

5.画面形变：根据用户在空间中三维空间坐标不同，利用“视野 n 分法”计算画面形变效果。本技术中仅考虑画面的横向形变，故以下均为俯视视角（该方法示意图如图 3 所示）。定义曲面屏的中心为坐标原点 $O(0,0)$ ，以此得到屏幕左侧 A 点与屏幕右侧 B 点坐标，曲屏的半径 r ，曲屏的圆心角 β ，用户眼睛所在的二维坐标系坐标 $N(a, b)$ ，画面形变的等分数量 n （在一定范围内，参数 n 越大，视觉效果越好）。当前用户的视野角度 α 可由如下方法计算：

与上述“3.虚拟场景下的视角估计”部分类似，可以得出与之相同的 \overrightarrow{NA} ， \overrightarrow{NB} 。

将视野角 α 分为 n 等份，定义角等分线与屏幕的交点为 a_1, a_2, \dots, a_n （点 A 为 a_0 ，点 B 为 a_n ）。 a_1, a_2, \dots, a_n 的坐标计算方法如下， a_i 的坐标记为 (x_i, y_i) ：

$$y_i - b = k_i(x_i - a) \quad (1)$$

$$x_i^2 + (y_i + r)^2 = r^2 \quad (2)$$

由(1),(2)可得：

$$y_i = \frac{|k_i| \sqrt{-a^2 k_i^2 + 2abk_i + 2ak_i r - b^2 - 2br + k^2 r^2} - ak_i + b - k_i}{k_i^2 + 1} \quad (3)$$

$$x_i = a + \frac{y_i - b}{k_i} \quad (4)$$

其中 k_i 为直线 l_{Na_i} 的斜率，计算方法如下：

$$k_i = \tan \left(-i \frac{\alpha}{n} + \arctan \left(\frac{q}{p} \right) \right) \quad (5)$$

得到所有的 a_1, a_2, \dots, a_n 坐标后，我们便可以算出被分割的每一段的弧长：

$$\widehat{a_i a_{i+1}} = \left(\arctan \frac{y_i + r}{x_i} - \arctan \frac{y_{i+1} + r}{x_{i+1}} \right) r \quad (6)$$

由此可以得出画面 n 等分中每一等分对应的屏幕的弧长。每段弧长与 n 分之一的 AB 弧长之比，定义该比例为 r_n ，则有

$$r_n = \frac{n\widehat{a_i a_{i+1}}}{\widehat{AB}} \quad (7)$$

其中

$$\widehat{AB} = \beta r \quad (8)$$

得到所有的 r_n 之后，我们用相同的方法计算每一等份对应的“假设画面”的线段长度。并计算每段长度占总长的比例。这里我们假设一个垂直于人物视线方向的平面屏幕为“假设画面”。

我们可以通过一下公式获得角平分线与“假设画面”的交点：

$$y_i - b = k_i(x_i - a) \quad (9)$$

$$y_i = k'x_i \quad (10)$$

得到：

$$x_i = \frac{b - k_i a}{k' - k_i} \quad (11)$$

$$y_i = k'x_i \quad (12)$$

其中 k' 是“假设屏幕”的斜率，它垂直于人物的视线。即：

$$k' = \frac{-1}{\tan\left(-\frac{\alpha}{2} + \arctan\left(\frac{q}{p}\right)\right)} \quad (13)$$

此可以得出画面 n 等分中每一等分对应的“假设画面”的段长。每段长度与 n 分之一的“假设画面”总长之比，即为该段分区的形变比例，定义该比例为 R_n ，

则有

$$R_n = \frac{x_{i+1} - x_i}{x_n - x_0} \quad (14)$$

我们将虚拟摄像头传回的三维渲染画面称为原始图像，具体画面形变的操作是将原始图像按照 R_n 的比例分为 n 份，然后将这 n 份按照 $\frac{r_n}{R_n}$ 的比例进行放缩后拼接成输出的形变图像。