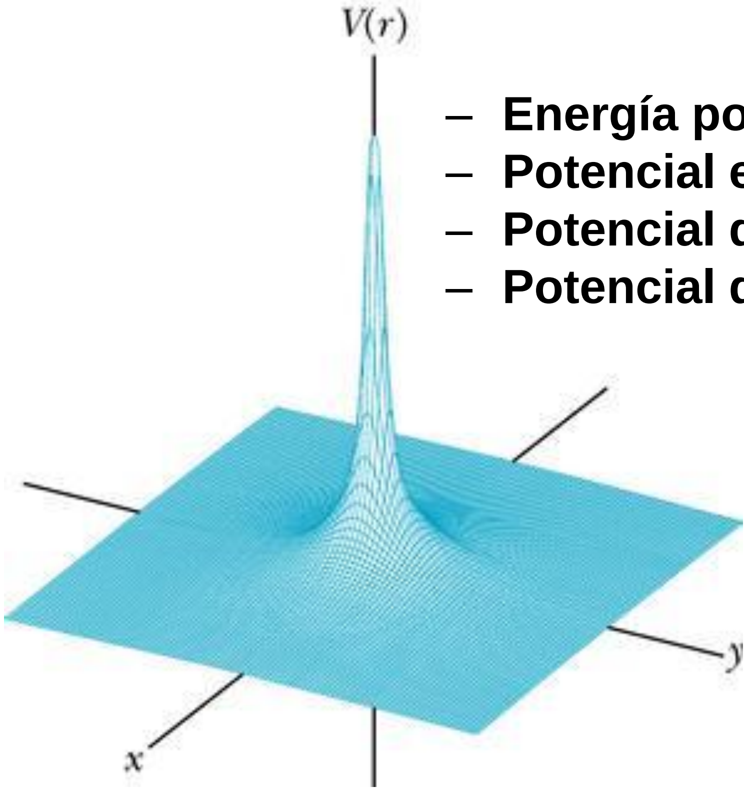
UNSL
Departamento de Física

Física II

Clase # 4

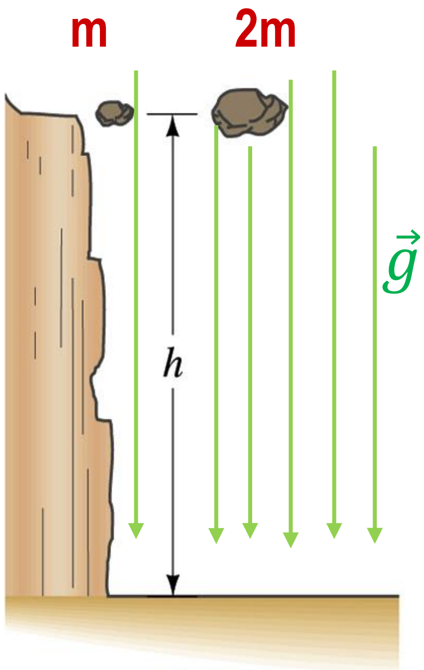


- Energía potencial eléctrica
- Potencial eléctrico
- Potencial debido a una distribución discreta de cargas
- Potencial debido a una distribución continua de carga

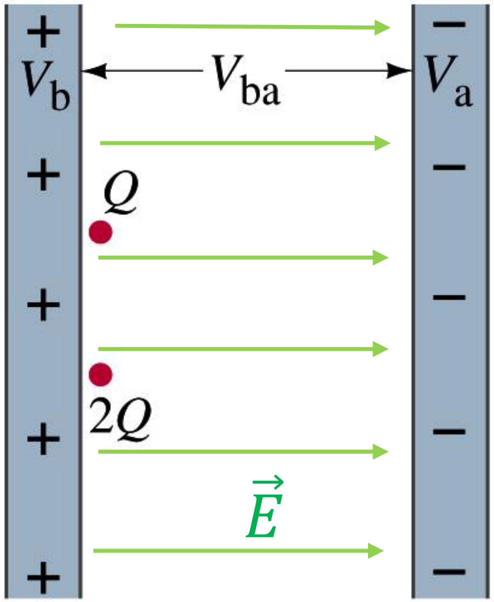
Este apunte sólo constituye una <u>guía de estudio</u> de los temas desarrollados en el curso. <u>De ninguna manera reemplaza la bibliografía sugerida</u>, la cual deberá ser consultada necesariamente por los alumnos para lograr una visión más detallada de cada temática.

Marcelo S. Nazzarro

Energía potencial



(a)



(b)

¿Qué energía potencial tiene cada roca ?

mgh y 2mgh

¿Cuál roca tiene mayor energía potencial?

2mg, la de mayor masa

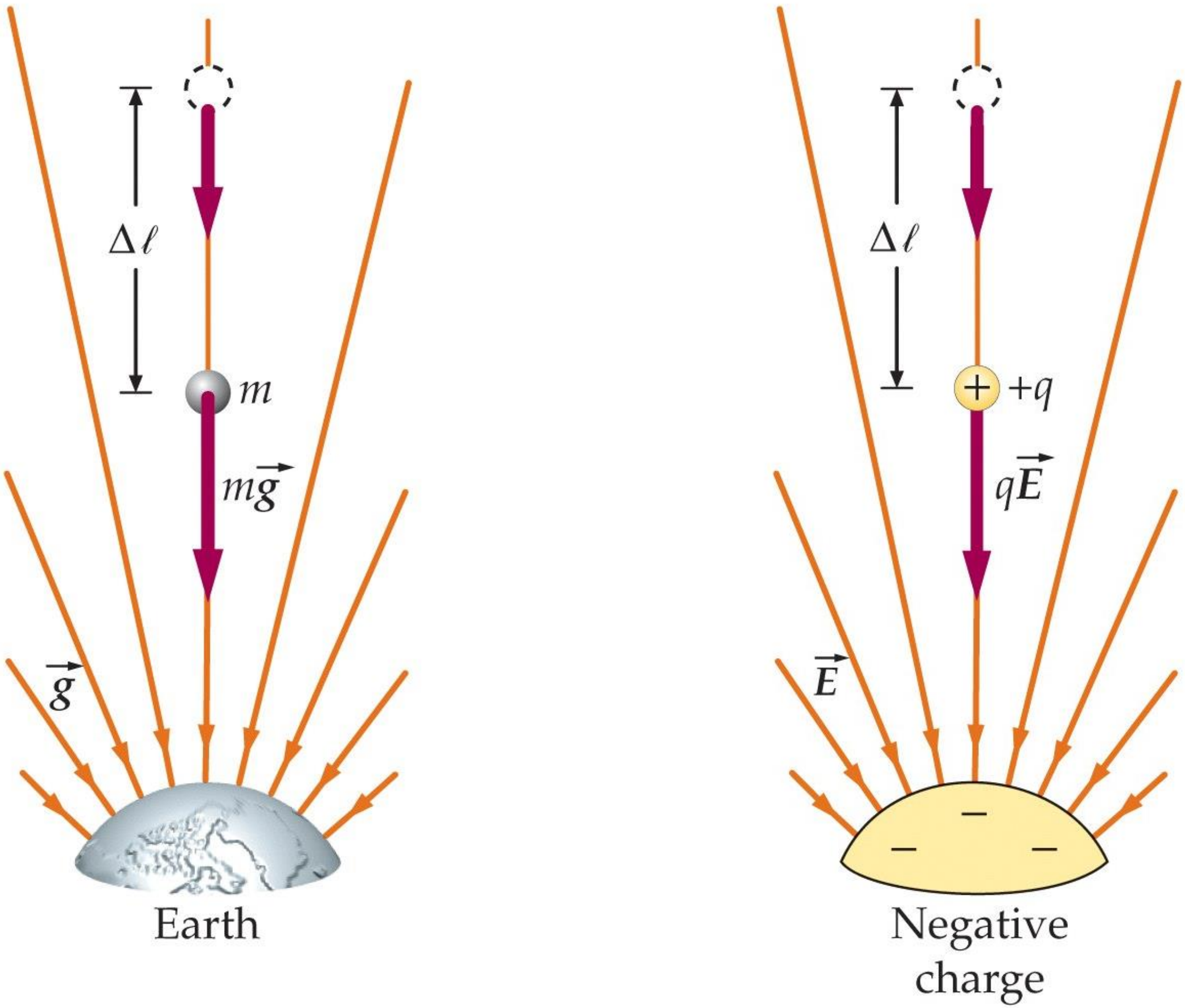
¿Qué energía potencial eléctrica tiene cada carga?

¿?

¿Cuál carga tiene mayor energía potencial eléctrica?

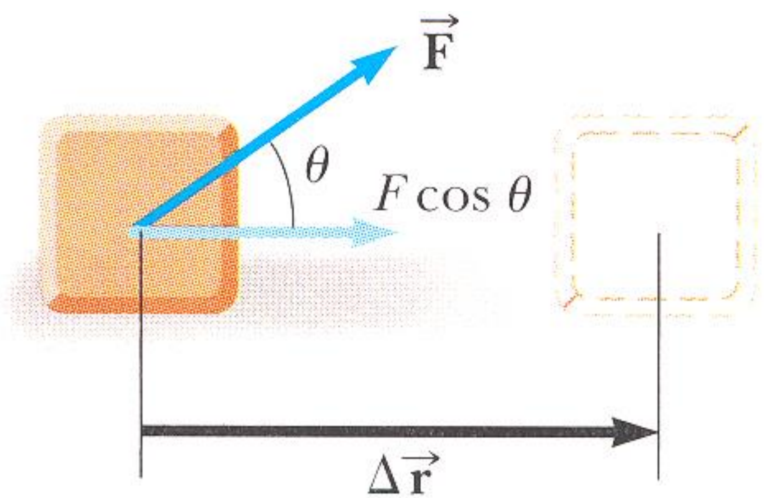
¿?

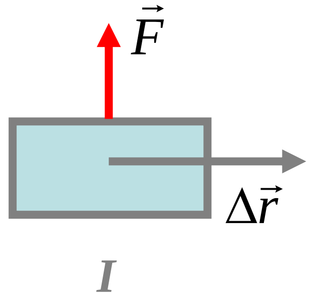
Campo gravitatorio & campo eléctrico



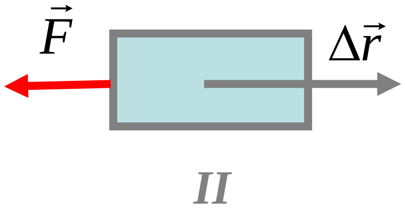
Repaso: Trabajo hecho por una fuerza constante

$$W \equiv \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F\Delta r \cos\theta$$

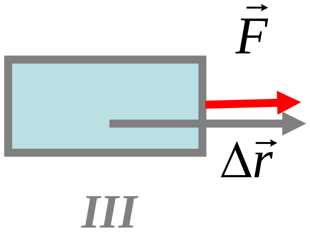




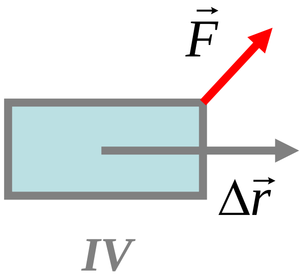
$$W_I = 0$$



$$W_{II} = -F\Delta r$$



$$W_{III} = F\Delta r$$



$$W_{IV} = F\Delta r\cos\theta$$

Energía potencial, trabajo y fuerza conservativa

REPASANDO CONCEPTOS DE Física 1….

Trabajo realizado por la fuerza peso cuando la masa se desplaza desde el punto y_i al y_f

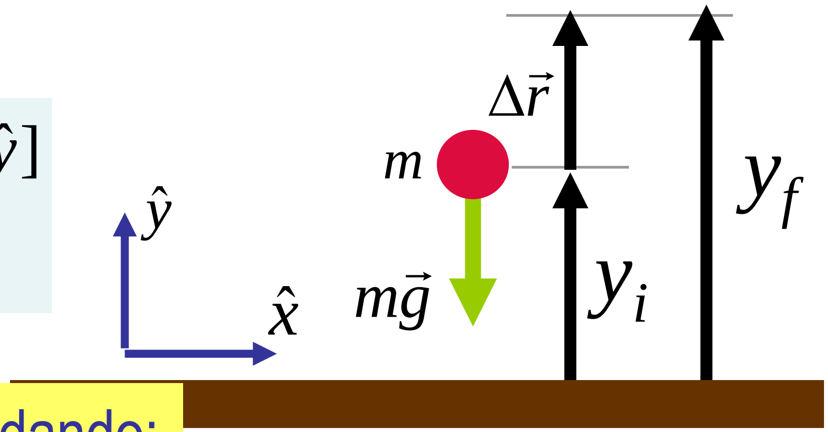
$$W_g = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = -mg\,\hat{y}\cdot[(y_f - y_i)\,\hat{y}]$$
$$= mgy_i - mgy_f$$

Definimos la energía potencial gravitatoria

$$U \equiv mgy$$

$$W_g = U_i - U_f = -\Delta U$$

$$\boxed{\Delta U = U_f - U_i = -W_g}$$



Recordando:

El trabajo hecho sobre una partícula por una fuerza conservativa es independiente de la trayectoria.

El trabajo hecho por una fuerza conservativa sobre una partícula que se mueve sobre una trayectoria cerrada es cero.

Cuando una partícula se mueve entre dos punto <u>bajo la influencia de una fuerza F</u> el cambio en la energía potencial es igual al negativo del trabajo realizado por la fuerza

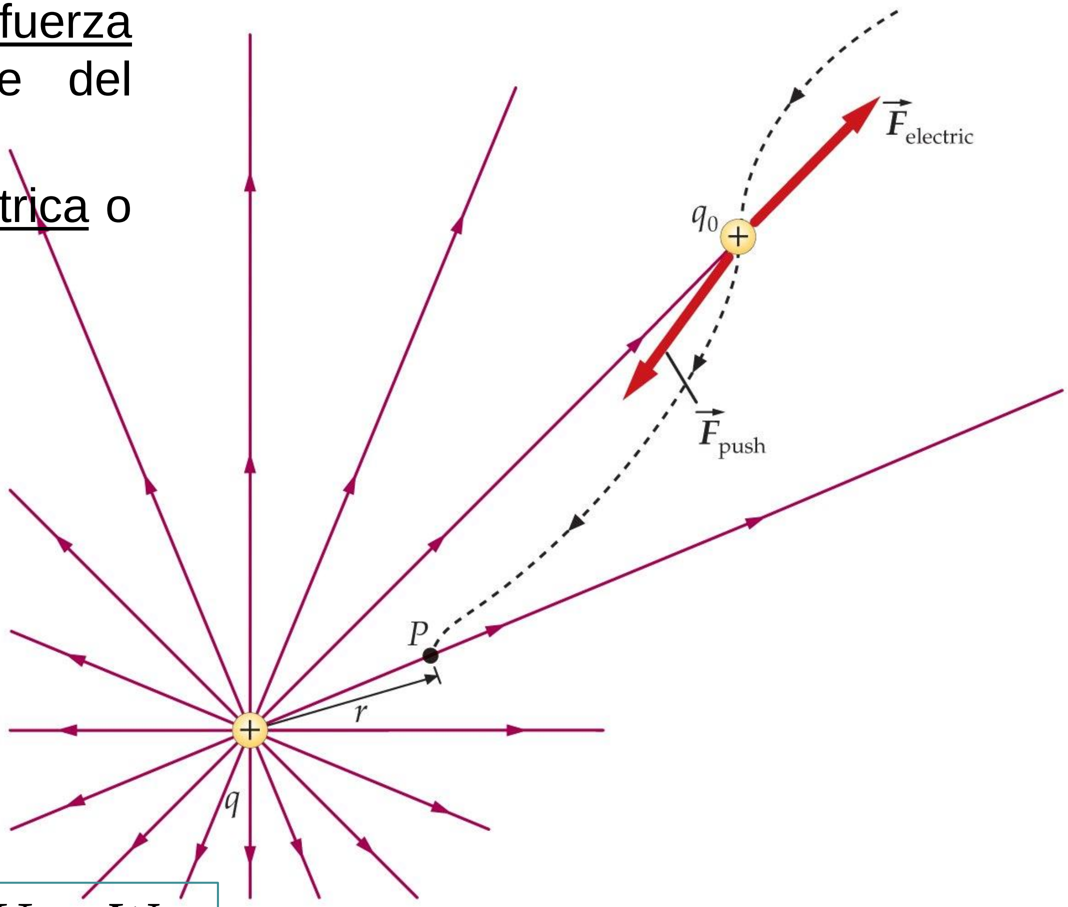
Energía potencial eléctrica

- Energía potencial del sistema

$$\Delta U = U_f - U_i = -W$$

- El trabajo hecho por una fuerza electrostática es independiente del camino.
- Trabajo hecho por la fuerza eléctrica o "campo"

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$



Recordando

Trabajo hecho por el campo

$$\Delta K = K_f - K_i = W_{app} + W$$

Trabajo hecho por la fuerza aplicada

$$W_{app} = -W \Rightarrow \boxed{\Delta U = U_f - U_i = W_{app}}$$

Potencial Eléctrico

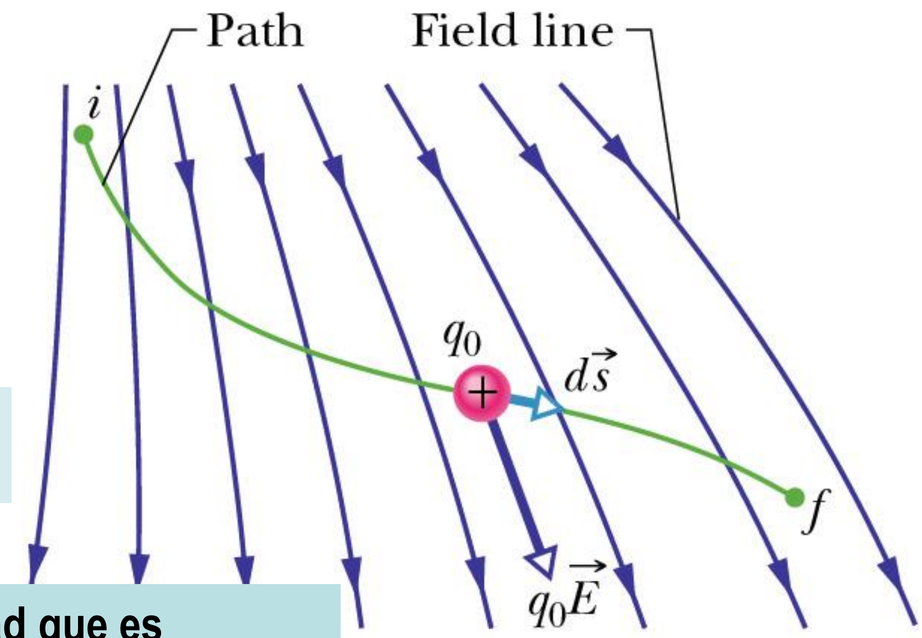
- Energía potencial eléctrica

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$dW = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$W = q_0 \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta U = U_f - U_i = -W = -q_0 \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$



- Potencial eléctrico

$$V = \frac{U}{q}$$

Defino una propiedad que es independiente de la carga de prueba

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q}$$

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- **La diferencia de potencial depende únicamente de la distribución de cargas;**

Potencial Eléctrico
Unidades - SI

Con palabras …

La diferencia de potencial eléctrica entre dos puntos ΔV_{if} es el trabajo que debo hacer para desplazar un carga unitaria desde un punto *i* a otro *f*

Define una cantidad que es independiente de q_0 y que describe una propiedad del espacio

$$\Delta V \equiv \frac{W_{if}}{q_0} = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

•**Potencial eléctrico:** Volt (V)

1 volt = 1 joule per coulomb

1 J = 1 VC and 1 J = 1 N m

•**Campo eléctrico:** 1 N/C = (1 N/C)(1 VC/J)(1 J/Nm) = 1 V/m

•**Energía eléctrica:** 1 eV = e(1 V)

= (1.60 × 10-19 C)(1 J/C) = 1.60 × 10-19 J

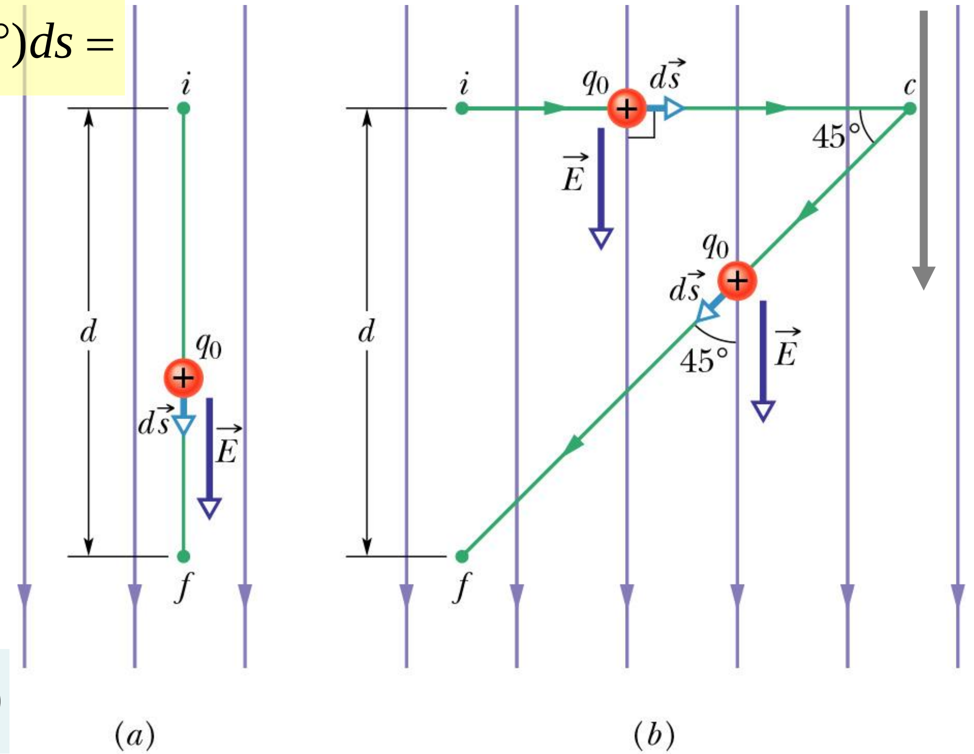
Diferencia de potencial en un campo uniforme

Camino i-f

$$\Delta V = V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_i^f (E\cos 0°)ds =$$

$$\Delta V = -\int_i^f Eds$$

$$\Delta V = V_f - V_i = -E\int_i^f ds = -Ed$$



Camino i-c-f

$$V_c - V_i = -\int_i^c \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_i^c (E\cos 90°)ds = 0$$

$$V_f - V_i = -\int_c^f \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_c^f (E\cos 45°)ds = -E\cos 45°\int_c^f ds$$

$$V_f - V_i = -E\cos 45° \frac{d}{\sin 45°} = -Ed$$

La diferencia de potencial **no depende** de la trayectoria realizada para calcular ΔV

Acelerando un electrón

¿En cuánto cambia su energía potencial eléctrica?

$$\Delta U = e\,V_{ba}$$

$$\Delta U = \left(-1.6\times10^{-19}C\right)\left(+5000V\right) =$$

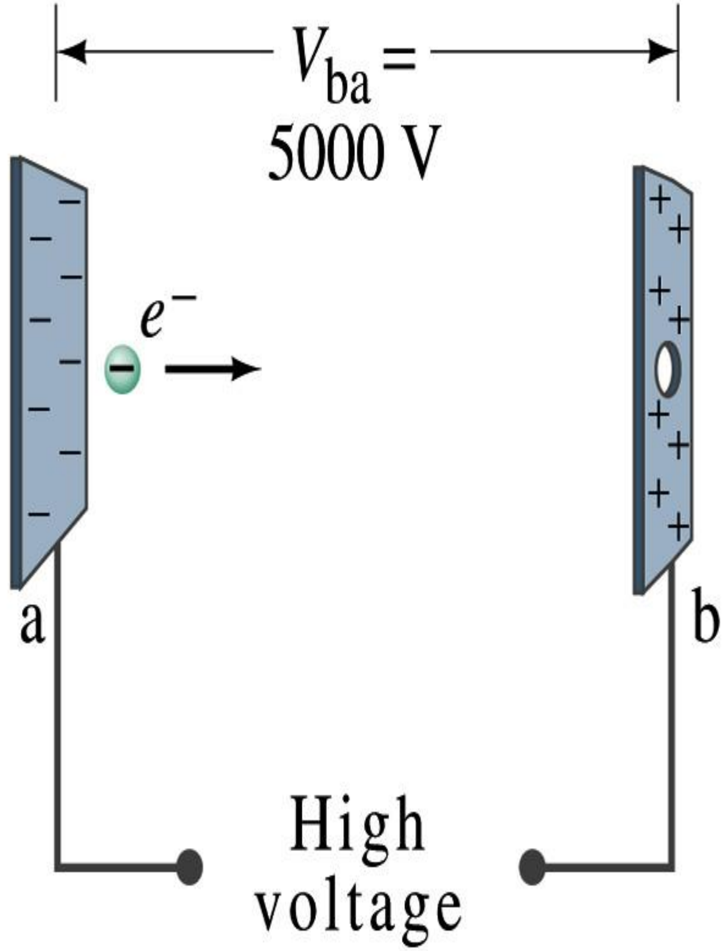
$$= -8.0\times10^{-16}\,J$$

¿Cuál es su velocidad final?

$$\Delta K + \Delta U = 0$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m_e V_e^{\,2} - 0 = -\Delta U = -eV_{ab}$$

$$V_e = 4,2\,x\,10^7\,\frac{m}{seg}$$



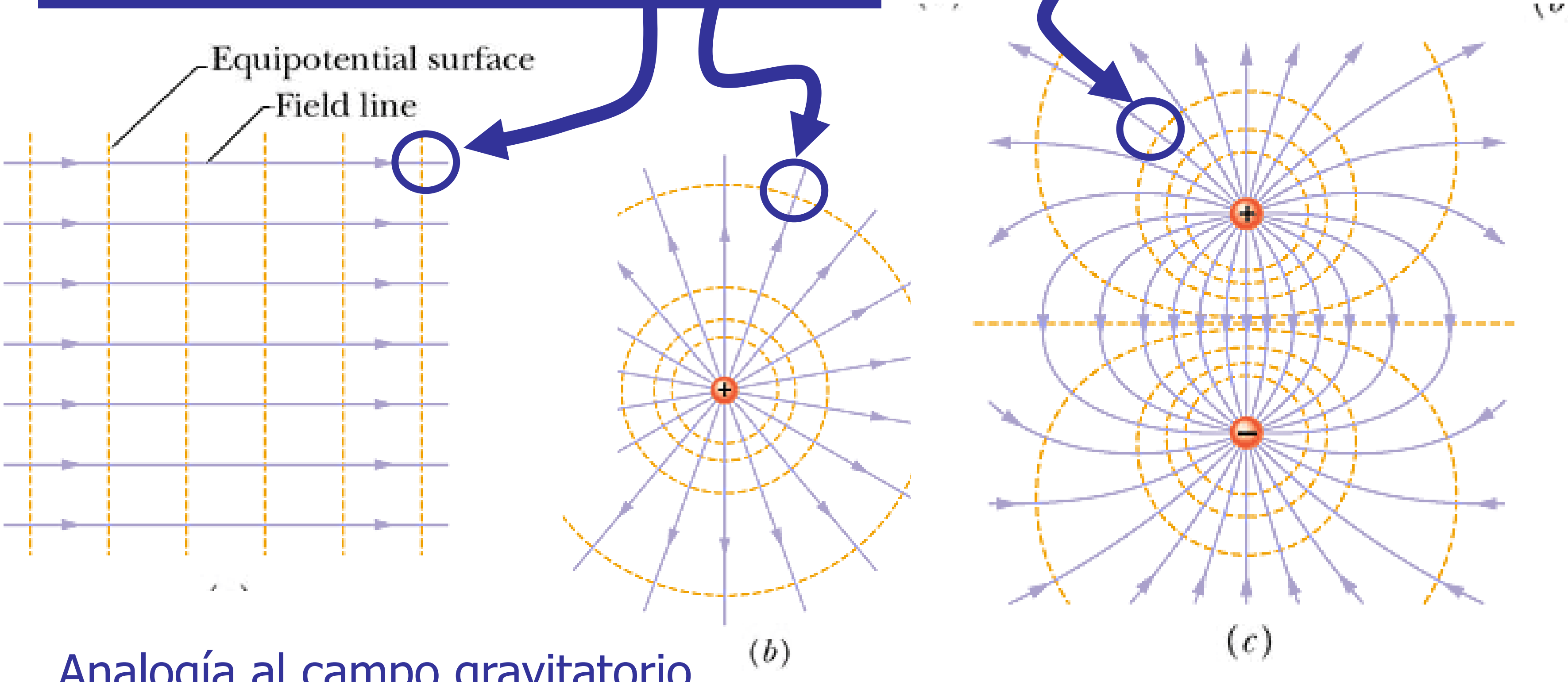
Superficies equipotenciales

El campo eléctrico no realiza trabajo sobre una carga que se desplaza sobre una superficie equipotencial.

Por qué ?

$$0 = V_f - V_i = -\frac{W}{q_0} = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Siempre perpendicular a las líneas de E

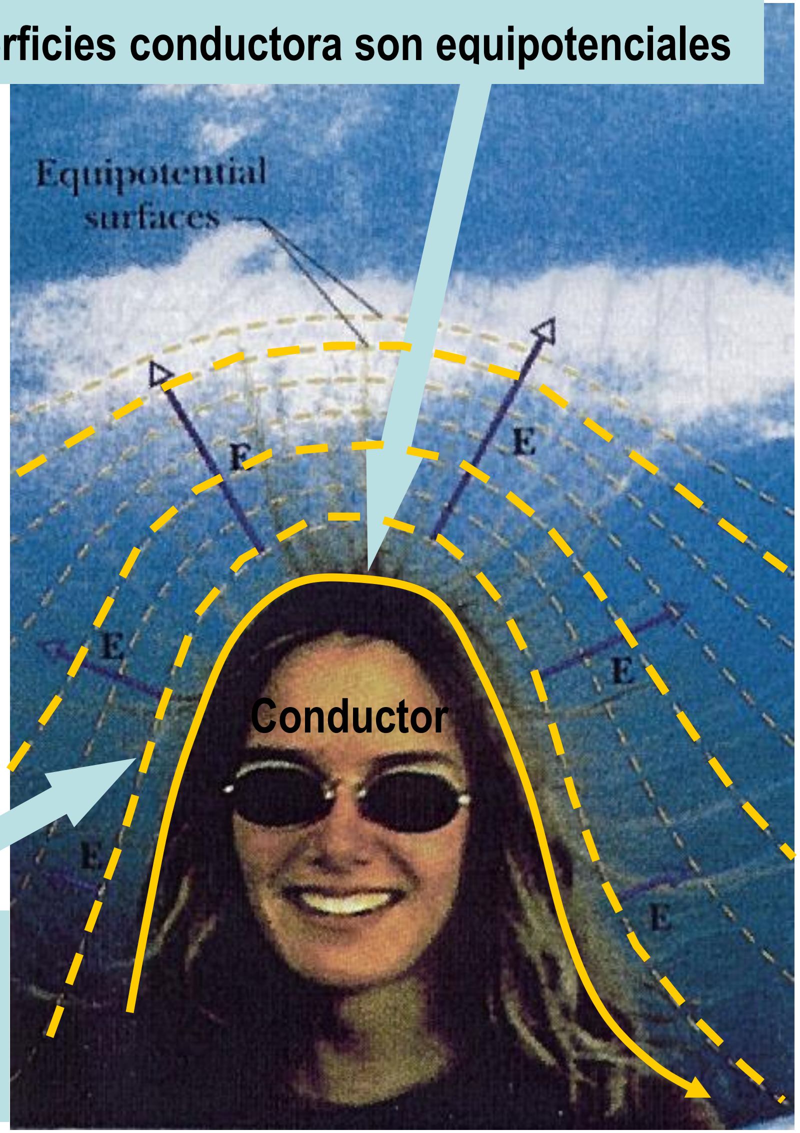


Analogía al campo gravitatorio

Superficies equipotenciales

$$\Delta V = V_f - V_i = -\frac{W}{q_0} = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

Las superficies conductora son equipotenciales



Las superficies equipotenciales cercanas al conductor toman la forma del mismo

Algunos voltajes típicos

Fuentes	Voltaje aproximado
Tormenta eléctrica	10^8 V
Línea de alto voltaje	10^6 V
Fuente de tubo de TV	10^4 V
Sistema encendido automóvil	10^4 V
Instalación domiciliaria	220 V
Batería de automóvil	12 V
Batería Celular	3.6 V
Cambio del potencial sobre la piel (EKG y EEG)	10^{-4} V

Potencial debido a una carga puntual

Partimos de:

$$\Delta V = V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_i^f (E\cos 0°)ds = -\int_R^\infty E dr$$

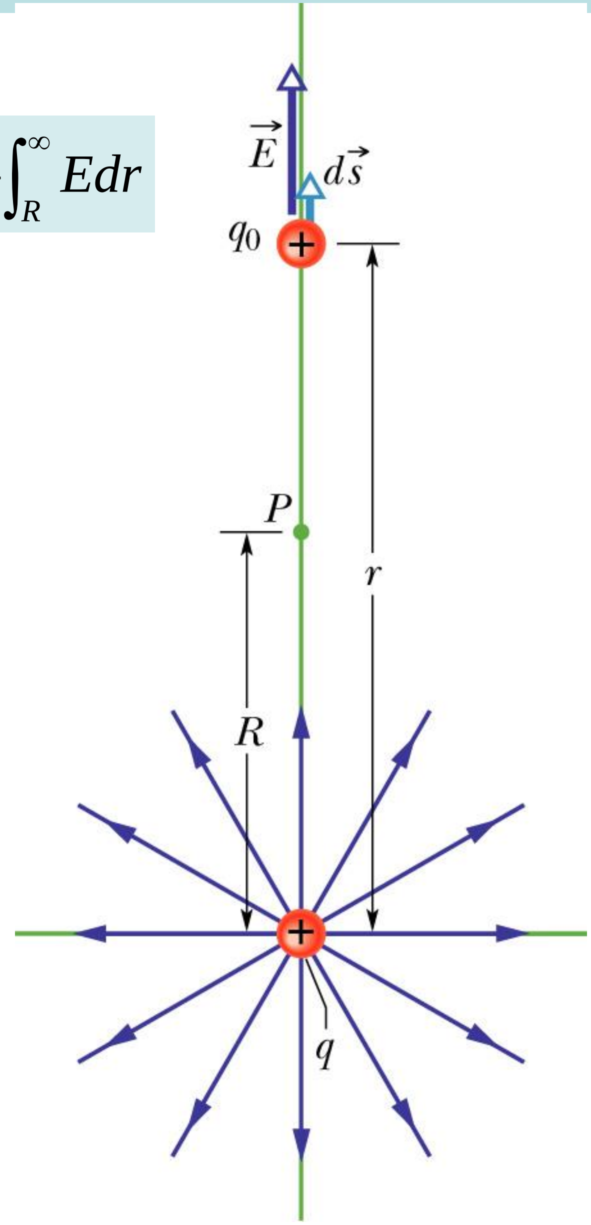
(hemos definido **Vf=0 en ∞** y **Vi=V en R**)

donde
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

entonces

$$0 - V = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_R^\infty \frac{1}{r^2}dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_R^\infty = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$



- **Una partícula con carga positiva produce un potencial eléctrico positivo.**
- **Una partícula con carga negativa produce un potencial eléctrico negativo.**

Potencial debido a un conjunto de cargas puntuales

Utilizando el principio de superposición

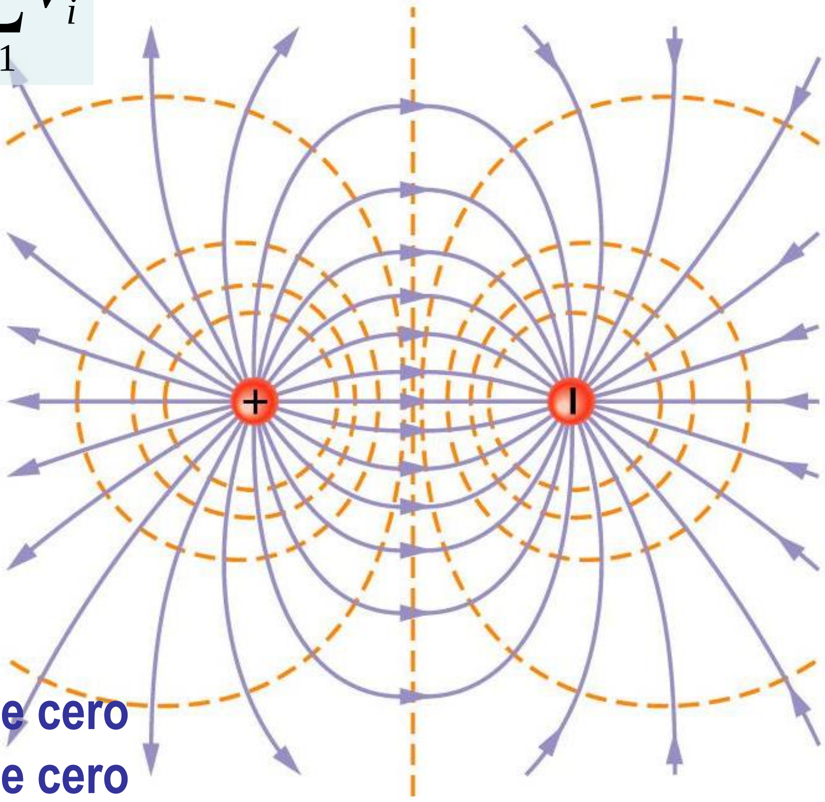
$$V = -\int_{\infty}^{r} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\sum_{i=1}^{n} \int_{\infty}^{r} \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = \sum_{i=1}^{n} V_i$$

Para cargas puntuales

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}$$

Es un escalar !

Es una suma algebraica !

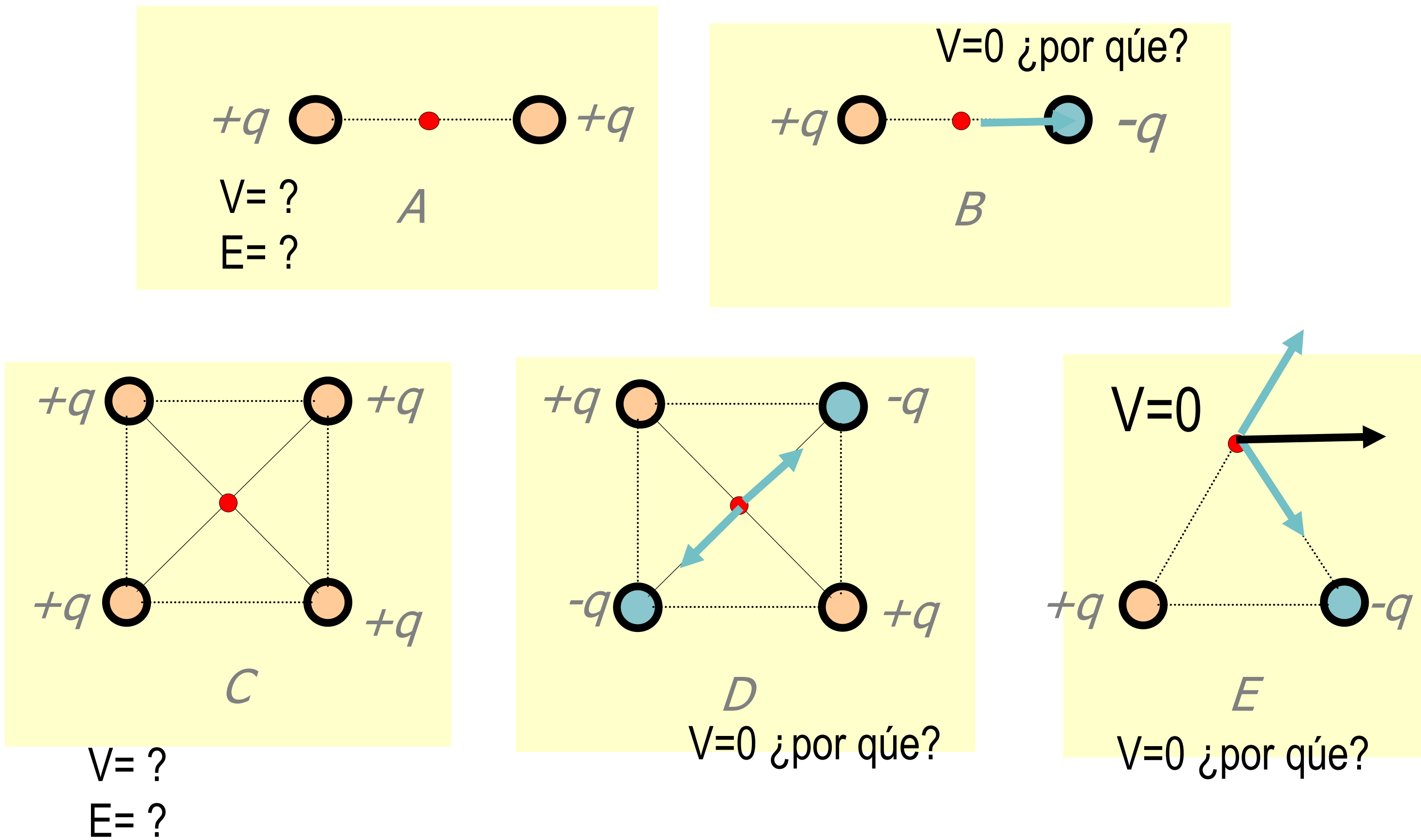


- **E puede ser cero donde V sea distinto de cero**
- **V puede ser cero donde E sea distinto de cero**

Campo eléctrico y potencial eléctrico

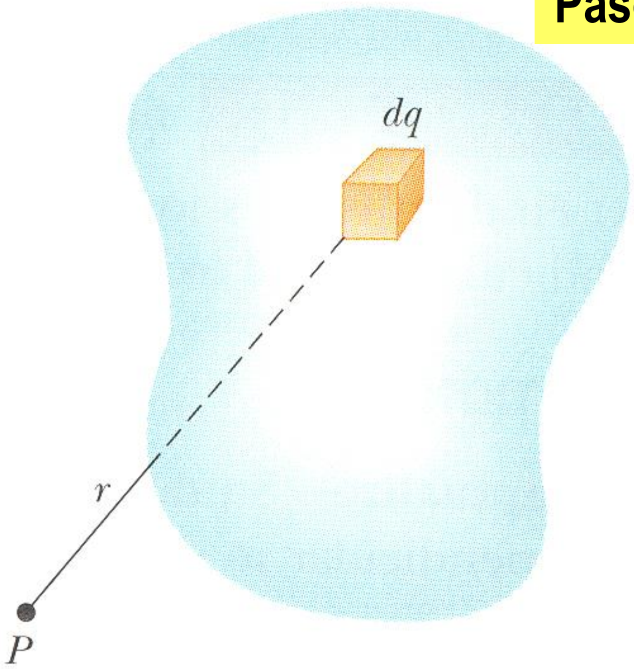
$$V(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

En qué configuraciones tenemos V=0 y E=0 en el <u>punto rojo</u>??



Potencial debido a una distribución continua de carga

Pasos a seguir:



- Encontrar la expresión para dq:

$$dq = \lambda \, d\ell$$ para una distribución lineal

$$dq = \sigma \, dA$$ para una distribución superficial

$$dq = \rho \, dV$$ para una distribución volumétrica

- Representar la contribución del potencial en el punto P debido a la carga puntual *dq* localizada en la distribución.

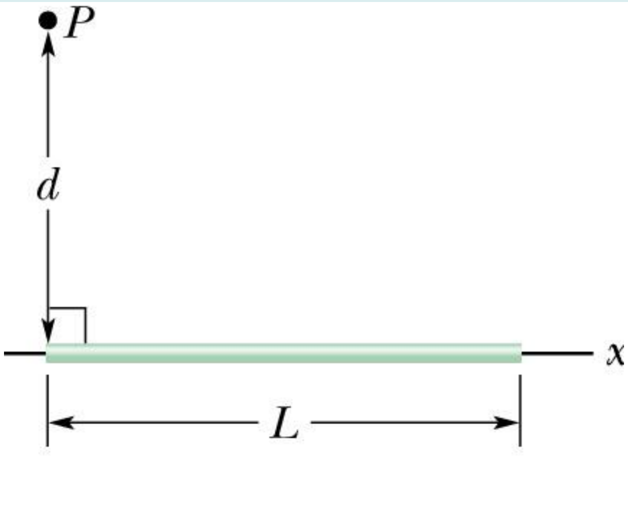
$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r}$$

- Integrar sobre toda la distribución:

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

Ejemplo: Potencial debido a una varilla cargada

Una varilla de longitud L ubicada a lo largo del eje x tiene una densidad lineal de carga λ. Encontrar el potencial eléctrico en un punto P localizado sobre el eje de las y a una distancia d desde el origen.



(a)

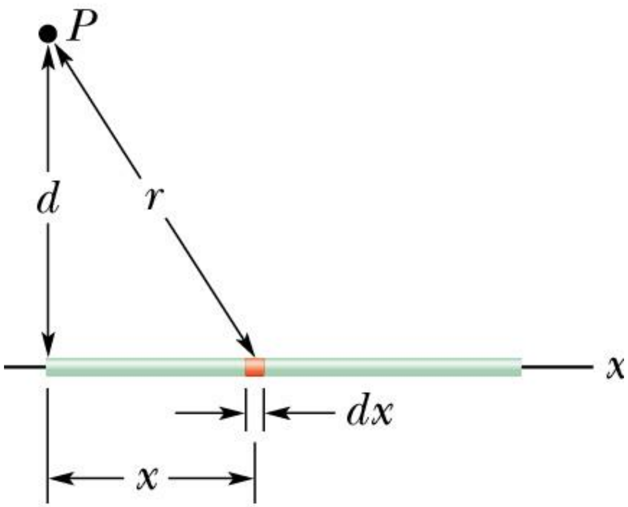
$$dq = \lambda dx$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{(x^2+d^2)^{1/2}}$$

$$V = \int dV = \int_0^L \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dx}{(x^2+d^2)^{1/2}} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln\left(x+(x^2+d^2)^{1/2}\right)\right]_0^L$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\ln\left(L+(L^2+d^2)^{1/2}\right)-\ln d\right]$$

$$\boxed{V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\left[\frac{L+(L^2+d^2)^{1/2}}{d}\right]}$$

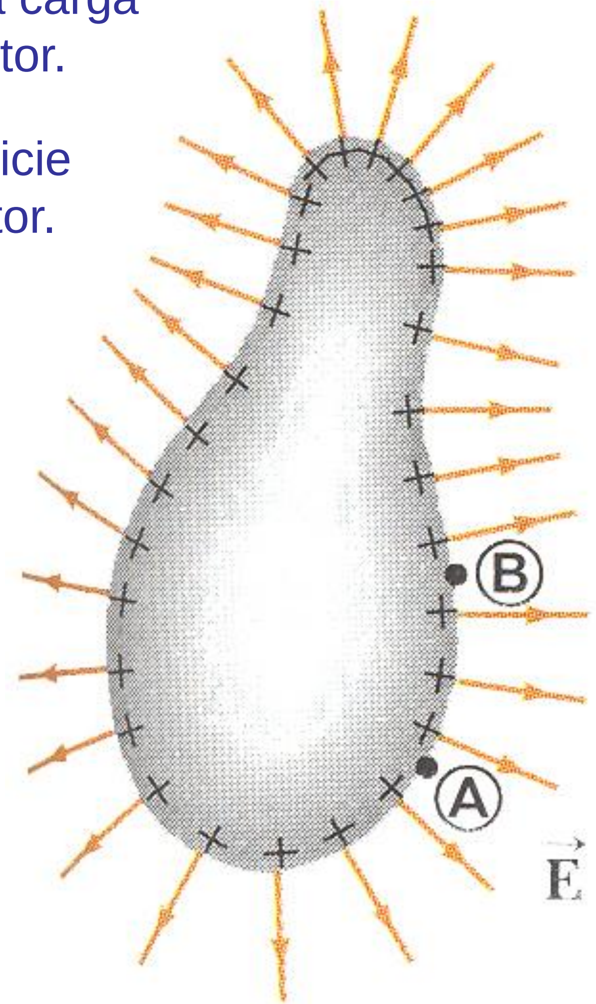


(b)

Potencial en un conductor cargado aislados

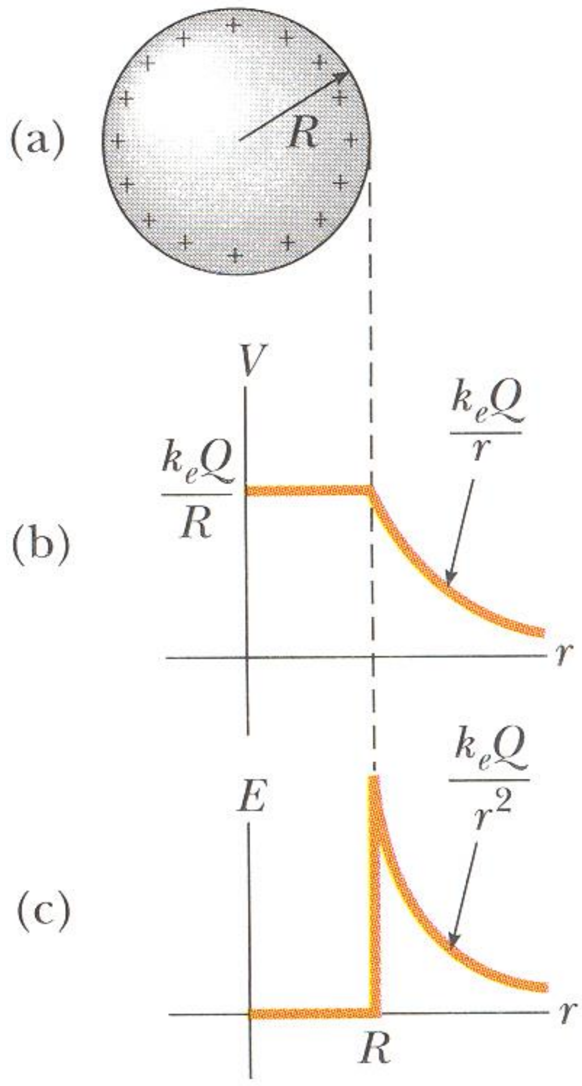
- Recordemos que de acuerdo a la Ley de Gauss, la carga se distribuye sobre la superficie externa del conductor.
- Además, el campo eléctrico existe sólo en la superficie exterior y es perpendicular la superficie del conductor.
- Debido a que $\vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ sobre la superficie entonces:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$



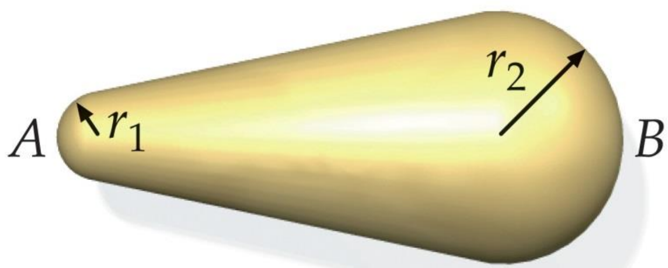
- Con la expresión anterior también podemos demostrar que el **potencial eléctrico en el seno del conductor es constante e igual al valor que tiene en su superficie**.
- **Todos los puntos sobre la superficie del conductor cargado tiene el mismo potencial eléctrico !!!.**

Potencial en un conductor cargado aislados



Descarga en corona

Distribución de las cargas en un conductor de forma arbitraria

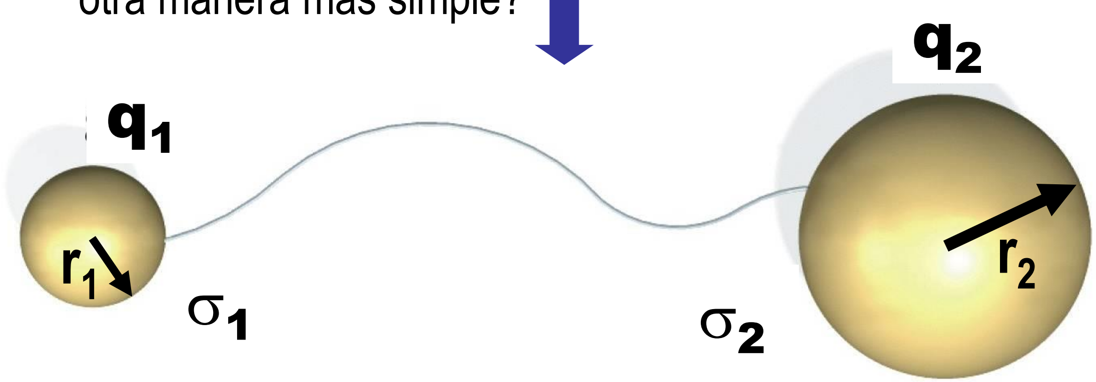


$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\dfrac{q_1}{4\pi r_1^{\,2}}}{\dfrac{q_2}{4\pi r_2^{\,2}}} = \frac{q_1\, r_2^{\,2}}{q_2\, r_1^{\,2}}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

¿Cómo representar esta geometría de otra manera más simple?



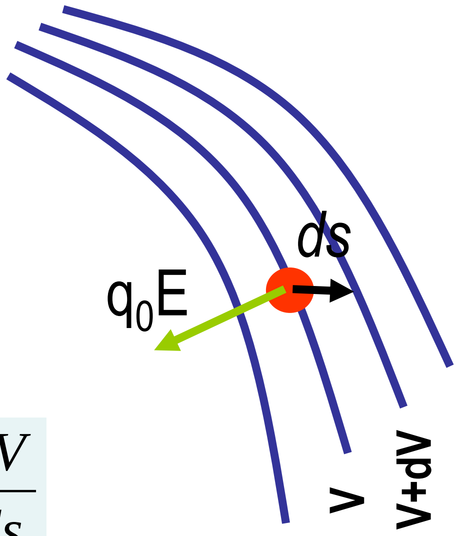
Cuanto más pequeño es el radio de la esfera, mayor será el campo eléctrico cerca de su superficie !!!

Aplicaciones?

Calculando E a partir de V

Supongamos que desplazamos una partícula de prueba q_o positiva desde una superficie equipotencial a una adyacente. Por ejemplo al movernos a una superficie de mayor potencial eléctrico el trabajo realizado por el campo eléctrico es:

$$W = -q_0\, dV \quad \textbf{(1)}$$



Desde otro punto de vista el trabajo realizado por el campo eléctrico sobre la carga podemos calcularlo así: $W = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$ **(2)**

Entonces de (1) y (2) obtenemos:

$$-q_0 dV = q_0 E(\cos\theta) ds \;\rightarrow\; E\cos\theta = -\frac{dV}{ds}$$

Llamamos E_s a la componente de E en la dirección s:

$$E_s = -\frac{dV}{ds}$$

$$Si\;\; V(x,y,z) \;\Rightarrow\; E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

Si V es conocida para todos los puntos del espacio → otro método para calcular E

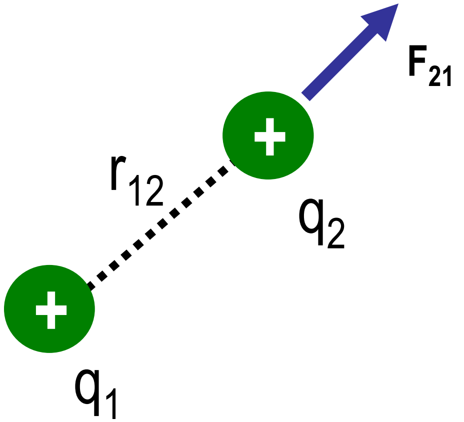
Energía potencial eléctrica de un sistema de cargas puntuales

- **El potencial debido a q1 en el punto donde está q2 :**

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}$$

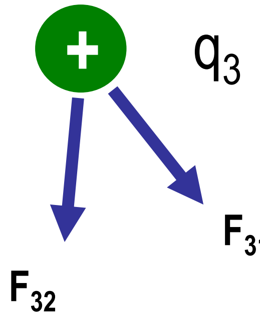
- **La energía potencial del sistema q1,q2:**

$$U = q_2 V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$



Si el sistema consiste en más de dos partículas cargadas, se calcula U para cada par de cargas y se suman los términos algebraicamente:

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{23} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$$



Resumen

Energía potencial eléctrica: una carga puntual desplazada desde un punto *i* a *f*, en un campo eléctrico, cambia su energía potencial en:

$$\Delta U = U_f - U_i = -W$$

La diferencia de potencial entre dos puntos *i* y *f* en un campo eléctrico:

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q}$$

Superficie equipotencial: superficie formada por el conjunto de puntos con el mismo potencial. No se realiza trabajo al mover una carga en dicha superficie. El campo eléctrico es siempre perpendicular a la correspondiente superficie equipotencial.

Cálculo de V a partir de E:

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Potencial debido a una carga puntual:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}$$

Potencial debido a una colección de cargas puntuales

$$V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i}$$

Potencial debido a una distribución continua de carga :

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

Potencial en un conductor cargado es el mismo en todos los puntos de su interior y su valor es igual al valor del potencial en su superficie.

Resumen …, cont.

Cálculo de E a partir de V(x,y,z):

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$