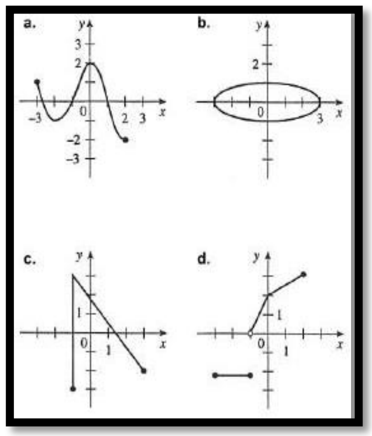
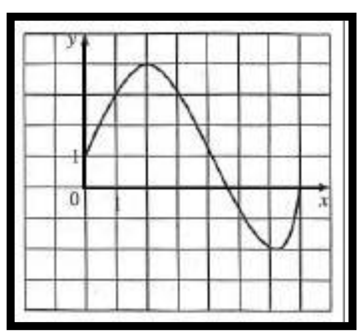
Funciones

1) ¿Cuáles de los siguientes gráficos corresponden a funciones? Justifique su respuesta y, en el caso de que no corresponda a una función, realice el cambio necesario para que lo sea.

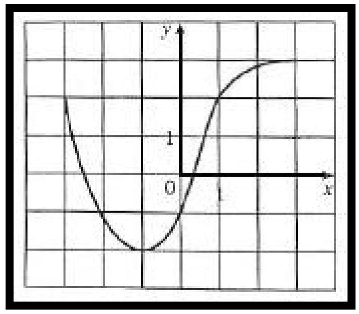


Siendo: $Dom_a = [-3; 2]$
$Dom_b = [-3; 3]$
$Dom_c = [-1; 3]$
$Dom_d = [-\infty ; +\infty]$

2) En la figura se muestra el gráfico de una función f con $Dom_f = [0 ; 7]$
a) Encuentre los valores de f (1) y f (5)
b) Halle x_0 tal que $f(x_0) = 2$



3) En la figura se muestra el gráfico de una función f.
   a) ¿Cuál es el dominio de dicha función?.
   b) Establezca el valor de f(-1)
   c) Estime el valor de f(2)
   d) ¿Para cuáles valores de x es $f(x) = 2$?
   e) Estime los valores de x tales que $f(x) = 0$



4) El perímetro de un rectángulo es de 50 m. Expresar su área como función de su lado más corto.

5) Un triángulo isósceles tiene 100 cm. de perímetro. Expresar su área como función de la longitud de uno de sus lados iguales. Averiguar el dominio de la función *A(l)* hallada.

6) Una caja de base rectangular, con su parte superior abierta, tiene un volumen de 10 m^2. El largo de la base es el doble de su ancho. El material para la base cuesta \$10 por m^2 y el material para las caras laterales, cuesta \$6 por m2.
   a) Exprese el costo del material como función del ancho de la base.
   b) Obtenga el costo para los siguientes anchos de la base expresados en metros:

   0,6 – 0,8 - 1 – 1,3 – 1,7 - 2 – 2,5 - 3 – 3,6 – 4

7) Dadas las siguientes expresiones, señalar las ecuaciones asociadas a una función lineal de una variable:
   - ☐ $10x + 8y - 30 = 0$
   - ☐ $2x + 3y - z = x + y$
   - ☐ $4(h + 3) - 5t + 8(t - h) = 4$
   - ☐ $x^2 + y^2 = 4$
   - ☐ $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 1$

8) Graficar:

a) $f\,(x) = 3x - 1$

b) $f\,(x) = -2x + 1$

c) $y = -5$

d) $x = -3$

e) $x + y = 0$

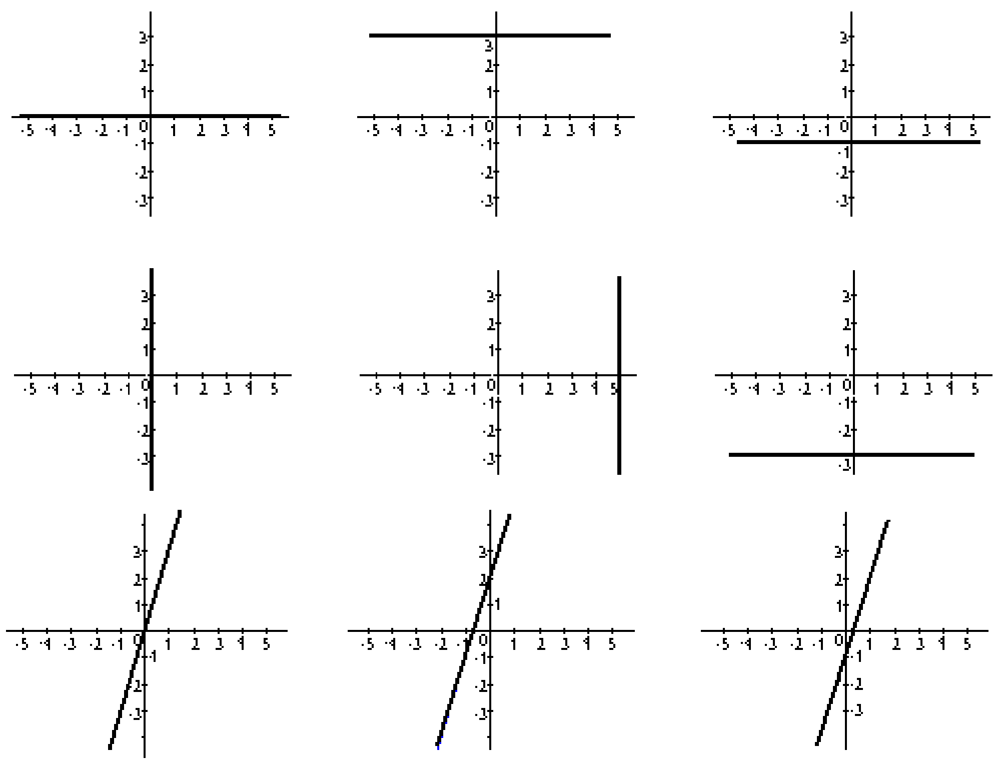
f) $3x - 2y + 1 = 0$

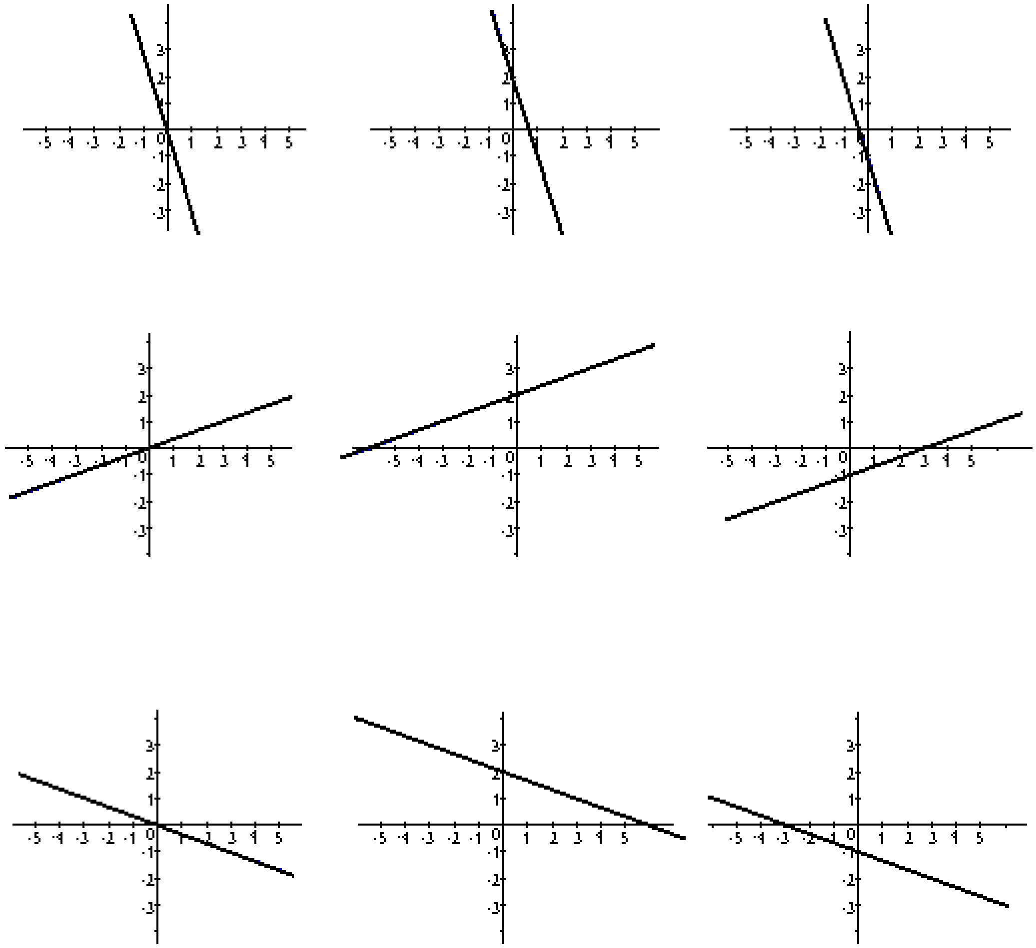
g) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{(-3)} = 1$

h) $f(x) = \begin{cases} 2 & si \;\; x < 0 \\ -x + 2 & si \;\; x \geq 0 \end{cases}$

i) $f(x) = \begin{cases} -2x \; si \; x < -1 \\ 2x \; si \; x \geq -1 \end{cases}$

9) Dar la expresión en forma explícita de las rectas graficadas a continuación:





10) Hallar el valor de k en las siguientes ecuaciones a fin de que cada recta pase por el punto indicado:
   a) $4x + 3y - k = 0$ A (1 , -2)
   b) $-kx + \frac{y}{2} - 1 = 0$ B (3 , 0)

11) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos:
   a) *(-2 , -1)* y *(-4 , -3)*
   b) *(3 , 5)* y *(7 , -2)*

12) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto P (2,3) y es paralela a la recta y = -2x +1.

13) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto P (-1,2) y es perpendicular a la recta $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

14) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto P(3,2) y es perpendicular a la recta $x = 1$.

15) Encontrar la ecuación de la recta que corta al eje de las ordenadas en 3 y al eje de las abscisas en 1.

16) Encontrar la ecuación de la recta que corta al eje de las abscisas en –1 y es perpendicular a la recta $y = -2x + 4$.

17) Averiguar si los puntos *(0 ; 2)*, *(1 ; -1)* y *(-1 ; 5)* están alineados.

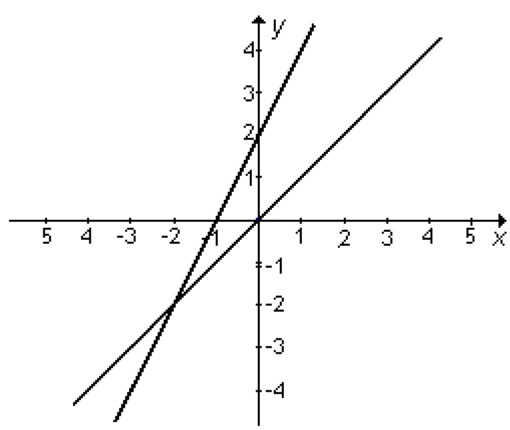
18) i) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos *(3 ; 2)* y *(2 ; 5)*.
ii) Encontrar la ecuación de la recta perpendicular a la obtenida en el punto a) que pasa por *(0 ;1)*.
iv) Hallar el punto de intersección de ambas rectas.
v) Graficar ambas rectas.

19) Dadas las siguientes funciones lineales:

$y = 3x - \frac{1}{3}$	$y = 8\left(x + \frac{1}{4}\right)$
$y = 3(x + 2)$	$y = 7x + 2$
$y = 4x + 2$	$y = 3x + 4$

a) ¿Cuáles cortan al eje de las ordenadas en el mismo punto que $y = 3x + 2$?
b) ¿Cuáles son paralelas a $y = 3x + 2$?.

20) Expresar el sistema de dos ecuaciones lineales que se puede determinar con la siguiente gráfica, luego indicar la solución del mismo:



21) Una familia que está de vacaciones desea alquilar un auto y tiene dos posibilidades :
   - pagar \$45 por día.
   - pagar \$20 por día más \$0,5 por cada kilómetro recorrido.

   a) Grafique, para cada caso, la función que indica el costo del alquiler diario a partir del kilometraje recorrido diariamente.
   b) ¿Cuántos kilómetros, como máximo, debe recorrer por día para que sea más económico el segundo caso?.

22) Un barril vacío, con capacidad para 20 litros, pesa 2,5 kg. Sabiendo que 1 litro de agua pesa 1 kg, representar la función peso total del barril en función de la cantidade de agua (en litros) que contiene. Hallar su fórmula. ¿Cuál es el dominio de esta función? ¿Cuál es su imagen?.

23) Representar gráficamente las siguientes parábolas:
   a) $y = x^2 - 4x$
   b) $y = 2x^2 - 8x + 6$
   c) $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2$
   d) $y = x^2 - 6x + 11$

24) Escribir las ecuaciones de las funciones cuadráticas dadas en el ejercicio 22, en forma canónica:

$$y = a(x-x_0)^2+y_0$$

25) Escribir las ecuaciones de las funciones cuadráticas dadas en el ejercicio 22, en forma factorizada, si sea posible:

$$y = a(x-x_1)(x-x_2)$$

26) Hallar la ecuación de la parábola con una raíz en $x_1 = 1$ y que es intersectada en los puntos (-2,0) y (2,4) por la recta que pasa por dichos puntos. Graficar ambas funciones.

27) Hallar la ecuación de la parábola que corta al eje de las ordenadas en $y = 2$ y que es intersectada en los puntos (-1, -1) y (1,1) por la recta perpendicular a $y = -x + 2$ que pasa por el punto (0,0). Graficar ambas funciones.

28) Dada la función cuadrática $y = x^2 - 2x + 3$
   a) Hallar la función canónica.
   b) Hallar, si existen, sus raíces.
   c) Indicar el vértice.
   d) Graficar.

29) Hallar el eje de simetría, el vértice y graficar las siguientes funciones cuadráticas. Expresarlas de forma canónica y, si es posible, de forma factorizada.
a) f(x) = x2 + 2 x + 2
b) f(x) = - x2 + 1
c) f(x) = x2 - 4 x + 4

30) Calcular la ecuación de la función cuadrática cuyo vértice es *(-3 ; 2)* que pasa por el punto *(-1 ; 10)*. Determinar dominio, imagen, ceros y eje de simetría. Graficar.

31) Supóngase que el comportamiento de la demanda de un producto en función del tiempo (en días) se hace nula en $x_1=1$ y $x_2=3$, y entre x_1 y x_2 está representada por una curva parabólica. Si además se sabe que la curva pasa por el punto (2,3), hallar:
d) La ecuación de la curva que describe la demanda en el intervalo [1,3] .
e) ¿En qué día la demanda fue máxima, y de cuánto fue dicha demanda?.

32) Un camión de reparto trabaja durante 6 horas. Sale de la fábrica en el instante que llamaremos t = 0, y su distancia a la fábrica puede considerarse una función:

$$f: [0 ; 6] \rightarrow \mathbb{R}$$

tal que:

$$f(t) = -\frac{10}{3}(t-3)^2 + 30$$

Hallar:
a) El instante en que el camión volvió a la fábrica.
b) El instante en que el camión estuvo a mayor distancia de la fábrica y el valor de dicha distancia.
c) ¿En qué instante (o instantes) se alejó de la fábrica?. ¿Y en cuál (o cuáles) se acercó?.

33) Una empresa determinó que el ingreso $f(x)$, por el servicio que presta, depende del precio x del mismo según lo indica la función $f(x) = 90x - x^2$
a) ¿Qué ingreso se obtendrá si se fija en $10 el precio del servicio?. ¿Y si se fija en $80?.
b) ¿En cuánto habrá que fijar el precio del servicio si se quiere un ingreso de $2000?.
c) ¿Para qué precio del servicio se obtiene el máximo ingreso?. ¿Cuál es éste ingreso máximo?.

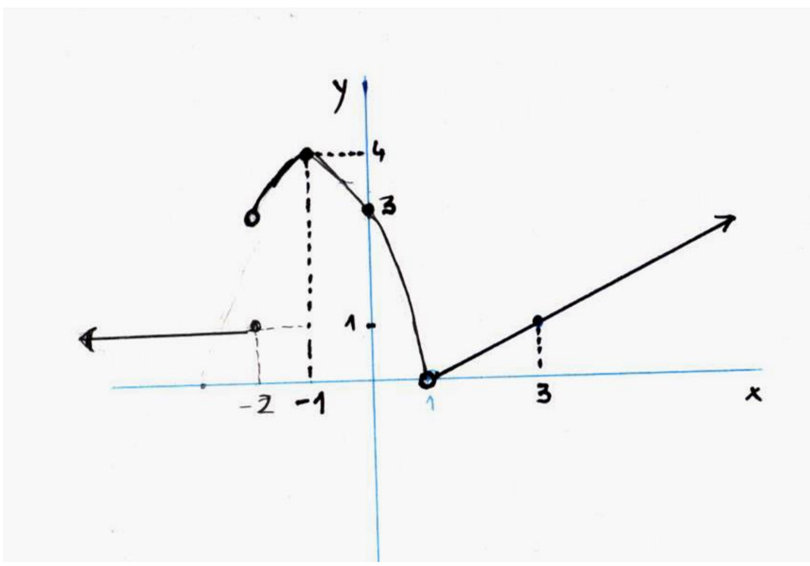
34) Un chorro de agua es lanzado en forma parabólica hacia arriba. Desde el punto de partida hasta donde cae el chorro, hay 8m, y pasa rozando una cuerda que está a 2 m de donde inicia el chorro, y a 3 m sobre el nivel del suelo. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el chorro?.

35) En un planeta lejano se lanza hacia arriba una piedra desde una altura de 25 m con una velocidad inicial de 96 m/seg. La altura a la que se encuentra la piedra (medida en metros) desde el suelo, en función del tiempo (en segundos) es:

$$s(t) = -16t^2 + 96t + 25$$

a) Calcular en qué instante llega la piedra al suelo.
b) ¿En qué intervalo de tiempo la piedra va hacia arriba?
c) ¿En qué instante la piedra comienza a decaer?
d) Calcular en que instante la piedra alcanza la máxima altura y cuál es dicha altura.

36) Este es el gráfico correspondiente a la función $f: D \to R$



De acuerdo a los datos que se dan en el gráfico:

a) Expresar analíticamente la función
b) Hallar el dominio
c) Hallar las raíces
d) Hallar la imagen.

Justificar todos los pasos.

37)

Dada la función $f(x)=\begin{cases} \frac{4}{5}x+\frac{11}{5} & si\ x<1 \\ -\frac{4}{9}x^2+\frac{20}{9}x+\frac{11}{9} & si\,1<x<7 \\ \frac{5}{2}x-\frac{45}{2} & si\ x>7 \end{cases}$

a) Grafique la función e indique claramente su dominio. Justifique.
b) Calcule sus raíces analíticamente. Justifique.
c) Indique cuál es la imagen.
d) ¿Cómo puede redefinirla para que su dominio sea todo $\Re$.

38) Un inversor coloca en un banco a plazo fijo renovable trimestralmente un capital de $1500 a un interés del 8% anual. La siguiente función da el monto *M* obtenido después de transcurridos n trimestres de la colocación.

$$M = 1500 * (1,02)^n$$

a) ¿Cuál será el monto acumulado después de 15 meses?.
b) ¿Durante cuántos trimestres debe renovar el plazo fijo para obtener un monto de $1.757,49?.
c) Si quisiera obtener el mismo monto que en b) pero, en 12 meses, ¿a qué interés debería colocar el dinero?.

39) Un estudio demográfico de un país sudamericano, determinó que su población era, en un dado momento de 50 millones. La población ha estado creciendo exponencialmente desde ese instante, de acuerdo a una función P que expresa la Población (en millones de personas) en relación con el tiempo t (en años) transcurrido desde el momento inicial. Dicha función tiene la siguiente expresión:

$$P = 50\, e^{0,028\, t}$$

a) Si ese patrón de crecimiento se mantiene ¿qué población se espera que habrá a los 10, 15, 20 y 25 años de la primer encuesta?.
b) ¿A cuántos años de la primer medición, la población se habrá duplicado?.
c) ¿A cuántos años la población habrá aumentado un 50%?.

40) Si cierta marca de automóvil se compra por “C” pesos, su valor comercial $V(t)$ al final de t años está dado por

$$V(t) = 0{,}78 * C * 0{,}85^{t-1}$$

Si el costo original es de $10.000 calcule, redondeando a unidades, el valor después de:

a) 1 año
b) 4 años
c) 7 años

41) En un campo grande la lluvia ácida ha depositado estroncio radiactivo ^{90}Sr. Si a través de la cadena alimentaria llega al ser humano cantidades suficientes de este elemento, el resultado puede ser cáncer en los huesos. Se ha encontrado que el nivel de radiactividad en el campo es 2,5 veces el nivel de seguridad. El ^{90}Sr decrece conforme a la fórmula

$$A(t) = A_0\, e^{-0{,}0239t}$$

en la que A_0 es la cantidad actual en el campo y t es el tiempo en años. En este caso tome $A_0 = 0{,}25$. ¿Durante cuántos años estará contaminado dicho campo?.