

Cálculo Relacional

- **Temas**

- Lenguajes de Consulta.
- Cálculo Relacional de Tuplas.
- Fórmulas Seguras
- Cálculo Relacional de Dominios.

Lenguajes de Consulta en MR

VENTAS		
#f	#p	precio
1	1	100
1	2	200
1	3	300
1	10	1000
1	11	1100
2	3	350
2	6	600
2	7	700
5	3	350
5	5	200
9	7	100
9	3	300
10	3	400

Objetivo:

Recuperar datos de la instancia actual de la base.

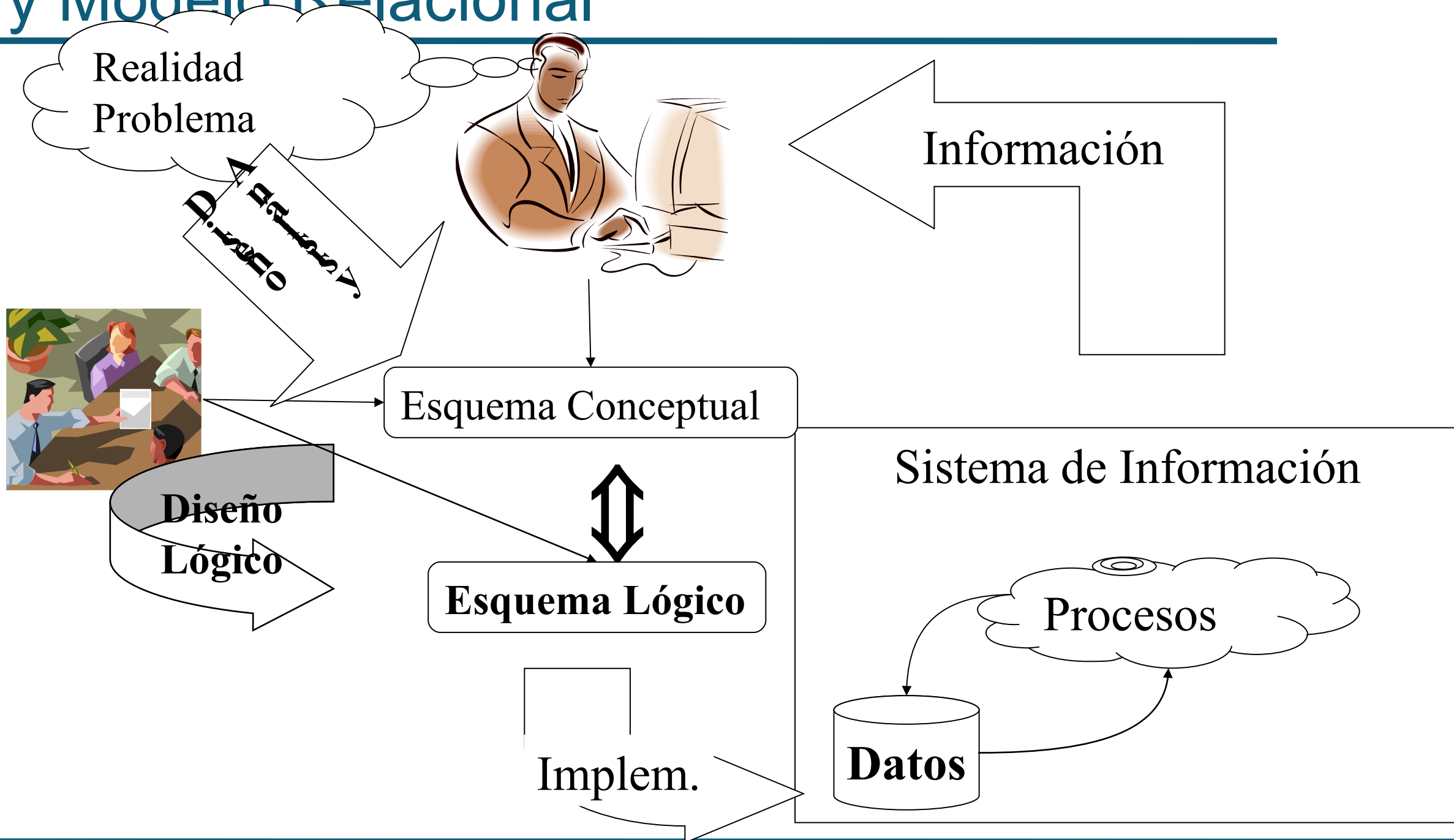
Ejemplo:

??
Hay que conocer la semántica de la consulta para poder interpretar el resultado.

Consulta

VENTAS		
#f	#p	precio
1	7	100
1	5	200
1	3	300
2	3	350
5	3	350
5	2	200
9	1	100
9	3	300

Construcción de un Sistema de Información y Modelo Relacional



Lenguajes de Consulta en MR

- **La idea básica de los lenguajes de consulta es tomar las tablas de la base y construir nuevas tablas “al vuelo”.**
- **Para cada constructor del lenguaje, típicamente, se define:**
 - Cuál es el esquema del resultado.
 - Cuál es el conjunto de tuplas del resultado.

Lenguajes de Consulta en MR

- **Para definir un lenguaje, se deben considerar dos aspectos:**
 - **Sintaxis:**
 - Una descripción de cuáles son las frases correctamente escritas en ese lenguaje.
 - **Semántica:**
 - Una forma de establecer la correspondencia de cada frase bien escrita según la sintaxis con un significado dado.
- **Hay otro aspecto que va a cobrar importancia en los QL:**
 - **Pragmática:**
 - Cómo el contexto influye en el uso del lenguaje. El contexto está dado por el esquema (Estructuras y Restricciones) y el significado de ese esquema para quienes interpretan los datos.

Cálculo Relacional - Introducción

- **De que se trata ?**
 - Familia de lenguajes de consulta sobre Modelo Relacional.
 - Basado en fórmulas de Lógica de 1er orden para definir conjuntos
 - Una consulta en CR es una especificación por comprensión de un conjunto de tuplas.
- **Dos Sublenguajes:**
 - Cálculo de Tuplas: variables de tipo tupla, es decir, el universo está formado por tuplas.
 - Cálculo de Dominios: variables por valor de atributo, es decir, el universo está formado por valores individuales.
 - Sólo se va a trabajar con el primero de estos lenguajes.

Cálculo de Tuplas - Sintaxis

- **Las expresiones del cálculo son de la forma:**
 - $\{ \langle t_1, \dots, t_n \rangle / \varphi(x_1, \dots, x_n) \}$ donde:
 - t_i son términos de la forma $x_i.A_k$ o bien de la forma c_i . Aquí, x_i es una variable libre de φ y A_k un atributo de una tabla para la que x_i representa una tupla y c_i es una constante de algún dominio (número, string, fecha, etc.)
 - φ es una fórmula donde las x_i que aparecen a la izquierda de la barra son exactamente las variables libres de φ . ($FV(\varphi) = \{x_1, \dots, x_m\}$) .
- **Hay que definir el lenguaje de las fórmulas φ válidas.**
 - Es un lenguaje de primer orden, en donde los predicados son las tablas de la base, consideradas como unarias.
 - Para definirlo, hay que definir dos lenguajes: Los términos y las fórmulas propiamente dichas.

Cálculo de Tuplas - Sintaxis

- **Términos (def. Inductiva):**
 1. x_i es un término, si x_i es una variable.
 2. c_i es un término, si c_i es una constante de algún dominio.
 3. $x_i.A_j$ es un término, si x_i es una variable y A_j es un nombre de atributo.
- **Hay dos tipos de términos:**
 - Atómicos: c_i o $x_i.A_j$
 - No atómicos: x_i (Variables)

Cálculo de Tuplas - Sintaxis

- **Fórmulas (def. Inductiva):**
 - $t_i <op> t_j$ donde t_i y t_j son términos atómicos ($x_i.A_k$ o c_j) y $<op> \in \{=, <, >, \neq, \dots\}$.
 - $P_i(x_i)$ es una fórmula si P_i es el nombre de una tabla y x_i es una variable.
 - $(\varphi <BinConn> \psi)$ es una fórmula si φ y ψ son fórmulas y $<BinConn> \in \{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$.
 - $(\neg \varphi)$ es una fórmula si φ es una fórmula.
 - $(\exists x_i \varphi)$ y $(\forall x_i \varphi)$ son fórmulas si φ es una fórmula y x_i es una variable.

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Ejemplo 1.**
 - Dado el siguiente Esquema Relacional:
 - FABS (#f, Nombre, Direcc) ,
 - PRODS (#p, desc) ,
 - VENTAS(#f, #p, precio)
 - Qué ventas fueron por un precio mayor de \$50.000.
 - Expresión en CRT:
 - $\{t / \text{VENTAS}(t) \wedge t.\text{precio} > 50000\}$
 - donde: VENTAS(t) especifica que t pertenece a VENTAS.
 - t.precio referencia al atributo PRECIO de la variable de tupla t.
 - Resultado:
 - tuplas t de VENTAS con $t.\text{precio} > 50000$.

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Ejemplo 2.**

$$\{ \langle t.\text{Nombre}, t.\text{Direc} \rangle / \text{FABS}(t) \wedge \\ (\exists v)(\text{Ventas}(v) \wedge v.\#f = t.\#f \wedge \\ \neg(\exists v_1) \text{Ventas}(v_1) \wedge v_1.\text{precio} > v.\text{precio}) \\) \\ \}$$

- Nombre y dirección de los Fabricantes que venden un producto con el precio máximo.

Cálculo de Tuplas - Semántica

- **El universo está formado por todas las tuplas que se pueden construir con todos los dominios.**
- **El resultado de una consulta está dado por todas las tuplas del universo que cumplen con la condición expresada en la fórmula de la consulta.**

Cálculo de Tuplas – Semántica

- **La expresión $\{ \langle x_1.A_k, \dots, x_n.A_j \rangle / \varphi \}$ define una relación tal que:**
 - El esquema tiene los n atributos A_k, \dots, A_j
 - La instancia es la formada por todas las tuplas t del universo que tienen aridad n , tales que $\varphi(t)$ es verdadera.
- **Observaciones:**
 - La tabla del resultado tiene exactamente n atributos con los nombres A_k, \dots, A_j exactamente en ese orden.

Cálculo de Tuplas – Semántica

- **Las fórmulas son verdaderas si cumplen:**
 - φ de la forma $P(x_i)$ es verdadera, si y solo si hay alguna tupla t en el universo tal que t pertenece a la tabla P en la base.
 - φ de la forma $t_i <op> t_j$ es verdadera, si y solo si se cumple la relación especificada por $<op>$ entre los valores asociados a t_i y t_j en el momento de la consulta. (Recordar que t_i y t_j son términos atómicos: representan valores de atributos o constantes de un dominio.)
 - El resto de las fórmulas se evalúan según la semántica clásica de la lógica de primer orden.

Cálculo de Tuplas – Universo.

- **Observar que el universo siempre es el conjunto de todas las tuplas que es posible formar con todos los dominios de los atributos.**
 - Es un conjunto infinito.
 - Contiene a tuplas de cualquier aridad.
 - Contiene a tuplas con cualquier dominio en cualquier posición.
 - Se deben tener en cuenta estas características a la hora de escribir las consultas.

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Fabs(#f, Nombre, Direcc), Prods(#p, Desc), Ventas(#f, #p, Precio).**
- **Consulta 1:**
 - Dar nombre y la dirección de fabricantes que venden algún producto por mas de \$1000.
$$\{ \langle t.\text{nombre}, t.\text{Direcc} \rangle / \text{FABS}(t) \wedge (\exists v)(\text{VENTAS}(v) \wedge v.\#f = t.\#f \wedge v.\text{precio} > 1000) \}$$
 - **Observaciones:**
 - Se asumen las reglas de eliminación de paréntesis de la lógica de primer orden.
 - Las únicas variables libres en una expresión del cálculo relacional deberán ser las que aparezcan a la izquierda de la barra (/).
 - En la consulta, t es la única variable libre, y v es ligada.

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Consulta 2:**

- Fabs(#f, Nombre, Direcc), Prods(#p, Desc), Ventas(#f, #p, Precio).
- Dar parejas de numero de fabricante que venden los mismos productos.

$$\{ \langle v_1.\#f, v_2.\#f \rangle / \text{VENTAS}(v_1) \wedge \text{VENTAS}(v_2) \\ \wedge v_1.\#p = v_2.\#p \wedge v_1.\#f > v_2.\#f \\ \}$$

- **Observaciones:**

- Dos o más variables de tupla de una consulta pueden abarcar la misma relación. En este caso v_1 y v_2 . Esto permite evitar el uso de posiciones.

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Consulta 3:**

- Dar los números de fabricantes, la descripción de los productos que venden y a que precio lo hacen.

$$\{ \langle t1.\#f, t2.desc, t1.precio \rangle / VENTAS(t1) \wedge PRODS(t2) \wedge t1.\#p=t2.\#p \}$$

- **Consulta 4:**

- Dar los nombres de los fabricantes que venden productos con descripción d1.

$$\{ f.nombre / FABS(f) \wedge (\exists p)(PRODS(p) \wedge p.desc='d1' \wedge (\exists v)(VENTAS(v) \wedge f.\#f=v.\#f \wedge p.\#p=v.\#p)) \}$$

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Consulta 5:**

- Dar los nombres de los fabricantes que venden **todos** los productos.

~~$\{ f.\text{nombre} / \text{FABS}(f) \wedge (\forall p)(\text{PRODS}(p) \wedge (\exists v)(\text{VENTAS}(v) \wedge f.\#f=v.\#f \wedge p.\#p=v.\#p)) \}$~~

- Observar que:
 - p es cualquier tupla del universo.
 - El universo es infinito.
 - La consulta no es correcta.

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Consulta 5:**

- Dar los nombres de los fabricantes que venden todos los productos.

- El lenguaje NO PERMITE escribir algo así:

$$\{ \text{f.nombre} \mid \text{f} \in \text{FABS} \wedge \\ \forall \text{p} \in \text{PRODS} . \exists \text{v} \in \text{VENTAS} . \\ (\text{f} . \# \text{f} = \text{v} . \# \text{f} \wedge \text{p} . \# \text{p} = \text{v} . \# \text{p}) \\ \}$$

- Sin embargo, se pueden escribir fórmulas equivalentes mediante las siguientes traducciones (Relativización):

$$\begin{aligned} \exists \text{t} \in \text{P} . \varphi &\equiv \exists \text{t} . (\text{P}(\text{t}) \wedge \varphi) \\ \forall \text{t} \in \text{P} . \varphi &\equiv \forall \text{t} . (\text{P}(\text{t}) \rightarrow \varphi) \end{aligned}$$

Cálculo de Tuplas - Ejemplos

- **Consulta 5:**

- Dar los nombres de los fabricantes que venden todos los productos.

$$\{ \text{f.nombre} \mid \text{FABS}(\text{f}) \wedge (\forall \text{p}) (\text{PRODS}(\text{p}) \rightarrow (\exists \text{v}) (\text{VENTAS}(\text{v}) \wedge \text{f}.\# \text{f} = \text{v}.\# \text{f} \wedge \text{p}.\# \text{p} = \text{v}.\# \text{p})) \}$$

- **Observacion:**

- Pensamos relativizado (con \in), escribimos con la forma sin relativizar (se escribe con la traducción).

Cálculo de Tuplas – Ejemplos

• Consulta 6:

- Dar los nombres de fabricantes que vendieron todos los productos con descripción = 'd3'.

```
{ t.Nombre / FABS(t) ∧  
  ( (∀p) (PRODS(p) ∧ p.desc='d3' →  
    (∃v) ( VENTAS(v) ∧ p.#p=v.#p ∧ t.#f=v.#f) ) )  
}
```

- Que resultado debe dar la consulta si no hay productos con descripción = 'd3' ?

- En este caso debería dar vacío, por lo que la consulta anterior es incorrecta.

```
{ t.Nombre / FABS(t) and  
  ( (∀p) (PRODS(p) and p.desc='d3' →  
    (∃v) ( VENTAS(v) and p.#p=v.#p and t.#f=v.#f) ) )  
  and (∃q)(PRODS(q) and q.desc='d3')  
}
```

- Hay que analizarlo en cada caso concreto !!!!!.

Cálculo de Tuplas – Fórmulas Inseguras

- **Fórmulas inseguras:**
 - Qué son ?
 - Fórmulas que permiten resultados infinitos en consultas CRT.
 - Cómo puede pasar esto ?
 - En la medida de que el universo de valores es infinito, pueden construirse consultas CRT que generen resultados infinitos.
 - Por ejemplo:
 - $\{ t / \neg \text{FABS}(t) \}$: Es insegura ya que retorna las tuplas del universo infinito que no pertenecen al conjunto finito de Fabricantes.
 - $\{ t / 1=1 \}$: Esta consulta no respeta la sintaxis presentada ya que la variable t no está libre en la expresión. Si fuera posible escribirla, entonces sería insegura dado que t tomaría como valores todo el universo.

Cálculo de Tuplas - Fórmulas Seguras

- **Dominio de una Expresión CRT:**
 - Es el conjunto de todos los valores que, aparecen como valores constantes en la expresión o bien existen en cualquier tupla de las relaciones a las que se hace referencia en la expresión.
- **Fórmulas seguras:**
 - Se dice que una expresión CRT es segura si todos los valores de su resultado pertenecen al dominio de la expresión.

Cálculo de Tuplas - Fórmulas Seguras

- **Ejemplo:**

$\{v.\#f / \neg \text{VENTAS}(v) \}$

- Es insegura porque el resultado incluye valores que no están en el Dominio de la expresión (formado por las tuplas de VENTAS).

$\{t.\#f / \text{FABS}(t) \wedge \neg (\exists v)(\text{VENTAS}(v) \text{ and } v.\#f=t.\#f)\}$

- Es segura, porque el resultado solo incluye valores de FABS.

$\{ t / (\exists f) (\text{FABS}(f)) \}$

- Es insegura porque el resultado incluye valores que no están en el Dominio de la expresión (formado por las tuplas de FABS).

Cálculo de Tuplas – Fórmulas Seguras

- Hay algunos criterios mas o menos generales para chequear si la fórmula es segura. Entre otros:
 - Pensar en la fórmula de la consulta, traducida con \wedge, \vee y \neg .
 - Si la fórmula tiene la forma $\varphi_1 \vee \dots \vee \varphi_n$, en cada φ_i deben aparecer todas las variables libres en un predicado no negado.
 - Si la fórmula es de la forma $\varphi_1 \wedge \dots \wedge \varphi_n$, cada variable debe aparecer en al menos una φ_i en un predicado no negado.
 - Recordar las asociaciones de \exists con \vee y \forall con \wedge y razonar de forma similar.
 - Ej: $\{ f / \neg \text{FABS}(f) \}$, $\{ f / \exists p(\text{FABS}(f) \rightarrow \text{PRODS}(p) \wedge p.\#f = f.\#f) \}$,
 $\{ t.\#f / \neg \text{FABS}(t) \vee \text{VENTAS}(t) \}$

Cálculo de Dominios

- **El Cálculo Relacional de Dominios:**
 - Es otro lenguaje para BDs relacionales basado en el cálculo de predicados.
 - El universo de las interpretaciones es la union de todos los dominios. (Diferente que en CRT).
 - Las fórmulas son del tipo:
$$\{t_1, \dots, t_n / \varphi\}$$
 - donde:
 - t_i es o una variable o una constante. Si es una variable, entonces aparece libre en φ .
 - Todas las variables libre de φ aparecen a la izquierda.
 - φ es una fórmula de primer orden.

Cálculo de Dominios

- **Usando el CRD:**

- Permite expresiones más compactas que las de CRT, debido a que se pueden expresar igualdades a través del matcheo de variables de atributos.

- **Ejemplo:**

$\{ \text{nom,dir} / (\exists \text{nf}) (\text{FABS}(\text{nf},\text{nom},\text{dir}) \wedge \text{VENTAS}(\text{nf},_,_)) \}$

- Observar que:
 - Las igualdades no son necesarias (aunque se pueden usar).
 - Los atributos que no se necesitan se pueden poner con “_”.
 - Igualmente se podrían poner constantes en atributos.

Cálculo de Dominios

- **Ejemplos:**

- Dar descripciones de productos vendidos a \$100.

$\{ \text{Descrip} / (\exists np)(\text{PRODS}(np, \text{Descrip}) \wedge \text{VENTAS}(_, np, 100)) \}$

- Dar descripciones de productos vendidos sólo por Pepe.

$\{ \text{Descrip} / (\exists np)($
 $\text{PRODS}(np, \text{Descrip}) \wedge$
 $(\forall nf)(\text{VENTAS}(nf, np, _) \rightarrow (\text{FABS}(nf, \text{"Pepe"}, _)) \wedge$
 $\text{VENTAS}(_, np, _)) \}$

- Dar nombre de fabricantes que nunca hicieron ventas por mas de \$100.

$\{ \text{Nom} / (\exists nf)(\text{FABS}(nf, \text{Nom}, _) \wedge$
 $\neg (\exists p, np)(\text{VENTAS}(nf, np, p) \wedge p > 100)) \}$

Consultas en MR: Pragmática

- Docentes(Cl, nombre, dir, tel)
- Estudiantes(Cl , nombre, dir, tel)
- Dar el nombre y la dirección de los estudiantes que son docentes.

~~$\{ \langle e.\text{nombre}, e.\text{dir} \rangle / \text{Estudiantes}(e) \wedge$
 $(\exists d)(\text{Docente}(d) \wedge e.\text{nombre} = d.\text{nombre}) \}$~~

$\{ \langle e.\text{nombre}, e.\text{dir} \rangle / \text{Estudiantes}(e) \wedge$
 $(\exists d)(\text{Docente}(d) \wedge e.\text{Cl} = d.\text{Cl}) \}$



Consultas en MR: Pragmática

- **Al realizar las consultas, se accede a las claves de un elemento y luego se relacionan elementos a través de esas claves.**
- Pueden existir excepciones, pero son muy poco habituales.

Equivalencias lógicas útiles

- **Entre cuantificadores:**

$$(\forall x)(\varphi(x)) \leftrightarrow \neg (\exists x)(\neg (\varphi(x)))$$

$$(\exists x)(\varphi(x)) \leftrightarrow \neg (\forall x)(\neg (\varphi(x)))$$

- **Entre conectivos:**

$$\neg(\varphi \vee \psi) \leftrightarrow (\neg \varphi \wedge \neg \psi)$$

$$\neg(\varphi \wedge \psi) \leftrightarrow (\neg \varphi \vee \neg \psi)$$

$$(\varphi \rightarrow \psi) \leftrightarrow (\neg \psi \vee \varphi)$$