### COMMENT RÉALISER DES ANALYSES STATISTIQUES AVEC MATLAB?

Ce document constitue une courte introduction à la boîte à outils Statistique du logiciel MATLAB.

Vous trouvez le code MATLAB permettant d'analyser les données de l'hélicoptère, comme cela est fait tout au long de votre syllabus.

Ces données peuvent être téléchargées sur le site du cours : http://www.stat.ucl.ac.be/cours/fsat2

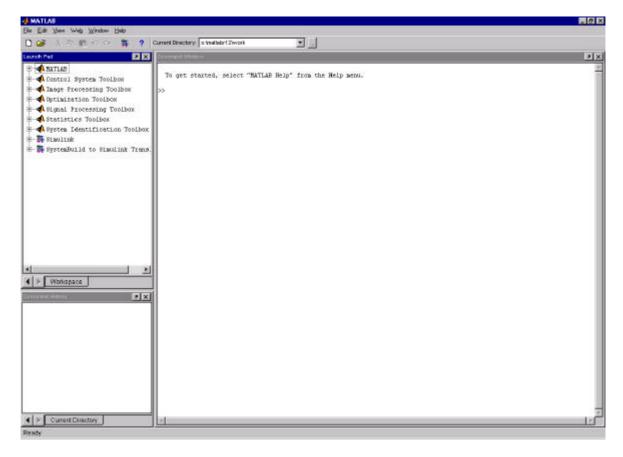
Vous trouvez également à la fin de ce document les fonctions de la toolbox STAT qui vous seront utiles pour vos analyses statistiques en T2, T5 et T6.

1.	Généralités	2
2.	Essai1 – 200 lancés du prototype A	5
3.	Essai3 – Comparaison de 4 hélicoptères de dimensions différentes	9
4.	Essai4 – Etude de l'effet de la longueur des ailes sur le temps de vol	13
5.	Essai3 – Evaluer et comparer les performances de plusieurs produits	14
6.	Essai4 - Expliquer une variable par une autre : le modèle linéaire simple	16
7.	Essai5 - Expliquer une variable par une autre : la régression polynomiale	20
8.	Essai7 - Ajuster une surface de réponse à des données expérimentales	22
9.	Principales fonctions de la toolbox STAT	26

#### 1. Généralités

#### 3 fenêtres dans Matlab

**Launch Pad** - accès aux démos et documentations des différentes toolbox **Command History** - historique des lignes de commandes exécutées **Command Window** - fenêtres où l'on tape les lignes de commandes



#### · Aide: 2 commandes utiles

help – aide on-line sur une fonction Matlab (ce que fait cette fonction et quels sont ses paramètres)

>> help mean

MEAN Average or mean value.

For vectors, MEAN(X) is the mean value of the elements in X. For matrices, MEAN(X) is a row vector containing the mean value of each column. For N-D arrays, MEAN(X) is the mean value of the elements along the first non-singleton dimension of X.

MEAN(X,DIM) takes the mean along the dimension DIM of X.

Example: If  $X = [0 \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]$ 

then mean(X,1) is [1.5 2.5 3.5] and mean(X,2) is [1 4]

See also MEDIAN, STD, MIN, MAX, COV.

lookfor - aide on-line par mots-clés

>> lookfor histogram HIST Histogram.

HISTC Histogram count.

ROSE Angle histogram plot.

HISTEQ Enhance contrast using histogram equalization.

IMHIST Display histogram of image data.

IMADJDEMO Intensity adjustment and histogram equalization demo.

HISTFIT Histogram with superimposed fitted normal density.

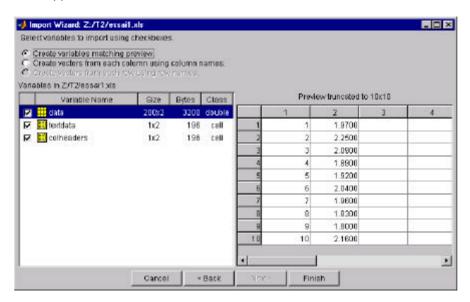
IMHISTC Image histogram.

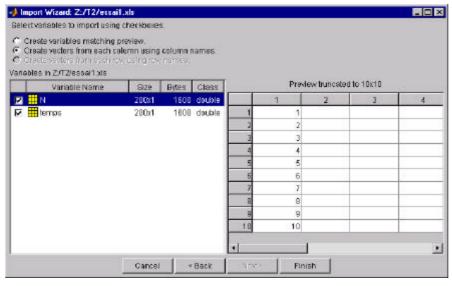
Vérifier/modifier le répertoire par défaut (passer par exemple du répertoire Z: à Z:\T2)
 pwd – afficher le répertoire courant

cd - changer le répertoire courant

```
>> cd z:\T2
>> pwd
ans =
z:\T2
```

- → Pensez à modifier le répertoire par défaut juste après ouverture de Matlab
- Importer des données (essai1.xls par exemple)
- Sauvez dans votre répertoire les fichiers qui se trouvent sur le site http://www.stat.ucl.ac.be/cours/fsat2
- Utilisez le menu File / Import data
- Sélectionnez le fichier à importer (.csv, .xls, .txt, .dat, .tab ...) : Spreadsheet (\*.csv, \*.xls, \*.wk1)
- Choisissez si vous voulez importer les données sous forme d'une matrice ou sous la forme de vecteurs pour chaque colonne du fichier Excel
- Terminez en cliquant sur Finish
- Changez le nom par défaut (data) des données importées en effectuant la commande essai1 = data
- Supprimez l'ancien fichier data en effectuant la commande clear data





#### · Lister les variables de votre répertoire

who – liste les variables de votre répertoire

whos - liste les variables de votre répertoire ainsi que des renseignements sur leur taille et leur forme

#### Sauvegarder l'espace de travail

Afin de conserver votre espace de travail càd toutes les variables de votre répertoire, il faut le sauvegarder dans un fichier .mat avant de fermer Matlab. Quand vous ouvrez à nouveau matlab, il vous suffit alors d'ouvrir ce fichier .mat pour retrouver toutes vos données. (utilisez le menu *File – Save Workspace as...*)

#### • Principales opérations sur les vecteurs et sur les matrices

- Créer une matrice explicitement

- Créer un vecteur ligne

Créer un vecteur colonne

- Accéder à l'élément de la matrice A se trouvant à l'intersection de la 2° ligne et de la 3° colonne

- Sélectionner une ligne ou une colonne d'une matrice

- Modifier un élément d'une matrice

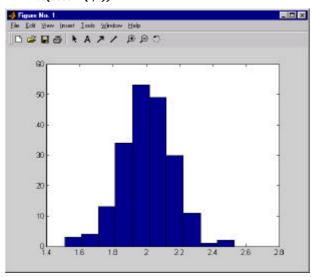
### 2. Essai1 – 200 lancés du prototype A

Le fichier Essai1 reprend les temps de vol d'un hélicoptère lancé 200 fois. Nous allons voir comment obtenir avec MATLAB l'histogramme et le graphique temporel qui permettent de visualiser respectivement la distribution d'une variable quantitative et l'évolution temporelle d'une série de données (*cfr* paragraphes 3.1 et 3.3).

#### Histogramme

Comme le temps de vol est une variable quantitative continue, on peut résumer les temps des 200 lancés par un histogramme.

#### >> hist(essai1(:,2))



→ Cet histogramme sur la deuxième colonne de la matrice *essai1* est celui obtenu par défaut avec la fonction *hist*. Par défaut, les données sont dvisées en 10 classes de même longueur et le nombre d'observations contenues dans chacune est représenté. Mais avec les données, cela donne des classes très artificielles et qui n'ont pas beaucoup de sens... C'est pourquoi, pour faire l'histogramme, on peut utiliser une autre méthode qui permet de déterminer les bornes des classes.

Si l'on calcule les temps de vol minimum et maximum, on constate que les temps de vol sont entre 1.51 et 2.53 :

On peut alors utiliser la fonction *histc* pour compter le nombre d'observations qui tombent dans les classes [1.5,1.6), [1.6,1.7), [1.6,1.7), [1.7,1.8), [1.8,1.9), [1.9,2), [2,2.1), [2.1,2.2), [2.2,2.3), [2.3,2.4), [2.4,2.5) et [2.5,2.6) :

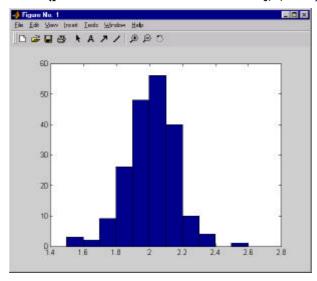
>> N = histc(essai1(:,2),[1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5])

```
N =

3
2
9
26
48
56
40
10
4
0
1
```

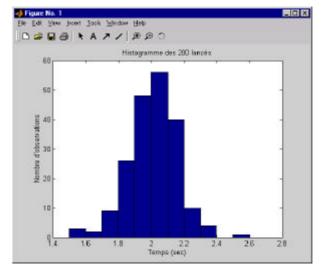
Finalement, on fait l'histogramme avec la commande bar :

#### >> bar([1.5 1.6 1.7 1.8 1.9 2 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5],N,'histc')

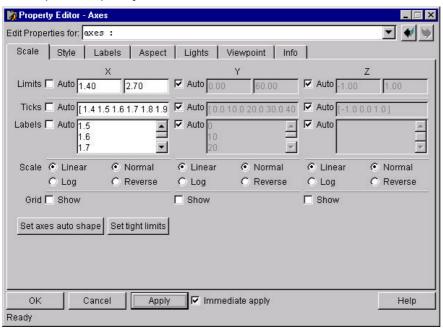


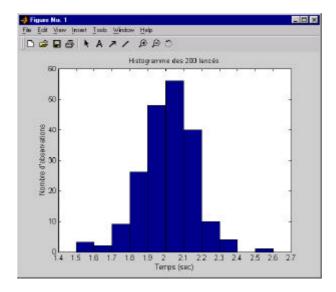
On peut rajouter un titre au graphique et des labels aux axes en utilisant le menu *Insert* de la fenêtre graphique ou en utilisant les commandes suivantes:

- >> title('Histogramme des 200 lancés')
- >> xlabel('Temps (sec)')
- >> ylabel('Nombre d''observations')



On peut également modifier les chiffres sur l'axe horizontal en utilisant le menu *Edit – Axes properties*, s'il l'on voulait par exemple rajouter toutes les bornes des classes.

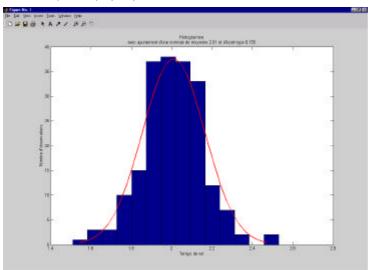




#### Histogramme + courbe Normale

On peut superposer une courbe Normale sur un histogramme pour voir si la distribution Normale ajuste bien les données. On utilise pour cela la fonction **histfit** qui a comme premier argument les données et comme second argument le nombre de classe (ex :  $\sqrt{200} \approx 14$ ).

#### >> histfit(essai1(:,2),14)



On peut à nouveau rajouter un titre au graphique et des labels aux axes en utilisant le menu *Insert* de la fenêtre graphique ou en tapant les commandes *title*, *xlabel* et *ylabel*.

#### Diagramme temporel

Le diagramme temporel permet de visualiser l'évolution temporelle des durées de vol des 200 lancés d'hélicoptère.

- On utilise la fonction **plot**. Les 3 premiers arguments servent à tracer les lignes reliant les points d'abscisses **essai1(:,1)** et d'ordonnées **essai1(:,2)** par une ligne mauve continue **'m-'**. Les 3 derniers arguments servent à dessiner les points d'abscisses **essai1(:,1)** et d'ordonnées **essai1(:,2)** en utilisant des points bleus **'b.'**.

>> plot(essai1(:,1),essai1(:,2),'m-',essai1(:,1),essai1(:,2),'b.')

- Ensuite, on peut rajouter un quadrillage pour faciliter la comparaison visuelle

#### >> grid

- Et finalement, on peut taper les commandes suivantes pour obtenir le titre et les labels aux axes

```
>> title('Diagramme temporel des 200 lancés')
```

>> xlabel('Ordre des données')

>> ylabel('Temps (sec)')

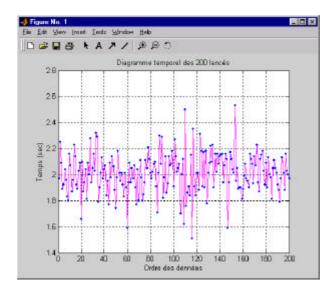
Pour les couleurs des points et des lignes, vous avez les codes suivants :

$$\boldsymbol{b} = \text{blue}, \ \boldsymbol{g} = \text{green}, \ \boldsymbol{r} = \text{red}, \ \boldsymbol{c} = \text{cyan}, \ \boldsymbol{m} = \text{magenta}, \ \boldsymbol{y} = \text{yellow}, \ \boldsymbol{k} = \text{black}$$

Pour les types de points, vous avez les codes suivants :

. = point, 
$$o$$
 = circle,  $x$  = x-mark,  $+$  = plus,  $*$  = star,  $s$  = square,  $d$  = diamond,  $v$  = triangle (down),  $\wedge$  = triangle (up),  $<$  = triangle (left),  $>$  = triangle (right),  $p$  = pentagram,  $h$  = hexagram

Pour les types de lignes, vous avez les codes suivants :



# 3. Essai3 – Comparaison de 4 hélicoptères de dimensions différentes

Le fichier Essai3 reprend les temps de vol de 4 hélicoptères différents lancés chacun 8 fois. Nous allons voir comment obtenir avec MATLAB des graphiques (diagrammes en points et boxplots, *cfr* paragraphe 3.1) et des résumés numériques pour comparer les temps de vols de ces 4 prototypes (Moyenne, écart-type, minimum, maximum et médiane, *cfr* paragraphe 3.3).

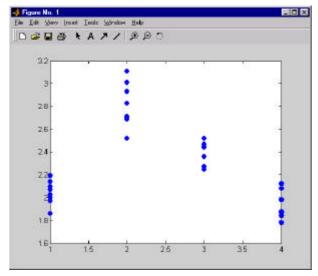
#### Diagramme en points (bon pour n < 15)</li>

Le diagramme en points ci-dessous est très utile pour comparer les distributions des 4 types d'hélicoptères.

- On crée le vecteur des abscisses du graphe X-Y à partir d'un vecteur unitaire de longueur 8 (ones (1,8)) :

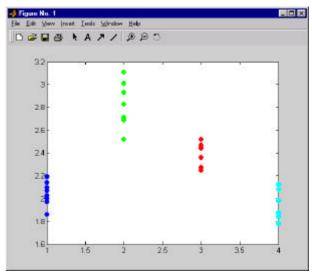
 On utilise la commande plot pour dessiner un graphe X-Y où les abscisses sont dans le premier argument et les ordonnées dans le deuxième argument. On peut en plus spécifier le type et la couleur des points dans les troisième argument.



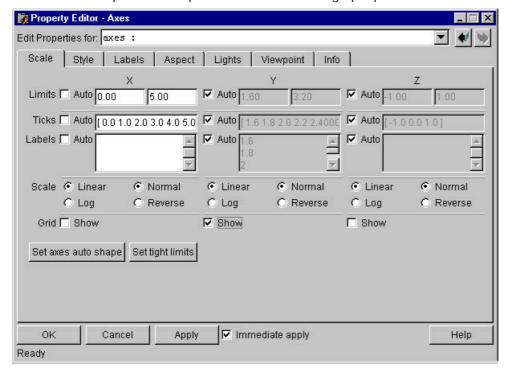


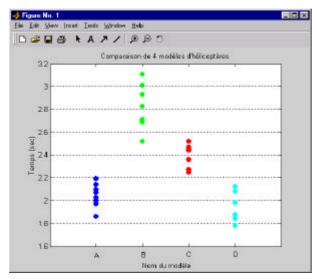
On peut également utiliser la commande suivante pour dessiner des points différents selon le type d'hélicoptère.

```
>> plot( ones(1,8),essai3(1:8),'b.',
ones(1,8)*2,essai3(9:16),'g.',
ones(1,8)*3,essai3(17:24),'r.',
ones(1,8)*4,essai3(25:32),'c.')
```



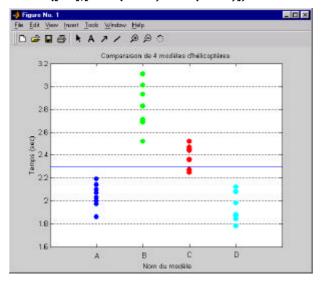
- On rajoute un titre au graphique et des labels aux axes en utilisant les commandes title, xlabel et ylabel.
- >> title('Comparaison de 4 modèles d''hélicoptères')
- >> xlabel('Nom du modèle')
- >> ylabel('Temps (sec)')
- On modifie l'échelle de l'axe horizontal en utilisant le menu EDIT AXES PROPERTIES. On modifie d'abord les limites pour mieux voir les 2 séries de points aux extrémités, ensuite on retire les labels. On peut également cocher le quadrillage horizontal pour faciliter la comparaison (Grid Show). Finalement, en utilisant le menu INSERT TEXT de la fenêtre graphique, on peut ajouter les lettres A, B, C et D sous les séries de points correspondants. On obtient le graphique ci-dessous.





- On peut également rajouter une ligne horizontale au niveau de la moyenne globale de ces 32 observations (2.2997) pour comparer les 4 groupes d'observations par rapport à cette valeur. On utilise pour cela la commande *line* avec comme premier argument les abscisses des 2 points à relier et comme second argument les ordonnées des points à relier.

#### >> line([0 5],[mean(essai3) mean(essai3)])



#### Boxplot (presque toujours OK)

Le boxplot par groupe est un autre moyen de comparer visuellement les distributions des temps de vol pour les 4 types d'hélicoptères.

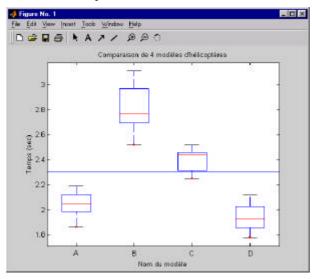
#### >> boxplot(essai3,[ones(1,8) ones(1,8)\*2 ones(1,8)\*3 ones(1,8)\*4])

Le premier argument de la fonction boxplot est le vecteur de toutes les observations. Le second argument est le vecteur qui définit les groupes de 8 données.

On peut rajouter également une ligne horizontale au niveau de la moyenne comme niveau de référence, ainsi qu'un titre et des labels aux axes.

- >> line([0 5],[mean(essai3) mean(essai3)])
- >> title('Comparaison de 4 modèles d''hélicoptères')
- >> xlabel('Nom du modèle')
- >> ylabel('Temps (sec)')

Finalement, de la même manière que pour le diagramme en points, on peut modifier les propriétés de l'axe horizontal et rajouter les lettres A, B, C et D.



#### Statistiques descriptives

On peut comparer les temps de vol des 4 types d'hélicoptères en résumant chaque série d'observations par des valeurs comme la moyenne et l'écart-type, le nombre d'observations, l'observation la plus petite et celle la plus grande, ainsi que la médiane. Toutes ces valeurs peuvent être regroupées dans une matrice :

```
>> A = essai3(1:8)
A =
  1.9700
  2.0300
 2.1000
  1.8600
  2.0000
  2.1400
 2.0700
 2.1900
>> B = essai3(9:16)
 2.5200
  3.0100
  2.6900
  2.7100
  2.9300
  2.8300
 2.7000
  3.1100
>> C = essai3(17:24)
  2.5200
  2.2500
 2.4700
  2.4400
  2.4400
  2.4500
 2.3600
 2.2700
>> D = essai3(25:32)
D =
  1.8700
  2.1200
  1.8400
  2.0800
  1.9800
  1.9800
  1.7800
  1.8800
>> [ mean(A) std(A) length(A) min(A) max(A) median(A); mean(B) std(B) length(B) min(B) max(B) median(B);
mean(C) std(C) length(C) min(C) max(C) median(C); mean(D) std(D) length(D) min(D) max(D) median(D)]
  2.0450 0.1041 8.0000 1.8600 2.1900 2.0500
  2.8125 0.1947 8.0000 2.5200 3.1100 2.7700
  2.4000 0.0971 8.0000 2.2500 2.5200 2.4400
```

On obtient donc la table suivante après l'avoir transformé en Word :

1.9413 0.1191 8.0000 1.7800 2.1200 1.9300

	Moyenne	Ecart-type	N	Minimum	Maximum	Médiane
A	2.0450	0.1041	8.0000	1.8600	2.1900	2.0500
В	2.8125	0.1947	8.0000	2.5200	3.1100	2.7700
С	2.4000	0.0971	8.0000	2.2500	2.5200	2.4400
D	1.9413	0.1191	8.0000	1.7800	2.1200	1.9300

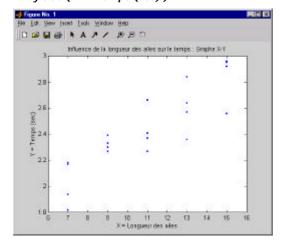
# 4. Essai4 – Etude de l'effet de la longueur des ailes sur le temps de vol

Cinq variantes de l'hélicoptère sont testées avec des longueurs d'ailes différentes (7, 9, 11, 13 et 15). Chacun est lancé 4 fois. Nous allons voir comment obtenir avec MATLAB un graphe X-Y pour visualiser le lien entre 2 variables et le coefficient de corrélation de Pearson pour mesurer l'intensité d'un lien linéaire entre 2 variables (*cfr* paragraphe 3.4).

#### Graphe X-Y

Le graphe X-Y permet de visualiser le lien entre les 2 variables X et Y. On l'obtient avec la commande **plot** (le premier argument est le vecteur des abscisses, le second argument est le vecteur des ordonnées et le troisième argument le type de points):

```
>> plot(essai4(:,2),essai4(:,3),'b.')
>> title('Influence de la longueur des ailes sur le temps : Graphe X-Y')
>> xlabel('X = Longueur des ailes')
>> ylabel('Y = Temps (sec)')
```



#### Coefficient de corrélation linéaire de Pearson

Le coefficient de corrélation linéaire de Pearson mesure la force du lien linéaire entre 2 variables quantitatives. On l'obtient dans Matlab en utilisant la commande *corrcoef*. Le résultat est une matrice des corrélations : 1 = corrélation de X avec X = corrélation de Y avec Y et 0.8766 = corrélation de X avec Y (ou Y avec X).

# 5. Essai3 - Evaluer et comparer les performances de plusieurs produits

Le fichier Essai3 a pour but de comparer les temps de vols de 4 modèles d'hélicoptères (A, B, C et D). Nous allons voir comment les comparer graphiquement par le calcul d'intervalles de confiance sur la moyenne et sur l'écart-type.

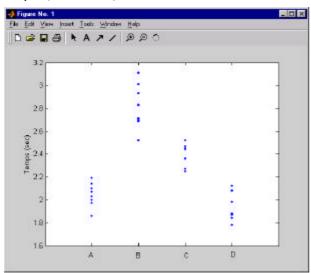
#### • Diagramme en points (§ 6.3)

On peut faire un diagramme en points pour comparer les temps de vols des 4 hélicos. Ce type de graphique est bien adapté puisque pour chaque modèle d'hélico il n'y a que 8 mesures.

- On crée le vecteur des abscisses du graphe X-Y à partir d'un vecteur unitaire de longueur 8 (ones (1,8)) :

- On utilise la commande plot pour dessiner un graphe X-Y où les abscisses sont dans le premier argument et les ordonnées dans le deuxième argument. On peut en plus spécifier le type et la couleur des points dans le troisième argument.

#### >> plot(X,essai3,'b.')



#### • Calcul des intervalles de confiance sur la moyenne et l'écart-type (§ 6.2.4)

On peut plus rigoureusement comparer les temps de vols des 4 hélicos en calculant un intervalle de confiance pour le temps de vol moyen de chacun. On pourra alors voir pour quels modèles les moyennes sont significativement différentes. On peut également calculer des intervalles de confiance sur les écarts-types pour pouvoir comparer la variabilité des temps de vols des 4 modèles.

- On calcule tout d'abord les moyennes  $\overline{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} X_i$  avec la fonction **mean** 

```
>> MEAN3 = [mean(essai3(1:8)); mean(essai3(9:16)); mean(essai3(17:24)); mean(essai3(25:32))]
MEAN3 =
2.0450
2.8125
2.4000
1.9413
```

On calcule ensuite les écarts-types  $S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (X_i - \overline{X})^2}$  avec la fonction **std** 

```
>> STD3 = [std(essai3(1 :8)); std(essai3(9 :16)); std(essai3(17 :24)); std(essai3(25 :32))]
STD3 =
0.1041
0.1947
0.0971
0.1191
```

- On en déduit les intervalles de confiance sur la moyenne pour chaque modèle en utilisant la fonction *tinv* 

```
pour obtenir les valeurs tabulées de la t : \left[\overline{X} - t_{N-1;0.975} \frac{S}{\sqrt{N}}, \overline{X} + t_{N-1;0.975} \frac{S}{\sqrt{N}}\right]
>> LongueurIC = [ tinv(0.975,8-1) * std(essai3(1:8))/sqrt(8) ; tinv(0.975,8-1) * std(essai3(9:16)) / sqrt(8) ;
                 tinv(0.975,8-1) * std(essai3(17:24))/sqrt(8); tinv(0.975,8-1) * std(essai3(25:32)) / sqrt(8) ]
Longueur IC =
  0.0870
  0.1628
  0.0812
  0.0996
>> ICMEAN3 = [ mean(essai3(1:8)) - LongueurIC(1) , mean(essai3(1:8)) + LongueurIC(1) ;
                  mean(essai3(9:16)) - LongueurIC(2), mean(essai3(9:16)) + LongueurIC(2)
                  mean(essai3(17:24)) - LongueurIC(3), mean(essai3(17:24)) + LongueurIC(3)
                  mean(essai3(25:32)) - LongueurIC(4), mean(essai3(25:32)) + LongueurIC(4)]
ICMEAN3 =
  1.9580 2.1320
  2.6497 2.9753
  2.3188
           2.4812
  1.8417 2.0408
```

- On en déduit également les intervalles de confiance sur l'écart-type pour chaque modèle en utilisant la

```
fonction chi2inv pour obtenir les valeurs tabulées de la Chi<sup>2</sup> : \left[\sqrt{\frac{(N-1)S^2}{c_{N-1;0.975}^2}}, \sqrt{\frac{(N-1)S^2}{c_{N-1;0.025}^2}}\right]
```

```
>> Denominateur = [chi2inv(0.975,8-1); chi2inv(0.025,8-1)]
Denominateur =
 16.0128
  1.6899
>> Numerateur = [ (8-1) * var(essai3(1:8)) ; (8-1) * var(essai3(9:16)) ;
                  (8-1) * var(essai3(17:24)) ; (8-1) * var(essai3(25:32)) ]
Numerateur =
  0.0758
  0.2653
  0.0660
  0.0993
>> ICSTD3 = sqrt([Numerateur(1) / Denominateur(1) , Numerateur(1)/Denominateur(2) ;
                    Numerateur(2) / Denominateur(1) , Numerateur(2)/Denominateur(2) ;
                    Numerateur(3) / Denominateur(1) , Numerateur(3)/Denominateur(2)
                   Numerateur(4) / Denominateur(1) , Numerateur(4) / Denominateur(2) ])
ICSTD3 =
  0.0688 0.2118
  0.1287 0.3963
  0.0642 0.1976
  0.0787 0.2424
```

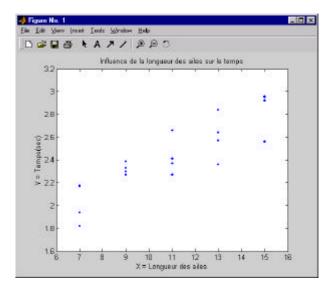
# 6. Essai4 - Expliquer une variable par une autre : le modèle linéaire simple

On veut voir et modéliser le lien existant entre le temps de vol de l'hélicoptère et la longueur des ailes. C'est le but de l'Essai4 où 5 hélicoptères de longueur d'ailes 7, 9, 11, 13 et 15 ont été lancés 4 fois chacun.

#### • Graphe X-Y (Intro Section 7)

On peut faire un graphe X-Y pour visualiser s'il y a une relation entre les 2 variables et de quelle type elle est. Ici, la relation entre le temps de vol et la longueur des ailes semble simplement linéaire.

- >> plot(essai4(:,2),essai4(:,3),'b.')
- >> xlabel('X = Longueur des ailes')
- >> ylabel('Y = Temps(sec)')
- >> title('Influence de la longueur des ailes sur le temps')



## Estimation des paramètres du modèle de régression linéaire simple et intervalles de confiance et de prédiction (§ 7.3)

On utilise la fonction regress de MATLAB pour estimer les paramètres du modèle  $Temps = \boldsymbol{b}_0 + \boldsymbol{b}_1 \cdot Ha + \boldsymbol{e}$ . Ce sera la même fonction utilisée pour estimer les paramètres d'un modèle polynomial ou d'un modèle de régression multiple.

En utilisant la commande *help regress*, on peut voir comment utiliser cette fonction dans MATLAB:

#### >> help regress

REGRESS Multiple linear regression using least squares.

b = REGRESS(y,X) returns the vector of regression coefficients, b, in the linear model y = Xb, (X is an nxp matrix, y is the nx1

vector of observations)

[B,BINT,R,RINT,STATS] = REGRESS(y,X,alpha) uses the input, ALPHA to calculate 100(1 - ALPHA) confidence intervals for B and

the residual vector, R, in BINT and RINT respectively. The vector STATS contains the R-square statistic along with the F and p

values for the regression.

The X matrix should include a column of ones so that the model contains a constant term. The F and p values are computed under

the assumption that the model contains a constant term, and they are not correct for models without a constant. The R-square

value is the ratio of the regression sum of squares to the total sum of squares.

- Il faut donc commencer par définir le vecteur y (variable expliquée = temps de vol = 3° colonne de essai4) et la matrice X (variables explicatives en colonne). Attention, la matrice X contiendra d'abord une colonne de 1 correspondant à l'intercept  $\mathbf{b}_0$  et ensuite la colonne des longueurs des ailes (2° colonne de essai4) correspondant à  $\mathbf{b}_1$ .

```
>> y = essai4(:,3)
                                                 >> X = [ones(20,1), essai4(:,2)]
  1.9400
                                                    1
  2.3000
                                                    1
                                                        9
  2.6600
                                                    1
                                                        11
  2.3600
                                                    1
                                                        13
  2.9600
                                                    1
                                                        15
  2.1800
                                                    1
  2.3300
                                                    1
                                                        9
  2.3700
                                                    1
                                                        11
  2.6400
                                                        13
  2.5600
                                                    1
                                                        15
  1.8200
                                                    1
                                                        7
  2.3900
                                                    1
  2.4100
                                                    1
                                                        11
  2.5700
                                                    1
                                                        13
  2.9200
                                                    1
                                                        15
  2.1700
                                                    1
                                                        7
                                                        9
  2.2700
                                                    1
                                                        11
  2.2700
  2.8400
                                                    1
                                                        13
  2.9500
```

- En appliquant la fonction **regress** à y et X, nous obtenons les estimations des paramètres  $\boldsymbol{b}_0$  et  $\boldsymbol{b}_1$ , ainsi qu'un intervalle de confiance pour chacun IC<sub>95%</sub>( $\boldsymbol{b}_0$ ) et IC<sub>95%</sub>( $\boldsymbol{b}_1$ ). Nous pouvons également obtenir une estimation de la variance du terme d'erreur  $\sigma^2$  en appliquant la formule  $S_{Y.X}^2 = \frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^N e_i^2$  puisque les résidus  $e_i$  sont également calculés par le logiciel.

```
>> [B,BINT,R,RINT,STATS] = regress(y,X,0.05)
                                                \Rightarrow Les paramètres estimés sont donc b_0 = 1.3895 et b_1 =
  1.3895
  0.0960
                                                      Pour chaque paramètre, un intervalle de confiance à
BINT =
                                                95% est donné:
  1.0930 1.6860
                                                 IC_{95\%}(\boldsymbol{b}_0) = [1.0930; 1.6860]
  0.0699 0.1221
                                                 IC_{95\%}(\boldsymbol{b}_1) = [0.0699 ; 0.1221]
 -0.1215
                                                \Rightarrow Le vecteur R est le vecteur contenant les résidus e_i = Y_i
  0.0465
  0.2145
                                                On peut en déduire une estimation de la variance du terme
 -0.2775
                                                d'erreur S_{Y.X}^2:
  0.1305
  0.1185
                                                 >> S2residus = sum(R.*R)/(20-2)
  0.0765
                                                 S2residus =
 -0.0755
                                                   0.0247
  0.0025
 -0.2695
 -0.2415
                                                On peut en déduire une estimation de l'écart-type du terme
  0.1365
 -0.0355
                                                d'erreur S_{Y,X}:
 -0.0675
                                                 >> Sresidus = sqrt(sum(R.*R)/(20-2))
  0.0905
                                                 Sresidus =
  0.1085
                                                   0.1572
  0.0165
 -0.1755
  0.2025
  0.1205
RINT =
                                                       RINT est un vecteur d'intervalles de confiance pour
 -0.4285 0.1855
 -0.2794 0.3724
                                                chaque résidus. Ce n'est pas un élément très intéressant...
 -0.0981 0.5271
 -0.4943 0.1433
 -0.1075 0.5125
 -0.1866 0.4276
                                                ⇒ Il s'agit du coefficient R², de la valeur de la statistique F
STATS =
```

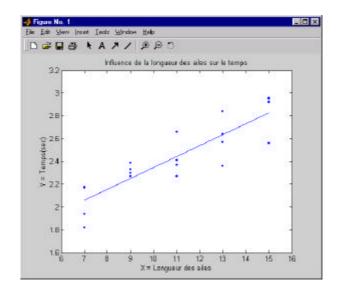
et de la p-valeur, 3 éléments non vus dans ce cours.

0.7684 59.7075 0.0000

#### · Ajout de la droite de régression sur le graphique X-Y.

- On peut ajouter sur le graphe X-Y la droite de régression grâce à la fonction **refline** qui prend comme premier argument la pente de la droite et comme second argument l'intercept.

```
>> plot(essai4(:,2),essai4(:,3),'b.')
>> xlabel('X = Longueur des ailes')
>> ylabel('Y = Temps(sec)')
>> title('Influence de la longueur des ailes sur le temps')
>> refline(B(2),B(1))
```



#### Prédiction.

Pour faire une prédiction, on utilise le modèle estimé. On peut également calculer un intervalle de confiance sur la réponse moyenne ou un intevalle de prédiction selon ce à quoi on s'intéresse.

Je prédis ce temps de vol à l'aide du modèle estimé à 2.3495 sec:

```
>> Ypredit = B(1)+B(2)*10
Ypredit =
2.3495
```

Ensuite, par exemple, je m'intéresse tout d'abord au temps de vol moyen d'un hélicoptère dont les ailes mesurent 10 cm. Je calcule donc un **intervalle de confiance** sur la réponse moyenne en appliquant la

$$\text{formule } (b_0 + b_1 X_0) \pm t_{N-2,0.975} S_{\hat{Y}_0} \text{ où } S_{\hat{Y}_0} = S_{Y.X} \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{(X_0 - \overline{X})^2}{(N-1)S_X^2}} \text{ : [2.2712 \ ; 2.4278]}$$

```
>> LongueurIC = tinv(0.975,20-2) * Sresidus

* sqrt( 1/20 + ((10-mean(essai4(:,2)))^2 ) / ( (20-1) * var(essai4(:,2)) ) )

LongueurIC = 0.0783

>> ICmoyenne = Ypredit + [-LongueurIC LongueurIC]

ICmoyenne = 2.2712 2.4278
```

Si je m'intéresse ensuite au temps de vol lors d'un lancé en particulier d'un hélicoptère ayant des ailes de 10 cm, je calcule un **intervalle de prédiction** à 95% pour cette valeur en appliquant la formule

$$(b_0 + b_1 X_0) \pm t_{N-2;0.975} s_{Y_p} \quad \text{où} \quad s_{Y_p} = s_{Y.X} \sqrt{1 + \frac{1}{N} + \frac{(X_0 - \overline{X})^2}{(N-1) s_X^2}} : [2.0101 \; ; 2.6889]$$

$$>> LongueurIP = tinv(0.975, 20-2) * Sresidus$$

$$* \; sqrt(\; 1 + \; 1/20 + \; ((10-mean(essai4(:,2)))^2) \; / \; (\; (20-1) * var(essai4(:,2)) \; ) \; )$$

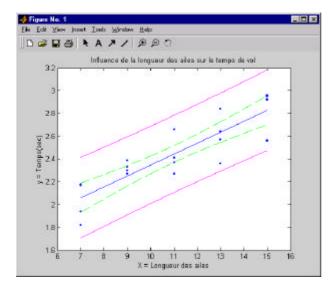
$$LongueurIP = 0.3394$$

$$>> IP = \; Ypredit + \; [-LongueurIP \; LongueurIP]$$

$$IP = 2.0101 \; 2.6889$$

#### Ajout des intervalles de confiance et de prédiction sur le graphe X-Y.

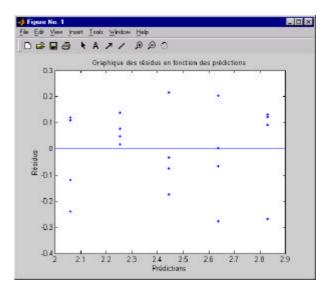
On peut ajouter sur le graphe X-Y la droite de régression grâce à la fonction **refline** mais aussi les intevalles de confiance (tirets verts) et les intervalles de prédiction (lignes mauves) tout le long de la droite en appliquant les formules de ces intervalles de manière vectorielle à une fine grille de points entre 7 et 15, **vecX**. La commande **hold on** permet de dessiner sur un même graphique plusieurs **plot**s.



#### Graphique des résidus.

Finalement il est judicieux de faire un graphique des résidus afin de valider le modèle. Il s'agit d'un simple graphique X-Y où les X sont les prédictions  $b_0 + b_1$ . Ha et les Y les résidus  $e_i$ .

```
>> plot(B(1)+B(2)*essai4(:,2),R,'b.')
>> refline(0,0)
>> xlabel('Prédictions')
>> ylabel('Résidus')
>> title('Graphique des résidus en fonction des prédictions')
```



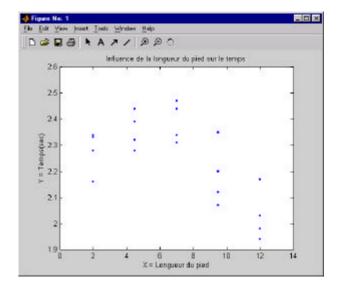
# 7. Essai5 - Expliquer une variable par une autre : la régression polynomiale

On veut voir et modéliser le lien existant entre le temps de vol de l'hélicoptère et la longueur du pied. C'est le but de l'Essai5 où 5 hélicoptères longueur de pied 2, 4.5, 7, 9.5 et 12 ont été lancés 4 fois chacun.

#### Graphe X-Y (Intro Section 7)

On peut faire un graphe X-Y pour visualiser s'il y a une relation entre les 2 variables et de quelle type elle est. Ici, la relation semble guadratique.

```
>> plot(essai5(:,2),essai5(:,3),'b.')
>> xlabel('X = Longueur du pied')
>> ylabel('Y = Temps(sec)')
>> title('Influence de la longueur du pied sur le temps')
```



#### Estimation des paramètres du modèle de régression polynomiale (§ 7.3)

On utilise à nouveau la fonction regress de MATLAB pour estimer les différents paramètres du modèle  $Temps = \boldsymbol{b}_0 + \boldsymbol{b}_1 \cdot \boldsymbol{H}_p + \boldsymbol{b}_2 \cdot \boldsymbol{H}_p^2 + \boldsymbol{e}$ .

- Il faut commencer par définir le vecteur y (variable expliquée = temps de vol =  $3^{\circ}$  colonne de essai5) et la matrice X (variables explicatives en colonne). Attention, la matrice X contiendra d'abord une colonne de 1 correspondant au terme constant  $\mathbf{b}_0$ . Ensuite la colonne des longueurs des pieds ( $2^{\circ}$  colonne de essai5) correspondant à  $\mathbf{b}_1$  et finalement la colonne des carrés des longueurs des pieds (carrés de la  $2^{\circ}$  colonne de essai5).

```
>> y = essai5(:,3)
                                           >> X =[ones(20,1) essai5(:,2) essai5(:,2).*essai5(:,2)]
                                           X =
  2.3400
                                             1.0000
                                                     2.0000
                                                              4.0000
  2.2800
                                             1.0000
                                                      4.5000 20.2500
  2.3400
                                             1.0000
                                                      7.0000
                                                             49.0000
  2.2000
                                                      9.5000 90.2500
                                             1.0000
  1.9800
                                             1.0000
                                                     12.0000 144.0000
  2.1600
                                             1.0000
                                                      2.0000
                                                              4.0000
  2.3900
                                             1.0000
                                                      4.5000 20.2500
  2.4400
                                             1.0000
                                                      7.0000 49.0000
  2.0700
                                             1.0000
                                                      9.5000
                                                              90.2500
  2.0300
                                             1.0000
                                                     12.0000 144.0000
  2.2800
                                             1.0000
                                                      2.0000 4.0000
  2.4400
                                             1.0000
                                                      4.5000 20.2500
  2.3100
                                             1.0000
                                                      7.0000
                                                             49.0000
  2.3500
                                             1.0000
                                                      9.5000 90.2500
  2.1700
                                             1.0000
                                                     12.0000 144.0000
  2.3300
                                             1.0000
                                                      2.0000
                                                              4.0000
  2.3200
                                             1.0000
                                                      4.5000
  2.4700
                                                      7.0000 49.0000
                                             1.0000
  2.1200
                                             1.0000
                                                      9.5000 90.2500
  1.9400
                                             1.0000
                                                     12.0000 144.0000
```

- En appliquant la fonction **regress** à y et X, nous obtenons les estimations des paramètres  $\boldsymbol{b}_0$ ,  $\boldsymbol{b}_1$  et  $\boldsymbol{b}_2$ , ainsi qu'un intervalle de confiance pour chacun  $IC_{95\%}(\boldsymbol{b}_0)$ ,  $IC_{95\%}(\boldsymbol{b}_1)$  et  $IC_{95\%}(\boldsymbol{b}_2)$ . Nous pouvons également obtenir une estimation de la variance du terme d'erreur  $\sigma^2$  en appliquant la formule  $S_{Y.X}^2 = \frac{1}{N-p} \sum_{i=1}^N e_i^2$  puisque les résidus  $e_i$  sont également calculés par le logiciel.

```
>> [B,BINT,R] = regress(y,X,0.05)
```

```
B =
                                                    ⇒ Les paramètres estimés sont donc
  2.1398
                                                         b_0 = 2.1398, b_1 = 0.0865 et b_2 = -0.0081.
  0.0865
  -0.0081
                                                         Pour chaque paramètre, un intervalle de confiance à
BINT =
  1.9593
           2.3202
                                                    95% est donné:
  0.0268
           0.1462
                                                    IC_{95\%}(\boldsymbol{b}_0) = [1.9593 ; 2.3202]
  -0.0123 -0.0039
                                                    IC_{95\%}(\boldsymbol{b}_1) = [0.0268 ; 0.1462]
                                                    IC_{95\%}(\boldsymbol{b}_2) = [-0.0123 ; -0.0039]
R =
  0.0596
  -0.0853
                                                    \Rightarrow Le vecteur R est le vecteur contenant les résidus e_i =
 -0.0091
                                                    Y_i - b_0 - b_1 X_i.
  -0.0318
                                                    On peut en déduire une estimation de la variance du
 -0.0334
  -0.1204
                                                    terme d'erreur S_{v}^{2} :
  0.0247
  0.0909
                                                    >> S2residus = sum(R.*R)/(20-3)
  -0.1618
                                                    S2residus =
  0.0166
  -0.0004
                                                       0.0086
  0.0747
  -0.0391
  0.1182
                                                    On peut en déduire une estimation de l'écart-type du
  0.1566
                                                    terme d'erreur S_{v,x}:
  0.0496
  -0.0453
                                                    >> Sresidus = sqrt(sum(R.*R)/(20-3))
  0.1209
                                                    Sresidus =
  -0.1118
                                                       0.0925
  -0.0734
```

- On peut ajouter sur le graphe X-Y la courbe correspondant au modèle estimé. On utilise à nouveau une grille de points entre 2 et 13, **vecX**. On trace d'abord les points bleus sur le graphe et les 3 derniers arguments tracent en rouge la courbe du modèle estimé.

```
>> vecX = 2:0.01:12

>> hold on

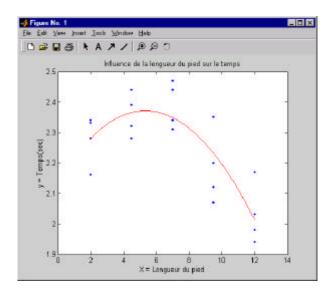
>> plot( essai5(:,2) , essai5(:,3) , 'b.')

>> plot( vecX , B(1) + B(2)* vecX + B(3)* vecX.* vecX , 'r-')

>> xlabel('X = Longueur du pied')

>> ylabel('y = Temps(sec)')

>> title('Influence de la longueur du pied sur le temps')
```



# 8. Essai7 - Ajuster une surface de réponse à des données expérimentales

On veut voir et modéliser le lien existant entre le temps de vol de l'hélicoptère et la longueur du pied et la longueur des ailes pour des hélicoptères aux coins coupés. C'est le but de l'Essai7 qui reprends les temps de vols du plan factoriel 3² répété 4 fois.

#### • Estimation des paramètres du modèle de régression multiple (§ 10.2)

On utilise à nouveau la fonction regress de MATLAB pour estimer les différents paramètres du modèle  $Temps = \boldsymbol{b}_0 + \boldsymbol{b}_1 \cdot \boldsymbol{H}_{pSTD} + \boldsymbol{b}_2 \cdot \boldsymbol{H}_{aSTD} + \boldsymbol{b}_3 \cdot \boldsymbol{H}_{pSTD}^2 + \boldsymbol{b}_4 \cdot \boldsymbol{H}_{aSTD}^2 + \boldsymbol{b}_5 \cdot \boldsymbol{H}_{aSTD} \cdot \boldsymbol{H}_{pSTD} + \boldsymbol{e}$ .

- Il faut commencer par définir le vecteur y (variable expliquée = temps de vol =  $6^{\circ}$  colonne de essai7) et la matrice X (variables explicatives STANDARDISEES en colonne).

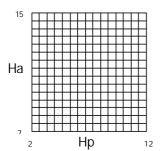
```
>> HpSTD = ( essai7(:,1) - (12+2)/2 ) / ( (12-2)/2 )
                  >> HaSTD = ( essai7(:,2) - (15+7)/2) / ( (15-7)/2 )
                  >> X = [ ones(36,1)  HpSTD  HaSTD  HpSTD.^2  HaSTD.^2  HpSTD.*HaSTD]
>> y = essai7(:,6)
 2.6600
                     1
                           -1
                       -1
 3.3000
                     1
                           0
                               1
                                  0
                                     0
  4.0300
                    1 -1
                           1
                              1 1 -1
  2.7700
                     1
                        0 -1
                              0
                                  1
  3.1500
                     1
                        0 0
                               0
                                  0
  4.0500
                     1
                        0 -1
                              0
  2.3400
                                  1
  3.0100
                     1
                        0
                           0
                               0
                                  0
                                      O
  3.9200
                     1
                        0
                           1
                               0
                                  1
                                     0
  1.9700
                     1
                        1 -1
                              1
                                  1 -1
  2.5000
                     1
                           0
                                  0
  2.8300
```

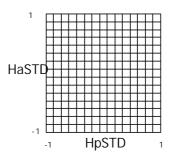
- Ensuite on applique la fonction **regress** à y et X.

```
>> [B,BINT,R] = regress(y,X,0.05)
                                    ⇒ Les paramètres estimés sont donc
                                        b_0 = 0.7570, b_1 = 0.2159, b_2 = 0.2184, b_3 = -0.0167,
  3.2428
                                        b_4 = -0.0005 et b_5 = -0.0072.
 -0.4808
 0.6296
 -0.4167
 -0.0079
 -0.1431
                                    ⇒ Pour chaque paramètre, un intervalle de confiance à 95%
BINT =
  3.1125
          3.3730
                                        est donné.
 -0.5522 -0.4095
  0.5583 0.7009
 -0.5402 -0.2931
 -0.1315 0.1156
 -0.2305 -0.0558
                                           Le vecteur R contient les résidus. On peut en déduire une
                                    estimation de la variance du terme d'erreur S_{vx}^2:
  0.1337
 -0.0069
                                    >> S2residus = sum(R.*R)/(36-6)
 -0.0417
                                    S2residus =
                                      0.0293
                                    On peut en déduire une estimation de l'écart-type du terme d'erreur
  0.1191
                                    >> Sresidus = sqrt(sum(R.*R)/(36-6))
  0.1547
  0.0062
                                    Sresidus =
                                      0.1711
```

#### Représentation graphique du modèle (§ 10.3)

On peut commencer par représenter la *surface de réponse* c-à-d le temps de vol estimé en fonction des longueurs des ailes et du pied. Pour cela, on crée d'abord une grille *[Hp,Ha]* de points sur le domaine expérimentale [2;12]×[7;15] ainsi qu'une grille *[HpSTD,HaSTD]* sur le domaine standardisé[-1;1] ×[-1;1] avec la fonction *meshgrid*. Ensuite en chaque point du quadrillage *[HpSTD,HaSTD]* on utilise le modèle estimé pour prédire le temps T. Finalement, on effectue le graphe en 3 dimensions Hp-Ha-T en utilisant la fonction *surf*. Ce graphe peut tourner et être modifié dans la fenêtre graphique.



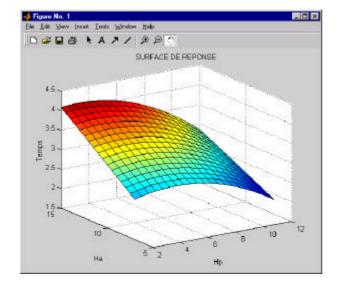


```
>> [Hp,Ha] = meshgrid( 2:.5:12 , 7:.5:15 )

>> [HpSTD,HaSTD] = meshgrid( ((2:.5:12)-7)/5 , ((7:.5:15)-11)/4 )

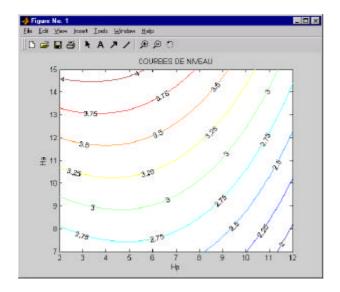
>> T = B(1) + B(2)*HpSTD + B(3)*HaSTD + B(4)*HpSTD.^2 + B(5)*HaSTD.^2 + B(6)*HpSTD.*HaSTD

>> surf(Hp,Ha,T)
```



On peut également représenter le temps de vol en fonction des longueurs des ailes et du pied par des courbes de niveau. On obtient alors un graphique en 2 dimensions facilement interprétable et utile pour trouver un optimum. Pour cela, on utilise le quadrillage déjà crée précédemment HpSTD-HaSTD et le temps T estimé en chaque point du quadrillage. Mais cette fois-ci on applique la fonction contour en utilisant comme arguments Hp, Ha et T, ainsi qu'un vecteur reprenant les niveaux des courbes qui nous intéressent : 2, 2.25, 2.5, 2.75, 3, 3.25, 3.5, 3.75 et 4. Finalement, on ajoute les valeurs du temps de vol sur les courbes en utilisant la fonction clabel.

```
>> [c,h]=contour(Hp,Ha,T,[2 2.25 2.5 2.75 3 3.25 3.5 3.75 4]); >> clabel(c,h)
```



On peut finalement visualiser les effets d'interaction par des graphes d'interaction.
 Ce graphe ci-dessous représente l'évolution du temps de vol estimé en fonction de la longueur du pied pour 3 niveaux de longueur des ailes Ha=7, 11 ou 15. Inverser le rôle de Ha et Hp est biensur équivalent.

```
>> Hp = (2:0.05:12)

>> HpSTD = (Hp-7)/5

>> hold on

>> plot( Hp , B(1) + B(2)*HpSTD + B(3)*(-1) + B(4)*HpSTD.^2 + B(5)*(-1)^2 + B(6)*(-1)*HpSTD , 'b-')

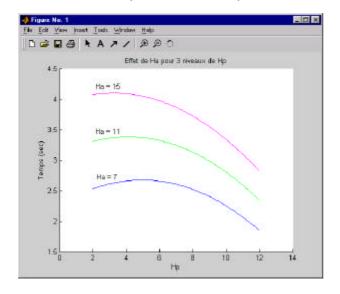
>> plot( Hp , B(1) + B(2)*HpSTD + B(3)*0 + B(4)*HpSTD.^2 + B(5)*0^2 + B(6)*0*HpSTD , 'g-')

>> plot( Hp , B(1) + B(2)*HpSTD + B(3)*1 + B(4)*HpSTD.^2 + B(5)*1^2 + B(6)*1*HpSTD , 'm-')

>> xlabel('Hp')

>> ylabel('Temps')

>> title('Effet de Ha pour 3 niveaux de Hp')
```



#### Recherche de conditions optimales et d'un intervalle de prédiction (§ 10.4)

- On conclut en analysant le modèle et les graphiques ci-dessus que le temps de vol sera maximal pour un hélicoptère au pied coupé quand Ha = 15 (HaSTD = 1) et Hp = 3.3 (HpSTD = -0.74). Pour ces conditions optimales, le modèle prédit un temps de vol de 4.1 secondes:

```
>> Tpredit = B(1) + B(2)*(-0.74) + B(3)*1 + B(4)*(-0.74)^2 + B(5)*1^2 + B(6)*1*(-0.74)
Tpredit = 4.0980
```

- On peut finalement donner un intevalle de confiance autour de cette valeur en appliquant la formule  $\hat{Y} \pm t_{N-p,0.975} S_P \quad \text{avec} \quad S_P = S_{Y.X} \sqrt{1 + \mathbf{X_0}' (\mathbf{X'X})^{-1} \mathbf{X_0}} \; : \; [\; 3.72 \; , \; 4.47 \; ]$ 

### 9. Principales fonctions de la toolbox STAT...

#### 1. Distributions

#### Parameter estimation

betafit - Beta parameter estimation binofit - Binomial parameter estimation expfit - Exponential parameter estimation gamfit - Gamma parameter estimation mle - Maximum likelihood estimation (MLE) nbinfit - Negative binomial parameter estimation normfit - Normal parameter estimation poissfit - Poisson parameter estimation unifit - Uniform parameter estimation weibfit - Weibull parameter estimation

#### Probability density functions (pdf)

betapdf - Beta density binopdf - Binomial density chi2pdf - Chi square density exppdf - Exponential density fpdf - F density gampdf - Gamma density geopdf - Geometric density hygepdf - Hypergeometric density lognpdf - Lognormal density nbinpdf - Negative binomial density normpdf - Normal (Gaussian) density pdf - Density function for a specified distribution poisspdf - Poisson density tpdf - T density unidpdf - Discrete uniform density unifpdf - Uniform density weibpdf - Weibull density

#### **Cumulative Distribution functions (cdf)**

binocdf - Binomial cdf
cdf - Specified cumulative distribution function
chi2cdf - Chi square cdf
ecdf - Empirical cdf (Kaplan-Meier estimate)
expcdf - Exponential cdf. fcdf - F cdf
gamcdf - Gamma cdf
geocdf - Geometric cdf
hygecdf - Hypergeometric cdf
logncdf - Lognormal cdf
nbincdf - Negative binomial cdf
normcdf - Normal (Gaussian) cdf
poisscdf - Poisson cdf. raylcdf - Rayleigh cdf
tcdf - T cdf. unidcdf - Discrete uniform cdf
unifcdf - Uniform cdf
weibcdf - Weibull cdf.

betacdf - Beta cdf

#### **Critical Values of Distribution functions (Percentiles)**

betainv - Beta inverse cumulative distribution function

binoiny - Binomial inverse cumulative distribution function

chi2inv - Chi square inverse cumulative distribution function

expiny - Exponential inverse cumulative distribution function

finv - F inverse cumulative distribution function

gaminy - Gamma inverse cumulative distribution function

geoinv - Geometric inverse cumulative distribution function

hygeinv - Hypergeometric inverse cumulative distribution function

icdf - Specified inverse cdf

logniny - Lognormal inverse cumulative distribution function

nbininy - Negative binomial inverse distribution function

norminy - Normal (Gaussian) inverse cumulative distribution function

poissiny - Poisson inverse cumulative distribution function

tiny - T inverse cumulative distribution function

unidiny - Discrete uniform inverse cumulative distribution function

unifiny - Uniform inverse cumulative distribution function

weibiny - Weibull inverse cumulative distribution function

#### **Random Number Generators**

betarnd - Beta random numbers

binornd - Binomial random numbers

chi2rnd - Chi square random numbers

exprnd - Exponential random numbers

frnd - F random numbers

gamrnd - Gamma random numbers

geornd - Geometric random numbers

hygernd - Hypergeometric random numbers

lognrnd - Lognormal random numbers

mynrnd - Multivariate normal random numbers

mvtrnd - Multivariate t random numbers

nbinrnd - Negative binomial random numbers

normrnd - Normal (Gaussian) random numbers

poissrnd - Poisson random numbers

random - Random numbers from specified distribution

trnd - T random numbers

unidrnd - Discrete uniform random numbers

unifrnd - Uniform random numbers

weibrnd - Weibull random numbers

wishrnd - Wishart random matrix

#### **Statistics**

betastat - Beta mean and variance

binostat - Binomial mean and variance

chi2stat - Chi square mean and variance

expstat - Exponential mean and variance

fstat - F mean and variance

gamstat - Gamma mean and variance

geostat - Geometric mean and variance

hygestat - Hypergeometric mean and variance

lognstat - Lognormal mean and variance

nbinstat - Negative binomial mean and variance

normstat - Normal (Gaussian) mean and variance

poisstat - Poisson mean and variance

tstat - T mean and variance

unidstat - Discrete uniform mean and variance

unifstat - Uniform mean and variance weibstat - Weibull mean and variance

#### Likelihood functions

betalike - Negative beta log-likelihood gamlike - Negative gamma log-likelihood

nbinlike - Negative likelihood for negative binomial distribution

normlike - Negative normal likelihood weiblike - Negative Weibull log-likelihood

#### 2. Descriptive Statistics

corrcoef - Correlation coefficient

cov - Covariance crosstab - Cross tabulation

geomean - Geometric mean

grpstats - Summary statistics by group

harmmean - Harmonic mean

iqr - Interquartile range

kurtosis - Kurtosis

mean - Sample average (in matlab toolbox)

median - 50th percentile of a sample

moment - Moments of a sample

prctile - Percentiles

range - Range

skewness - Skewness

std - Standard deviation (in matlab toolbox)

tabulate - Frequency table

var - Variance (in matlab toolbox)

#### 3. Linear Models

anova1 - One-way analysis of variance

anova2 - Two-way analysis of variance

dummyvar - Dummy-variable coding

friedman - Friedman's test (nonparametric two-way anova)

glmfit - Generalized linear model fitting

glmval - Evaluate fitted values for generalized linear model

kruskalwallis - Kruskal-Wallis test (nonparametric one-way anova)

leverage - Regression diagnostic

multcompare - Multiple comparisons of means and other estimates

polyfit - Least-squares polynomial fitting

polyval - Predicted values for polynomial functions

rcoplot - Residuals case order plot

regress - Multivariate linear regression

rstool - Multidimensional response surface visualization (RSM)

### 4. Hypothesis Tests

ranksum - Wilcoxon rank sum test (independent samples)

signrank - Wilcoxon sign rank test (paired samples)

signtest - Sign test (paired samples)

ztest - Z test

ttest - One sample t test

ttest2 - Two sample t test

### **Distribution Testing**

kstest - Kolmogorov-Smirnov test for one sample kstest2 - Kolmogorov-Smirnov test for two samples lillietest - Lilliefors test of normality

#### **Nonparametric Functions**

friedman - Friedman's test (nonparametric two-way anova) kruskalwallis - Kruskal-Wallis test (nonparametric one-way anova) ksdensity - Kernel smoothing density estimation ranksum - Wilcoxon rank sum test (independent samples) signrank - Wilcoxon sign rank test (paired samples) signtest - Sign test (paired samples)

#### 5. Statistical Plotting

boxplot - Boxplots of a data matrix (one per column) cdfplot - Plot of empirical cumulative distribution function fsurfht - Interactive contour plot of a function gplotmatrix - Matrix of scatter plots grouped by a common variable gscatter - Scatter plot of two variables grouped by a third Isline - Add least-square fit line to scatter plot normplot - Normal probability plot qqplot - Quantile-Quantile plot refline - Reference line weibplot - Weibull probability plot

### 6. Utility Functions

combnk - Enumeration of all combinations of n objects k at a time tiedrank - Compute ranks of sample, adjusting for ties zscore - Normalize matrix columns to mean 0, variance 1