CONJUNTOS

1) Sean los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{N}: 2 \leq x < 5\}$ $B = \{x \in \mathbb{N}: x \text{ } es \text{ } par \wedge x \leq 10\}$

a) Definir, si es posible, los conjuntos por extensión.
b) Encontrar:
   i) $A \cap B$
   ii) $A \cap B^c$
   iii) $B^c \cup \mathbb{N}$
   iv) B - A

2) Sea el conjunto $A = \{1, 2, \{2\}\}$. Determinar si las siguientes proposiciones son Verdaderas o Falsas. Justifique su respuesta.

a) $1 \in A$
b) $\{1\} \subset A$
c) $\{1\} \in A$
d) $\{1, 2\} \subset A$

3) Dados los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{Z}: |x| \leq 4\}$ y $B = \{x \in \mathbb{Z}: x < 2\}$

a) Expresar los conjuntos por extensión si es posible.
b) Diga si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas. Justifique su respuesta.
   i) $\{-2, -1, 0, 1\} \subset (A \cap B)$
   ii) $3 \in (A \cup B)$
   iii) $\emptyset \subset (A \cup B^C)$
   iv) $\phi \in (A - B)$

4) Demostrar, justificando cada paso la siguiente igualdad:
$(A \cap B) \cup (A - B) = A$

5) Demostrar usando propiedades:

$$(A-C) \cup B^C = (A \cup B^C) - (C \cap B)$$

6) Se les preguntó a un grupo de 30 personas sobre el uso de las marcas A, B y C de DVD. Se averiguó que:

- 15 usan la marca A
- 16 usan la marca B
- 7 usan las marcas A y C
- 9 usan las marcas B y C
- 5 usan las marcas A y B
- 3 usan las tres marcas

a) ¿Cuántos usan la marca C?
b) ¿Cuántos usan sólo la marca C?
c) ¿Cuántos usan la marca A pero no la B?
d) ¿Cuántas no usan ninguna de estas tres marcas?

7) Un grupo de 700 turistas visitan cierto país. 379 visitaron la ciudad A y 419 la ciudad B. Visitaron sólo la ciudad C 102 turistas, 92 sólo la ciudad B y 110 sólo la ciudad A. la ciudad A y C fueron visitadas por 80 turistas y 60 visitaron las tres ciudades.

a) ¿Cuántos turistas visitaron sólo una ciudad?
b) ¿Cuántos turistas visitaron al menos una ciudad?
c) ¿Cuántos turistas visitaron a lo sumo dos ciudades?
d) ¿ ¿Cuántos turistas no visitaron ninguna de esas tres ciudades?

FUNCIONES

1) Justificar analíticamente.

a) Las rectas **2x - 4y =8** y **2 x + y = 4** son ¿paralelas, perpendiculares o secantes (se cortan en un punto en común)? Hallar el punto de intersección, si existe.
b) Hallar la ecuación de la función cuadrática cuyo vértice pasa por (1,1) y tiene una raíz en **x= -2.** Hallar la otra raíz. Graficar.

2) a) Hallar la ecuación de las rectas

r1: cuya pendiente es -2 y pasa por el punto (1;4)
r2: que pasa por los puntos (1;2) y (-1; 4)

b) Indicar si dichas rectas son perpendiculares. Justificar.
c) Hallar analíticamente el punto de intersección
d) Graficar

3) Sean las rectas *2x-y+7=0* y *x+2y+4=0*.

a) ¿Son paralelas? Justifique su respuesta.
b) ¿Son perpendiculares? Justifique su respuesta.
c) Encuentre analíticamente el punto de intersección (si existe).
d) Grafique ambas rectas y muestre en el gráfico el punto de intersección.

4) La entrada a una estancia tiene forma parabólica de altura máxima 3 metros y base 8 metros.

a) Encontrar la ecuación de la parábola descripta.
b) Grafíquela e indique dominio e imagen.
c) Una persona que está parada a 1,5 metros del inicio de la base, ¿qué altura máxima debe tener para que no chocar su cabeza con la puerta parabólica?

5) Una avioneta vuela entre las ciudades A y B. Su altura viene dada por la siguiente función: $h(t) = 840t - 30t^2$, siendo $h(t)$ la altura de la avioneta (en metros) a los *t* minutos de haber despegado.

a) ¿Cuánto dura la avioneta para ir desde la ciudad A hasta la ciudad B?
b) ¿A qué altura la avioneta inicia el descenso?
c) Grafique la función e indique su dominio e imagen.

6): En una isla se introdujeron una cantidad de vendos. Al principio la manada creció rápidamente pero después de un tiempo, los recursos de la isla escasearon y la población decreció. Si el número de venados (V) a lo largo de los años (t) está dado por:

$$V(t) = -t^2 + 22t + 100$$

a) Grafique la función e indique su dominio e imagen.
b) ¿Cuántos venados se introdujeron en la isla?
c) ¿Cuántos venados hubo después de 5 años?
d) ¿Después de cuantos años se extingue la población?
e) ¿Cuál fue el número máximo de venados? ¿Después de cuántos años?

7) Un elemento radioactivo decae su crecimiento después de un tiempo t según la siguiente función:

$$f(t) = 60.\,2^{-0{,}02t}$$

a) ¿Cuál es la cantidad de elemento radioactivo al inicio del proceso?
b) ¿Qué cantidad queda después de 500 años?
c) ¿Cuántos años deben pasar para que la cantidad sea la mitad de la que había inicialmente?

8) Los científicos utilizan el carbono 14 para calcular la edad de los fósiles. La fórmula que se usa es:

$$A(t) = A_0.2^{-t/5600}$$

donde A_0 representa la cantidad de carbono 14 cuando el fósil se formó, y A la cantidad de carbono 14 que contiene después de t años. Si al momento de l formación del fósil había 500 gramos de carbono 14, ¿cuántos gramos contendrá 2000 años después?