

Tarea 1 MR

Facundo Bautista Barbera A01066843

September 28, 2025

Planteamiento del problema

Una patrulla policiaca vigila un vecindario conocido por sus actividades pandilleriles. Durante un patrullaje hay 60% de probabilidades de llegar a tiempo al lugar donde se requiere ayuda; si no sucede algo, continuará el patrullaje regular. Después de recibir una llamada, hay 10% de probabilidad de cancelación (en cuyo caso el patrullaje normal se reanuda), y 30% de probabilidad de que la unidad ya esté respondiendo a la llamada anterior. Cuando la patrulla llega a la escena del suceso, hay 10% de probabilidades de que los instigadores hayan desaparecido (en cuyo caso reanuda su patrullaje), y 40% de probabilidades de que se haga una aprehensión de inmediato. De otro modo, los oficiales rastrearán el área. Si ocurre una aprehensión, hay 60% de probabilidades de trasladar a los sospechosos a la estación de policía, de lo contrario son liberados y la unidad regresa a patrullar.

Estados y sus probabilidades

Para empezar este problema cuenta con 5 estados:

- E1, Patrullaje: Se podría considerar como un estado inicial. La patrulla siempre vuelve a este estado, por lo que podemos decir que es recurrente.
- E2, Respondiendo: Este estado aparenta ser transitorio, pero se puede clasificar como recurrente también. No importa el estado de la cadena, siempre se volverá a este paso.
- E3, En escena: Otro estado recurrente, siempre se vuelve a este estado en algún punto.
- E4, Rastreo: Estado transitorio, que va a al estado de patrullaje o al estado de Traslado.
- E5, Traslado: Transitorio, siempre regresa al estado de patrullaje,

Matriz de transición

$$P = \begin{array}{c|ccccc} & E1 & E2 & E3 & E4 & E5 \\ \hline E1 & 0.4 & 0.6 & 0 & 0 & 0 \\ E2 & 0.1 & 0.3 & 0.6 & 0 & 0 \\ E3 & 0.1 & 0 & 0 & 0.5 & 0.4 \\ E4 & 0.4 & 0 & 0 & 0 & 0.6 \\ E5 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Preguntas

Si la patrulla se encuentra en este momento en la escena de una llamada, determine la probabilidad de que haga una aprehensión en dos patrullajes.

La única forma de llegar a E5 desde E2 en dos pasos, es específicamente pasando por E4. Por lo que calculamos la probabilidad conjunta de esto:

$$E3 \rightarrow E4 \rightarrow E5 = 0.5 \times 0.6 = 0.30$$

La probabilidad de llegar a E5 en dos pasos estando en E3 es de del 30%.

Si la patrulla se encuentra en este momento en su patrullaje regular, determine la probabilidad de que haga una aprehensión en 10 patrullajes. Utilice una calculadora en línea para realizar los cálculos.

Idealmente lo que se busca es que, a partir del estado $E1$, calculemos la probabilidad de estar en $E5$ en exactamente 10 pasos, es decir $t = 10$.

Se puede usar la siguiente expresión junto con la matriz de transición:

$$\mathbb{P}(X_{10} = E5 \mid X_0 = E1) = (P^{10})_{E1,E5}.$$

Usando una calculadora en línea se obtiene:

$$(P^{10})_{E1,E5} \approx 0.1261.$$

Simulación

Para la ultima pregunta:

Si la patrulla hace una aprehensión, realiza una simulación para encontrar la probabilidad de que, a largo plazo, la patrulla traslade a los sospechosos a la estación de policía.

Se creo un código de python que devolvió la siguiente gráfica:

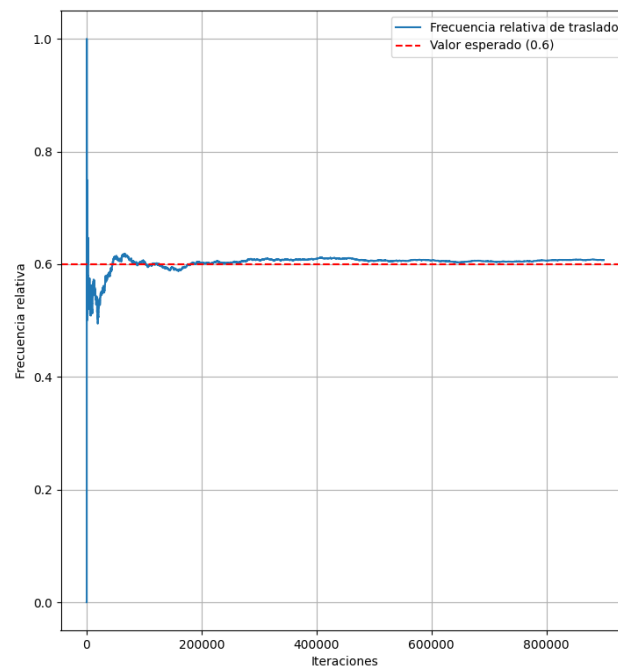


Figure 1: Simulación de la probabilidad a largo plazo

La probabilidad final calculada (aproximada) es de 0.6