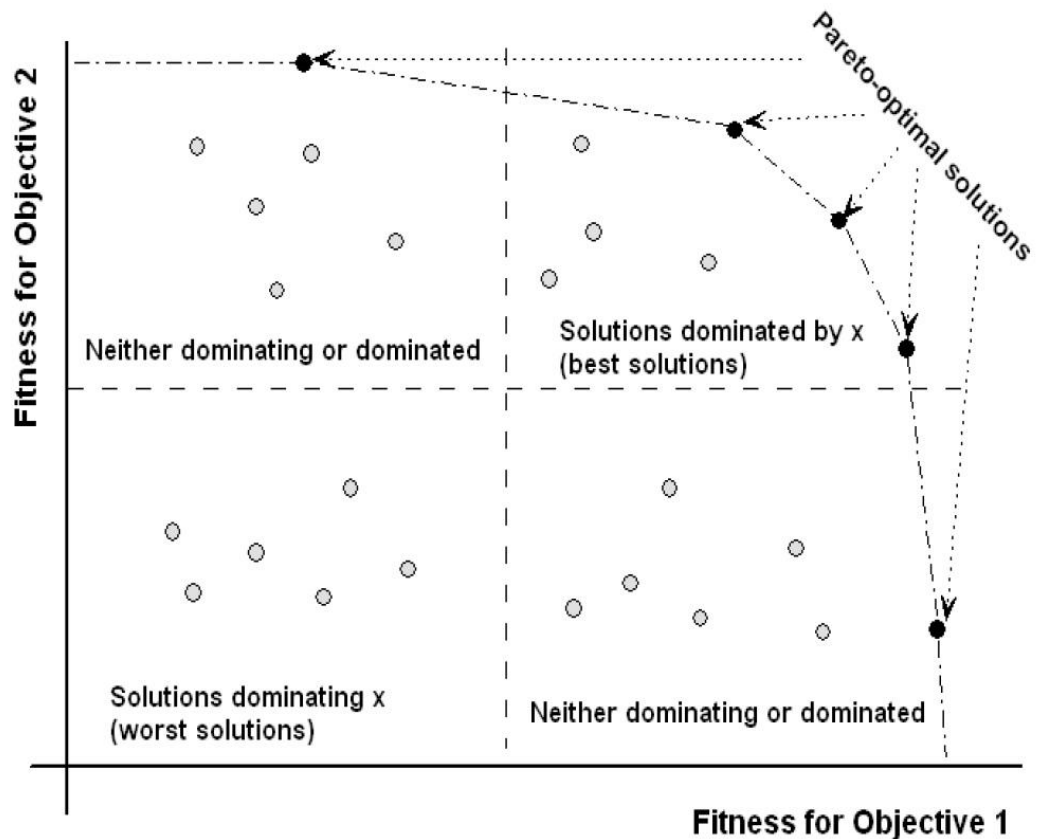
Os AEs são caracterizados por uma população de candidatos cujo processo de reprodução faz com que a combinação de soluções existentes gerem novas soluções. Isso viabiliza a procura de vários membros do grupo ótimo de Pareto em uma única rodada ao invés de várias como é o caso de alguns processos estocásticos convencionais. Finalmente, a seleção natural determina quais indivíduos da população participam da nova população.

**2.2.2 Otimização multiobjetivo.** O potencial uso dos algoritmos evolucionários voltados para soluções de problemas utilizando otimização multiobjetivo vêm do final da década de 60 com a tese de doutorado de Rosenberg (1967). A primeira implementação real foi o “Vector Evaluation Genetic Algorithm (VEGA) de Schaffer (1984), introduzido em meados da década de 80, focado na solução de problemas de aprendizado de máquina. Desde então, uma grande variedade de algoritmos foi proposto na literatura (Eckart *et al.* 2000). Podemos dividir os tipos de algoritmos evolucionários multiobjetivo nos seguintes tipos:

- Funções agregadoras
- Aproximações baseadas em populações
- Aproximações baseadas em frentes de Pareto

Nos algoritmos baseados em Pareto, que é o mais adequado para o projeto **SmartSet**, o principal objetivo é identificar soluções na frente ótima de Pareto.

Entretanto, identificar todas as soluções ótimas de Pareto, para muitos problemas multiobjetivo é praticamente impossível devido à quantidade de soluções além do fato da possibilidade de inviabilidade computacional. A figura a seguir, retirada do livro *“Evolutionary Multiobjective Optimization”* (Ajith *et al* 2005), ilustra o processo com duas funções objetivo.



Portanto, uma prática comum para otimização multiobjetivo é investigar um grupo de parâmetros que se identificam com o grupo ótimo de Pareto da melhor forma possível. Com essas limitações em mente, um algoritmo de otimização multiobjetivo deve lidar com os seguintes objetivos em conflito:

1. A melhor frente de Pareto conhecida deve estar o mais próximo da verdadeira frente de Pareto. Idealmente um sub-grupo da mesma.
2. As soluções dos melhores parâmetros conhecidos devem estar uniformemente distribuídos ao longo da frente de Pareto para fornecer um cenário convincente de escolha.

3. A melhor frente de Pareto conhecida deve capturar todo o espectro da frente de Pareto. Isso requer a investigação de soluções na borda do de espaço de funções objetivas.

Ao longo das últimas duas décadas, muitos algoritmos evolucionários multiobjetivo baseados na frente de Pareto foram propostos. Em um excelente artigo de revisão sobre resultados empíricos dos principais algoritmos, Zitzler *et al.* (2000) compararam sistematicamente 8 AE's através de 6 funções testes diferentes, encontrando uma clara hierarquia relaciona a capacidade de cada algoritmo de obter a distância da frente ótima de Pareto. Os 3 melhores algoritmos foram:

1. ***Strength Pareto Evolutionary Algorithm - SPEA*** (Zitzler e Thiele, 1999).
2. ***Nondominated Sorting Genetic Algorithms - NSGA*** (Srinivas e Deb, 1994).
3. ***Vector Evaluated Genetic Algorithms - VEGA*** (Schaffer, 1984).

Eckart *et al.* Concluíram que devido ao fato do **SPEA** ser o único que incorpora o elitismo como uma parte central do algoritmo faz com que sua performance nos testes seja claramente superior aos outros. A maioria dos algoritmos multiobjetivo mais recentes incorporaram o conceito de elitismo. Como discutido em Zitzler *et al.* (2000), estratégias que usam elitismo tendem a uma melhor performance que os não-elitistas. A tabela abaixo, retirada do artigo de Abdullah *et al.* (2006), mostra as características, vantagens e desvantagens de 13 algoritmos genéticos multiobjetivo onde foram tratados questões de *design* e componentes dos algoritmos, como:

- *Fitness functions*
- Diversidade
- Elitismo
- Manejamento de vínculos
- Paralelismo

Table 1  
A list of well-known multi-objective GA

Algorithm	Fitness assignment	Diversity mechanism	Elitism	External population	Advantages	Disadvantages
VEGA [5]	Each subpopulation is evaluated with respect to a different objective	No	No	No	First MOGA Straightforward implementation	Tend converge to the extreme of each objective
MOGA [6]	Pareto ranking	Fitness sharing by niching	No	No	Simple extension of single objective GA	Usually slow convergence Problems related to niche size parameter
WBGA [8]	Weighted average of normalized objectives	Niching	No	No	Simple extension of single objective GA	Difficulties in nonconvex objective function space
NPGA [7]	No fitness assignment, tournament selection	Predefined weights Niche count as tie-breaker in tournament selection	No	No	Very simple selection process with tournament selection	Problems related to niche size parameter Extra parameter for tournament selection
RWGA [9]	Weighted average of normalized objectives	Randomly assigned weights	Yes	Yes	Efficient and easy implement	Difficulties in nonconvex objective function space
PESA [14]	No fitness assignment	Cell-based density	Pure elitist	Yes	Easy to implement Computationally efficient	Performance depends on cell sizes Prior information needed about objective space
PAES [29]	Pareto dominance is used to replace a parent if offspring dominates	Cell-based density as tie breaker between offspring and parent	Yes	Yes	Random mutation hill-climbing strategy Easy to implement Computationally efficient	Not a population based approach Performance depends on cell sizes
NSGA [10]	Ranking based on non-domination sorting	Fitness sharing by niching	No	No	Fast convergence	Problems related to niche size parameter
NSGA-II [30]	Ranking based on non-domination sorting	Crowding distance	Yes	No	Single parameter ( $N$ ) Well tested Efficient	Crowding distance works in objective space only
SPEA [11]	Raking based on the external archive of non-dominated solutions	Clustering to truncate external population	Yes	Yes	Well tested No parameter for clustering	Complex clustering algorithm
SPEA-2 [12]	Strength of dominators	Density based on the $k$ -th nearest neighbor	Yes	Yes	Improved SPEA Make sure extreme points are preserved	Computationally expensive fitness and density calculation
RDGA [19]	The problem reduced to bi-objective problem with solution rank and density as objectives	Forbidden region cell-based density	Yes	Yes	Dynamic cell update Robust with respect to the number of objectives	More difficult to implement than others
DMOEA [20]	Cell-based ranking	Adaptive cell-based density	Yes (implicitly)	No	Includes efficient techniques to update cell densities Adaptive approaches to set GA parameters	More difficult to implement than others

**2.2.3 SmartSet e SPEA2.** Como mostrado acima, é necessário uma escolha do algoritmo a ser utilizado para cada problema de otimização. No caso do projeto **SmartSet**, precisamos evoluir a primeira versão desenvolvida na fase 1 para um algoritmo que se adeque melhor às características necessárias para uma convergência de parâmetros que sejam capazes de gerar um bom desempenho para os robôs investidores. A escolha do algoritmo a ser aprimorado passa pelos seguintes critérios principais:

- Para um controle adequado de risco, é necessário de 2 a 3 funções objetivo como o lucro líquido máximo, *drawdown* mínimo e um vínculo associado ao

número de transações no período de *backtest* já que se espera que o robô investidor opere com uma determinada frequência e a possibilidade de adicionar índices de controle de risco como o índice de Sharpe e o VAR.

- Como a literatura sugere (Zitzler *et al.*, Konak *et al.*) que o elitismo como parte central do algoritmo e o uso da frente de Pareto são fatores determinantes na performance, entendemos que a evolução do protótipo da fase 1 também deva ter essas características.

De acordo com análises rigorosas de performance disponíveis na literatura (Konak *et al.* 2006), o **SPEA** -*Strength Pareto Evolutionary Algorithm*- (Zitzler e Thiele, 1999) seria a melhor escolha para a evolução da versão 1 do **SmartSet**. Além do mais, uma versão mais eficiente do **SPEA**, chamado **SPEA2** foi desenvolvida por Zitzler *et al.* (2001) e possui as seguintes melhoras em relação ao seu antecessor:

- Um esquema de atribuição de *fitness* melhorado é usado, que leva em consideração quantos indivíduos são dominados por cada indivíduo e por quem eles são dominados.
- A técnica de estimativa da densidade vizinha mais próxima é incorporada, que permite uma orientação mais precisa do processo de pesquisa.
- Novos métodos de truncamento melhoram a preservação de soluções de contorno.

Outro fator que reforça nossa escolha é o fato do **SPEA2** ter sido utilizado em trabalhos visando a otimização de carteiras do índice BOVESPA como S. A. Miloca *et al.* (2012) e K. P. Anagnostopoulos e G. Mamanis (2010).

### 3 METODOLOGIA

Criar um robô investidor, otimizá-lo, conectá-lo com os clientes e monitorá-lo em tempo real é um processo complexo, que envolve várias arquiteturas, linguagens de programação, resultados científicos e o uso de ferramentas de análise de sistemas

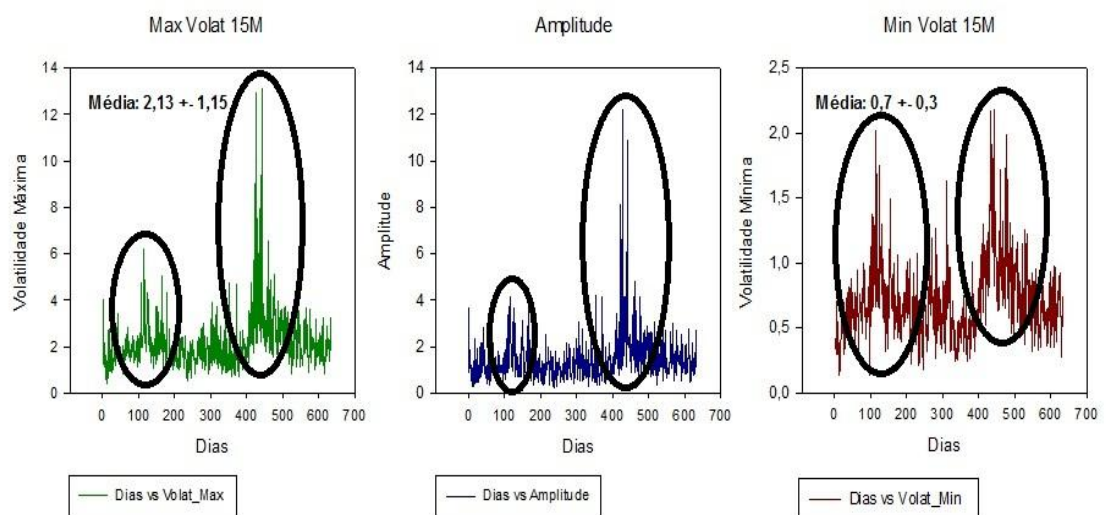
complexos como espaços de fase bidimensionais (tempo e preço), invariância de escala (fractalidade), correlação entre variáveis e leis de potência empíricas.

Para elucidar o contexto global que o projeto **SmartSet** está inserido, é necessário mostrar como a física, a estatística e modelos de otimização são utilizados no processo de criação de um robô investidor.

### 3.1 Processo 1: Obtenção de dados globais

Nesta etapa, gerenciada pelo físico estatístico Fabrício Amaral (coordenador do projeto), coletamos informações **quantitativas** baseadas em dados extraídos do mercado brasileiro através do Robô chamado *Market Analysis* com a função única e exclusiva de obter dados analíticos do mercado como volatilidade, volume financeiro, volume de negócios, séries temporais de preço e *book* a serem tratados com softwares científicos como o Sigma Plot, Mathematica, Origin, Maple e MATLAB.

Para exemplificar, vejamos alguns dados extraídos acerca da volatilidade histórica do índice BOVESPA desde 2013, cuja a série temporal exhibe traços de fractalidade:



Notem como o padrão que forma picos de volatilidade se repete de forma auto-similar. Isso sugere que uma estratégia para esse mercado precisa levar em consideração variações bruscas do preço em determinados períodos fazendo com



que valores médios de volatilidade a longo prazo não sejam uma boa estimativa. Com isso, um período de *backtest* (otimização) mais curto pode ser viável para esse ativo financeiro (iBovespa) caso a volatilidade faça parte dos critérios de entrada e saída de uma determinada estratégia de negociação.

As possibilidades de análise são muito abrangentes, mas sempre buscamos ferramentas oriundas da análise de sistemas complexos e na literatura de **Econofísica**, como mostrado na seção 2.1 deste projeto. Temos linhas de pesquisa nas seguintes frentes:

- Análise da volatilidade histórica e em tempo real, como ilustrado na figura anterior (Liu, Y. et al. 1999). Conjuntamente, o modelo comportamental de liquidez e de volatilidade de Szabolcs e Farmer (2008) está sendo utilizado para prever regularidades das ordens de negociações em ativos de baixa liquidez.
- Estudos de leis de potência para obter expoentes característicos e informação sobre flutuações de preços que auxiliam os critérios de entrada e saída (Gabaix et al 2003, Gopikrishnan et al 1999, Gabaix 2009) . Esses estudos também levam a uma análise estatística de desvios padrão da evolução temporal do preço, o que possibilita a análise de cenários de mercado improváveis como é o caso do dólar chegar a 4 desvios padrão da média.
- Análise da correlação e memória de curta e longa duração entre ativos e indicadores como a correlação entre a variação do volume e preço (Gopikrishnan et al 2000, Mantegna et al 2000, Podobnik et al 2009, Kenett et al 2015, Lillo e Farmer 2004) .
- Construção de mapas de fase (tempo e preço, liquidez e volatilidade) para investigar cenários de mercado (atratores) potencialmente lucrativos. O mercado pode introduzir épocas em que alguma estrutura aglutina e fica lá em um padrão estatisticamente estacionário, mas, em seguida, invariavelmente, ele desaparece. Encontramos nuvens de estrutura que se aglutinam e evaporam, se aglutinam e evaporam. Nosso foco é encontrar essas peças de estrutura que têm o sinal mais forte e que persistem por

mais tempo. Queremos saber quando a estrutura começa a emergir ou dissolver para colocar a probabilidade a nosso favor (Szabolcs e Farmer 2008, Farmer e Lux 2008, Farmer 1981).

A figura abaixo ilustra um cenário em que usamos o estudo de atratores (tempo x preço). Foi uma negociação real ocorrida no dólar futuro (WDO).



Na região **1** vemos como a influência de duas médias móveis (50 e 200 períodos) atuam como um atrator, criando uma forte zona de resistência. No dia seguinte em **2**, o preço faz um *gap* de baixa e atinge a linha de tendência de baixa (*trendline*).

## 3.2 Processo 2: Criação do Robô

**3.2.1 Fonte de ideias.** Utilizamos os dados globais recolhidos pelo robô *Market Analysis* (descrito na seção anterior) como o principal direcionamento para a criação de uma nova estratégia. Assim, podemos dizer que independente de como a ideia evoluir, estaremos alinhados quantitativamente com os resultados empíricos recentes da **econofísica**, que significa uma simbiose entre física de sistemas complexos, estatística e modelos matemáticos de gerenciamento de risco.

**3.2.2 Objetivos.** Criamos as diretrizes a seguir para quantificar os objetivos de cada robô:

- O objetivo deve ser **específico**, não vago.
- O objetivo deve ser **mensurável**. No fim do processo de desenvolvimento, queremos um sistema de negociação com determinado desempenho e métricas com a finalidade de compará-las com as metas definidas no início.
- O objetivo deve ser **atingível**. Não há absolutamente nenhum sentido em dizer: "Precisamos desenvolver um sistema de negociação que irá fornecer 500 por cento de retorno anual com menos de 2% de *drawdown* máximo". Isso não é a realidade. Nos esforçamos para que o objetivo de uma estratégia seja atingível.
- O objetivo deve ser **relevante**. Se definirmos metas para o desenvolvimento de um sistema de negociação que não são relevantes para os clientes e a empresa, todo o processo será um desperdício de tempo.
- O objetivo deve conter uma **limitação temporal**. A criação de um sistema de negociação leva tempo e consome muitas horas de trabalho. Assim, conter métricas baseadas em tempo para a meta é uma boa idéia. Usualmente monitoramos por 3 meses em tempo real com o mercado (período de incubação) se uma estratégia está apta a cumprir seus objetivos. Caso tenhamos dados positivos, colocamos o robô a disponibilidade dos clientes. Caso não, a estratégia é abandonada.

**3.2.3 Análise de viabilidade do protótipo.** Após a formulação da estratégia e a definição de seus objetivos, inicia-se o desenvolvimento do protótipo na plataforma MetaTrader5. Nessa etapa inicial, mantemos somente as principais partes da estratégia a fim de que possamos testar sua viabilidade sem uma grande carga horária de desenvolvimento. Para isso, fazemos um *backtest* de período curto e realizamos uma análise minuciosa negociação a negociação para que possamos identificar possíveis falhas de conceito, situações que não havíamos previsto, dentre outras coisas que podem ocorrer através da interação com um sistema complexo como o mercado financeiro. Caso os resultados estatísticos, fornecidos pelo

MetaTrader5, sejam compatíveis com os objetivos que traçamos (ou a maioria deles) para a estratégia, a mesma se torna elegível para a próxima etapa de desenvolvimento e metodologia.

**3.2.4 Exemplo: a criação do robô *Nature*.** Para exemplificar nossa metodologia de criação de robôs, falaremos de um robô que está em etapa final de desenvolvimento chamado *Nature*. O *Nature* é um robô de tendência baseado, principalmente, nos dados de volatilidade recolhidos pelo *Market Analysis* e os estudos da lei de potência de volatilidade dos mercados mundiais descrito na seção 2.1.4 deste projeto.

Abrimos a condição de negociação quando a volatilidade se contrai a um determinado nível considerado baixo em relação aos dados que coletamos do índice Bovespa e também para o dólar. Após a superação desse nível, entramos em negociação na direção (compra ou venda) do rompimento, na hora que a volatilidade começa a se expandir a fim de que o *Nature* seja capaz de seguir a tendência. Segundo resultados estatísticos, essa estratégia é capaz de pegar grandes tendências, como inicialmente idealizado nos objetivos que se seguem:

- Rendimento mensal médio de 10%,
- *drawdown* máximo mensal de 8,7% do capital investido,
- índice de acerto acima de 50% (porém, como é um robô de tendência, cada acerto gera um lucro significativamente maior que as perdas),
- risco\retorno médio de 3 (ou seja, o alvo de saída é, em média, 3 vezes maior que o risco máximo assumido em uma negociação).

### 3.3 Processo 3: Otimização dos parâmetros

**3.3.1 Backtest.** Após a criação do robô investidor ele é submetido ao chamado *backtest*, ou seja, verificamos como a estratégia se comporta no passado. Os dados são fornecidos pela própria BOVESPA e tratados pela *dod* para verificar se há inconsistência, *gaps* (falta de dados em um período), sincronização, sequenciamento

incorreto e outros possíveis problemas. Após esse tratamento, os dados são liberados para serem utilizados no *backtest* dos robôs.

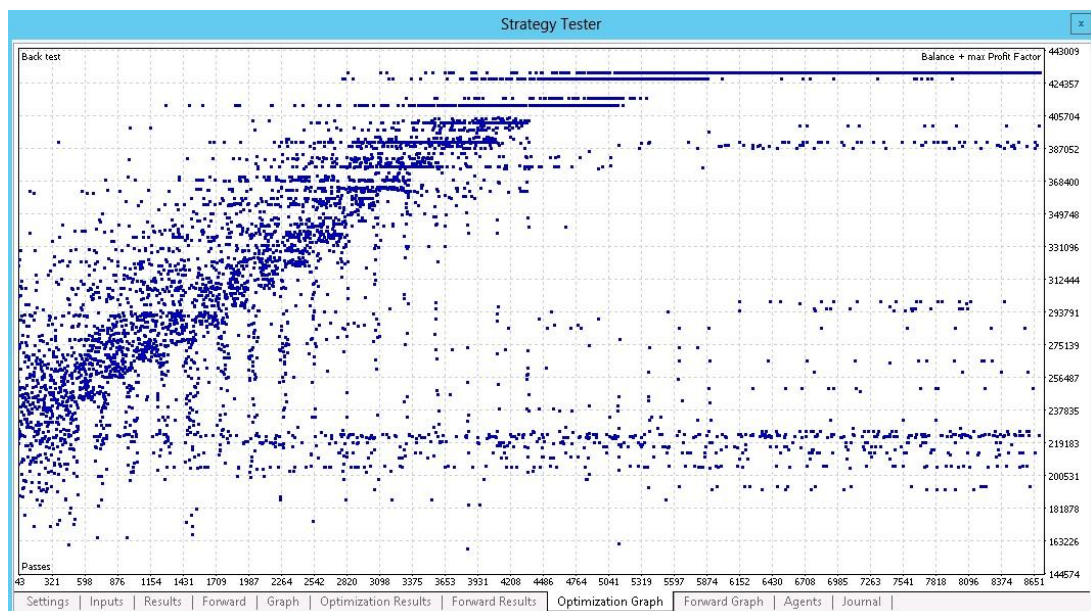
O *backtest* é feito através da integração entre o **SmartSet**, que fornece o algoritmo a ser seguido na otimização multiobjetivo, e o MetaTrader5, que é a maior plataforma de negociações automatizadas do mundo e fornece os resultados quantitativos da otimização, descritos no processo 4.

A figura abaixo ilustra essa integração em andamento, onde o MetaTrader5 fornece o diário (*log*) do andamento do protótipo do **SmartSet**, desenvolvido na fase 1.

Time	Source	Message
2015.11.16 14:48:58	Tester	Best result 15404.77807 produced at generation 7. Next generation 8
2015.11.16 14:38:09	Tester	Best result 13787.9027 produced at generation 3. Next generation 7
2015.11.16 14:25:02	Tester	Best result 13787.9027 produced at generation 3. Next generation 6
2015.11.16 14:12:03	Tester	Best result 13787.9027 produced at generation 3. Next generation 5
2015.11.16 13:58:57	Tester	Best result 13787.9027 produced at generation 3. Next generation 4
2015.11.16 13:44:18	Tester	Best result 12241.27599 produced at generation 1. Next generation 3
2015.11.16 13:29:18	Tester	Best result 12241.27599 produced at generation 1. Next generation 2

Settings | Inputs | Results | Forward | Graph | Optimization Results | Optimization Graph | Agents | Journal

Um outro exemplo é a próxima figura, que é um gráfico do número de testes que o robô passou contra o resultado da otimização com base na escolha das funções objetivo, como *drawdown* mínimo, lucro máximo, dentre outras. Esse gráfico nos auxilia na escolha das soluções da frente de Pareto já que podemos ver a estabilidade das melhores soluções, ou seja, o tamanho do conjunto de soluções ótimas.



O resultado final será o melhor conjunto de parâmetros para aquele período, que pode então ser utilizado em tempo real com o mercado.

**3.3.2 Overfitting.** Infelizmente, há um grande problema quando se realiza um *backtest* desta maneira. Partindo do princípio de que os resultados são devido a uma superotimização das regras e parâmetros, os resultados obtidos são, por definição, grandiosos. Afinal, esses resultados vêm de otimização! Porém, não há praticamente nenhuma chance de que os resultados no futuro serão próximos aos resultados otimizados caso todo o período dos dados seja otimizado. Os resultados estarão apenas demasiadamente "afinados" (*overfitting*) para o período utilizado no teste, reduzindo drasticamente a probabilidade de ganhos futuros. Para evitar o *overfitting*, incluímos na metodologia a técnica *walk-forward* (Kevin 2014, Chan 2009), extensivamente utilizada por campeões mundiais de robôs investidores, que funciona em simbiose com o **SmartSet**.

**3.3.3 Walk-Forward.** Apesar de ser uma técnica muito mais trabalhosa do que os testes tradicionais, os resultados geralmente valem o esforço. Os resultados da análise *walk-forward*, quando feita corretamente, podem ser muito mais próximos da realidade do que uma otimização simples.

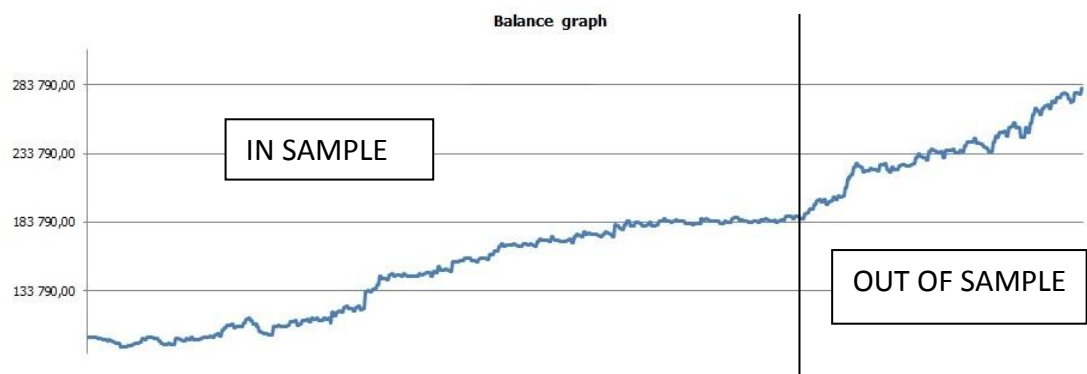
É relativamente comum uma certa confusão no entendimento dos testes de *walk-forward* e como ele realmente é diferente da otimização tradicional. Desta forma, vamos a algumas definições:

- No Período (*in sample*): Este é o pedaço de dados históricos que serão otimizados. O objetivo é obter negociações suficientes para obter uma conclusão significativa quanto aos melhores parâmetros a utilizar para cada período, ou seja, precisamos obter uma certa quantidade de negócios por variável de entrada para termos um número mínimo de amostragem estatística. Por exemplo, se tivermos quatro parâmetros para otimizar, então necessitamos de 100 a 200 negociações no período, o que seria equivalente a 25 a 50 negócios por parâmetro. Infelizmente, não há um número definido de

negociações por entrada que é "melhor", embora 30 seja um bom número para significância estatística.

- Fora do período (*out of sample*): Este é o pedaço de dados históricos que serão avaliados por meio dos resultados do "no período". Geralmente podemos definir o *out of sample* entre 10 a 50 por cento do *in sample*. Assim, se o *in sample* for mil dias, o *out of sample* pode ser na gama de 100 a 500 dias. Esta é uma gama muito ampla, mas com sistemas robustos geralmente veremos resultados finais que não são tão sensíveis a essa escolha.

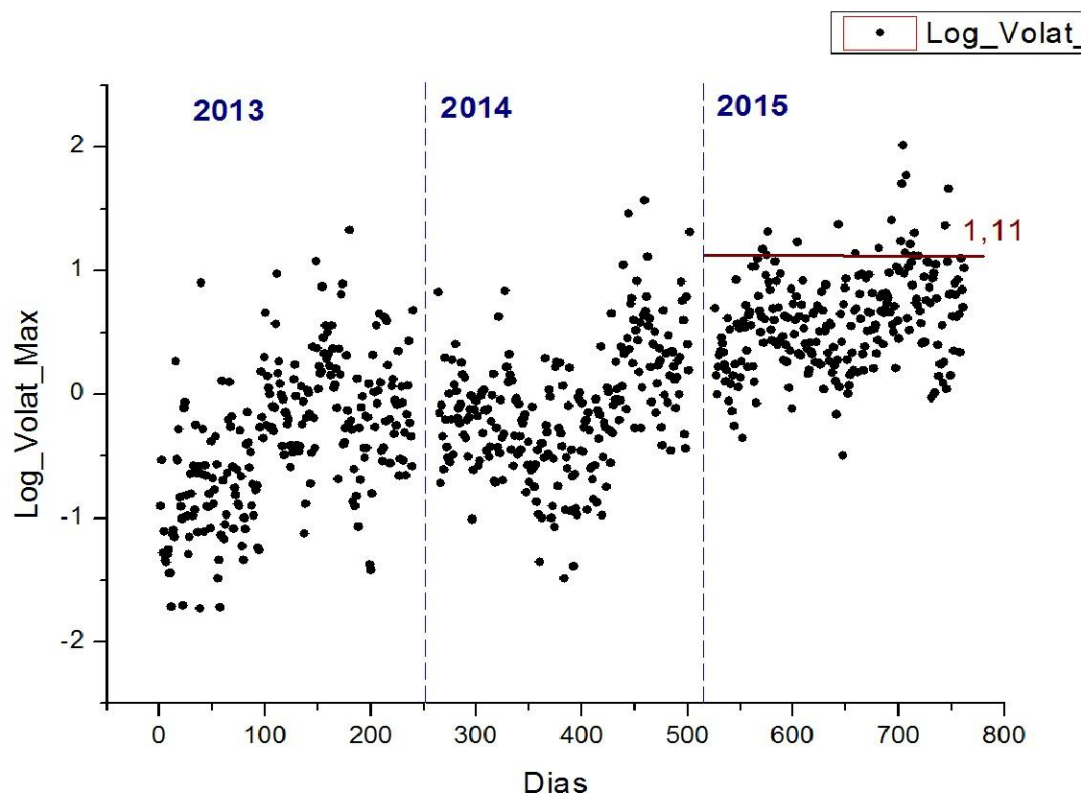
Um exemplo de uma estratégia bem sucedida é dado na figura seguinte, que insinua que os resultados do *out of sample* são comparáveis ao *in sample*, ou seja, a probabilidade de uma mudança dramática de desempenho entre os resultados reais e *walk-forward* diminui significativamente, mostrando a capacidade do robô de se adaptar ao mercado sem superotimizá-lo.



Concluindo, a realização de testes através de um método que leva em consideração os dados fora da amostra (*out of sample*), ou seja, não se otimiza todo o período, deixando margem para analisar como o mercado se comporta futuramente aos resultados, é uma magnitude ou duas superior do que otimizar sobre todo o período (*in sample*), especialmente se o período *out of sample* tiver um número significativo de operações (para validação estatística). Se os resultados otimizados forem bons quando for utilizado os dados do período *out of sample*, há muito mais confiança na otimização e provavelmente melhor desempenho em tempo real.



**3.3.4 Re-otimização.** Como o mercado financeiro passa por constantes mudanças, também é incluído no processo a re-otimização dos robôs. O período entre otimizações varia de 1 a 3 meses, dependendo do desempenho e cumprimento de metas de cada robô, além das análises de médias e extremidades de volatilidade, volume e outros indicadores que sejam capazes de mostrar uma mudança significativa em relação ao último período otimizado. A figura seguinte ilustra nossa análise da volatilidade máxima do dólar futuro desde 2013 e insinua que as estratégias devem ser re-otimizadas em um período relativamente curto para o dólar devido ao aparente aumento da volatilidade desde as eleições de outubro de 2014.

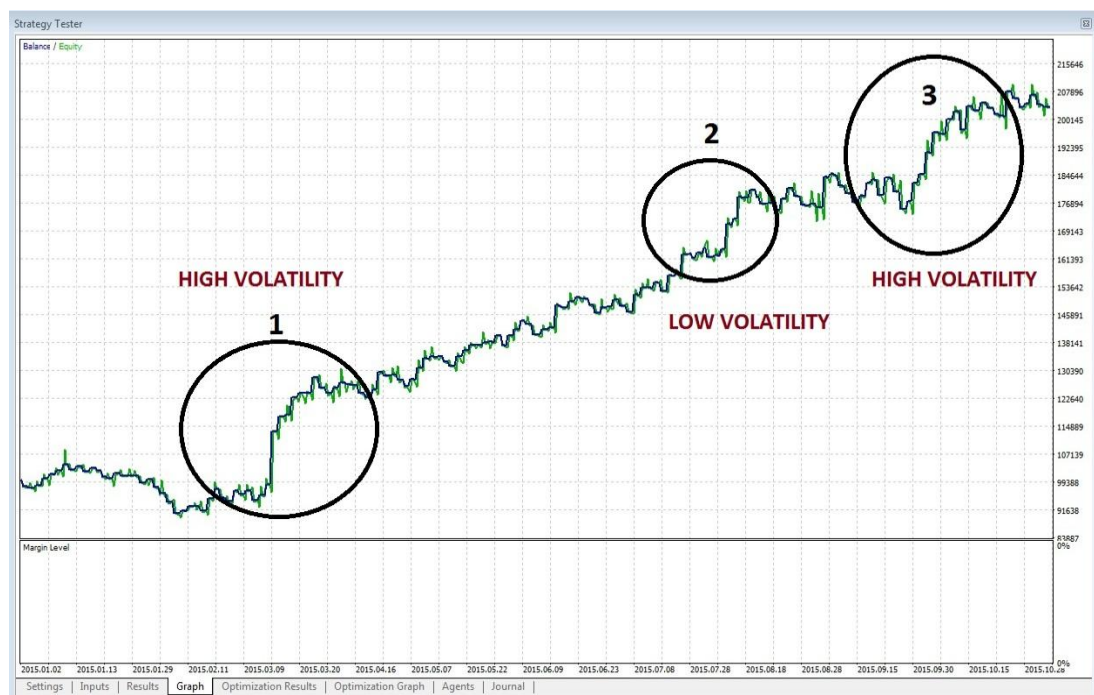




### 3.4 Processo 4: Análise dos resultados

Para analisarmos os resultados gerados pelo **SmartSet**, Jeferson Marques (bolsista TT-5) integrou a plataforma de negociações MetaTrader5 ao **SmartSet**. Segue alguns resultados recentes da análise inicial do robô *Nature* no ativo WDO (dólar futuro):

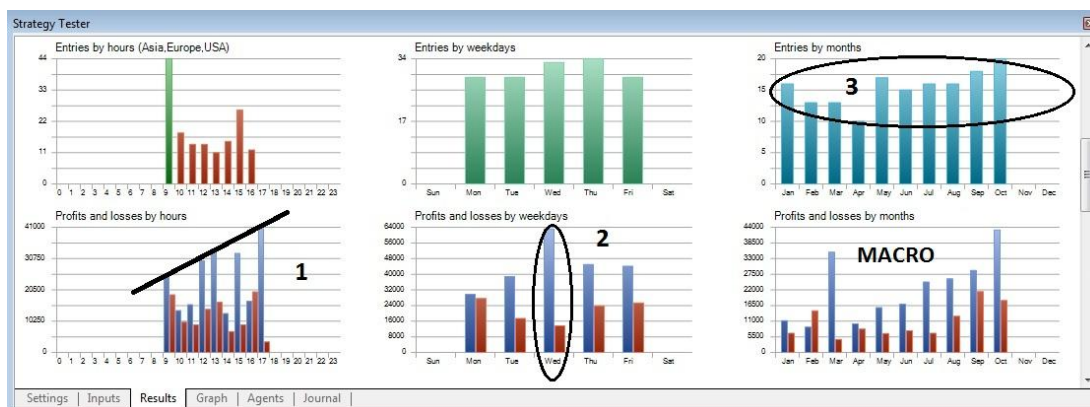
**3.4.1 Curva de equidade e análise de fractalidade:** Fornece informações como *drawdown*, lucros e risco de cada trade considerada no *backtest* sujeitos a técnica de controle de *overfitting* chamada *walk-forward*. Note na figura abaixo como os padrões indicados pelos números **1**, **2** e **3** são auto-similar, ou seja, o gráfico é um fractal que aparentemente possui padrões que se relacionam com o aumento de capital. Essa análise foi desenvolvida pelo pesquisador Fabrício Amaral (coordenador do projeto), especializado em sistemas complexos.



Comparando a curva de equidade com a volatilidade, podemos perceber que a formação de padrões acima se relacionam com mudanças bruscas da volatilidade do período. Essas informações podem levar a conclusão de que a estratégia do robô *Nature* com o uso do **SmartSet** podem ter gerado um comportamento adaptativo ao

ativo testado, levando a necessidade de se aprofundar em algumas estatísticas como as exibidas na próxima seção. Essa análise de fractalidade das curvas de equidade tem como objetivo complementar a técnica *walk-forward* com a finalidade de obter um tratamento mais robusto com relação ao *overfitting*.

### 3.4.2 Estatística dos dados:



No histograma marcado como **1**, podemos ver as horas do dia em que os lucros e prejuízos acontecem mais frequentemente. A distribuição associada ao histograma é uma espécie de assinatura do robô. Para fins de diversificação, é interessante que robôs diferentes tenham distribuições diferentes.

Na marcação **2**, vemos que aparentemente a estratégia funciona melhor as quartas-feiras o que pode insinuar que as notícias de meio de semana possuem uma maior relevância para esse robô específico.

Na marcação **3**, que é o histograma da quantidade de operações em cada mês, vemos que, mesmo com as mudanças bruscas de volatilidade, o *Nature* foi capaz de manter um número aproximadamente constante de operações, insinuando sua capacidade de se adaptar a diferentes cenários de mercado.

Na parte do gráfico acima marcada como **MACRO**, vemos o histograma que fornece o desempenho do Robô a longo prazo e podemos compará-lo com os objetivos esperados de cada estratégia.

A figura a seguir mostra o desempenho do Robô *Nature* em uma análise mais quantitativa:

Strategy Tester			
History Quality	95%	Ticks	15464166
Bars	7436	Symbols	1
Initial Deposit	100 000.00		
Total Net Profit	113 000.00	Balance Drawdown Absolute	5 800.00
Gross Profit	221 100.00	Balance Drawdown Maximal	10 400.00 (9.94%)
Gross Loss	-108 100.00	Balance Drawdown Relative	9.94% (10 400.00)
Withdrawal	6 160.00		
Profit Factor	2.05	Expected Payoff	733.77
Recovery Factor	13.29	Sharpe Ratio	0.25
AHPR	1.0049 (0.49%)	LR Correlation	0.98
GHPR	1.0047 (0.47%)	LR Standard Error	6 348.71
		Margin Level	
		Z-Score	-0.33 (25.86%)
		OnTester result	0
Total Trades	154	Short Trades (won %)	71 (60.56%)
Total Deals	308	Profit Trades (% of total)	91 (59.09%)
	Largest	profit trade	14 900.00
	Average	profit trade	2 429.67
	Maximum	consecutive wins (\$)	8 (31 200.00)
	Maximal	consecutive profit (count)	31 200.00 (8)
	Average	consecutive wins	3
		Long Trades (won %)	83 (57.83%)
		Loss Trades (% of total)	63 (40.91%)
		loss trade	-5 100.00
		loss trade	-1 715.87
		consecutive losses (\$)	4 (-9 300.00)
		consecutive loss (count)	-9 300.00 (4)
		consecutive losses	2

A Região 1 é de um interesse mais específico como:

- **Benefício Esperado (*Expected Payoff*)** : Este indicador estatístico reflete a rentabilidade/irrentabilidade média de uma transação.
- **Índice de Sharpe (*Sharpe Ratio*)** : Este indicador caracteriza a eficiência e estabilidade da estratégia. Reflete a razão do lucro médio aritmético durante o tempo de duração de uma posição, critério importante em avaliação de risco.
- **Coeficiente de correlação da regressão linear**: O gráfico do balanço é uma linha poligonal que pode ser aproximada por uma linha reta. Para encontrar as coordenadas desta linha o método dos mínimos quadrados é usado. A correlação entre o gráfico do balanço e regressão linear é usada para estimar o grau de variabilidade do capital.
- **Erro do desvio padrão da regressão linear**: Erro do desvio padrão do equilíbrio de regressão linear. Este indicador é utilizado para avaliar o equilíbrio do desvio da regressão linear em termos monetários.

A região 2 mostra dados do rebaixamento máximo de capital (*drawdown*), de muito interesse para os investidores como:

- **Redução Relativa de Equidade**: A maior perda em relação ao máximo de equidade.

A região 3 mostra as estatísticas mais comuns de interesse geral como:

- **Transações Rentáveis (% do total):** Número de transações rentáveis em relação ao número total de transações.
- **Transação mais rentável:** Transação com o máximo retorno financeiro.

### 3.5 Processo 5: Monitoramento em tempo real

O monitoramento da performance dos robôs investidores otimizados pelo **SmartSet** é feito diariamente, em tempo real com o mercado brasileiro. O período de incubação, que dura 3 meses, é crítico para avaliar a performance da estratégia em conjunto com o otimizador de parâmetros do **SmartSet**. Os resultados são analisados de forma quantitativa, como descrito no processo 4 e comparados com os objetivos descritos no processo 2. A figura abaixo mostra o *setup* de monitoramento no ambiente em nuvem (Azure Microsoft) que a empresa *dod* dispõe.



Os dados recolhidos da análise de monitoramento contribuem para a melhora tanto das estratégias quanto do algoritmo de otimização do **SmartSet**. Não descartamos a possibilidade de abandonar estratégias que não se adequam aos objetivos de cada robô caso a performance do período de incubação seja insatisfatória, ou seja, o robô não se torna elegível a entrar em operações em contas dos clientes.

## 4 PLANEJAMENTO

### 4.1 Etapa 1: Evolução do protótipo do SmartSet

A evolução do protótipo do **SmartSet Optimizer** (inicialmente implementado na fase 1 de forma restrita para validar o conceito) é necessária a fim de que ele ganhe mais robustez e gere mais dados para a análise empírica de seus resultados. Nesse aspecto, de acordo com análises rigorosas de performance disponíveis na literatura (Konak *et al.* 2006), o **SPEA -Strength Pareto Evolutionary Algorithm-** (Zitzler e Thiele, 1999) seria a melhor escolha para a evolução do protótipo do **SmartSet**. Além do mais, uma versão mais eficiente do **SPEA**, chamado **SPEA2** foi desenvolvida por Zitzler *et al.* (2001) e possui as seguintes melhoras em relação ao seu antecessor:

- Um esquema de atribuição de *fitness* melhorado é usado, que leva em consideração quantos indivíduos são dominados por cada indivíduo e por quem eles são dominados.
- A técnica de estimativa da densidade vizinha mais próxima é incorporada, que permite uma orientação mais precisa do processo de pesquisa.
- Novos métodos de truncamento garante a preservação de soluções de contorno.

Dentre as melhorias que desde já podemos justificar a necessidade através das conclusões dos testes iniciais do protótipo, expostos no relatório de progresso, podemos citar:

- Os indivíduos do *pool* de reprodução (20 melhores) apresentaram baixo número de operações durante as iterações de otimização dentro do período (*in sample*), não sendo possível ter controle maior sobre essa característica. De fato, isso é controlado apenas de forma indireta, por penalização, como forma de complementar os objetivos principais de lucro e *drawdown*. Para a fase 2, se faz necessário um controle mais direto entre a evolução dos parâmetros e o número de operações, ou seja, precisamos estudar a relação entre tamanho da população, número de iterações de otimização e nível de mutação com a diversidade populacional e grau de *overfitting*.

- Como o **SPEA2** é um algoritmo de otimização multiobjetivo, podemos incluir outras métricas de performance (além das que foram utilizadas na fase 1) na função de aptidão com a finalidade de verificar uma gama maior de cenários, tornando o estudo mais amplo. Dentre as funções objetivo mais relevantes podemos citar o lucro máximo, o *drawdown* mínimo, o grau de risco\retorno das negociações, o índice de Sharpe (que se relaciona com o risco médio das negociações) e o número de operações (para significância estatística).
- Uma característica dos algoritmos multiobjetivo é a sensibilidade em relação a conflitos entre as funções objetivo, capaz de alterar significativamente as frentes de Pareto. Então, se faz necessário uma análise nesse sentido para se escolher o conjunto mais apropriado das funções objetivo para cada robô.

Como o processo de pesquisa que adotamos é contínuo, é necessário um pesquisador especializado (em nível de doutorado) na área de otimização para acompanhar essa etapa em todo o projeto.

## 4.2 Etapa 2: Otimização do portfólio de robôs dod

Cada robô do portfólio dod possui características únicas e apropriadas para diferentes cenários de mercado como mercado em tendência, em oscilação ou em consolidação. Então, dependendo de como as estratégias são implementadas se faz necessário ajustes no **SmartSet Optimizer** a fim de que ele se adeque a cada robô do portfólio dod, tornando-o genérico o suficiente para agregar valor a todos os robôs da empresa, conectando o projeto **SmartSet** diretamente com os clientes da empresa.

Então, inicialmente serão otimizados 3 robôs com características distintas como:

- **Robô de tendência:** Estratégias capazes de identificar uma grande movimentação direcional dos preços. Tem como características números de acertos entre 40% e 70% e um risco\retorno de pelo menos 3. Ou seja, os alvos de negociação são significativamente maiores que o risco inicial. Outra

característica é o baixo número de operações, já que grandes tendências não ocorrem frequentemente. O tempo de operação é de algumas horas.

- **Robô de oscilação:** Estratégias que identificam quando o mercado irá sofrer uma reversão ou correção de preços. Seus alvos são mais curtos que as estratégias de tendência mas possuem uma maior assertividade, entre 50% e 80%. O risco inicial da negociação são bem curtos. O número de operações é um pouco mais alto que os robôs de tendência. O tempo de operação é entre 30 e 120 minutos.
- **Robô de momento:** Estratégias que identificam momentos impetuosos do mercado, ou seja, movimentos rápidos de alta volatilidade. O número de operações são grandes, a assertividade acima de 50%, o risco associado a cada operação é baixo e o tempo de operação é entre 15 e 45 minutos.

Essa escolha é fundamentada devido ao fato que, como eles possuem características distintas, os 3 robôs são capazes de fornecer a diversificação necessária para uma validação mais robusta do **SmartSet Optimizer**.

### 4.3 Etapa 3: Análise robusta de dados

Os parâmetros de execução dos robôs otimizados pelo **SmartSet Optimizer** ainda não estão prontos para entrar em produção. Ainda é necessário fazer uma análise estatística das melhores configurações selecionadas para verificar se elas realmente se adequam com o objetivo de cada estratégia e posteriormente uma análise de estabilidade via método de Monte Carlo para verificar como os parâmetros se comportam em situações diferentes do histórico otimizado, ou seja, é necessário que tenhamos ferramentas que nos ajudem a excluir parâmetros que inicialmente fornecem boas curvas de equidade mas quando ligeiramente modificados, exibem uma instabilidade alta, o que obviamente não satisfaz o objetivo de nenhuma estratégia que visa um lucro crescente e consistente.

Para tal, precisaremos desenvolver um software de análise chamado **SmartSet Analyzer**, que funcionará em simbiose com o **SmartSet Optimizer**, com a finalidade

de fornecer maior confiabilidade e menor risco para os parâmetros que "sobreviverem" ao processo completo.

Pretendemos desenvolver o **SmartSet Analyzer** em uma planilha *Excel* integrada com o software científico *Mathematica* (ou possivelmente o *MatLab*). A planilha *Excel* tem o propósito de organizar as 15 melhores linhas de otimização (geradas pelo **SmartSet Optimizer**) e confrontá-las com os objetivos do robô que está sendo analisado. O *Mathematica* fará testes de estabilidade de condições iniciais via método de Monte Carlo, análise de fractalidade das curvas de equidade (descrita na seção 3.4.1) e outros recursos disponíveis no vasto banco de dados de modelos científicos que o software possui.

O melhor resultado gerado pelo **SmartSet Analyzer** será o *set* de parâmetros que consideramos mais apto a fornecer resultados compatíveis com os objetivos de cada estratégia de negociação.

#### 4.4 Etapa 4: Validação em tempo real

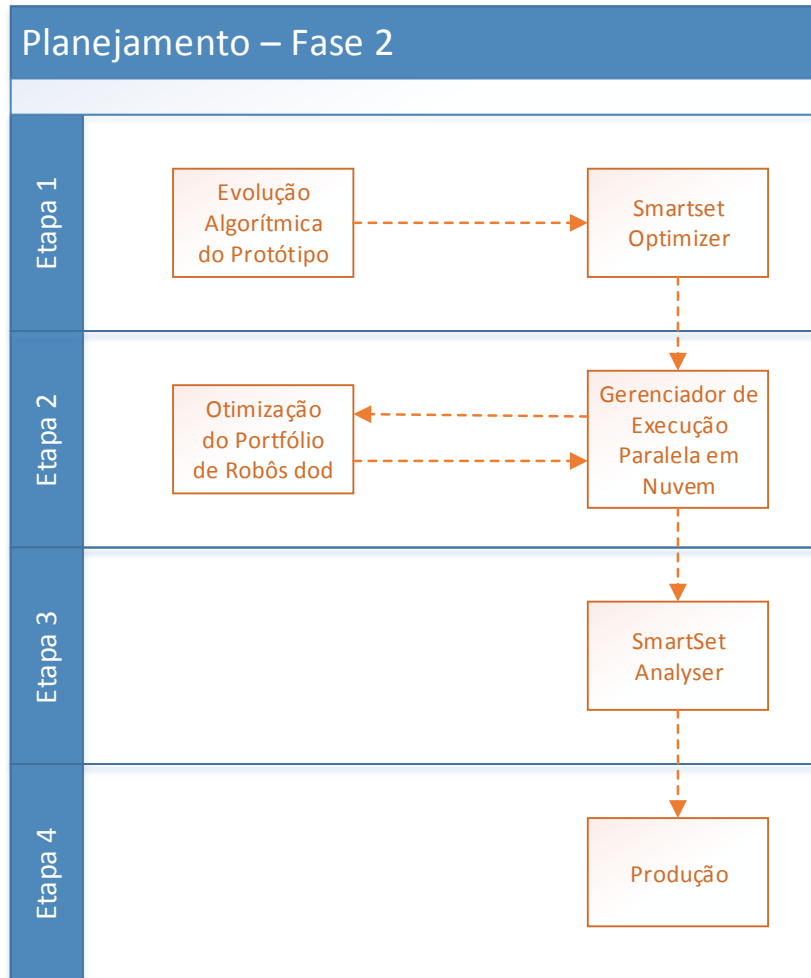
Finalmente estamos prontos para testar os parâmetros que sobreviveram a toda a bateria de testes do sistema de negociação. Apesar de não haver garantias de lucros quando os parâmetros estiverem em tempo real com o mercado, certamente podemos dizer que os parâmetros passaram por um processo robusto de análise e a probabilidade está a nosso favor em relação a resultados futuros. É nesse contexto que entra o conceito de incubação.

Uma estratégia incubada é aquela que está sob avaliação em tempo real com o mercado, ou seja, ela não é madura o suficiente para fornecer um histórico em tempo real de pelo menos 3 meses. Esse é um período crítico para qualquer estratégia e coloca à prova todo o sistema de negociação. Um resultado de sucesso nessa etapa é um indício forte de que toda a pesquisa está na direção correta, facilitando bastante a escalabilidade da empresa *dod – Robôs Investidores* e a consolidação de suas parceiras, como é o caso da **FAPESP, Microsoft, XPinvestimentos e IBM**.



#### 4.5 Etapa 5: Conclusões e Ilustração do Planejamento.

Nessa etapa, faremos a síntese de toda a evolução do projeto através do relatório final da fase 2 e a publicação dos resultados em periódicos científicos e revistas especializadas nas áreas de Econofísica e Algoritmos Evolucionários. O resumo do planejamento da fase 2 é ilustrado na figura a seguir.



## 5 INOVAÇÃO E CONCORRÊNCIA

O conceito de inovação é amplo e suscetível a interpretações diversas dependendo se o foco for tecnologia, processo, serviço, pesquisa acadêmica ou modelo de negócios ou, no nosso caso, um pouco de cada. Nosso posicionamento é que quando integramos resultados empíricos das áreas de Econofísica e Computação Evolucionária, colocando os resultados dessa simbiose em negociações na bolsa de

valores em contas reais de clientes através de uma plataforma totalmente online e sem a necessidade da instalação de nenhum software, estamos inovando.

**Processo e Serviço:** Devido ao fato da plataforma de negociações ser totalmente online, sem a necessidade da instalação de nenhum software, torna nosso serviço exclusivo no Brasil. Fazemos pesquisas regularmente com clientes novos e o principal motivo que eles relatam em relação a nos escolher é exatamente a simplicidade de nossa plataforma. A maioria dos clientes não querem instalar nenhum software (que agrega muitas vezes uma complexidade considerável) para negociar na bolsa. Nesse sentido, tornamos acessível a bolsa de valores para qualquer brasileiro que tenha mais de 3000 reais para investir.

**Pesquisa Acadêmica:** No Brasil, ainda há uma carência de trabalhos que fazem o uso da Econofísica aplicada e/ou Computação Evolucionária ao mercado financeiro nacional. Podemos citar os trabalhos de S. A. Miloca *et al* (2012) sobre a aplicações de algoritmos genéticos Multiobjetivo (SPEA-2 e NSGA-II) em otimização de portfólios constituídos de carteiras do índice BOVESPA, L. Mota (2013) também sobre otimização de carteiras nacionais utilizando o NSGA-II, N. Moura e M. Ribeiro (2013) acerca de leis de distribuição na renda dos brasileiros desde 1978, R. Costa e G. Vasconcelos (2003) sobre correlações de longo alcance do índice BOVESPA, B. Tabak *et al* (2010) sobre redes setoriais do mercado financeiro nacional, C. Tsallis *et al* (2003) sobre aplicações da mecânica estatística não-extensiva à economia e os trabalhos de R. Vicente *et al* (2006) sobre flutuações do índice Bovespa e o modelo de Heston. Mesmo no exterior, o interesse maior é na criação de modelos que visam conter os resultados empíricos da literatura, se limitando a expor dados provenientes de simulações.

Assim, a utilização de resultados empíricos da literatura de Econofísica na criação de estratégias de negociação, gerando resultados **reais** é uma linha de pesquisa pioneira. A união entre Econofísica Aplicada e Computação Evolucionária também é uma linha de pesquisa pioneira no Brasil.

Concluindo, há uma carência de artigos científicos voltados para o mercado brasileiro (BM&F Bovespa) e um dos focos desse projeto é a análise quantitativa do nosso mercado, com a publicação dos resultados em revistas especializadas.

**Concorrência:** É importante ressaltar que há 3 perfis de empresas que utilizam robôs em suas estratégias de negociação e modelos de negócios e que, dentro desses perfis, as que utilizam robôs de execução são possíveis **parceiras** e as que utilizam HFT (*High Frequency Trading*) **não** são nossas concorrentes.

- Empresas que focam em **Robôs de execução**: Essas empresas são responsáveis por entrar e sair do mercado de acordo com a decisão e parâmetros definidos pelo operador humano. Os Robôs de execução enviam centenas ou milhares de ordens na mesma direção (compra ou venda) enquanto o mercado se encontra em uma faixa de preços ou período de tempo pré-definido pelo operador, a fim de não influenciar ou forçar um movimento do mercado, o que aconteceria se colocasse uma única ordem de compra no valor de R\$100 milhões por exemplo. Com este mecanismo as organizações financeiras alcançam um preço médio de compra ou venda melhor. Neste perfil temos empresas brasileiras com sofisticadas ferramentas, utilizadas por especialistas, como a BLK Sistemas com a plataforma **RoboTrader**, que fatura em torno de R\$20 milhões ao ano. Eles possuem um modelo **complementar** ao *dod*, inclusive já temos conversado a respeito do uso de seus algoritmos de execução de forma conectada com os modelos preditivos desenvolvidos pela unidade de pesquisa *dod*. Um mecanismo composto por algoritmos de execução mais eficientes para entrada ou saída do mercado se faz necessário devido ao contínuo crescimento do volume financeiro alocado nos Robôs *dod*.
- Empresas que desenvolvem **robôs de alta frequência** (*high frequency trading* ou *HFT*): Responsáveis por executar milhares de ordens com baixíssima latência, utilizando supercomputadores e disputando preços na ordem de microssegundos. Os principais diferenciais deste perfil de algoritmos são a

programação em nível de **hardware**, conexão via fibra ótica com a bolsa de valores, etc. É um mercado dominado por bancos e fundos que investem predominantemente na infraestrutura tecnológica e no desenvolvimento de regras mais eficientes para se participar da “guerra de preços”. Estes grupos geralmente não estão focados na inteligência preditiva do mercado em relação a direção dos preços ou nos métodos de otimização paramétrica a fim de melhor efetuarem os ajustes finos de um modelo.

- Empresas especializadas em **robôs de baixa frequência**: Empresas que desenvolvem robôs com um comportamento parecido com o humano, executando de 1 a 3 operações em um dia. Em geral, algum tipo de otimização paramétrica é utilizada. Esse é o caso da empresa *dod*. Apesar de concorrências como a Trajecta e a Metarobôs, essas empresas não possuem unidades de pesquisa e desenvolvimento baseadas na literatura científica. No caso da Metarobôs, a empresa é focada apenas em reproduzir estratégias de traders famosos como Oliver Velez e Larry Williams.

Dentro do contexto de reconhecimento em inovação, podemos citar nossa participação como palestrantes em congressos, competições relacionadas a inovação e programas corporativos de empresas de tecnologia, como:

- **IBM SmartCamp 2014**: Competição de Startup’s que apresentem soluções inovadoras onde fomos um dos 3 finalistas dentre centenas de empresas da América Latina.
- **Microsoft BizSpark**: Recebemos o reconhecimento da Microsoft em Startup’s de inovação, nos fornecendo 2 anos de acesso gratuito à plataforma em nuvem Microsoft Azure.
- **Futurecom 2014**: Feira com forte participação de empresas de tecnologia, o maior evento de telecomunicações e TI da América Latina, delimita a área relacionada aos provedores e toda a cadeia de valor da Internet. Tivemos uma participação através de **convite** como palestrantes.

## 6 EQUIPE SMARTSET

Todos os membros da equipe possuem experiência em suas respectivas funções. Basicamente, é necessário uma equipe com as seguintes especializações:

- **Análise e tratamento de dados do mercado financeiro:** Essa função é desempenhada pelo físico estatístico Fabrício Amaral (coordenador), com doutorado (CBPF) no estudo de dinâmicas fractais e caóticas e nos últimos 4 anos vem atuando no mercado financeiro como estrategista quantitativo junto a empresa *dod - robôs investidores*. Foi coordenador do projeto fomentado pela FAPERJ “Análise de simetrias e propriedades estatísticas de equações estocásticas”, e pesquisador (como analista de dados do mercado) do projeto fomentado pelo CNPq “Tornar a bolsa de valores acessível a todos através de robôs investidores”. Também possui experiência em engenharia de software e programação nas linguagens C++, FORTRAN e MQL5, essa última voltada exclusivamente para o mercado financeiro.
- **Otimização paramétrica:** Essa função é desempenhada pelo doutor em engenharia mecânica (Unicamp) Cláudio Carvalho da Silva, especializado em solução numérica de equações diferenciais, análise numérica, otimização, programação orientada a objetos e engenharia de software aplicada à computação científica. Cláudio já participou de 2 projetos PIPE (2009/00736-1 e 2006/56609-0) relacionados com otimização estrutural, sendo um como coordenador. Também possui larga experiência em desenvolvimento de software, principalmente em linguagens de baixo nível.
- **Arquitetura de software e desenvolvimento:** Essa função é desempenhada pelo mestre em ciência da computação (USP) Jeferson Marques. Especializado em concepção, implantação, infraestrutura e arquitetura de sistemas de software, Jeferson atua desde 2001 em soluções tecnológicas voltadas para empresas. É responsável por todas as integrações entre o protótipo *SmartSet Optimizer* e as outras plataformas além da manutenção da infraestrutura em nuvem relacionada ao projeto.

- **Suporte:** Os outros membros da equipe fornecem suporte para os itens anteriores com o objetivo de agilizar o andamento do projeto e contribuir com ideias, sugestões, análises e desenvolvimento em etapas específicas.

## 7 EQUIPAMENTOS UTILIZADOS

Um sistema de negociações totalmente automatizado é complexo e sua construção é dispendiosa, necessitando de equipamentos de alta performance computacional, segurança de informação, estabilidade, servidores em nuvem e servidores físicos, além de pesquisadores especializados no contexto da solução e programadores profissionais com conhecimento em diferentes tecnologias na área de tecnologia da informação experientes em linguagens de programação de alto desempenho, tais como C++, Java, C# e Ruby além de familiaridade em Linux, a fim de integrar a solução tecnológica com as corretoras e os clientes. A lista abaixo inclui os equipamentos necessários para o desenvolvimento da fase 2 do projeto SmartSet, seu uso está descrito no documento “PLANO DE USO DO MATERIAL PERMANENTE”:

Item	Quantidade	Descrição
1	4	Notebooks e periféricos computacionais
2	5	Monitores
3	2	Servidores
4	1	Rack de Servidores
5	1	Switch

- 4 notebooks de alto desempenho (em memória e processamento): todos os bolsistas precisam de um computador portátil de alto desempenho para realizarem suas tarefas com agilidade e mobilidade (quando necessário). Para exemplificar, utilizamos o software de negociações financeiras MetaTrader5 que demanda alto grau de processamento e máquinas virtuais

para experimentos locais que utilizam um grande volume de dados históricos que demandam muita memória.

- 5 Monitores: os monitores são necessários para realizar atividades simultâneas (comum em ambientes de desenvolvimento que utilizam várias linguagens de programação agregadas a diferentes plataformas) e monitoramento do desempenho dos robôs otimizados pelo **SmartSet Optimizer**.
- 2 Servidores: a demanda computacional do projeto **SmartSet** é intensa devido à arquitetura de máquinas paralelas utilizada pelo gerenciador do **SmartSet Optimizer** e pelos próprios robôs. Apesar da maior parte das máquinas estão em nuvem (unidades de processamento), é necessário autonomia e controle direto de gerenciamento em determinadas situações, como segurança de dados (sigilo de clientes), otimização massiva dos robôs (custo alto na nuvem, devido ao tempo total e recursos computacionais necessários) e instalação de drivers de fabricante para gerenciamento do hardware. Em nuvem, não é possível ter controle desses ajustes.
- 1 rack de servidores: para acomodar os servidores de forma adequada.
- 1 switch: para interconectar os servidores e ter controle da distribuição dos pacotes que são enviados para a rede e criar redes locais virtuais.

A ilustração a seguir demonstra parte da demanda de recursos computacionais utilizados na fase 1:

**ALL ITEMS**

**WEB APPS**  
0

**VIRTUAL MACHINES**  
24

**MOBILE SERVICES**  
0

**CLOUD SERVICES**  
24

**SQL DATABASES**  
0

**STORAGE**  
8

**HDINSIGHT**  
0

**MEDIA SERVICES**  
0

**SERVICE BUS**  
0

**VISUAL STUDIO ONLINE**  
0

**CACHE**  
0

**BIZTALK SERVICES**  
0

**RECOVERY SERVICES**  
0

**CDN**  
0

**AUTOMATION**  
1

**SCHEDULER**  
0

## virtual machines

INSTANCES IMAGES DISKS

NAME	STATUS
<b>dod-db-dev</b>	Stopped (Deallocated)
dod-db-linux	Running
dod-misc	Stopped (Deallocated)
dod-mt-001	Running
dod-mt-002	Stopped (Deallocated)
dod-mt-003	Running
dod-mt-004	Stopped (Deallocated)
<b>dod-mt-demo</b>	Stopped (Deallocated)
dod-mt-demo-002	Stopped (Deallocated)
dod-mt-prd-001	Running
dod-mt-prd-002	Running
dod-mt-prd-003	Running
dod-mt-special	Stopped (Deallocated)
dod-mt5-prd	Stopped (Deallocated)
dod-site	Running
dod-smartset	Stopped (Deallocated)
dod-studio	Running
dod-studio-dev	Stopped (Deallocated)
dod-studio-qa	Stopped (Deallocated)
dod-web	Running
dod-worker-006	Stopped (Deallocated)
dod-worker-007	Stopped (Deallocated)
dod-worker-008	Stopped (Deallocated)



## 8 REFERÊNCIAS

- [1] Liu, Y. et al. *The statistical properties of the volatility of price Fluctuations*. Phys. Rev. E 60, 1390±1400 (1999).
- [2] Mandelbrot, B. B. *The variation of certain speculative prices*. J. Business 36, 394±419 (1963).
- [3] Xavier Gabaix, Parameswaran Gopikrishnan, Vasiliki Plerou & Stanley, H. E., *A theory of power-law distributions in financial market fluctuations*, Nature 423, 267-270 (15 May 2003).
- [4] Gopikrishnan, P., Plerou, V., Amaral, L. A. N., Meyer, M. & Stanley, H. E. *Scaling of the distributions of fluctuations of financial market indices*. Phys. Rev. E 60, 5305±5316 (1999).
- [5] Gopikrishnan, P., Plerou, V., Gabaix, X. & Stanley, H. E. *Statistical properties of share volume traded in Financial markets*. Phys. Rev. E 62, R4493±R4496 (2000).
- [6] Gabaix, X., Ramalho, R. & Reuter, J. *Power laws and mutual fund dynamics* (MIT Mimeo, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 2003).
- [7] Mantegna R, Stanley HE. *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. Cambridge, MA: Cambridge University Press; 2000.
- [8] Gabaix X. *Power laws in economics and finance*. Annu Rev Econom. 2009; 1: 255–294
- [9] Podobnik B, Horvatic D, Petersen AM, Stanley HE. *Cross-correlations between volume change and price change*. Proc Natl Acad Sci USA. 2009; 106: 22079–22084.
- [10] D. Y. Kenett, X. Huang, I. Vodenska, S. Havlin, and H. E. Stanley, *Partial Correlation Analysis: Applications for Financial Markets*. Quantitative Finance 15[4], 569-578 (2015).
- [11] Szabolcs Mike and J. Doyne Farmer, *An empirical behavioral model of liquidity and volatility*, Journal of Economic Dynamics and Control, 2008, 32, (1), 200-234.
- [12] Doyne Farmer and Thomas Lux, *Introduction to special issue on 'Applications of Statistical Physics in Economics and Finance'*, Journal of Economic Dynamics and Control, 2008, 32, (1), 1-6
- [13] JD Farmer, *Chaotic attractors of an infinite-dimensional dynamical system*, Physica D: Nonlinear Phenomena 4 (3), 366-393 (1981).
- [14] Fabrizio Lillo, J Doyne Farmer, *The long memory of the efficient market*, Studies in nonlinear dynamics & econometrics, 2004/7/26.
- [15] Fama, E. F. 1965. *The behavior of stock-market prices*. The journal of business, 38(1), 34-105.
- [16] Akgiray, V., Booth, G. G., & Loistl, O. 1989. *Stable laws are inappropriate for describing german stock returns*. Allgemeines statistisches, 73(2), 115{121.

- [17] Koedijk, K. G., Schafgans, M. M. A., & de Vries, C. G. 1990. *The tail index of exchange rates*. Journal of international economics, 29(1-2), 1-197.
- [18] Loretan, M., & Phillips, P. C. B. 1994. *Testing the covariance stationarity of heavy-tailed time series: An overview of the theory with applications to several financial datasets*. Journal of empirical finance, 1(2), 211-248.
- [19] Mantegna, R. N., & Stanley, H. E. 1995. *Scaling behavior in the dynamics of an economic index*. Nature, 376(6535), 46-49.
- [20] Longin, F. M. 1996. *The asymptotic distribution of extreme stock market returns*. The journal of business, 69(3), 383-408.
- [21] Lux, T. 1996. *The stable paretian hypothesis and the frequency of large returns: an examination of major german stocks*. Applied financial economics, 6(6), 463-475.
- [22] Muller, U. A., Dacorogna, M. M., & Pictet, O. V. 1998. Heavy tails in high-frequency financial data. Pages 55-78 of: Adler, R. J., Feldman, R. E., & Taqqu, M. S. (eds), *A practical guide to heavy tails: Statistical techniques and applications*. Berlin: Springer-Verlag.
- [23] Plerou, V., Gopikrishnan, P., Amaral, L. A. N., Meyer, M., & Stanley, H. E. 1999. *Scaling of the distribution of price fluctuations of individual companies*. Physical review E, 60(6), 6519{6529. Part A.
- [24] Rachev, S., & Mitnik, S. 2000. *Stable paretian models in finance*. New York: John Wiley & Sons.
- [25] J.-P. Bouchaud and M. Potters, *Theorie des Risques Financieres* (Alea-Saclay, Eyrolles, 1998).
- [26] M. Pasquini and M. Serva, e-print cond-mat/9810232; e-print cond-mat/9903334
- [27] Ying CC (1966) *Stock market prices and volume of sales*. Econometrica 34: 676–685.
- [28] Crouch RL (1970) *The volume of transactions and price changes on the New York Stock Exchange*. Financ Anal J 26:104–109.
- [29] Clark PK (1973) *A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices*. Econometrica 41:135–155.
- [30] Epps TW, Epps ML (1976) *The stochastic dependence of security price changes and transaction volumes: implications for the mixture-of-distribution hypothesis*. Econometrica 44:305–321.
- [31] Rogalski RJ (1978) *The dependence of prices and volume*. Rev Econ Stat 60:268–274.
- [32] Cornell B (1981) *The relationship between volume and price variability in future markets*. J Futures Markets 1:303–316.
- [33] Tauchen G, Pitts M (1983) *The price variability-volume relationship on speculative markets*. Econometrica 51:485–505.
- [34] Grammatikos T, Saunders A (1986) *Futures price variability: a test of maturity and volume effects*. J Business 59:319–330.
- [35] Karpoff JM (1987) *The relation between price changes and trading volume: A survey*. J Financ Quant Anal 22:109–126.
- [36] Lamoureux CG, Lastrapes WD (1990) *Heteroskedasticity in stock return data: Volume versus GARCH effects*. J Finance 45:221–229.

- [37] Gallant AR, Rossi PE, Tauchen G (1992) *Stock prices and volume*. Rev Financ Stud 5:199–242.
- [38] Tauchen G, Zhang H, Liu M (1996) *Volume, volatility, and leverage: A dynamic analysis*. J Economet 74:177–208.
- [39] Gabaix X, Gopikrishnan P, Plerou V, Stanley HE (2003) *A theory of power-law distributions in financial market fluctuations*. Nature 423:267–270.
- [40] Gabaix X, Gopikrishnan P, Plerou V, Stanley HE (2006) *Institutional investors and stock market volatility*. Q J Econ 121:461–504.
- [41] Fonseca, CM, and Fleming, PJ, *An Overview of Evolutionary Algorithms in Multiobjective Optimization*, Evolutionary Computations, 1995; 3: 1-16.
- [42] R. S. Rosenberg. *Simulation of genetic populations with biochemical properties*. PhD thesis, University of Michigan, Ann Harbor, Michigan, 1967.
- [43] J. David Schaffer. *Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms*. PhD thesis, Vanderbilt University, 1984.
- [44] Eckart Zitzler, Kalyanmoy Deb, and Lothar Thiele. *Comparison of Multiobjective Evolutionary Algorithms: Empirical Results*. Evolutionary Computation, 8(2):173–195, Summer 2000.
- [45] Zitzler E, Thiele L. *Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach*. IEEE Trans Evol Comput 1999;3(4):257–71.
- [46] Srinivas N, Deb K. *Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms*. J Evol Comput 1994;2(3):221–48.
- [47] Konak, Abdullah, David W. Coit, and Alice E. Smith. *Multiobjective optimization using genetic algorithms: A tutorial*. Reliability Engineering & System Safety 91.9 (2006): 992-1007.
- [48] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. *SPEA2: improving the strength Pareto evolutionary algorithm*. Swiss Federal Institute Technology: Zurich, Switzerland; 2001.
- [49] D. Kevin, *Building Winning Algorithmic Trading Systems*, 1st ed. Wiley, 2014.
- [50] E. P. Chan, *Quantitative trading*. John Wiley & Sons, 2009.
- [51] R. L. Costa, G. L. Vasconcelos, *Long-range correlations and nonstationarity in the Brazilian stock market*. Physica A (2003) 329:231-248.
- [52] N. J. Moura, M. B. Ribeiro, *Testing the Goodwin growth-cycle macroeconomic dynamics in Brazil*. Physica A (2013) 392:2088-2103.
- [53] R. Vicente, C. M. de Toledo, V. B. P. Leite, N. Caticha, *Underlying dynamics of typical fluctuations of an emerging market price index: the Heston model from minutes to months*. Physica A (2006) 361:272-288.
- [54] B. M. Tabak, T. R. Serra, D. O. Cajueiro, *Topological properties of stock market networks: The case of Brazil*. Physica A (2010) 389:3240-3249.
- [55] S. A. Miloca, T. M. B. Faria, N. M. P. Volpi, *Aplicação de Algoritmo Genético Multiobjetivo em Otimização de Portfólios*. Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional 2012.

- [56] L . S. Mota, *Otimização de Carteiras de Investimento Através da Aplicação de Algoritmos Genéticos Multiobjetivo*. Dissertação de Mestrado UFJF (2013).
- [57] C. Tsallis, C. Anteneodo, L. Borland, R. Osorio, *Nonextensive statistical mechanics and economics*. Physica A (2003) 324:89-100.
- [58] Anagnostopoulos, K P; Mamanis, G., *Using multiobjective algorithms to solve the discrete mean-variance portfolio selection*. International Journal of Economics and Finance 2.3 (Aug 2010): 152-162.