# SISTEMAS DE DOS ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

Si dos (o más) ecuaciones presentan dos incógnitas, éste se denomina sistema de ecuaciones.
Hay diferentes formas para resolverlo. Cualquiera de ellas permite hallar la solución.

## Técnicas de resolución

### 1) Resolución por igualación

Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 4x+3y=22 \\ 2x+5y=18 \end{cases}$$

Despejamos una de las dos variables en las dos ecuaciones, con lo cual tenemos un sistema equivalente (en este caso elegimos y):

$$\begin{cases} y=\dfrac{22-4x}{3} \\ y=\dfrac{18-2x}{5} \end{cases}$$

Recordamos que al tener dos ecuaciones, si los primeros miembros son iguales los segundos también lo son, por lo tanto:

$$\frac{22-4x}{3}=\frac{18-2x}{5}$$

Luego:

$$\begin{aligned} 5(22-4x) &= 3(18-2x) \\ 110-20x &= 54-6x \\ -20x+6x &= 54-110 \\ -14x &= -56 \\ x &= \frac{-56}{-14} \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Reemplazamos el valor de x obtenido en alguna de las ecuaciones (elegimos la segunda):

$$y=\frac{18-2(4)}{5}$$

Operamos para hallar el valor de y:

$$y=\frac{18-8}{5}$$

$$y=\frac{10}{5}$$

$$\boxed{y=2}$$

Verificamos, en ambas ecuaciones, para saber si realmente (x ; y) = (4;2):

$$\begin{array}{rr} 4(4)+3(2)[=]22 & 2(4)+5(2)[=]18 \\ 16+16[=]22 & 8+10[=]18 \\ 22=22 & 18=18 \end{array}$$

Ahora sí, podemos asegurar que **x= 4 e y = 2**

**2) Resolución por sustitución.**

Tenemos que resolver el sistema:

$$\begin{cases} 4x+3y=22 \\ 2x+5y=18 \end{cases}$$

Despejamos una de las variables en una de las ecuaciones (en este caso elegimos y en la primera ecuación):

$$y=\frac{22-4x}{3}$$

Y la reemplazamos en la otra ecuación:

$$2x+5(\frac{22-4x}{3})=18$$

Operamos para despejar la única variable existente ahora:

$$\begin{aligned} 2x+\frac{110-20x}{3}&=18 \\ 2x+\frac{110}{3}-\frac{20x}{3}&=18 \\ 2x-\frac{20x}{3}&=18-\frac{110}{3} \\ -\frac{14x}{3}&=-\frac{46}{3} \\ 14x&=56 \\ x&=\frac{56}{14} \\ \mathbf{x}&=\mathbf{4} \end{aligned}$$

Reemplazamos el valor de x obtenido en alguna de las ecuaciones (elegimos arbitrariamente la primera):

$$\begin{aligned}4(4)+3y &= 22\\ 16+3y &= 22\\ 3y &= 22-16\\ 3y &= 6\\ y &= \frac{6}{3}\\ \mathbf{y} &= \mathbf{2}\end{aligned}$$

Hallamos la respuesta x=4, y = 2, obviamente igual que en el caso anterior. No verificaremos, dado que ya sabemos que esta respuesta es correcta.

Realice este mismo ejemplo despejando x al comienzo.

**3) Resolución por reducción**

Tenemos que resolver el sistema:

$$\begin{cases}4x+3y=22\\ 2x+5y=18\end{cases}$$

El objetivo es eliminar una de las incógnitas, dejándolas inversas aditivas, sabiendo que una igualdad no cambia si se la multiplica por un número.

También sabemos que una igualdad no se cambia si se le suma otra igualdad.

Si se quiere eliminar la x, ¿por qué número debo multiplicar a la segunda ecuación, para que al sumarla a la primera se obtenga cero?

La respuesta es -2. Veamos:

$$\begin{array}{rrcl} & 4x+3y & = & 22\\ (-2)\rightarrow & 2x+5y & = & 18\end{array}$$

Con lo que obtenemos:

$$\begin{array}{rcr}4x+3y & = & 22\\ -4x-10y & = & -36\end{array}$$

Y la sumamos la primera obteniéndose:

$$-7y = -14$$

$$\mathbf{y = 2}$$

Reemplazar el valor obtenido de y en la primera ecuación:

$$\begin{array}{rcl}4x+3(2) & = & 22\\ 4x+6 & = & 22\end{array}$$

Y finalmente hallar el valor de x:

$$
\begin{aligned}
4x &= 22-6\\
4x &= 16\\
x &= \frac{16}{4}\\
x &= 4
\end{aligned}
$$

**<u>Ejemplo 1</u>**

La suma de dos números es 45. Si al primero se le suma 5 y al segundo se le resta 5, se obtienen dos números tales que el primero es el doble que el segundo. ¿Cuáles son los números?

El sistema queda planteado de la siguiente manera:

$$
\begin{cases} x + y = 45 \\ (x+5) = 2 * (y-5) \end{cases}
$$

Utilizamos cualquiera de los métodos de resolución. Por ejemplo, el de sustitución.

En la primera ecuación despejamos x:

$$x = 45 - y$$

Y reemplazamos en la segunda:

$$(45 - y + 5) = 2 * (y - 5)$$

Sólo nos queda resolver y obtener el valor de y

$$50 - y = 2y - 10$$

$$50 + 10 = 2y + y$$

$$60 = 3y$$

$$\underline{\mathbf{20 = y}}$$

Reemplazamos el valor de y en la primera ecuación para obtener el valor de x:

$$x = 45 - y$$

$$x = 45 - 20$$

$$\underline{\mathbf{x = 25}}$$

Respuesta: Los números pedidos son 20 y 25.

**Ejemplo 2**

En un número la cifra de las decenas es el doble de la cifra de las unidades. Si a ese número le restamos 27 se obtiene otro número que resulta de invertir el orden de sus dos cifras. ¿Cuál es el número?

Número de dos cifras: du = 10 ∗ d + u (d decenas y u unidades)

du = 10 * d + u

$$\begin{cases} d = 2 * u \\ (10 * d + u) - 27 = 10 * u + d \end{cases}$$

Sustituimos el valor de *d* de la primera ecuación y resolvemos:

(10 ∗ (2 ∗ u) + u) – 27 = 10 ∗ u + 2 ∗ u

20 ∗ u + u – 27 = 12 ∗ u

9 ∗ u = 27

**u = 3**

Reemplazando el valor de u en la primera ecuación

d= 2 * 3

**d = 6**

Respuesta: El número es 63.

Se podría hacer la verificación:

6 = 2 ∗ 3

63 – 27 = 36

**<u>Ejercicios de aplicación</u>**

**1)** En el colegio algunas aulas tienen 30 bancos y otras 35. El colegio tiene en total 19 aulas y 630 bancos. ¿Cuántas aulas tienen 35 bancos?

**2)** A una reunión asistieron 200 personas entre hombres y mujeres, habiendo pagado los hombres $40 por cada entrada y las mujeres $20. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres había si en total se recaudaron $ 5860?

**3)** Un hotel de dos pisos tiene 54 habitaciones. Si las del primero duplican en número a las del segundo. ¿Cuántas habitaciones tiene cada uno?

**4)** Catalina invirtió durante un mes parte de su dinero al 8% y el resto al 12%. Cobró por intereses la suma de $ 2440. Si hubiera intercambiado sus inversiones, el ingreso por intereses habría totalizado $2760. ¿Qué cantidad de dinero había en cada inversión?.

**5)** Hace 3 años Mariela tenía 1/4 de la edad que tenía su papá y dentro de 9 años tendrá 2/5 de la edad que tendrá su papá. Encontrar las edades actuales de cada uno.