

Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого

Институт прикладной математики и механики
Кафедра «Прикладная математика»

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №2
по дисциплине «МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Выполнил студент:

Трощенко Константин
группа: 3630102/80301

Проверил:

Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург
2021

Содержание

1	Постановка задачи	2
2	Теория	2
2.1	Вариационный ряд	2
2.2	Выборочные числовые характеристики	2
2.2.1	Характеристики положения	2
2.2.2	Характеристика рассеяния	3
3	Реализация	3
4	Результаты	4
5	Обсуждение	8
6	Приложение	8

Список таблиц

1	Нормальное распределение, $size = 10$	4
2	Нормальное распределение, $size = 100$	4
3	Нормальное распределение, $size = 1000$	4
4	Распределение Коши, $size = 10$	5
5	Распределение Коши, $size = 100$	5
6	Распределение Коши, $size = 1000$	5
7	Распределение Лапласа, $size = 10$	5
8	Распределение Лапласа, $size = 100$	6
9	Распределение Лапласа, $size = 1000$	6
10	Распределение Пуассона, $size = 10$	6
11	Распределение Пуассона, $size = 100$	6
12	Распределение Пуассона, $size = 1000$	7
13	Равномерное распределение, $size = 10$	7
14	Равномерное распределение, $size = 100$	7
15	Равномерное распределение, $size = 1000$	7

1 Постановка задачи

Для 5 распределений:

- Нормальное распределение $N(x, 0, 1)$
- Распределение Коши $C(x, 0, 1)$
- Распределение Лапласа $L\left(x, 0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$
- Распределение Пуассона $P(k, 10)$
- Равномерное распределение $U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$

Сгенерировать выборки размером 10, 100 и 1000 элементов. Для каждой выборки вычислить следующие статистические характеристики положения данных: \bar{x} , $med\ x$, z_R , z_Q , z_{tr} . Повторить такие вычисления 1000 раз для каждой выборки и найти среднее характеристик положения и их квадратов:

$$E(z) = \bar{z} \quad (1)$$

Вычислить оценку дисперсии по формуле:

$$D(z) = \overline{z^2} - \bar{z}^2 \quad (2)$$

Представить полученные данные в виде таблиц.

2 Теория

2.1 Вариационный ряд

Вариационный ряд – последовательность, полученная в результате расположения в порядке неубывания исходной последовательности независимых одинаково распределённых случайных величин.

2.2 Выборочные числовые характеристики

2.2.1 Характеристики положения

- Выборочное среднее

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (3)$$

- Выборочная медиана

$$med\ x = \begin{cases} x_{(l+1)} & \text{при } n=2l+1 \\ \frac{x_{(l)} + x_{(l+1)}}{2} & \text{при } n=2l \end{cases} \quad (4)$$

- Полусумма экстремальных выборочных элементов

$$z_R = \frac{x_{(1)} + x_{(n)}}{2} \quad (5)$$

- Полусумма квартилей

Выборочная квартиль z_p порядка p определяется формулой

$$z_p = \begin{cases} x_{([np]+1)} & \text{при } np \text{ дробном,} \\ x_{(np)} & \text{при } np \text{ целом.} \end{cases} \quad (6)$$

Полусумма квартилей

$$z_Q = \frac{z_{1/4} + z_{3/4}}{2} \quad (7)$$

- Усечённое среднее

$$\frac{1}{n-2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} x_{(i)}, r \approx \frac{n}{4} \quad (8)$$

2.2.2 Характеристика рассеяния

Выборочная дисперсия

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (9)$$

3 Реализация

Лабораторная работа выполнена с помощью средств языка программирования Python 3 в среде разработки PyCharm. Исходный код лабораторной работы приведен в приложении.

4 Результаты

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	-0.017246	-0.023832	-0.016006	-0.020806	-0.0207
$D(z)$	0.100821	0.138773	0.175896	0.119607	0.115066
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	0.300276	0.348691	0.403393	0.325037	0.318514
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	-0.334769	-0.396354	-0.435406	-0.366649	-0.359914
\hat{E}	0.	0.	0.	0.	0.

Таблица 1: Нормальное распределение, $size = 10$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	-0.000835	0.00296	0.004361	-0.01517	0.002149
$D(z)$	0.009707	0.014886	0.098243	0.011864	0.011738
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	0.097688	0.124968	0.317798	0.09375	0.11049
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	-0.099358	-0.119048	-0.309076	-0.124091	-0.106193
\hat{E}	0.0	0.	0.	0.	0.

Таблица 2: Нормальное распределение, $size = 100$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	0.001649	0.002021	-0.007267	0.000419	0.001926
$D(z)$	0.00102	0.001522	0.062879	0.001276	0.001209
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	0.033581	0.041032	0.24349	0.03614	0.036702
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	-0.030283	-0.03699	-0.258024	-0.035303	-0.03285
\hat{E}	0.0	0.0	0.	0.0	0.0

Таблица 3: Нормальное распределение, $size = 1000$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	-0.573797	0.005762	-2.648586	-0.007665	0.005378
$D(z)$	282.206509	0.312728	6685.410874	1.578021	0.550328
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	16.225206	0.564983	79.115776	1.248528	0.747219
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	-17.3728	-0.553459	-84.412948	-1.263859	-0.736463
\hat{E}	-	0.	-	-	0.

Таблица 4: Распределение Коши, $size = 10$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	2.728049	0.00115	137.091862	-0.034399	0.00014
$D(z)$	26719.984353	0.024453	66729455.895569	0.052108	0.026391
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	166.190535	0.157526	8305.901806	0.193872	0.162595
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	-160.734437	-0.155226	-8031.718082	-0.262671	-0.162314
\hat{E}	-	0.	-	0.	0.

Таблица 5: Распределение Коши, $size = 100$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	-1.394009	-0.000254	-711.09725	-0.0052	-0.000378
$D(z)$	853.76461	0.002416	211893794.672381	0.004967	0.002543
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	27.825242	0.048894	13845.474966	0.065279	0.05005
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	-30.61326	-0.049402	-15267.669466	-0.075678	-0.050805
\hat{E}	-	0.0	-	0.0	0.0

Таблица 6: Распределение Коши, $size = 1000$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	-0.00579	-0.005524	-0.003129	-0.002991	-0.004947
$D(z)$	0.106185	0.074859	0.435873	0.104242	0.075273
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	0.32007	0.268079	0.657078	0.319874	0.269412
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	-0.33165	-0.279128	-0.663336	-0.325856	-0.279307
\hat{E}	0.	0.	0.	0.	0.

Таблица 7: Распределение Лапласа, $size = 10$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	-0.003899	-0.000783	-0.016339	-0.013997	-0.001064
$D(z)$	0.009991	0.005868	0.407619	0.009819	0.006163
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	0.096055	0.075821	0.622111	0.085096	0.077439
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	-0.103853	-0.077386	-0.65479	-0.11309	-0.079568
\hat{E}	0.0	0.0	0.	0.	0.0

Таблица 8: Распределение Лапласа, $size = 100$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	0.000259	-0.000822	0.025129	-0.002091	-0.000747
$D(z)$	0.000997	0.000516	0.409826	0.001022	0.000596
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	0.03183	0.021888	0.665306	0.029881	0.023667
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	-0.031312	-0.023531	-0.615047	-0.034063	-0.02516
\hat{E}	0.0	0.0	0.	0.0	0.0

Таблица 9: Распределение Лапласа, $size = 1000$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	9.9962	9.8605	10.2685	9.929	9.888167
$D(z)$	1.082446	1.56729	1.945658	1.276959	1.240132
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	11.036606	11.112414	11.663368	11.059026	11.001779
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	8.955794	8.608586	8.873632	8.798974	8.774554
\hat{E}	9_{-1}^{+2}	9_{-1}^{+2}	10_{-2}^{+1}	9_{-1}^{+2}	9_{-1}^{+2}

Таблица 10: Распределение Пуассона, $size = 10$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	10.00179	9.8355	10.961	9.86	9.85776
$D(z)$	0.102151	0.20869	1.007979	0.1679	0.123386
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	10.321401	10.292326	11.964982	10.269756	10.209024
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	9.682179	9.378674	9.957018	9.450244	9.506496
\hat{E}	10_{-1}^0	9_0^{+1}	10_{-1}^{+1}	9_0^{+1}	9_0^{+1}

Таблица 11: Распределение Пуассона, $size = 100$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	10.007622	9.9975	11.701	9.994	9.866772
$D(z)$	0.010103	0.002244	0.745099	0.003464	0.010912
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	10.108137	10.044868	12.564191	10.052856	9.971232
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	9.907107	9.950132	10.837809	9.935144	9.762312
\hat{E}	10_{-1}^0	9_0^{+1}	11_{-1}^{+1}	9_0^{+1}	9_0^0

Таблица 12: Распределение Пуассона, $size = 1000$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	-0.004578	-0.013335	0.004056	-0.003191	-0.010439
$D(z)$	0.103112	0.238313	0.044398	0.142731	0.171049
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	0.316533	0.474838	0.214764	0.374607	0.403142
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	-0.325689	-0.501509	-0.206653	-0.380988	-0.42402
\hat{E}	0.	0.	0.	0.	0.

Таблица 13: Равномерное распределение, $size = 10$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	-0.003657	-0.006445	-0.000115	-0.020072	-0.006207
$D(z)$	0.010075	0.029663	0.00064	0.014065	0.019908
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	0.096715	0.165785	0.025174	0.098525	0.13489
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	-0.104029	-0.178674	-0.025404	-0.138668	-0.147304
\hat{E}	0.0	0.	0.0	0.	0.

Таблица 14: Равномерное распределение, $size = 100$

	\bar{x}	$medx$	z_R	z_Q	z_{tr}
$E(z)$	-0.002	-0.001847	-0.00006	-0.004015	-0.002246
$D(z)$	0.000988	0.002957	0.000006	0.001508	0.002022
$E(z) + \sqrt{D(z)}$	0.029429	0.052531	0.002341	0.034816	0.042719
$E(z) - \sqrt{D(z)}$	-0.033428	-0.056226	-0.002461	-0.042846	-0.04721
\hat{E}	0.0	0.0	0.00	0.0	0.0

Таблица 15: Равномерное распределение, $size = 1000$

5 Обсуждение

Исходя из данных, приведенных в таблицах, можно сделать выводы о том, что дисперсия характеристик рассеяния для распределения Коши в значительной степени превышает аналогичные дисперсии других величин, достигая больших значений даже при увеличении выборки. Очевидно, что данная "аномалия" обусловлена выбросами, наблюдаемыми нами в предыдущей лабораторной работе

6 Приложение

Код программы: <https://github.com/FaceHunterr/MatStat/tree/main/lab2>.