

## Capítulo 1

# Lógica Proposicional

### 1.1 Introducción

El ser humano, a través de su vida diaria, se comunica con sus semejantes a través de un lenguaje determinado (oral, escrito, etc.) por medio de frases u oraciones. Esa frases pueden interrogaciones, órdenes, saludos o bien declaraciones que afirman o niegan algo. Estas declaraciones que pueden tener diferentes contenidos pero siempre admiten ser verdaderas o falsas, son las que denominaremos "proposiciones". Lo importante en el presente estudio es el hecho de que, a partir de proposiciones simples o "atómicas" es posible asociar un conjunto de éstas mediante ciertos "conectivos lógicos" y podemos llegar a elaborar razonamientos que nos permitan llegar a una conclusión o inferencia, cuya validez o invalidez es posible comprobar.

Hoy en día, la lógica proposicional que estudiaremos en este capítulo, tiene una importancia singular dada su aplicación en los llamados "circuitos lógicos" de uso en la electrónica y la informática.

### 1.2 Proposición

La proposición es el significado de una idea, enunciado, conjunto de palabras o letras a las que se les puede asignar uno y sólo uno de los valores de verdad, que pueden ser:

VERDADERO (V)                      o                      FALSO (F)

En resumen, podemos dar la siguiente definición:

**Proposición es toda oración declarativa que contiene un valor de verdad.**

Por lo general, a las proposiciones se las representa por las letras del alfabeto desde la letra p, es decir, p, q, r, s, t, ... etc.

Así, por ejemplo, podemos citar las siguientes proposiciones y su valor de verdad:

p : $15 + 5 = 21$	(F)
q: Santa Fe es una provincia Argentina.	(V)
r: El número 15 es divisible por 3.	(V)
s: El perro es un ave.	(F)

### 1.3 Expresiones No Proposicionales

Son aquellos enunciados a los que no se les puede asignar un valor de verdad. Entre ellos

tenemos a los exclamativos, interrogativos o imperativos.

Así tenemos, por ejemplo:

- ¿Cómo te llamas?
- Prohibido pasar
- Borra el pizarrón.

### 1.4 Enunciados Abiertos

Si en la proposición: "cinco es mayor que tres" (en símbolos:  $5 > 3$ ) reemplazamos al número 5 por la letra x, se obtiene la expresión "x es mayor que tres" ( $x > 3$ ), y si convenimos que x no represente necesariamente al número 5, sino a un número cualquiera, entonces al enunciado  $x > 3$  se le denomina **enunciado abierto**.

### 1.5 Clasificación de las Proposiciones

Aquellas proposiciones que constan o se les puede representar por una sola variable, se llaman proposiciones **simples o atómicas**. Por ejemplo, sea la proposición

$$p: 3 + 6 = 9$$

es una proposición simple o atómica.

Cuando una proposición consta de dos o más enunciados simples, se le llama proposición **compuesta o molecular**. Así, por ejemplo:

$$q: \underbrace{\text{Pitágoras era griego}}_p \text{ y } \underbrace{\text{era geómetra.}}_q$$

encontramos dos enunciados. El primero (p) nos afirma que Pitágoras era griego y el segundo (q) que Pitágoras era geómetra.

### 1.6 Notación y Conectivos Lógicos

A partir de proposiciones simples es posible generar otras, simples o compuestas. Es decir que se puede operar con proposiciones, y para ello se utilizan ciertos símbolos llamados conectivos lógicos.

A continuación vemos una concreta definición de cada uno:

Símbolo	Operación asociada	Significado
---------	--------------------	-------------

$\sim$	Negación	"no p" o "no es cierto que p"
$\wedge$	Conjunción o producto lógico	"p y q"
$\vee$	Disyunción o suma lógica	"p o q" (en sentido incluyente)
$\Rightarrow$	Implicación	"p implica q", o "si p entonces q"
$\Leftrightarrow$	Doble implicación	"p si y sólo si q"
$\underline{\vee}$	Diferencia simétrica	"p o q" (en sentido excluyente) "o bien p o bien q)

## 1.7 Operaciones Proposicionales

Definiremos las operaciones entre proposiciones en el sentido siguiente: dadas dos o más proposiciones, de las que se conoce los valores veritativos, se trata de caracterizar la proposición resultante a través de su valor de verdad. A tal efecto, estudiaremos a continuación el uso y significado de los diferentes conectivos lógicos mencionados arriba:

### 1.7.1 Negación

Dada una proposición p, se denomina la negación de p a otra proposición denotada por  $\sim p$  (se lee "no p") que le asigna el valor veritativo opuesto al de p. Por ejemplo:

p: Diego estudia matemática       $\sim p$ : Diego no estudia matemática

Por lo que nos resulta sencillo construir su tabla de verdad:

p	$\sim p$
V	F
F	V

Observamos aquí que al valor V de p, la negación le hace corresponder el valor F, y viceversa.

Se trata de una operación unitaria, pues a partir de una proposición se obtiene otra, que es su negación.

### **Ejemplo.**

La negación de

es      p: el alumno estudia matemática  
        $\sim p$ : el alumno no estudia matemática

### 1.7.2 Conjunción

Dadas dos proposiciones  $p$  y  $q$ , se denomina conjunción de estas proposiciones a la proposición  $p \wedge q$  (se lee " $p$  y  $q$ "), cuya tabla de verdad es:

$p$	$q$	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

La tabla que define esta operación, establece que la conjunción es verdadera sólo si lo son las dos proposiciones componentes. En todo otro caso, es falsa.

Ejemplo.

Sea la declaración

$$\underbrace{\text{i) 5 es un número impar}}_p \wedge \underbrace{\text{y 6 es un número par}}_q$$

vemos que está compuesta de dos proposiciones a las que llamaremos  $p$  y  $q$ , que son

$p$ : 5 es un número impar

$q$ : 6 es un número par

y por ser ambas verdaderas, la conjunción de ellas (que no es sino la declaración i) es verdadera.

Ahora bien, sea la declaración

ii) Hoy es el día 3 de noviembre y mañana es el día de 6 de noviembre

Esta conjunción es falsa, ya que jamás pueden ser simultáneamente verdaderas ambas proposiciones, aunque sí pueden ser ambas falsas.

### 1.7.3 Disyunción

Dadas dos proposiciones  $p$  y  $q$ , la disyunción de las mismas es la proposición  $p \vee q$ , que se lee: " $p$  o  $q$ " y cuya tabla de valor de verdad es:

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

La disyunción  $\vee$  es utilizada en sentido excluyente, ya que la verdad de la disyunción se da en el caso de que al menos una de las proposiciones sea verdadera. En el lenguaje ordinario la palabra  $\vee$  es utilizada en sentido incluyente o excluyente indistintamente. Para evitar toda posibilidad de ambigüedades, en matemática se utiliza la disyunción definida por la tabla precedente, que nos muestra que la disyunción sólo es falsa cuando ambas proposiciones son falsas.

**Ejemplo.**

Sea i) Tiro las cosas viejas o que no me sirven

El sentido de la disyunción compuesta por p y q (p: tiro las cosas viejas, q: tiro las cosas que no me sirven) es incluyente, pues si tiro algo viejo, y que además no me sirve, la disyunción es V.

#### 1.7.4 Implicación o Condicional

Implicación de las proposiciones p y q es la proposición  $p \Rightarrow q$ , que se lee "si p entonces q" o bien "q si p" y cuya tabla de valores de verdad es:

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

La proposición p se llama "antecedente", y la proposición q se llama "consecuente" de la implicación o condicional. La tabla nos muestra que la implicación sólo es falsa si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.

**Ejemplo.**

Supongamos la implicación

i) Si apruebo, ENTONCES te presto el libro

$$\underbrace{\quad}_p \Rightarrow \underbrace{\quad}_q$$

La implicación está compuesta de las proposiciones

p: yo apruebo (está implícito que rendiré una prueba ó exámen)

q: yo te presto el libro (se entiende: te prestaré)

Nos interesa conocer la verdad o falsedad de la implicación i), en relación a la verdad o falsedad de las proposiciones p y q. El enunciado puede pensarse como un compromiso, condicionado por p, y podemos asociar su verdad al cumplimiento del compromiso. Es evidente que si p es F, es decir si no apruebo el examen, quedo liberado del compromiso y preste o no el apunte la implicación es verdadera.

Si p es verdadera, es decir si apruebo el examen, y no presto el libro, el compromiso no se cumple y la proposición i) es falsa. Si p y q son verdaderas, entonces la proposición i) es verdadera pues el compromiso se cumple.

Ejemplo.

$$\text{ii)} \quad n = -n \Rightarrow n^2 = (-n)^2 \quad (\text{V})$$

El único caso en que el antecedente es verdadero se da cuando  $n = 0$  pero la implicación resulta ser Verdadera siempre por ser el consecuente verdadero y aún cuando el antecedente sea falso..

### 1.7.5 Doble Implicación o Bicondicional

Doble implicación de las proposiciones p y q es la proposición  $p \Leftrightarrow q$  (se lee "p si y sólo si q") cuya tabla de valores de verdad es

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

La doble implicación o bicondicional sólo es verdadera si ambas proposiciones tienen el mismo valor de verdad.

La doble implicación puede definirse como la conjunción de una implicación y su recíproca. De este modo, la tabla de valores de verdad de  $p \Leftrightarrow q$  puede obtenerse mediante la tabla de  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ , como vemos:

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

**Ejemplo.**

Sea i)  $a = b$  si y sólo si  $a^2 = b^2$

El enunciado está compuesto por las proposiciones:

p:  $a = b$

q:  $a^2 = b^2$

Esta doble implicación es falsa si p es F y q es V (casos en que  $b = -a$ ). En los casos que p y q son ambos verdaderos o ambos falsos es V. El caso p verdadero y q falso es imposible y la doble implicación es F.

### 1.7.6 Diferencia Simétrica

Diferencia simétrica o disyunción en sentido excluyente, de las proposiciones p y q es la proposición  $p \underline{\vee} q$  (se lee "ó p ó q") cuya tabla de valores de verdad es:

p	q	$p \underline{\vee} q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

La verdad de  $p \underline{\vee} q$  está caracterizada por la verdad de una y sólo una de las proposiciones componentes.

**Ejemplo.**

Sea i) o vamos a Córdoba o vamos a Mendoza

queda claro que sólo podremos ir a uno de los dos lugares y sólo a uno, en un dado momento. Es decir que el enunciado i) es verdadero sólo si vamos a una de las dos ciudades. En caso de no ir a ninguna, el enunciado es Falso.

## 1.8 Condición Necesaria y Suficiente

Consideremos la tabla de valores de verdad de la implicación

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Hay tres casos en los que  $p \Rightarrow q$  es V, y entre ellos hay uno en que p es V, en el cual resulta q verdadera. Es evidente que hacemos referencia al primer renglón de la tabla y tenemos que si  $p \Rightarrow q$  es V y p es V, entonces q es V. Se dice entonces que el antecedente p es condición suficiente para el consecuente q.

En cambio, si p es F, nada podemos decir de q puesto que puede ser V o F. Por otra parte, cuando  $p \Rightarrow q$  es V, si q es V, entonces p puede ser V o F; mas para que p sea V se necesita que q lo sea. Se dice entonces que q es condición necesaria para p.

Estas condiciones suelen expresarse del siguiente modo:

q si p (condición suficiente)

p sólo si q (condición necesaria)

### Ejemplo.

La siguiente implicación es V:

"Si T es equilátero, ENTONCES T es isósceles"

En este caso:      p: T es equilátero  
                             q: T es isósceles

y p es condición suficiente para q, es decir, que un triángulo sea equilátero es suficiente para asegurar que sea isósceles. Por otra parte, T es equilátero sólo si es isósceles; es decir que un triángulo sea isósceles es necesario para que sea equilátero.

Sea ahora la doble implicación  $p \Leftrightarrow q$ , es decir  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ . Si  $p \Leftrightarrow q$  es V, entonces  $p \Rightarrow q$  es V y  $q \Rightarrow p$  es V. Se tiene, atendiendo a la primera, que p es condición suficiente para q y, teniendo en cuenta la segunda implicación, ocurre que p es condición necesaria para q.

Es decir, si  $p \Leftrightarrow q$  es V, entonces el antecedente p es condición necesaria y suficiente para el consecuente q. Análogamente, en el caso de la doble implicación verdadera, el consecuente q es también condición necesaria y suficiente para el antecedente p.



## 1.9 Proposiciones lógicamente equivalentes

Dos proposiciones  $p$  y  $q$  se llaman equivalentes si sus tablas de verdad son idénticas. De ser así se denota:  $p \equiv q$

**Ejemplo.**

Sea  $p$ :  $p \Rightarrow q$ , recordamos su tabla de verdad:

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Ahora bien , si analizamos la proposición  $q$ :  $\sim p \vee q$ , su tabla de verdad resulta:

$p$	$q$	$\sim p \vee q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Como vemos, luego de realizar las tablas de valor veritativo encontramos que ambas proposiciones tienen el mismo resultado final. Con esto, decimos que ambas proposiciones son lógicamente equivalentes, y en este caso particular lo simbolizamos:

$$(p \Rightarrow q) \circ (\sim p \vee q)$$

también se utiliza el símbolo de bicondicional para expresar equivalencia

$$(p \Rightarrow q) \hat{=} (\sim p \vee q)$$

## 1.10 Tautología, contradicción y contingencia

Al conjunto de proposiciones, conectivos lógicos y símbolos de agrupación lo denominamos **fórmula lógica**. Por ejemplo:

$$\sim \{ (p \Rightarrow q) \wedge (s \wedge t) \}$$

Si al evaluar una fórmula lógica, resulta que todos los valores de verdad resultantes son siempre V para cualquier combinación de sus valores veritativos, decimos que dicha fórmula es una **Tautología** o **Ley lógica**.

**Ejemplo.**

Si analizamos la proposición t:  $p \vee \sim p$  realizando su tabla de verdad:

p	$\sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	V
F	V	V

Vemos que para cualquier combinación de las proposiciones p y su negación  $\sim p$ , la proposición t:  $p \vee \sim p$  es siempre verdadera. Entonces, la proposición t es una tautología.

**Ejemplo.**

Analicemos ahora la fórmula lógica  $\{ (p \Rightarrow q) \wedge p \} \Rightarrow q$

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$\{ (p \Rightarrow q) \wedge p \} \Rightarrow q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

En este caso comprobamos también que independientemente de la combinación de valores de verdad de las proposiciones p y q, el resultado de la fórmula lógica es siempre V. Decimos, aquí también, que esta fórmula es **una tautología o ley lógica**.

Si al estudiar una fórmula lógica, a diferencia de los ejemplos anteriores resulta que para cualquier valor de verdad de las proposiciones intervinientes el resultado de dicha fórmula es siempre falso, decimos que dicha fórmula es una **Contradicción**.

**Ejemplo**

Analicemos la fórmula lógica  $p \wedge \sim p$

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F

Encontramos que la fórmula es siempre falsa, es entonces una Contradicción. Si una proposición no es una tautología ni una contradicción (es decir que contiene al menos un valor V y otro F) es una contingencia.

### 1.11 Leyes del álgebra proposicional

Como bien dijimos arriba, aquellas fórmulas lógicas que resultan ser siempre verdaderas no importa la combinación de los valores veritativos de sus componentes, son tautologías o leyes lógicas. En el cálculo proposicional existen algunas tautologías especialmente útiles cuya demostración se reduce a la confección de su correspondiente tabla de verdad, a saber:

#### Involución

$$\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$$

(se lee "no, no p, equivale a p")

#### Idempotencia

$$(p \wedge \sim p) \Leftrightarrow p$$

$$(p \vee \sim p) \Leftrightarrow p$$

#### Conmutatividad

a) de la disyunción:  $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$

b) de la conjunción:  $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$

#### Asociatividad

a) de la disyunción:  $(p \vee q) \vee r \Leftrightarrow p \vee (q \vee r)$

b) de la conjunción:  $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$

#### Distributividad

a) de la conjunción respecto de la disyunción:

$$(p \vee q) \wedge r \Leftrightarrow (p \wedge r) \vee (q \wedge r)$$

b) de la disyunción respecto de la conjunción:

$$(p \wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p \vee r) \wedge (q \vee r)$$

### Leyes de De Morgan

$$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$$

"La negación de una disyunción equivale a la conjunción de las negaciones"

$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

"La negación de una conjunción equivale a la disyunción de las negaciones"

### 1.12 Negación de una Implicación

Las proposiciones  $p \Rightarrow q$  y  $\sim(p \wedge \sim q)$  son equivalentes, como vemos realizando la tabla de valores correspondientes:

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q)$	$\sim(p \wedge \sim q)$	$p \Rightarrow q \Leftrightarrow \sim(p \wedge \sim q)$
V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	V	V

Con esto, comprobamos que la negación de la primera equivale a la negación de la segunda, es decir  $\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim\{\sim(p \wedge \sim q)\}$ , y podemos concluir entonces que:

$$\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$$

Es decir, la negación de una implicación no es una implicación sino la conjunción del antecedente con la negación del consecuente.

### Ejemplo.

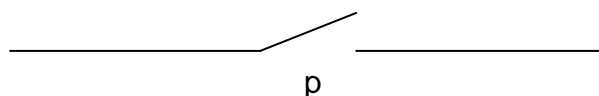
Sea la implicación p: hoy es viernes **entonces** mañana es domingo

Su negación es  $\sim p$ : hoy es viernes **y** mañana **no** es domingo.

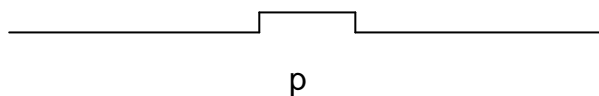
### 1.13 Circuitos lógicos o booleanos

La verdad de una proposición puede asociarse al pasaje de corriente en un circuito eléctrico con un interruptor.

Así, para representar a p, si es F, se tiene:



y para p, si es V, se tiene:

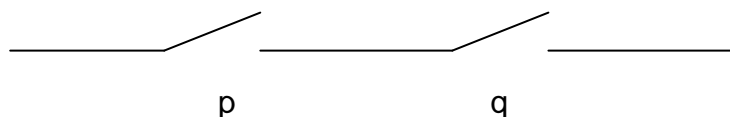


Es decir, el interruptor se cierra si  $p$  es V y se abre si  $p$  es F.

Podemos, así, representar las operaciones proposicionales mediante circuitos con tantos interruptores como proposiciones componentes, combinados en serie o paralelamente.

Veremos, a continuación, como representar en forma booleana las operaciones que surgen de operar con dos proposiciones mediante los conectivos lógicos que conocemos.

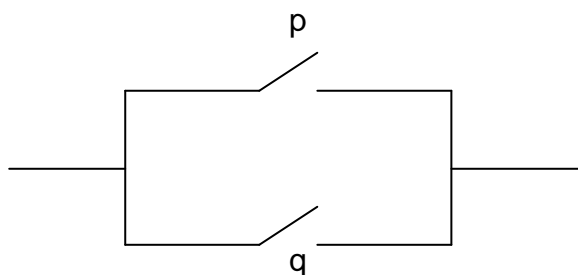
### 1) Conjunción



Este circuito admite el pasaje de corriente, es decir la verdad de  $p \wedge q$ , sólo si ambas son V (comprobar en la tabla de verdad de la conjunción).

### 2) Disyunción

Está representada por un circuito en paralelo.



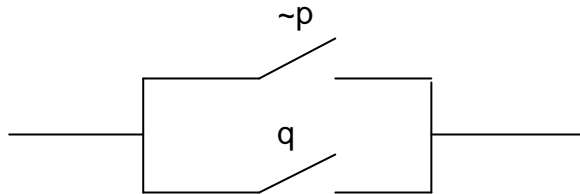
Como vemos, admite el pasaje de corriente cuando al menos una de las dos es V (comprobar en la correspondiente tabla de verdad).

### 3) Implicación

Dado que la representación mediante circuitos booleanos sólo es posible en caso de la conjunción o disyunción, para todas las demás operaciones necesitamos convertirlas en combinación de éstas. Así, puesto que  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$ , aplicando una ley de De Morgan y la doble negación, se tiene

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$$

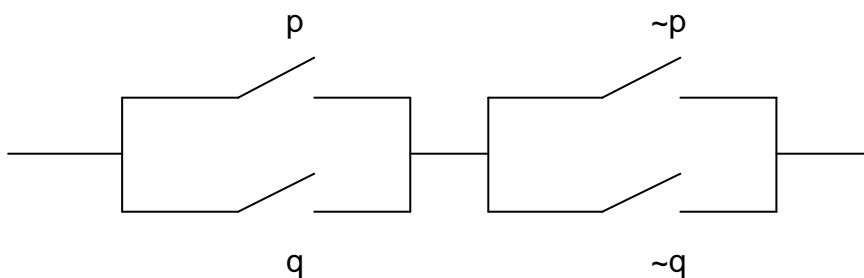
Es decir, convertimos la implicación en una disyunción para poder representarla mediante un circuito booleano. Tenemos, así:



#### 4) Diferencia simétrica

Para poder representar la diferencia simétrica mediante un circuito booleano, necesitamos realizar algunas operaciones lógicas:

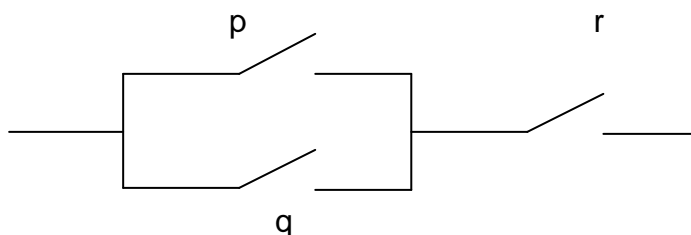
$$\begin{aligned} (p \underline{\vee} q) &\Leftrightarrow \sim(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \sim\{(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)\} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \sim(p \Rightarrow q) \vee \sim(q \Rightarrow p) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee \sim p) \wedge (\sim q \vee q) \wedge (\sim q \vee \sim p) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q) \end{aligned}$$



Así hemos convertido la diferencia simétrica en la conjunción de dos disyunciones.

#### **Ejemplo.**

Dibujar el circuito booleano de la siguiente proposición:  $(p \vee q) \wedge r$



## 1.14 Funciones proposicionales y cuantificadores

### 1.14.1 Función Proposicional

En el punto 1.4 definimos un enunciado abierto. Ahora bien, supongamos los enunciados abiertos:

"x es la capital de Buenos Aires"

" $y + 4 = 11$ "

Estos no tienen un valor veritativo. Pero si en el primero de ellos hacemos  $x = \text{La Plata}$ , tenemos:

"La Plata es la capital de Buenos Aires" (V)

Asimismo, si en el segundo hacemos  $x = 9$ , resulta:

$9 + 4 = 11$  (F)

Podemos, entonces, dar la siguiente

#### **Definición:**

Una función proposicional es un enunciado abierto de la forma  $P(x)$  que se convierte en una proposición cuando se le asigna un valor específico a la variable.

#### **Ejemplos.**

$p(x) : 2x + 5 > 11$  , si  $x = 4$   $\therefore 13 > 11$  (Verdadero)

$q(x) : 3x + 7 = 11$  , si  $x = 5$   $\therefore 22 = 16$  (Falso)

$r(x) : 2x + 1 = 5$  , si  $x = 2$   $\therefore 5 = 5$  (Verdadero)

$s(x) : x$  es un animal, si  $x = \text{mesa}$  se tendrá : mesa es un animal (Falso)

$t(x) : x$  es un ave, si  $x = \text{flamenco}$  se tiene: el flamenco es un ave (Verdadero)

### 1.14.2 Cuantificadores

A partir de funciones proposicionales es posible obtener proposiciones generales mediante un proceso llamado de cuantificación. Asociados a la indeterminada  $x$ , introducimos los símbolos " $\forall x$ " y " $\exists x$ ", llamados **cuantificador universal** y **cuantificador existencial** respectivamente. Las expresiones

Para todo  $x$ , se verifica  $P(x)$  se denota por  $\forall x : P(x)$

Existe  $x$ , tal que se verifica  $P(x)$  se denota por  $\exists x / P(x)$

corresponden a una función proposicional  $P(x)$  cuantificada universalmente en el primer caso, y existencialmente en el segundo.

### **Ejemplo.**

Una función proposicional cuantificada universalmente es V si y sólo si son V todas las proposiciones particulares asociadas a aquella. Para asegurar la verdad de una proposición cuantificada existencialmente es suficiente que sea verdadera alguna de las proposiciones asociadas a la función proposicional.

Un problema de interés es la negación de funciones proposicionales cuantificadas. Por ejemplo, La negación de

"Todos los enteros son impares"

Es

"Existen enteros que no son impares"

y en símbolos:  $\exists x / \sim P(x)$

Entonces, para negar una función proposicional cuantificada universalmente se cambia el cuantificador en existencial, y se niega la función proposicional.

### **Ejemplo.**

Supongamos la proposición:

Todos los alumnos de mi colegio son aplicados

La vamos a escribir en lenguaje simbólico, negarla y retraducir la negación al lenguaje ordinario.

Nos damos cuenta pronto que se trata de la implicación de dos funciones proposicionales:

$P(x)$ : es alumno de mi colegio

$Q(x)$ : es aplicado

Tenemos:

$\forall x : P(x) \Rightarrow Q(x)$

Teniendo en cuenta la forma de negar una función proposicional cuantificada universalmente y una implicación resulta:

$\exists x / P(x) \wedge \sim Q(x)$

Y traduciendo al lenguaje ordinario resulta:

Existen alumnos de mi colegio que no son aplicados.