MATEMÁTICA – GUÍA DE EJERCICIOS N°2

Lógica proposicional

1) Sean las proposiciones: p:"Hace frío" y q:"Se suspende la salida al club". Traducir las siguientes proposiciones al lenguaje simbólico:

a) Hace frío y se suspende la salida al club.

b) No hace frío y no se suspende la salida al club.

c) Hace frío o no se suspende la salida al club.

d) No es cierto que hace frío y se suspende la salida al club.

e) Si hace frío se suspende la salida al club.

f) Si no hace frío, no se suspende la salida al club.

g) No es cierto que, se suspende la salida al club si no hace frío.

h) Ni hace frío ni se suspende la salida al club.

i) Si no se suspende la salida al club entonces no hace frío.

2) Ídem 1) siendo, p: "Juan es trabajador", q: "Pedro es trabajador".

a) Juan es trabajador y Pedro es holgazán.

b) Juan y Pedro son holgazanes.

c) Ni juan ni Pedro son trabajadores.

d) Juan es holgazán pero Pedro es trabajador.

e) No es cierto que Juan y Pedro sean holgazanes.

3) Sean las proposiciones: s: "Es jueves" t: "El lunes hubo un choque".
Traducir al lenguaje corriente las siguientes proposiciones:

a) $\sim s \vee \sim t$

b) $\sim t \Rightarrow s$

c) $\sim(s \vee t)$

d) $\sim t \wedge s$

e) $\sim(s \Rightarrow t)$

f) $\sim(t \wedge \sim s)$

g) $s \wedge (\sim t \Rightarrow \sim s)$

h) $(t \vee s) \Rightarrow \sim s$

MATEMÁTICA – GUÍA DE EJERCICIOS N°2

4) Sean “a” y “b” proposiciones verdaderas y “c” y “d” proposiciones falsas, Indicar el valor de verdad de:

a) $(a \vee b) \wedge (c \vee d)$

b) $(a \vee c) \wedge (b \vee d)$

c) $(a \wedge c) \vee (b \wedge d)$

d) $(a \vee c) \Rightarrow b$

e) $(a \wedge \sim c) \Rightarrow c$

5) Justificar si la información dada es suficiente para determinar el valor de verdad de la proposición indicada:

a) $(p \Rightarrow q) \wedge r$	sabiendo que $v(r \Rightarrow q) = V$
b) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee r)$	sabiendo que $v(p) = V$, $v(r) = F$
c) $(\sim p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (p \vee q)$	sabiendo que $v(p) = V$
d) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$	sabiendo que $v(p) = v(r) = F$
e) $(p \Rightarrow r) \vee q$	sabiendo que $v(p \Rightarrow r) = V$

6) Dados p, q y r proposiciones y $v(p)= V$ y $v(q) = F$ determinar si es posible el valor de verdad de :

$$\sim(p \vee \sim q) \Rightarrow [(\sim p \Rightarrow q) \wedge r]$$

Justificar.

7) Si p, q y r son proposiciones y $v(p) = V$ y $v(q) = F$, y r es una proposición cualquiera, hallar el valor de verdad de:

$$[(p \Rightarrow r) \Rightarrow q] \Rightarrow (r \Leftrightarrow q)$$

Justificar.

MATEMÁTICA – GUÍA DE EJERCICIOS N°2

8) Deducir el valor de verdad de p, q, r, s, t suponiendo que son simultáneamente verdaderas las proposiciones siguientes:

a)

$\sim p$

$\sim (t \Rightarrow p)$

$t \Leftrightarrow q$

$(p \vee q) \Rightarrow r$

$\sim r \vee s$

b)

$\sim (p \Rightarrow q)$

$\sim (p \wedge t)$

$\sim t \Rightarrow s$

c)

$r \vee t$

$s \Rightarrow \sim t$

$\sim p \Rightarrow (t \wedge s)$

$\sim (q \Rightarrow r)$

d)

$t \Rightarrow s$

$\sim (p \vee r)$

$q \vee t$

$\sim [\sim (p \Leftrightarrow q)]$

9) Deducir el valor de verdad de "p", considerando verdaderas todas las proposiciones dadas:

a)

$\sim p \Rightarrow \sim m$

$\sim r \Rightarrow m$

$r \Leftrightarrow \sim q$

$q \vee \sim s$

s

b)

$\sim s$

$t \Rightarrow s$

$t \Leftrightarrow \sim q$

$q \Rightarrow r$

$\sim r \vee \sim p$

10) Deducir el valor de verdad de la proposición "Pedro es buen actor" de la conjunción de las siguientes premisas verdaderas:

- Si Pedro es buen actor, entonces soy buen profesor.
- María practica natación si y sólo si Juan la dirige.
- No es cierto que Juan sea un nadador experto y dirija a María.
- Si la lección resulta difícil, no soy buen profesor.
- La lección resulta difícil o María no estudia.
- Juan no es un nadador inexperto.
- María estudia si no practica natación.

MATEMÁTICA – GUÍA DE EJERCICIOS N°2

11) Establecer si es válida la conclusión en cada uno de los siguientes conjuntos de premisas:

a)

$$\begin{array}{c} p \Rightarrow q \\ \sim q \\ \underline{\sim p \Rightarrow r} \\ \therefore r \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{c} r \Leftrightarrow (p \wedge q) \\ \sim q \Rightarrow t \\ \sim t \vee s \\ \underline{\sim s \wedge p} \\ \therefore r \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{c} p \Rightarrow q \\ \underline{r \Rightarrow \sim q} \\ \therefore r \Rightarrow \sim p \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{c} p \vee \sim q \\ \sim q \Leftrightarrow r \\ \underline{p \vee \sim r} \\ \therefore p \end{array}$$

12) Analizar la validez de la conclusión en cada caso:

a)

$$\begin{array}{c} \sim s \\ p \Rightarrow r \\ q \Rightarrow p \\ q \vee t \\ \underline{t \Rightarrow s} \\ \therefore r \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{c} p \wedge \sim q \\ \sim q \Leftrightarrow t \\ \underline{\sim t \vee \sim r} \\ \therefore r \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ \underline{\sim p} \\ \therefore q \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{c} (r \Rightarrow q) \wedge r \\ s \Rightarrow t \\ \underline{r \Rightarrow s} \\ \therefore q \vee t \end{array}$$

13) Demostrar los siguientes teoremas por vía exclusivamente lógica, sin recurrir a propiedades de los números reales:

a)

Hipótesis)

$x \neq 0 \Rightarrow y = 1$

$x = y \Rightarrow y = z$

$y = z \Rightarrow y \neq 1$

$x = y$

Tesis)

$x = 0$

b)

Hipótesis)

$x = y \Rightarrow y = z$

$y = z \Rightarrow y = w$

$y = w \Rightarrow y = 1$

$y \neq 1$

Tesis)

$x \neq y$

MATEMÁTICA – GUÍA DE EJERCICIOS N°2

14) Justificar los siguientes razonamientos:

a)

$$\begin{array}{c} Si\ 2\ es\ mayor\ que\ 1, entonces\ 3\ es\ mayor\ que\ 1 \\ Si\ 3\ es\ mayor\ que\ 1,\ entonces\ 3\ es\ mayor\ que\ 0 \\ \underline{2\ es\ mayor\ que\ 1} \\ \therefore 3\ es\ mayor\ que\ 0 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{c} p \vee \sim q \\ \sim q \Leftrightarrow r \\ \underline{p \vee \sim r} \\ \therefore p \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{c} r \Rightarrow s \\ p \vee q \\ \sim (\sim p \Rightarrow s) \\ \underline{\sim p \Rightarrow q} \\ \therefore q \wedge \sim r \end{array}$$

15) A partir de las siguientes premisas

"Juan necesita un abogado o Juan necesita un médico"

"Si Juan necesita un abogado entonces necesita un médico",

se deduce que:

a) necesita un médico
b) necesita un abogado
c) no necesita un médico
d) no necesita un abogado

Indicar cuál es la respuesta correcta y justificar.

16) Simplificar las siguientes proposiciones, justificando cada paso:

a) $\sim p \wedge (\sim q \Rightarrow p)$

b) $(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow r)$

c) $(p \wedge \sim q) \wedge (p \Rightarrow \sim r) \wedge (q \vee r)$

d) $(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow p$

e) $(\sim p \Rightarrow q) \wedge \sim p$

f) $(p \wedge \sim q) \Rightarrow q$

g) $(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim p$

h) $(p \Rightarrow q) \wedge [\sim(\sim p \wedge \sim q)]$

i) $\sim(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$

j) $(\sim p \Rightarrow q) \vee (\sim p \wedge q)$

k) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (\sim p \Rightarrow q)$

l) $[(\sim p \Rightarrow q) \wedge \sim p] \Rightarrow p$

m) $[(\sim q \wedge p) \vee (p \vee q)] \wedge \sim p$

n) $p \Rightarrow [(p \wedge q) \wedge (p \vee \sim q)]$

MATEMÁTICA – GUÍA DE EJERCICIOS N°2

17) Negar las siguientes proposiciones:

a) $\exists x / P(x) \vee \sim Q(x)$

b) $\forall x: P(x) \Rightarrow Q(x)$

c) $\forall x, y : x * y = 0$

d) $\forall x \in N$: x es primo $\Rightarrow$ x es impar.

e) $\forall x \in Z: 4/x \vee 7/x$.

f) $\exists x \in R / x<2 \wedge x>3$.

g) $\exists x \in R / x \neq 2 \wedge x> -1$

18) Dadas las siguientes proposiciones, analizar el valor de verdad de cada una, negarlas y analizar su valor de verdad.

a) $\forall x,y \in R : y+x = y$.

b) $\exists x,y \in R / 2y + x = y$.

c) $\forall x \in R, \exists y \in R: y+x = 1$.

d) $\exists y \in R / \forall x \in R: y+x = 1$.

e) $\forall x \in \mathbb{Z}: 2x \geq 0 \Rightarrow x^2 \, es \, par \vee x \, es \, par$

19) Dadas las siguientes proposiciones, se pide:

- Expresarlas simbólicamente,
- negarlas y retraducirlas al lenguaje corriente.
- Analizar el valor de verdad.

a) Todos los números reales son mayores o iguales que dos.

b) Hay enteros no nulos.

c) El cuadrado de todo número real es mayor que cero.

d) Algunos enteros son múltiplos de cuatro y son divisibles por cinco

e) El cubo de un número real es negativo.

f) Existen enteros cuyo cubo aumentado en uno es igual al cubo del siguiente.

g) La raíz cuadrada de algunos números reales positivos es mayor o igual que cuatro.

MATEMÁTICA – GUÍA DE EJERCICIOS N°2

20) Dadas las siguientes proposiciones se pide:
Traducir al lenguaje corriente, negarlas y luego expresar la negación en el lenguaje usual.

a) $\forall$ x $\in$Z:2x^3 >=0

b) $\forall$ x $\in$R, $\exists$ y $\in$R / x+y = 0.

c) $\exists$ y $\in$R, $\forall$ x $\in$R: x+y = 0.

d) $\forall$ x $\in$R, $\exists$ y $\in$R / x$*$y = 1.

e) $\exists$ y $\in$R, $\forall$ x $\in$R : x$*$y = 1.

21) Dados los siguientes enunciados, a) escribirlos en lenguaje coloquial, b) obtener el valor de verdad, c) negarlo y d) hallar el valor de verdad de lo negado. Justificar.

a) $\forall x \in \mathbb{N}: (12 = x + 4 \ \vee x = 5 * 3) \Rightarrow x\ es\ impar$

b) $\forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{Z}: x^2 \geq 0 \ \Rightarrow x - 2y = 0$

c) $\forall x \in \mathbb{Z}: (x\ es\ par \ \wedge x\ es\ múltiplo\ de\ 4) \Rightarrow x\ es\ múltiplo\ de\ 8$

d) $\exists x, y \ \in \mathbb{R}: x * y < -1$

e) $\forall x \in \mathbb{Z}: x^2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$

f) $\forall x \in \mathbb{Z}\ \forall y \in \mathbb{Z}: x * y \geq 0 \Rightarrow (x \geq 0 \ \vee y \geq 0)$

22) Hallar el circuito lógico correspondiente a las siguientes expresiones dadas:

a) $(A \wedge B) \vee (C \wedge\sim A)$

b) $A \vee (C \wedge\sim B)$

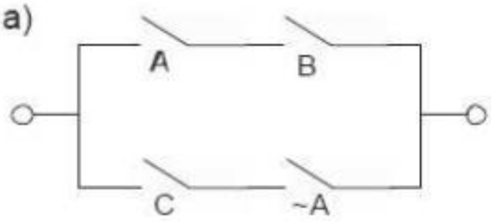
c) $(A \wedge B) \vee [(C \vee A) \wedge\sim B]$

d) $[(A \vee\sim B) \wedge C] \vee (\sim C \wedge B)$

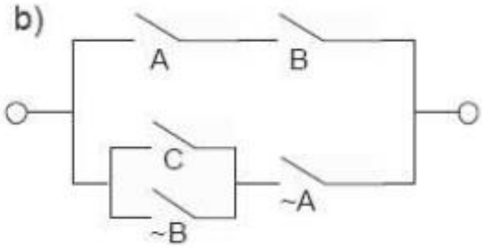
MATEMÁTICA – GUÍA DE EJERCICIOS N°2

23) Hallar la expresión que representa cada uno de los circuitos y cuando sea posible, simplificarlo.

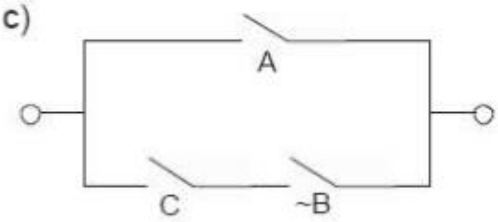
a)



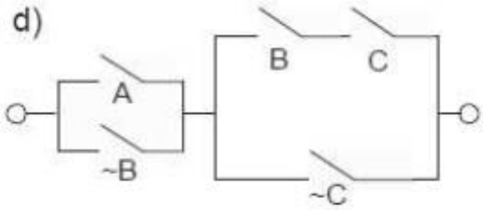
b)



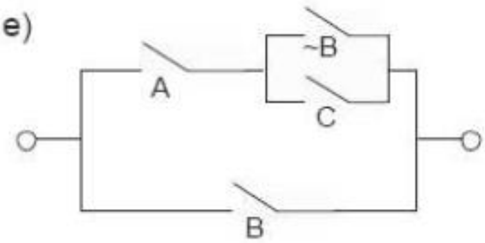
c)



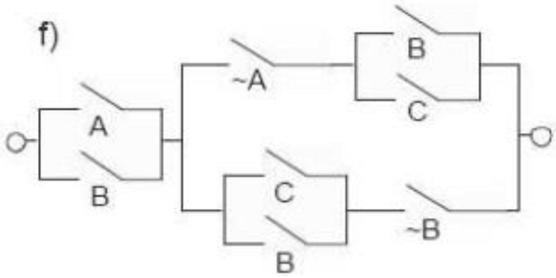
d)



e)



f)



g)