1. Sean las proposiciones: p: "Hace frío" y q: "Se suspende la salida al club". Traducir las siguientes proposiciones al lenguaje simbólico:

Solución

(a) Hace frío y se suspende la salida al club. $p \wedge q$
(b) No hace frío y no se suspende la salida al club. $\neg p \wedge \neg q$
(c) Hace frío o se suspende la salida al club. $p \vee \neg q$
(d) No es cierto que hace frío y se suspende la salida al club. $\neg p \wedge q$
(e) Si hace frío se suspende la salida al club. $p \Rightarrow q$
(f) Si no hace frío, no se suspende la salida al club. $\neg p \Rightarrow \neg q$
(g) No es cierto que, se suspende la salida al club si no hace frío. $\neg(\neg p \Rightarrow q)$
(h) Ni hace frío ni se suspende la salida al club. $\neg p \wedge \neg q$
(i) Si no se suspende la salida al club entonces no hace frío. $\neg q \Rightarrow \neg p$

2. p: "Juan es trabajador", q:"Pedro es trabajador"

Solución

(a) Juan es trabajador y Pedro es holgazán. $p \wedge \neg q$
(b) Juan y Pedro son holgazanes. $\neg p \wedge \neg q$
(c) Ni Juan ni Pedro son trabajadores. $\neg p \wedge \neg q$
(d) Juan es holgazán pero Pedro es trabajador. $\neg p \wedge q$
(e) No es cierto que Juan y Pedro sean holgazanes. $\neg(\neg p \wedge \neg q)$

3. Sean las proposiciones **s** : "Es jueves", **t** : "El lunes hubo un choque". Traducir al lenguaje corriente las siguientes proposiciones:

Solución

(a) $\neg s \vee \neg t$, "No es jueves o el lunes no hubo un choque"
(b) $\neg t \Rightarrow s$, "Si el lunes no hubo un choque entonces es jueves"

(c) $\neg(s \vee t)$, "No es cierto que, hoy es jueves o que el lunes hubo un choque."

(d) $\neg t \wedge s$, "El lunes no hubo un choque y hoy es Jueves".

(e) $\neg(s \Rightarrow t)$, "No es cierto que, si es Jueves entonces el lunes hubo un choque"

(f) $\neg(t \wedge \neg s)$, "No es cierto que, el lunes haya habido un choque y que hoy no sea jueves"

(g) $s \wedge (\neg t \Rightarrow \neg s)$, "Es jueves y si no hubiese habido un choque el lunes hoy no sería jueves"

(h) $(t \vee s) \Rightarrow \neg s$, "Si el lunes hubo un choque u hoy es jueves, entonces no es jueves"

4. Sean **a** y **b** proposiciones verdaderas y **c** y **d** proposiciones falsas, indicar el valor de verdad de:

a	b	$a \vee b$	c	d	$c \vee d$	$(a \vee b) \wedge (c \vee d)$
V	V	V	F	F	F	F

a	b	c	d	$a \vee c$	$b \vee d$	$(a \vee c) \wedge (b \vee d)$
V	V	F	F	V	V	V

a	b	c	d	$a \wedge c$	$b \wedge d$	$(a \wedge c) \vee (b \wedge d)$
V	V	F	F	F	F	F

a	b	c	$a \vee c$	$(a \vee c) \Rightarrow b$
V	V	F	V	V

a	c	$\neg c$	$a \wedge \neg c$	$(a \wedge \neg c) \Rightarrow c$
V	F	V	V	F

5. Justificar si la información dada es suficiente para determinar el valor de verdad de la proposición indicada:

a) $(p \Rightarrow q) \wedge r$ sabiendo que $v(r \Rightarrow q) = V$

Tomemos como referencia:

$$v(r \Rightarrow q) = V$$

Para que esto ocurra, debe ocurrir lo siguiente:

r	q	$r \Rightarrow q$
V	V	V
F	V	V
F	F	V

Estamos pidiendo al mismo tiempo que q sea Verdadero y Falso, con lo cual, la información que tenemos es insuficiente para poder determinar el valor de verdad de la proposición.

b) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee r)$ sabiendo que $v(p) = V$, $v(r) = F$

Reemplazamos los datos en proposición:

$$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee r)$$
$$(V \wedge \quad) \Rightarrow (V \vee F)$$
$$\Rightarrow V \text{ condicional}$$
$$V$$

La información dada es suficiente para determinar que el valor de verdad de la proposición es VERDADERO. Lo único que no puedo determinar es el valor de verdad de q.

Recordemos que en el condicional, si la segunda proposición es Verdadera, el valor de verdad es VERDADERO.

c) $(\sim p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (p \vee q)$ sabiendo que $v(p) = V$

$$(\sim \mathbf{p} \wedge \sim \mathbf{q}) \Leftrightarrow (\mathbf{p} \vee \mathbf{q})$$
$$(\mathbf{F} \wedge \quad) \Leftrightarrow (\mathbf{V} \vee \quad)$$
$$\mathbf{F} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{V}$$
$$\mathbf{F}$$

No necesito el valor de verdad de q. La proposición es Falsa.

6. Dados p, q y r proposiciones y v(p)= V y v (q) = F determinar si es posible el valor de verdad de :

$$\sim(p \vee \sim q) \Rightarrow [(\sim p \Rightarrow q) \wedge r]$$
$$\sim(p \vee \sim q) \Rightarrow [(\sim p \Rightarrow q) \wedge r]$$
$$\sim(V \vee V) \Rightarrow [(F \Rightarrow F) \wedge \quad]$$
$$\sim \quad (V) \Rightarrow [V \wedge \quad]$$
$$F \Rightarrow$$
$$V$$

7. Dados

8.

a) Deducir el valor de verdad de p, q, r, s, t suponiendo que son simultáneamente verdaderas las proposiciones siguientes:

a)

$$\sim p$$
$$\sim (t \Rightarrow p)$$
$$t \Leftrightarrow q$$
$$(p \vee q) \Rightarrow r$$
$$\sim r \vee s$$

Para poder resolver, tenemos que tener en cuenta que TODAS las proposiciones con VERDADERAS:

- ✓ Si $\sim \mathbf{p}$ es Verdadera, entonces **V(p) = F**

- ✓ Si $\sim(\mathbf{t} \Rightarrow \mathbf{p})$ es Verdadera, entonces $\mathbf{t} \Rightarrow \mathbf{p}$ **es Falsa**

Ya sabemos que V(p)= F, entonces en el condicional resulta que:

$$\mathbf{t} \Rightarrow \mathbf{p}$$
$$\mathbf{V} \Rightarrow \mathbf{F}$$
$$\mathbf{F}$$

Recordemos que en el condicional, cuando el primer valor de verdad es Verdadero, y el segundo es Falso, entonces, la implicación es FALSA.

- ✓ Si $\mathbf{t} \Leftrightarrow \mathbf{q}$ es Verdadero, y descubrimos que **V(t)= Verdadero**

Entonces, por la condición del doble condicional, **V(q)= Verdadero.**
Recordemos que el doble condicional es verdadero si ambas proposiciones son Verdaderas.

- ✓ Sabemos que $(\mathbf{p} \vee \mathbf{q}) \Rightarrow \mathbf{r}$ es Verdadero.

Reemplazamos lo que ya sabemos.

$$(\mathbf{p} \vee \mathbf{q}) \Rightarrow \mathbf{r}$$
$$(\mathbf{F} \vee \mathbf{V}) \Rightarrow \mathbf{r}$$
$$\mathbf{V} \Rightarrow \mathbf{r}$$

Para que esta proposición sea verdadera, **V(r) debe ser Verdadero.**

- ✓ Por último, tomando en cuenta el enunciado, sabemos que $\sim \mathbf{r} \vee \mathbf{s}$ es Verdadero.

Pero V(r)= Verdadero

En la disyunción, si una proposición es Falsa, la otra debe ser verdadera para que el resultado sea VERDADERO. **V(s)= Verdadero**

r	$\sim \mathbf{r}$	s	$\sim \mathbf{r} \vee \mathbf{S}$
V	F	V	V

En conclusión:

Proposición	Valor de Verdad
$\sim \mathbf{p}$	V
p	**F**
$\sim (\mathbf{t} \Rightarrow \mathbf{p})$	V
$\mathbf{t} \Rightarrow \mathbf{p}$	F
t	**V**
q	**V**
r	**V**
$\sim \mathbf{r}$	F
s	**V**

9. Deducir el valor de verdad de “p“, considerando verdaderas todas las proposiciones dadas:

a)

$$\sim p \Rightarrow \sim m$$
$$\sim r \Rightarrow m$$
$$r \Leftrightarrow \sim q$$
$$q \vee \sim s$$
$$s$$

- ✓ Sabemos que TODAS las proposiciones son VERDADERAS, entonces:

V(s)= Verdadero. Entonces:

$$\mathbf{q} \vee \sim \mathbf{s}$$
$$\mathbf{q} \vee \mathbf{F}$$
$$\mathbf{V} \vee \mathbf{F}$$
$$\mathbf{V}$$

Para que la disyunción, se mantenga Verdadera, el valor de verdad de q debe ser VERDADERO
V(q)= Verdadero.

- ✓ Ahora, V(q)= Verdadero, entonces es V($\sim \mathbf{q}$)= Falso.

$\mathbf{r \Leftrightarrow \sim q}$

$\mathbf{F \Leftrightarrow F}$

$\mathbf{V}$

Para que la proposición del doble condicional sea verdadera, entonces **V(r)= Falso**.

- ✓ V(r)= Falso, entonces V($\sim \mathbf{r}$)= Verdadero, resultando:

$\mathbf{\sim r \Rightarrow m}$

$\mathbf{V \Rightarrow V}$

$\mathbf{V}$

Para que el condicional sea verdadero, entonces **V(m)= Verdadero**

- ✓ Por último:

$\mathbf{\sim p \Rightarrow \sim m}$

$\mathbf{F \Rightarrow F}$

$\mathbf{V}$

Para que el condicional sea verdadero, entonces V($\sim \mathbf{p}$)= Falso

En conclusión: Proposición	Valor de Verdad
s	V
m	V
q	V
r	F
p	**V**

10. Deducir el valor de verdad de la proposición "Pedro es buen actor" de la conjunción de las siguientes premisas verdaderas:

- Si Pedro es buen actor, entonces soy buen profesor.
- María practica natación si y sólo si Juan la dirige.
- No es cierto que Juan sea un nadador experto y dirija a María.
- Si la lección resulta difícil, no soy buen profesor.
- La lección resulta difícil o María no estudia.
- Juan no es un nadador inexperto.
- María estudia si no practica natación.

p	Pedro es buen actor
q	Soy buen profesor
r	María practica natación
s	Juan es un nadador experto
t	Juan dirige a María
u	Lección resulta difícil

w	María estudia

1) Si Pedro es buen actor, entonces soy buen profesor.

$$p \to q$$

2) María practica natación si y sólo si Juan la dirige.

$$r \leftrightarrow t$$

3) No es cierto que Juan sea un nadador experto y dirija a María.

$$\sim(s \wedge t)$$

4) Si la lección resulta difícil, no soy buen profesor.

$$u \to \sim q$$

5) La lección resulta difícil o María no estudia.

$$u \vee \sim w$$

6) Juan no es un nadador inexperto.

$$\sim(\sim s)$$

7) María estudia si no practica natación.

$$\sim w \to r$$

1) $\sim(\sim s)$ --------------> s --------------> **v(s)= V**

2) $\sim(s \wedge t)$ --------------> **v** $(s \wedge t) = F$ --------------> **(V** $\wedge t$ **)** --------------> **v(t)=F**

3) $r \leftrightarrow t$ --------------> $r \leftrightarrow F$ --------------> **V(r)=F**

4) $\sim w \to r$ --------------> $\sim w \to F$ --------------> **V**$(\sim w) = F$ --------------> **V(w)=V**

5) $u \vee \sim w$ --------------> $u \vee F$ --------------> **V(u)=V**

6) **u**$\to \sim q$**-------------->** **V** $\to \sim q$**-------------->V**$(\sim q) = V$**-------------->** **V(q)=F**

7) $p \to q$**-------------->** $p \to F$**-------------->V(p)=F**

PEDRO ES BUEN ACTOR: FALSO

16. Simplificar las siguientes proposiciones, justificando cada paso:

a)

$\sim p \wedge (\sim q \Rightarrow p)$

$1) \sim p \wedge (\sim(\sim q) \vee p)$

$2) \sim p \wedge (q \vee p)$

$3) (\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge p)$

$4) (\sim p \wedge q) \vee F$

$\sim p \wedge q$

Paso 1) Equivalencia de la implicación
Paso 2) Involución
Paso 3) Distributividad de la conjunción, respecto de la disyunción
Paso 4) Complementación
Paso 5)Elemento neutro de la disyunción

b)

$(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow r)$

$1) (\sim p \vee q) \vee (\sim q \vee r)$	Paso 1) Equivalencia de la implicación
$2) \sim p \vee q \vee \sim q \vee r$	Paso 2) Por asociatividad
$3) (\sim p \vee r) \vee (\sim q \vee q)$	Paso 3) Por conmutatividad y asociatividad
$4) (\sim p \vee r) \vee V$	Paso 4) Complementación
V	Paso 5) Elemento absorbente de la disyunción

c) $(p \wedge \backsim q) \wedge (p \Longrightarrow \backsim r) \wedge (q \vee r)$

1) $(p \wedge \backsim q) \wedge (\backsim p \vee \backsim r) \wedge (q \vee r)$	Paso 1) Equivalencia
2) $(\backsim p \vee \backsim r) \wedge [(p \wedge \backsim q) \wedge (q \vee r)]$	Paso 2) Conmutativa
3) $(\backsim p \vee \backsim r) \wedge [(p \wedge \backsim q) \wedge q \vee (p \wedge \backsim q) \wedge r]$	Paso 3) Distributiva
4) $(\backsim p \vee \backsim r) \wedge [(p \wedge F) \vee (p \wedge \backsim q) \wedge r]$	Paso 4) Complementación conjunción
5) $(\backsim p \vee \backsim r) \wedge [F \vee (p \wedge \backsim q) \wedge r]$	Paso 5) Elemento absorbente conjunción
6) $(\backsim p \vee \backsim r) \wedge (p \wedge \backsim q) \wedge r$	Paso 6) Elemento absorbente disy y Ley de De Morgan
7) $\backsim(p \wedge r) \wedge (p \wedge r) \wedge (\backsim q \wedge r)$	Paso7) Distributiva conjunción
8) $F \wedge (\backsim q \wedge r)$	Paso 8) Complementación conjunción
9) F	Paso 9) Elemento absorbente conjunción

d) $(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow p$

$1) [\sim(p \Rightarrow \sim q)] \vee p$	Paso 1) Equivalencia de la implicación
$2) (p \wedge \sim(\sim q)) \vee p$	Paso 2) Negación de la equivalencia
$3) (p \wedge q) \vee p$	Paso 3) Por involución
4) p	Paso 4) subsunción

e)

$$(\sim p \Rightarrow q) \wedge \sim p$$

$$1)[\sim (\sim p) \vee q] \wedge (\sim p)$$

$$2)(p \vee q) \wedge (\sim p)$$

$$3)(p \wedge \sim p) \vee (q \wedge \sim p)$$

$$4)F \vee (q \wedge \sim p)$$

Paso 1) Equivalencia de la implicación
Paso 2) Involución
Paso 3) Por distributividad de la conjunción respecto de la disyunción

Paso 4) Elemento neutro de la disyunción

$$\left.\begin{array}{l}(q \wedge \sim p) \\ \sim (q \Rightarrow p)\end{array}\right\}$$

Ambas expresiones son equivalentes (negación de la implicación)

f)

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$$

$$1) \sim (p \wedge \sim q) \vee q$$

$$2) \sim p \vee \sim (\sim q) \vee q$$

$$3) \sim p \vee q \vee q$$

$$4) \sim p \vee (q \vee q)$$

$$5) \sim p \vee q$$

$$p \Rightarrow q$$

Paso 1) Equivalencia de la implicación
Paso 2) Por ley de De Morgan
Paso 3) Por Involución
Paso 4) Por asociatividad de la disyunción
Paso 5) Idempotencia.
Paso 6) equivalencia de la implicación.

g)

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p$$

$$1) \sim (p \wedge \sim q) \vee \sim p$$

$$2)(\sim p \vee \sim (\sim q)) \vee (\sim p)$$

$$3)(\sim p \vee q) \vee (\sim p)$$

$$4)(\sim p \vee \sim p) \vee q$$

$$5) \quad \begin{array}{l} \sim p \vee q \\ p \Rightarrow q \end{array}$$

Paso 1) Equivalencia de la implicación
Paso 2) Por Ley de De Morgan
Paso 3) Por Involución
Paso 4) Por conmutatividad y asociatividad de la Disyunción
Paso 5) Por idempotencia
Paso 6)Equivalencia de la implicación

h)

$$(p \Rightarrow q) \wedge [\sim (\sim p \wedge \sim q)]$$

$$1)(p \Rightarrow q) \wedge [\sim (\sim p) \vee \sim (\sim q)]$$

$$2)(p \Rightarrow q) \wedge [p \vee q]$$

$$3)(\sim p \vee q) \wedge (p \vee q)$$

$$4)(\sim p \wedge p) \vee q$$

$$5) \quad F \vee q$$

$$q$$

Paso 1) Por ley de De Morgan
Paso 2) Por Involución
Paso 3) Por equivalencia de la implicación
Paso 4) Por distributividad de la disyunción
Paso 5) complementación
Paso 6) Elemento neutro de la disyunción

i)

$\sim(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$

1) $\sim(\sim p \vee q) \wedge (p \vee q)$ Paso 1) Equivalencia de la implicación

2) $[\sim(\sim p) \wedge (\sim q)] \wedge (p \vee q)$ Paso 2) Por ley de De Morgan

3) $(p \wedge \sim q) \wedge (p \vee q)$ Paso 3) Por involución

4) $[(p \wedge \sim q) \wedge p] \vee [(p \wedge \sim q) \wedge q]$ Paso 4) Por distributividad

5) $[(p \wedge p) \wedge \sim q] \vee [p \wedge (\sim q \wedge q)]$ Paso 5) Por asociatividad y conmutatividad

6) $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge F)$ Paso 6) Por idempotencia y complementación

7) $(p \wedge \sim q) \vee F$ Paso 7) Elemento absorbente de la conjunción

8) $p \wedge \sim q$ Paso 8) Elemento absorbente de la disyunción

9) $\sim(p \Rightarrow q)$ Paso 9) Negación de la equivalencia

j)

$(\sim p \Rightarrow q) \vee (\sim p \wedge q)$

1) $(\sim(\sim p) \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$

2) $(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$

3) $[(p \vee q) \vee \sim p] \wedge [(p \vee q) \vee q]$

4) $[(p \vee \sim p) \vee q] \wedge [p \vee (q \vee q)]$

5) $(V \vee q) \wedge (p \vee q)$

6) $V \wedge (p \vee q)$

$p \vee q$

Paso 1) Equivalencia de la implicación
Paso 2) Por Involución
Paso 3) Por distributividad de la disyunción respecto de la conjunción
Paso 4) Por conmutatividad y asociatividad.
Paso 5) Por complementación e idempotencia
Paso 6) Elemento absorbente de la disyunción
Paso 7) Elemento neutro de la conjunción

k)

$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$ Paso 1) Equivalencia de la implicación

1) $(\sim p \vee q) \Rightarrow (\sim(\sim p) \vee q)$ Paso 2) Por Equivalencia de la Implicación/ Involución

2) $\sim(\sim p \vee q) \vee (p \vee q)$ Paso 3) Por ley de De Morgan

3) $[\sim(\sim p) \wedge \sim q] \vee (p \vee q)$ Paso 4) Por involución.

4) $(p \wedge \sim q) \vee (p \vee q)$ Paso 5) Asociatividad

5) $(p \wedge \sim q) \vee p \vee q$ Paso 6) Por asociatividad.

6) $[(p \wedge \sim q) \vee p] \vee q$ Paso 7) Por subsunción.

7) $p \vee q$

l)

$$[(\sim p \Rightarrow q) \wedge \sim p] \Rightarrow p$$
$$1)[[\sim(\sim p) \vee q] \wedge (\sim p)] \Rightarrow p$$
$$2)[(p \vee q) \wedge (\sim p)] \Rightarrow p$$
$$3) \sim [(p \vee q) \wedge (\sim p)] \vee p$$
$$4) \sim (p \vee q) \vee \sim (\sim p) \vee p$$
$$5)(\sim p \wedge \sim q) \vee p \vee p$$
$$6)(\sim p \wedge \sim q) \vee p$$
$$7)(\sim p \vee p) \wedge (\sim q \vee p)$$
$$8) \quad V \wedge (\sim q \vee p)$$
$$9) \quad \sim q \vee p$$
$$q \Rightarrow p$$

Paso 1) Equivalencia de la implicación
Paso 2) Por Involución
Paso 3) Por Equivalencia de la implicación
Paso 4) Por ley de De Morgan.
Paso 5) Por ley de De Morgan/ Idempotencia.
Paso 6) Por idempotencia
Paso 7) Distributividad de la disyunción, respecto de la conjunción.
Paso 8) Por complementación.
Paso 9) Elemento neutro de la conjunción.
Paso 10) equivalencia de la implicación

m)

$$[(\sim q \wedge p) \vee (p \vee q)] \wedge (\sim p)$$
$$1)[(\sim q \wedge p) \wedge (\sim p)] \vee [(p \vee q) \wedge (\sim p)]$$
$$2)[\sim q \wedge (p \wedge \sim p)] \vee [(p \wedge \sim p) \vee (q \wedge \sim p)]$$
$$3)[\sim q \wedge F] \vee [F \vee (q \wedge \sim p)]$$
$$4)F \vee (q \wedge \sim p)$$
$$5)(q \wedge \sim p)$$
$$\sim (q \Rightarrow p)$$

Paso 1) Por distributividad de la conjunción respecto de la disyunción.
Paso 2) Por conmutatividad, asociatividad y distributividad.
Paso 3) Por complementación.
Paso 4) Elemento absorbente de la conjunción y elemento neutro de la disyunción
Paso 5) Elemento neutro de la disyunción.
Paso 6) Negación de la equivalencia.

n)

$$p \Rightarrow [(p \wedge q) \wedge (p \vee \sim q)]$$
$$1) \sim p \vee [(p \wedge q) \wedge (p \vee \sim q)]$$
$$2)[\sim p \vee (p \wedge q)] \wedge [\sim p \vee (p \vee \sim q)]$$
$$3)[(\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee q)] \wedge [(\sim p \vee p) \vee \sim q]$$
$$4)[V \wedge (\sim p \vee q)] \wedge [V \vee \sim q]$$
$$5)(\sim p \vee q) \wedge V$$
$$\sim p \vee q$$
$$p \Rightarrow q$$

Paso 1) Por equivalencia de la implicación.
Paso 2) Por distributividad de la disyunción respecto de la conjunción.
Paso 3) Por distributividad/asociatividad.
Paso 4) Por complementación.
Paso 5) Elemento neutro de la conjunción y elemento absorbente de la disyunción.
Paso 6) Elemento neutro de la conjunción
Paso 7) equivalencia de la implicación.