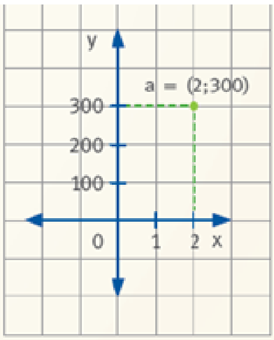
FUNCIONES

Generalidades

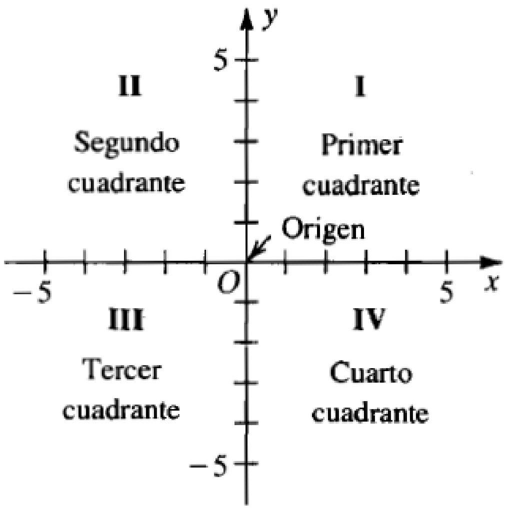
Un **sistema de ejes cartesianos** está determinado por dos rectas perpendiculares: la recta horizontal representa el **eje de abscisas (x)**, y la vertical, el **eje de ordenadas (y)**.

Un **punto** queda determinado por dos coordenadas *x* e *y*.

En un gráfico aparecen representados los valores de dos **variables** que están relacionadas. En el eje de las abscisas se representan los valores de la **variable independiente** y en el vertical, los de la **variable dependiente**.



Para representar los valores en cada eje se pueden tomar escalas distintas.



<u>Relaciones y gráficas</u>: En general, a cualquier conjunto de pres ordenados de números reales (x;y) se llama una relación y al correspondiente conjunto de puntos en el plano se llama gráfica de la relación.

Las <u>funciones</u> pueden expresarse mediante tablas, gráficos o fórmulas y permiten **modelizar situaciones**.

<u>Definición</u>: Una función f: A→B es una relación que hace corresponder a cada elemento del conjunto A un único elemento del conjunto B.
Una función vincula dos variables: ***"x"*** perteneciente al primer conjunto que se denomina ***variable independiente*** e ***"y"*** perteneciente al segundo conjunto llamada ***variable dependiente.***

Para tener en cuenta:

¿Cómo podemos ver en un gráfico si la relación presentada es una función? Como queremos determinar si para cada valor de x existe un único valor de y, trazamos rectas verticales, por los valores del dominio. Si todas cortan a la curva y lo hacen en **un solo punto** entonces la gráfica corresponde a una función.

Dominio e imagen de una función

El **dominio** de una f es el conjunto de todos los valores que puede tomar la **variable independiente.** Se denota: **Dom f** o **Df.** La **imagen** de una función f es el conjunto de todos los valores que toma la **variable dependiente.** Se denota: **Imf** o **If.**

Ceros o raíces y ordenada al origen de una función

Se denomina **cero** o **raíz** de una función *f* a los valores de x para los cuales se cumple que *f(x) = 0.* Los ceros o raíces de una función son las abscisas de los puntos para los cuales su grafica se interseca con el eje x.

Para hallar los ceros de una función, se debe igualar la fórmula a 0 y resolver la ecuación planteada.

Se denomina **ordenada al origen** al valor que toma la función cuando *x = 0,* es decir, es el punto de intersección de la gráfica con el eje y.

Para hallar la ordenada al origen de una función, se debe obtener *f (0).*

Ejemplo: $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$

Crecimiento y decrecimiento

Una función es **creciente** cuando, al aumentar la variable independiente, también aumenta la variable dependiente. Al observar el gráfico, de izquierda a derecha, la función resulta ascendente.

Una función es **decreciente** cuando, al aumentar la variable independiente, la variable dependiente disminuye. Al observar el gráfico, de izquierda a derecha, la función resulta descendente.

Una función es **constante** cuando, al aumentar la variable independiente, la variable dependiente se mantiene. Al observar el gráfico, la función resulta una recta horizontal paralela al eje x.

Intervalos de crecimiento y decrecimiento

Algunas funciones tienen tramos en las que son crecientes y otros en las que son decrecientes. Se llama **intervalo de crecimiento** al subconjunto del *Domf*, para el cual la función es creciente. Se simboliza I_c.

Se llama **intervalo de decrecimiento** al subconjunto del *Domf*, para el cual la función es decreciente. Se simboliza I_d.

Conjunto de positividad y conjunto de negatividad

El **conjunto de positividad** de una función, C^+, está formado por todos los valores del dominio para los cuales la función es positiva.
El **conjunto de negatividad** de una función, C^-, está formado por todos los valores del dominio para los cuales la función es negativa.
Los conjuntos de positividad y negatividad de una función quedan determinados por las raíces reales de la misma.

Máximos y mínimos de una función

Los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función determinan **máximos** y **mínimos**.
En el punto en que la gráfica pasa de ser creciente a decreciente, existe un **máximo relativo**.
En x se alcanza un **máximo absoluto** si su ordenada es la mayor de las ordenadas de todos los puntos del dominio.
En el punto en que la gráfica pasa de ser decreciente a creciente, existe un **mínimo relativo**.
En x se alcanza un **mínimo absoluto** si su ordenada es la menor de las ordenadas de todos los puntos del dominio.

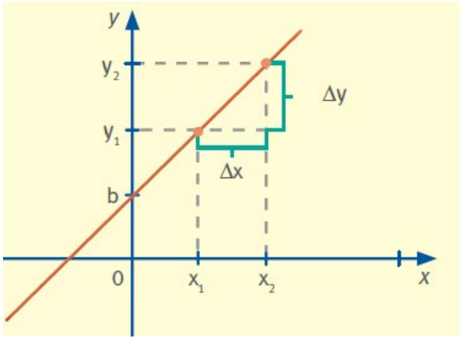
Una función puede tener más de un máximo o mínimo relativo o absoluto.

Función lineal

Se denomina *función lineal* a toda función cuya fórmula es $f(x) = ax + b$, siendo a y b números reales. La representación de una función lineal es una **recta**.

El número **a** se denomina **pendiente** y es el cociente entre la variación de la variable dependiente (Δy) y la variación de la variable independiente (Δx) de cualquier punto de la misma. *Por lo tanto, la **pendiente** determina la **inclinación** de la recta.*

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



Si la pendiente es positiva la función es creciente, si la pendiente es negativa la función es decreciente y si la pendiente es nula, la recta es paralela al eje x y corresponde a una función constante.
El número **b** se denomina **ordenada al origen** por ser la ordenada del punto donde la recta corta al eje y. La ordenada al origen es la imagen de 0. $f(0) = b$

Ecuación de la recta

- Para escribir la **ecuación de una recta** se necesita conocer la **pendiente** y la **ordenada al origen**.
  Datos: a (pendiente) y b (ordenada) $\longrightarrow y = ax + b$

- Para escribir la ecuación de la recta conociendo la **pendiente** y un **punto** que pertenece a la misma, se deben reemplazar los datos conocidos en la ecuación general de la recta para obtener la ordenada.
  Datos: pendiente 2 y pasa por el punto $P = (1;6)$.

$$y = a \, . \, x + b$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$6 = 2 \, . \, 1 + b$$
$$6 - 2 = b$$
$$b = 4$$

1. Se reemplaza $y = 6$, $x = 1$ (son las coordenadas del punto a) y la pendiente por 2.
2. Se despeja b (ordenada al origen).

Entonces, $a = 2$ y $b = 4$, la ecuación de la recta es $y = 2x + 4$.

- Para escribir la ecuación de la recta conociendo dos **puntos** que pertenecen a la misma, hay que encontrar el valor de la pendiente y de la ordenada.
  Datos: pasa por los puntos $Q = (1;1)$ y $R = (5;-3)$.

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \longrightarrow$$ *Ecuación de la pendiente, conociendo dos puntos.*

$$a = \frac{-3 - 1}{5 - 1}$$
$$a = -1$$

1. Se reemplazan las coordenadas de los puntos Q y R.
2. Se resuelve para encontrar el valor de a (pendiente).

$$y = a \, . \, x + b$$
$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$
$$-3 = (-1) \, . \, 5 + b$$
$$b = 2$$

3. Se reemplaza el valor de a y las coordenadas de los puntos en la ecuación de la recta.

Entonces, $a = -1$ y $b = 2$, la ecuación de la recta es $y = -x + 2$.

Rectas paralelas y perpendiculares:

Dos rectas son paralelas si sus pendientes son iguales.

$$y = a_1x + b_1 \quad // \quad y = a_2x + b_2 \quad \Leftrightarrow \quad a_1 = a_2$$

Dos rectas son perpendiculares si sus pendientes son opuestas e inversas.

$$y = a_1x + b_1 \quad \perp \; y = a_2x + b_2 \quad \Leftrightarrow \quad a_1 = -\frac{1}{a_2}$$

Funciones por tramos

Una función partida es una función tal que para definirla se necesitan diferentes fórmulas para distintos subconjuntos del dominio.

Tres funciones partidas con nombre propio:

i. La función **signo** f: $\Re \rightarrow \Re$ definida como:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

ii. La función **parte entera** g: $\Re \rightarrow \Re$ / $g(x) = [x]$ definida como: g(x) = valor entero inmediatamente anterior a x.

iii. La función **módulo** h: $\Re \rightarrow \Re$ / $h(x) = |x|$ definida como h(x) = distancia en la recta numérica de x al 0.

$$h(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Función cuadrática

A la función polinómica de segundo grado con a, b y c números reales y $a \neq 0$ se la denomina **función cuadrática.**

Los términos de la función cuadrática reciben los siguientes nombres:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Término cuadrático **Término independiente**

Término lineal

La representación gráfica de una función cuadrática es una parábola.

Ecuaciones de segundo grado

Si $b = 0$, es decir, falta el término lineal, la ecuación de segundo grado es incompleta de la forma $ax^2 + c = 0$.

Para resolver este tipo de ecuaciones, se despeja el valor de x teniendo en cuenta que $\sqrt{x^2} = |x|$

Ejemplo:

- ✔ $-3x^2 + 27 = 0$

Si $c = 0$, es decir, falta el término independiente, la ecuación de segundo grado es incompleta de la forma $ax^2 + bx = 0$.

Para resolver este tipo de ecuaciones, se debe tener sacar factor común x y tener en cuenta que $m\,.\,n = 0 \Rightarrow m = 0 \vee n = 0$.

Ejemplo:

- ✔ $-5x^2 + x = 0$
- ✔ $x^2 - 2x = 0$

Si la ecuación es completa, es decir, ninguno de sus coeficientes es igual a cero, se debe utilizar la siguiente fórmula resolvente:

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ejemplo:

- ✔ $2x^2 + x - 3 = 0$

Al radicando $b^2 - 4ac$ se lo llama **discriminante**, ya que el valor de este sirve para distinguir la naturaleza de las raíces y se lo simboliza con la letra griega Δ (delta)

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

1) Teniendo en cuenta los primeros tres ejercicios de la actividad 2, completar las siguientes oraciones:
   Si $\Delta > 0 =>$ Las raíces son reales y distintas
   Si $\Delta < 0 =>$ Las raíces son complejas
   Si $\Delta = 0 =>$ Las raíces son reales e iguales

<u>Gráfico de una función cuadrática</u>

Para realizar el gráfico de una parábola, $f(x) = ax^2 + bx + c$, se deben calcular los elementos de la misma, y luego, representarla.

<u>Raíces de la parábola:</u> Puntos de intersección de la gráfica y el eje x, es decir, $f(x) = 0$**.**

<u>Vértice de la parábola</u>:

$x_V = -\frac{b}{2a}$

$y_V = f(x_V)$

<u>Eje de simetría</u>: Recta que tiene por ecuación $x = x_V$

<u>Ordenada al origen</u>: Punto de intersección de la gráfica con el eje y, es decir $f(0) = c$**.**

<u>Punto simétrico a la ordenada al origen con respecto al eje de simetría</u>.

Ejemplo: $f(x) = x^2 - 2x - 3$

<u>Raíces</u>: $f(x) = 0$

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1, x_2 = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4\ .\ 2\ .\ (-3)}}{2\ .\ 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2}$$

$$x_1 = \frac{1+5}{2} = 3 \ \textbf{y} \ x_2 = \frac{1-5}{2} = -1$$

<u>Raíces</u>: $\boxed{\textbf{(-1;0) y (3;0)}}$

<u>Vértice de la parábola</u>:

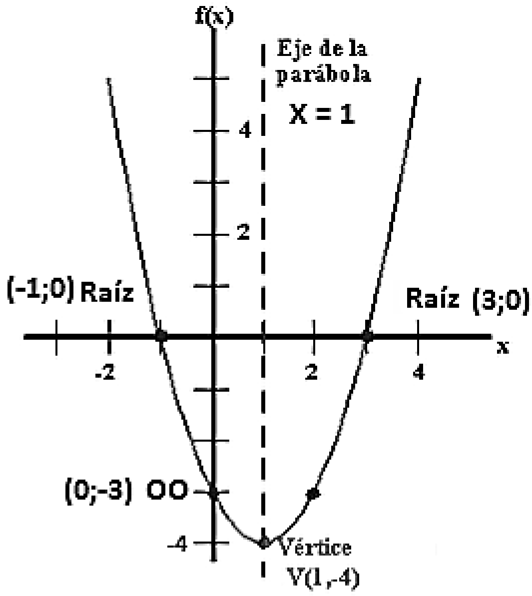
$x_V = -\frac{-2}{2\ .\ 1} = 1$

$$y_V = f(1) = 1^2 - 2.1 - 3 = 1 - 2 - 3 = -4$$

<u>Eje de simetría</u>: $x_V = 1$

<u>Ordenada al origen</u>: $f(0) = 0^2 - 0.1 - 3 = -3$**.**

Punto simétrico: **(2 ; -3)**



Distintas expresiones de la función cuadrática:

FORMA	**POLINÓMICA**	**FACTORIZADA**	**CANÓNICA**
EXPRESIÓN	$f(x) = ax^2 + bx + c$	$f(x) = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$	$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$
SE VISUALIZAN	$a, b\ y\ c$	a y las raíces $x_1\ y\ x_2$	a y el vértice $(x_v; y_v)$
CONCAVIDAD	a	a	a
CEROS O RAICES	$x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$x_1\ y\ x_2$	TENGO QUE HALLARLOS
ORDENADA AL ORIGEN	TENGO QUE HALLARLOS	TENGO QUE HALLARLOS	TENGO QUE HALLARLOS
VÉRTICE	$x_v = -\dfrac{b}{2a} \rightarrow\ y_v = f(x_v)$	$x_v = \dfrac{x_1 + x_2}{2} \rightarrow\ y_v = f(x_v)$	$(x_v; y_v)$

La función cuadrática puede ser expresada de distintas maneras.

POLINÓMICA

$f(x) = ax^2 + bx + c$

Se desarrolla el cuadrado de un binomio

Se aplica la propiedad distributiva

Se buscan las raíces

Se busca el vértice

CANÓNICA

$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$

El **vértice** y el **eje de simetría** se reconocen con facilidad.

FACTORIZADA

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Las **raíces** se identifican en forma inmediata.

Resumen sobre funciones polinómicas

Recordemos las fórmulas de las funciones vistas hasta ahora:

- *Función constante:* f(x) = b (ecuación de una recta horizontal)
- *Función lineal:* f(x) = ax + b (ecuación de una recta oblicua)
- *Función cuadrática:* f(x) = ax^2 + bx + c (ecuación de una parábola)

Recordando que la potencia cero de cualquier número es igual a 1:

$n^0=1$, n ∈ R, podemos reescribirlas de la siguiente manera:

- *Función constante:* f(x) = bx^0
- *Función lineal:* f(x) = ax^1+bx^0
- *Función cuadrática:* f(x) = $ax^2+bx^1+cx^0$

De este modo, advertimos en seguida una relación entre estas funciones, es decir:

- el término inicial es siempre una constante (es decir, independiente de x)
- progresivamente se va agregando un término
- dicho término es de potencia creciente en la variable independiente

Podemos así encontrar una expresión generalizada para este tipo de función, y que representa la familia de **funciones polinómicas**:

$f_n(x)=a_0+a_1x^1+a_2x^2+a_3x^3+...+a_nx^n$ ($n \in N_0$, $a_i \in R$)

donde a_i representa el **coeficiente** de la variable independiente x a la potencia i, siendo a_n el **coeficiente principal**. También, en notación compacta:

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \quad (n \in N_0 \,, a_i \in R)$$

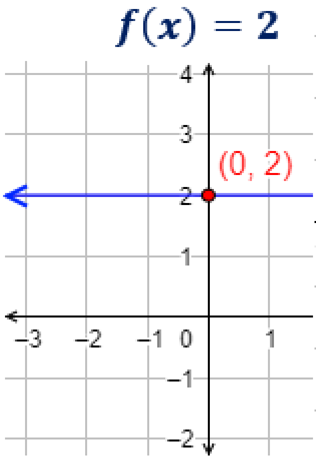
El número n, que representa el máximo exponente presente para la variable independiente x, es el **grado** del polinomio; claramente, el **coeficiente principal** a_n no puede ser cero, sino se transforma en un polinomio de grado (n−1). De esta manera, podemos decir:

- *Función constante:* polinomio de grado cero
- *Función lineal:* polinomio de primer grado
- *Función cuadrática:* polinomio de segundo grado

Podríamos continuar con esta nomenclatura para polinomios superiores: cúbica (grado tres), cuartica (grado cuatro), etc.

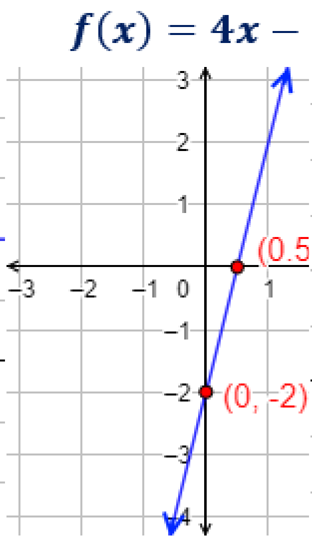
Comparando sus características gráficas:

Constante



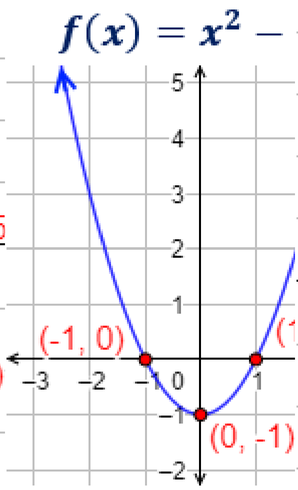
- cero raíces
- cero máximos/mínimos
- cero puntos de inflexión

Lineal



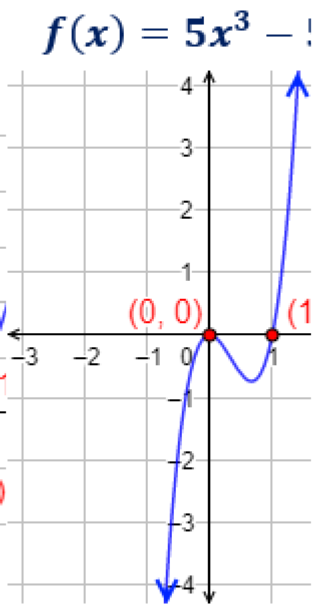
- una raíz
- cero máximos/mínimos
- cero puntos de inflexión

Cuadrática



- dos raíces
- un máximo/mínimo
- cero puntos de inflexión

Cúbica



- tres raíces (dos iguales)
- dos máximos/mínimos
- un punto de inflexión

podemos concluir:

1. El Dominio de definición es el conjunto de los números reales, RR.
2. Son siempre continuas.
3. No tienen asíntotas.
4. El término independiente es **siempre** la ordenada al origen.
5. La cantidad de **ceros** es, como máximo, un número de veces igual que el grado del polinomio.
6. El número de **máximos y mínimos** relativos es, a lo sumo, igual al grado del polinomio menos uno.
7. El número de puntos de inflexión es, a lo sumo, igual al grado del polinomio menos dos.

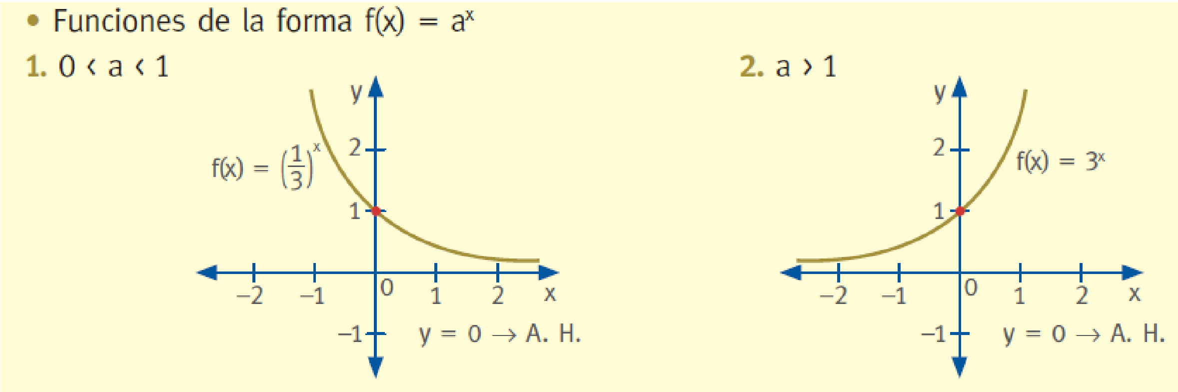
Función exponencial

Se denomina función exponencial a toda función de la forma

$$f(x) = k \, . \, a^{x-b} + c \,, \quad \text{con} \quad a > 0 \quad y \;\; a \neq 1$$

a: **base**

Gráfico de una función exponencial



Para graficar una función exponencial tenemos que tener en cuenta los mismos pasos que veníamos siguiendo en las funciones anteriores:

1. Dominio
2. Imagen – Ecuación de la Asíntota Horizontal
3. OaO (ordenada al origen) – Intersección con el eje y
4. Raíces
5. Gráfica
6. Conjunto de positividad y negatividad.

1) Dominio

Las funciones exponenciales tienen como dominio al conjunto de los números reales.

$$Domf: R$$

Por lo tanto, en este tipo de funciones no tenemos asíntota vertical.

2) Imagen - Ecuación de la Asíntota Horizontal

En cambio, la imagen de las funciones exponenciales no son todos los reales, para indicar la imagen nos será de ayuda identificar la asíntota horizontal (AH)

Siendo $f(x) = k \, . \, a^{x-b} + c$

AH: y = c (c es el término independiente)

Entonces la imagen será $(-\infty\ ;\ c\ )$ o $(\ c\ ;+\infty)$, la manera más sencilla de identificar cuál de éstos 2 intervalos corresponde a la imagen de nuestra función es viéndola en el gráfico, así que la imagen la respondemos luego de hacer el gráfico.

3) OaO (ordenada al origen)

La ordenada al origen es la intersección con el eje y, por lo tanto, como siempre, debemos especializar la función en x = 0 y hacer la cuenta:

$$f(0) = k\,.\,a^{0-b} + c$$

4) Raíces

La raíz de una función es la intersección con el eje x, por lo tanto, como siempre, debemos igualar la función a cero y despejar x.

$$f(x) = k\,.\,a^{x-b} + c$$

$$f(x) = 0$$

$$0 = k\,.\,a^{x-b} + c$$

Para despejar este tipo de ecuaciones probablemente tengamos que hacer uso de algunas propiedades del logaritmo, ya que la función exponencial es la inversa de la función logarítmica.

Así que recordemos la definición:

$$\log_a b = x \;\leftrightarrow a^x = b\,, \quad con\ a > 0\ y\ a \neq 1\ \ y\ \ b > 0$$

En este caso vamos a leerla de derecha a izquierda, ya que partimos de una exponencial:

$$a^x = b \leftrightarrow \log_a b = x$$

5) Gráfica

Para graficar ubicamos lo calculado hasta ahora:

- La asíntota horizontal
- La OaO
- La raíz (si es que tiene)
- Un punto a elección (en caso de no tener raíz)

RECORDAR: SIEMPRE REALIZAR LOS GRÁFICOS EN HOJA CUADRICULADA,

INDICANDO EJES Y ESCALA DE LOS MISMOS.

6) Imagen, Conjunto de positividad y negatividad.

A partir del gráfico indicamos la imagen y los conjuntos C^+ y C^-

- **Ejemplo 1:** $f(x) = 2^x$

1) Dominio: $Domf: R$

2) Imagen - Ecuación de la Asíntota Horizontal

AH: y = c (c es el término independiente)

En este caso el término independiente es 0 ya que: $f(x) = 2^x + 0$

AH: y = 0

Entonces la imagen será $(-\infty\ ;\ 0)$ o $(0\ ;+\infty)$, pero esto lo vemos directamente después de hacer el gráfico.

3) OaO (ordenada al origen)

La ordenada al origen es la intersección con el eje y, por lo tanto, como siempre, debemos especializar la función en x = 0 y hacer la cuenta:

$$f(x) = 2^x$$

$$f(0) = 2^0 \rightarrow f(0) = 1$$

OaO: (0 ; 1)

4) Raíces:

$$f(x) = 0$$

$$0 = 2^x \text{ (*)}$$

$$\log 0 = \log 2^x$$ aplico log a ambos miembros

$$\log 0 = x.\log 2$$ aplico prop. potencia de un log

$$\frac{\log 0}{\log 2} = x$$ despejo x

Calculo con la calculadora el cociente: $\frac{\log 0}{\log 2}$ En este caso nos va a aparecer math error, ya que el logaritmo en cualquier base de 0 no existe.

O sea que ya en (*) podíamos indicar que no tenía raíces la función.

Raíz: No tiene

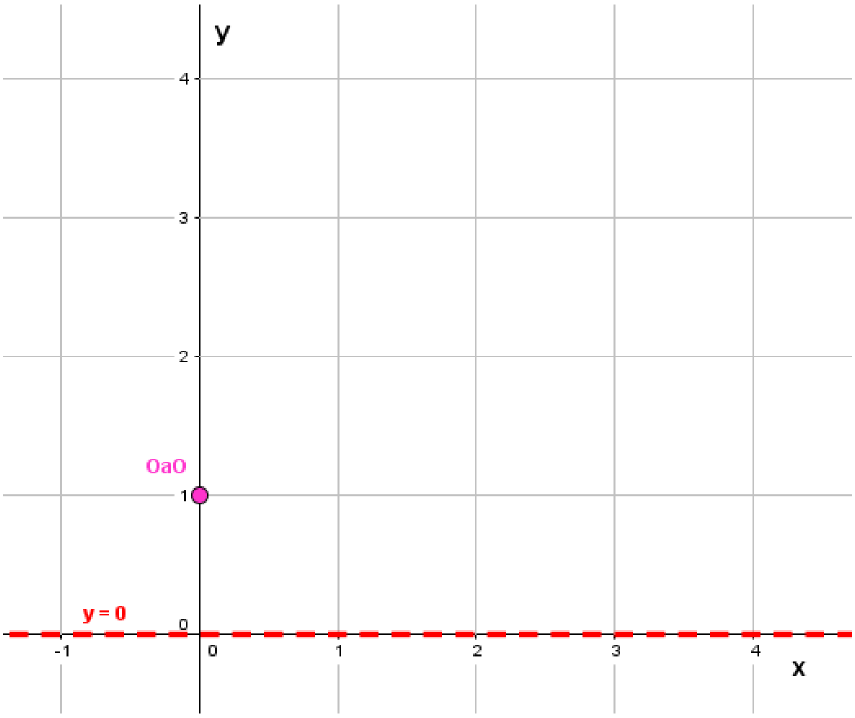
Recordemos

Si la función tiene AH y=0 no va a tener raíz.

5) Gráfica

Para graficar ubicamos lo calculado hasta ahora:

- La asíntota horizontal
- La OaO



Como no tiene raíz, tenemos que calcular algún punto extra para poder trazar la curva.

Elegimos el valor de x que queramos, lo reemplazamos en la función y calculamos:

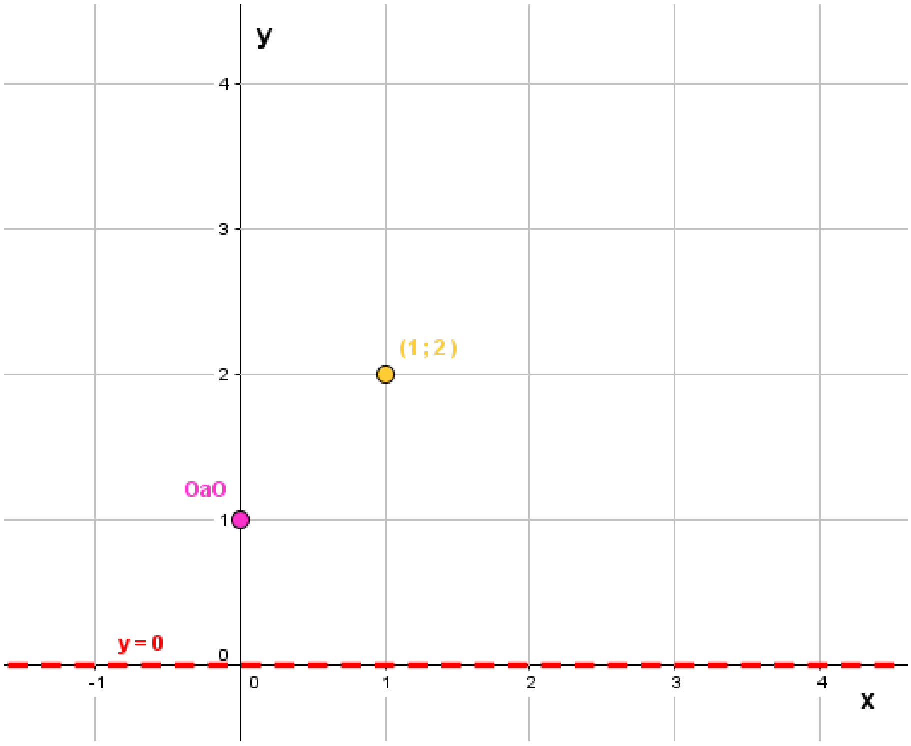
Por ejemplo, si elijo x = 1:

$$f(x) = 2^x$$

Reemplazando por x=1: $f(1) = 2^1 = 2$

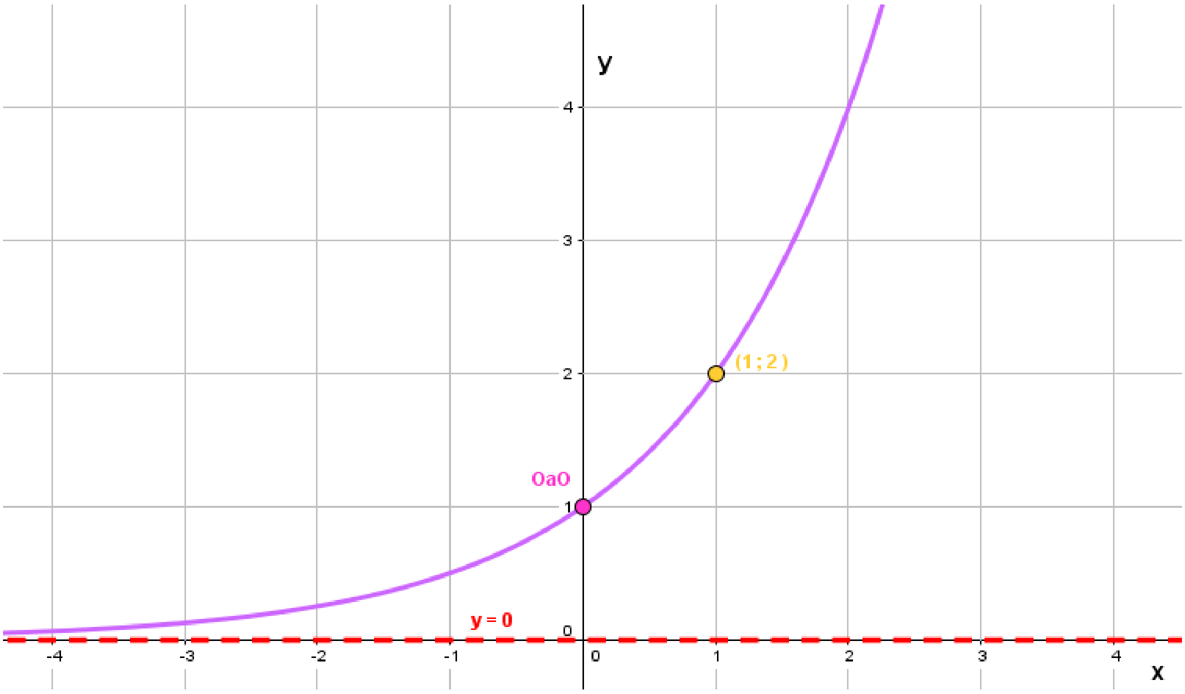
Entonces obtenemos el punto (1; 2)

Y ahora ubicamos ese punto en el gráfico.



Ahora sí, teniendo esos 2 puntos y la asíntota trazamos la curva, como vemos la función será creciente (recordemos que el crecimiento o decrecimiento de una función se ve de izquierda a derecha)

No olvides que la asíntota no se puede tocar ni atravesar



Finalmente:

6) <u>Imagen, Conjunto de positividad y negatividad.</u>

A partir del gráfico indicamos la imagen y los conjuntos C^+ y C^-

Im: $(0;\ +\infty)$

C^{+} = R

C^{-} = Ø

- **Ejemplo 2:** $f(x) = 3\,.\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 4$

1) <u>Dominio:</u> $Dom f: R$

2) <u>Imagen - Ecuación de la Asíntota Horizontal</u>

En este caso el término independiente es - 4 ya que: $f(x) = 3\,.\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 4$

AH: y = - 4

Entonces la imagen será $(-\infty\,;\ -4\,)$ o $(\,-4\,;+\infty)$, pero esto lo vemos directamente después de hacer el gráfico.

3) <u>OaO (ordenada al origen)</u>

$$f(0) = 3\,.\left(\frac{1}{2}\right)^{0-1} - 4$$

$$= 3\,.\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 4$$

$$= 3\ .\ 2 - 4$$

$$= 6 - 4$$

$$= 2 \qquad \rightarrow \qquad f(0) = 2$$

OaO: (0 ; 2)

4) <u>Raíces</u>

$$f(x) = 0$$

$$0 = 3\,.\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} - 4$$

$$0 + 4 = 3\,.\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$$

$$\frac{4}{3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$$

$log\,\frac{4}{3} = log\,\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ aplico log a ambos miembros

$log\,\frac{4}{3} = (x-1).\,log\,\frac{1}{2}$ aplico prop. potencia de un log

$$\frac{log\frac{4}{3}}{log\frac{1}{2}} = x - 1$$

Calculo con la calculadora el cociente : $\frac{log\left(\frac{4}{3}\right)}{log\left(\frac{1}{2}\right)} = -0{,}42$ (Siempre escriban las fracciones entre paréntesis en la calculadora)

$$-0{,}42 = x - 1$$

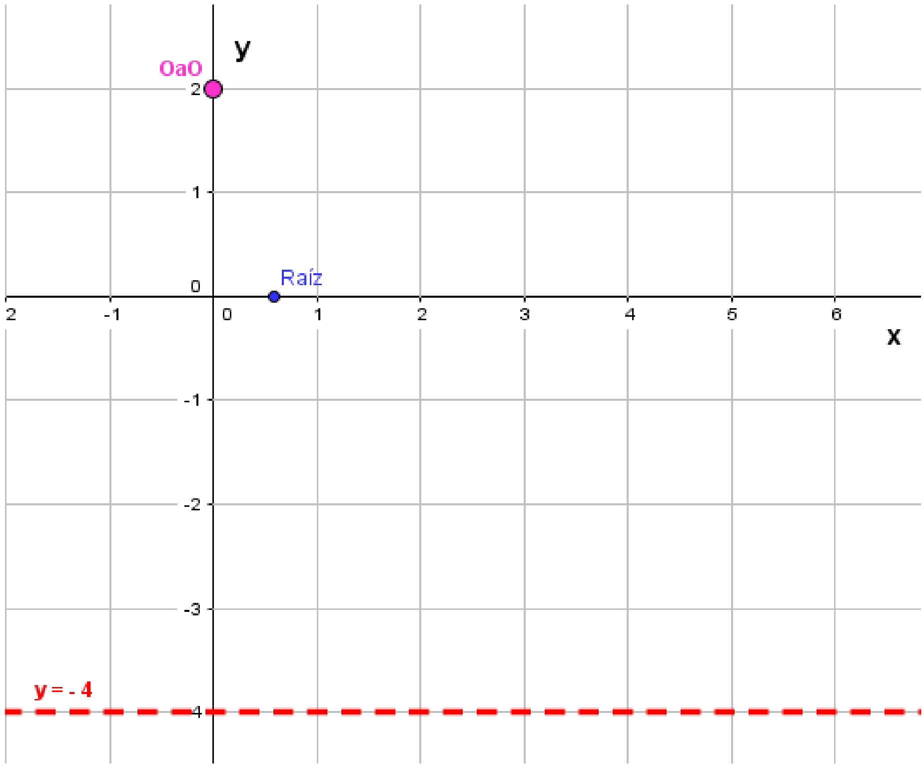
$$-0{,}42 + 1 = x$$

$$0{,}58 = x$$

Raíz: (0,58 ; 0)

5) <u>Gráfica</u>

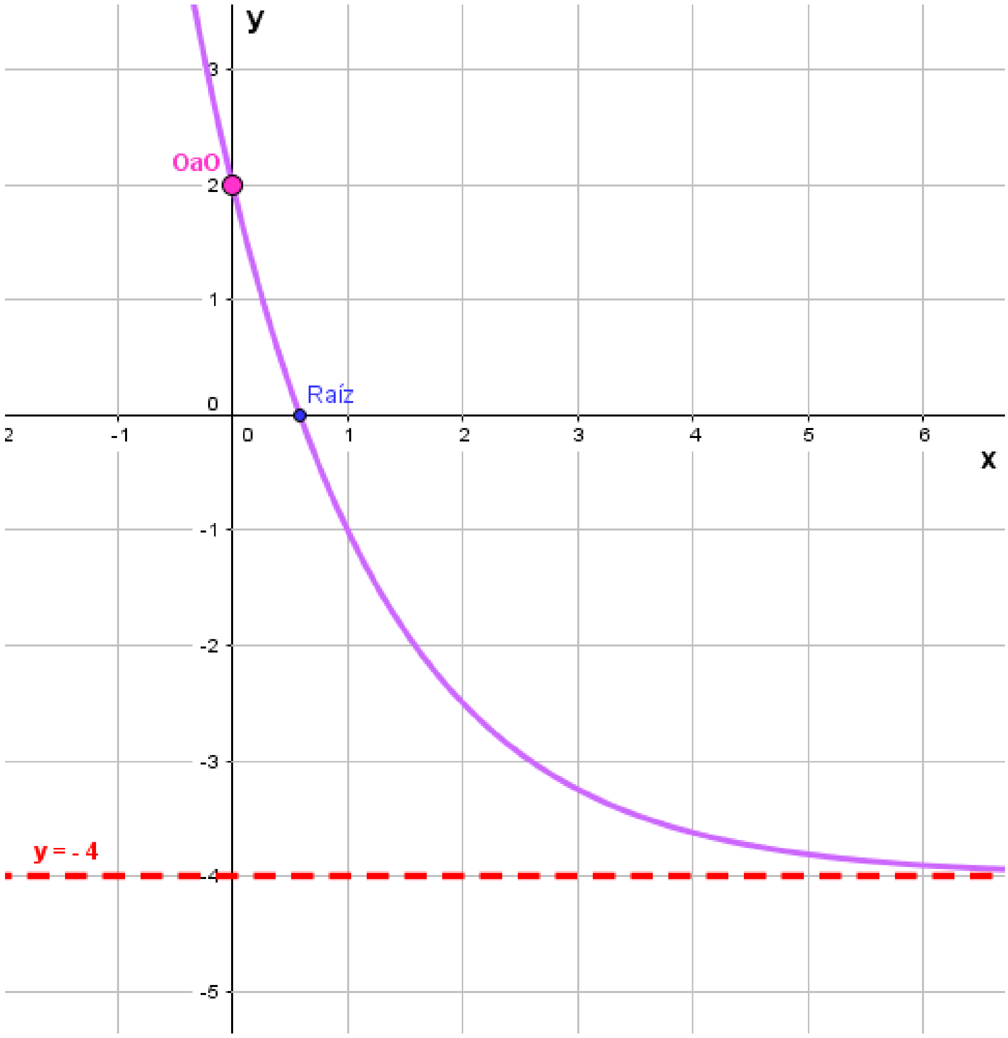
Para graficar ubicamos lo calculado hasta ahora:



Ahora sí, teniendo esos 2 puntos y la asíntota trazamos la curva (en este caso no es necesario calcular un punto extra)

Como vemos la función será decreciente.

No olvides que la asíntota no se puede tocar ni atravesar



Finalmente:

6) Imagen, Conjunto de positividad y negatividad.

A partir del gráfico indicamos la imagen y los conjuntos C $^{+}$ y C $^{-}$

Im: $(-4;\ +\infty)$

C $^{+}$ = $(-\infty; 0{,}58)$

C $^{-}$ = $(0{,}58; +\infty)$

- **Ejemplo 3:** $f(x) =\ 3^{x+1} + 2$

1) Dominio: $Domf: R$

2) Imagen - Ecuación de la Asíntota Horizontal

En este caso el término independiente es 2 ya que: $f(x) =\ 3^{x+1} + 2$

AH: y = 2

Entonces la imagen será $(-\infty\ ;\ 2\ )$ o $(\ 2\ ;+\infty)$, pero esto lo vemos directamente después de hacer el gráfico.

3) <u>OaO (ordenada al origen)</u>

$f(0) = 3^{0+1} + 2$

$= 3^1 + 2$

$= 3 + 2$

$= 5 \quad \rightarrow \quad f(0) = 5$

OaO: (0 ; 5)

4) <u>Raíces</u>

$f(x) = 0$

$0 = 3^{x+1} + 2$

$-2 = 3^{x+1}$ (*)

$log(-2) = log\ 3^{x+1}$ aplico log a ambos miembros

$log(-2) = (x+1). log3$ aplico prop. potencia de un log

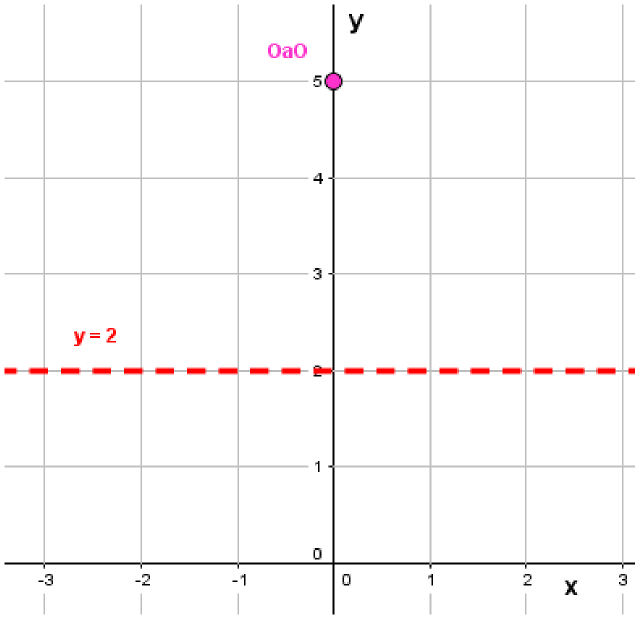
$$\frac{log(-2)}{log\ 3} = x + 1$$

Calculo con la calculadora el cociente : $\frac{log\ (-2)}{log\ 3}$ En este caso nos va a aparecer math error, ya que el logaritmo en cualquier base de un número negativo no existe (ya lo habíamos visto cuando trabajamos con logaritmos)

O sea que ya en (*) podíamos indicar que no tenía raíces la función.

Raíz: No tiene

5) <u>Gráfica</u> Para graficar ubicamos lo calculado hasta ahora:



Como no tiene raíz, necesitamos calcular un punto extra para poder graficar, para esto, elegimos el valor de x que queramos, lo reemplazamos en la función y calculamos:

Por ejemplo, si elijo x = -1:

$$f(x) = 3^{x+1} + 2$$

Reemplazando por x= - 1: $f(-1) = 3^{-1+1} + 2$

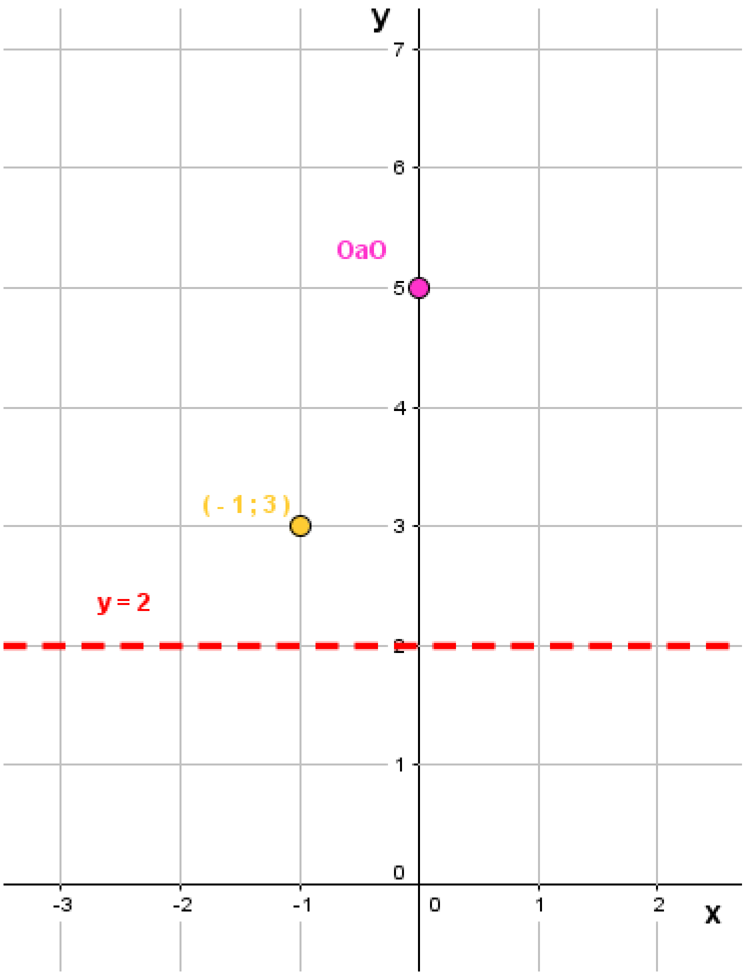
$$= 3^0 + 2$$

$$= 1 + 2$$

$$= 3$$

Entonces obtenemos el punto (- 1 ; 3)

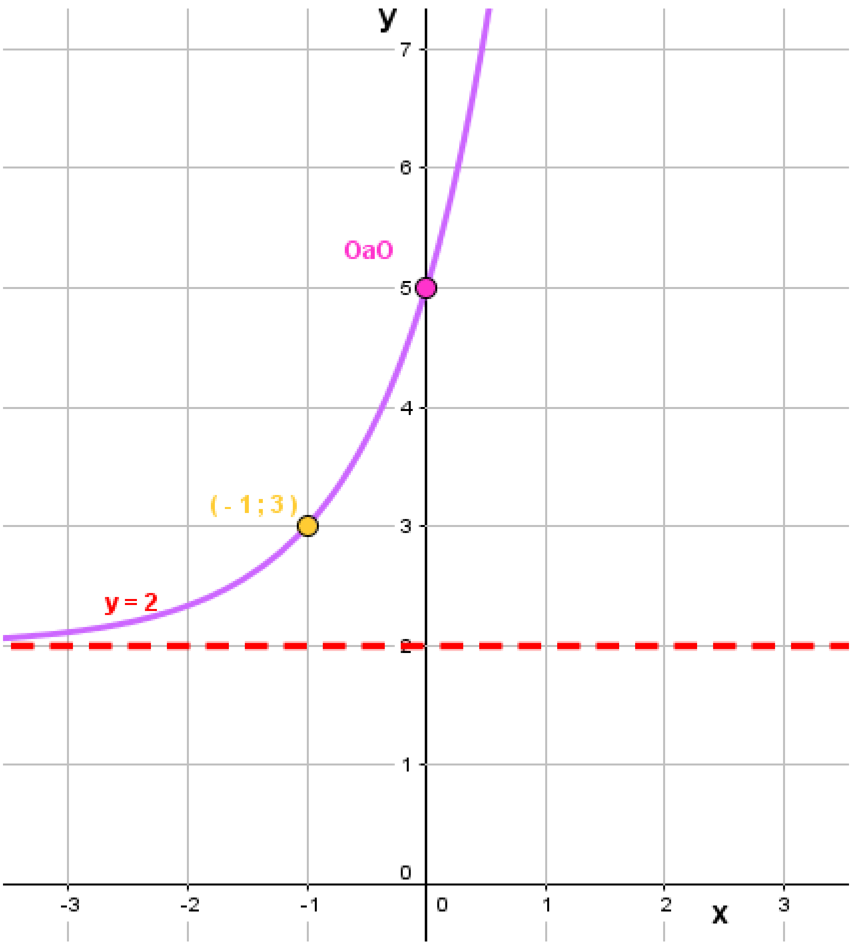
Y ahora ubicamos ese punto en el gráfico.



Ahora sí, teniendo esos 2 puntos y la asíntota trazamos la curva, (en este caso no es necesario calcular un punto extra)

Como vemos la función será creciente.

No olvides que la asíntota no se puede tocar ni atravesar



Finalmente:

6) <u>Imagen, Conjunto de positividad y negatividad.</u>

A partir del gráfico indicamos la imagen y los conjuntos C^+ y C^-

Im: $(2;\ +\infty)$

$C^+ = R$

$C^- = \emptyset$

- **Ejemplo 4:** $\boldsymbol{f(x) = -2\,.\,3^{x+2} + 6}$

1) <u>Dominio:</u> $Domf: R$

2) <u>Imagen - Ecuación de la Asíntota Horizontal</u>

En este caso el término independiente es 6, ya que $f(x) = -2\,.\,3^{x+2} + 6$

AH: y = 6

Entonces la imagen será $(-\infty\ ;\ 6)$ o $(6\ ;+\infty)$, pero esto lo vemos directamente después de hacer el gráfico.

3) <u>OaO (ordenada al origen)</u>

$f(0) = -2\,.\,3^{0+2} + 6$

$= -2\,.\,3^2 + 6$

$-2\,.\,9 + 6$

$= -18 + 6$

$= -12 \quad \rightarrow \quad f(0) = -12$

OaO: (0 ; -12)

4) <u>Raíces</u>

$$f(x) = 0$$

$$0 = -2\,.\,3^{x+2} + 6$$

$$0 - 6 = -2\,.\,3^{x+2}$$

$$\frac{-6}{-2} = 3^{x+2}$$

$$3 = 3^{x+2}$$

$$log3 = log\ \ 3^{x+2}$$ aplico log a ambos miembros

$$log\ 3\ = (x+2).\,log\ 3$$ aplico prop. potencia de un log

$$\frac{log\ 3}{log\ 3} = x + 2$$

$$1 = x + 2$$

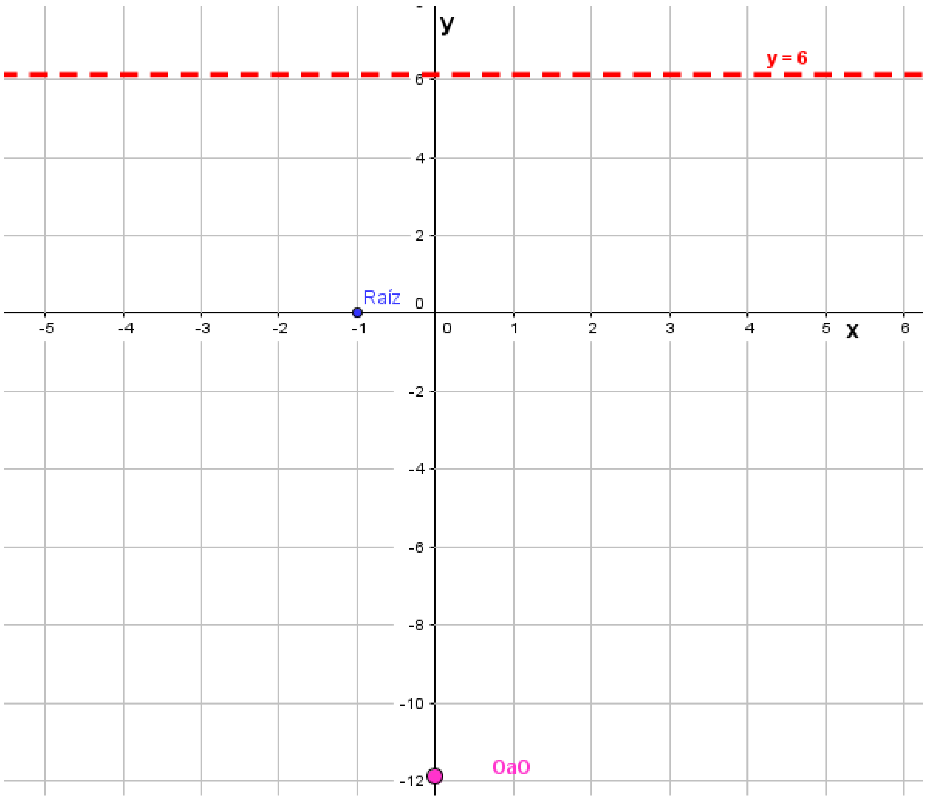
$$1 - 2 = x$$

$$-1 = x$$

Raíz: (-1 ; 0)

5) <u>Gráfica</u>

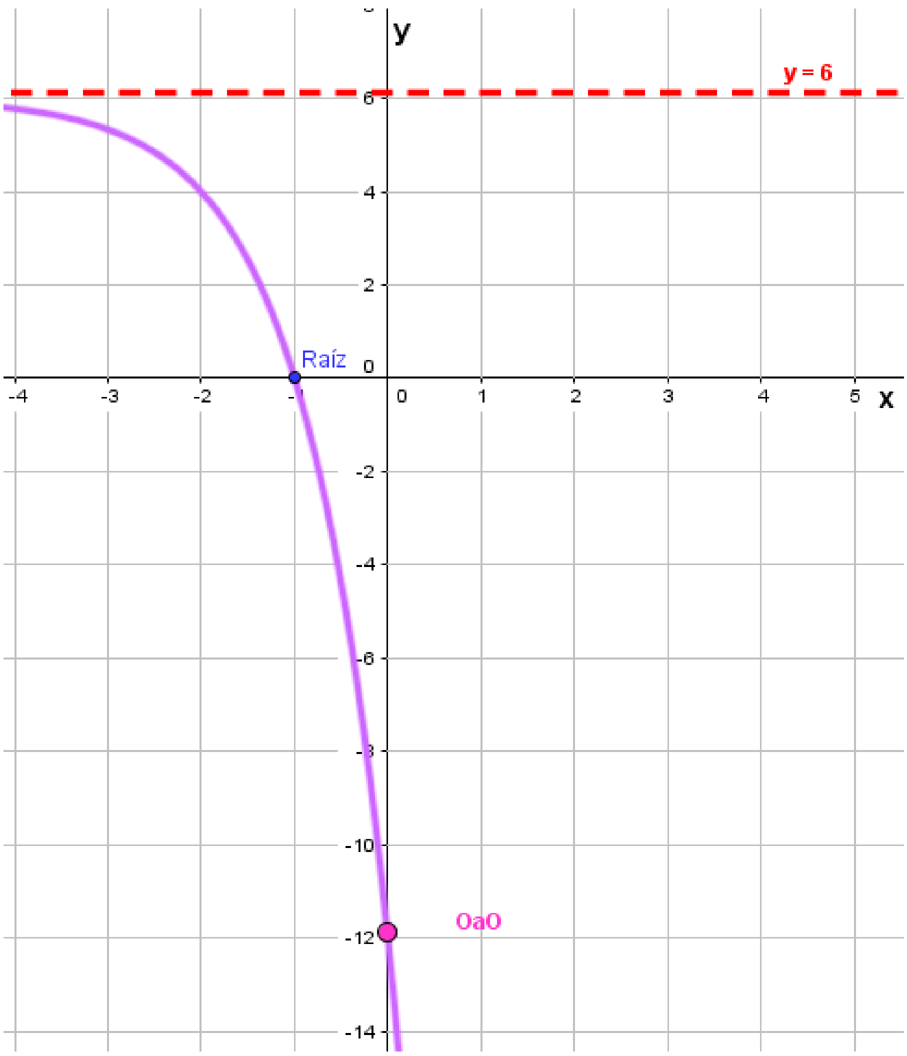
Para graficar ubicamos lo calculado hasta ahora:



Ahora sí, teniendo esos 2 puntos y la asíntota trazamos la curva, (en este caso no es necesario calcular un punto extra)

Como vemos la función será decreciente.

No olvides que la asíntota no se puede tocar ni atravesar



6) <u>Imagen, Conjunto de positividad y negatividad.</u>

A partir del gráfico indicamos la imagen y los conjuntos C^+ y C^-

Im: $(-\infty; 6)$

$C^+ = (-\infty; -1)$

$C^- = (-1; +\infty)$