

Ajustes de curva

Problema:

Supongamos que tenemos un conjunto de datos que representan la altura de un objeto en función del tiempo. Los datos son los siguientes:

Tiempo (segundos): 1, 2, 3, 4, 5

Altura (metros): 5, 9, 15, 22, 30

Queremos encontrar una función que se ajuste de manera óptima a estos datos para poder predecir la altura del objeto en otros momentos.

Solución:

Para resolver este problema, podemos realizar un ajuste de curva utilizando un modelo polinomial. En este caso, utilizaremos un modelo de segundo grado (una función cuadrática) para ajustar los datos.

1. Definimos nuestro modelo de ajuste de curva:

$$y = a * x^2 + b * x + c$$

2. Utilizamos el método de mínimos cuadrados para encontrar los valores óptimos de los coeficientes a, b y c.
3. Aplicamos el método de mínimos cuadrados para obtener los valores de los coeficientes:

- a. Primero, calculamos las sumas de los productos de las variables:

Nota: La letra S representa una notación abreviada para denotar la suma de los valores de una variable. En el contexto del ejemplo de ajuste de curva, "Sx" representa la suma de los valores de la variable "x".

$$Sx = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

$$Sx^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$$

$$Sx^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 225$$

$$Sx^4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + 5^4 = 979$$

- b. Luego, calculamos las sumas de los productos cruzados:

$$Sy = 5 + 9 + 15 + 22 + 30 = 81$$

$$Sxy = (1 * 5) + (2 * 9) + (3 * 15) + (4 * 22) + (5 * 30) = 248$$

$$Sx^2y = (1^2 * 5) + (2^2 * 9) + (3^2 * 15) + (4^2 * 22) + (5^2 * 30) = 866$$

- c. A continuación, resolvemos el sistema de ecuaciones lineales utilizando estas sumas:

$$55a + 15b + 5c = 248$$

$$15a + 5b + c = 81$$

$$225a + 55b + 15c = 866$$

- d. Resolviendo el sistema de ecuaciones, encontramos los valores de los coeficientes:

$$a = 1.1$$

$$b = 1.5$$

$$c = 1.2$$

4. Por lo tanto, el modelo de ajuste de curva que mejor se ajusta a los datos es:

$$y = 1.1x^2 + 1.5x + 1.2$$

Utilizando este modelo, podemos predecir la altura del objeto en otros momentos.