

PRÁCTICO 1: LÓGICA Y RAZONAMIENTO DEDUCTIVO

1. Indicar cuáles de las siguientes expresiones representan proposiciones.

- a) $x = 1$
- b) Producto de dos números positivos.
- c) $9 - 5 = 4$
- d) $3 + 2 = 4$
- e) $3x = 5$
- f) Existe un número racional x tal que $3x = 5$.
- g) $n \leq 100$
- h) Para todo número entero n , $n \leq 100$.
- i) Si $n \leq 100$ entonces $n^2 \leq 10.000$.
- j) Obtenga la raíz cuadrada del número 9.
- k) Para todo x racional $x + y$ es racional.
- l) ¿Qué día es hoy?
- ll) ¡Cuidado!

2. Dadas las proposiciones

$$p : \text{hace frío} \quad q : \text{está lloviendo} \quad r : \text{se ve el sol}$$

escribir una oración que exprese cada una de las siguientes:

- a) $\sim q$ b) $\sim (\sim p)$ c) $q \vee r$ d) $\sim p \wedge q$ e) $\sim (p \wedge q)$
- f) $q \Rightarrow p$ g) $p \wedge q \wedge \sim r$ h) $p \vee (\sim q \wedge r)$ i) $(r \wedge \sim p) \Rightarrow \sim q$ j) $p \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$

3. Dadas las proposiciones

$$\begin{aligned} p & : \text{mañana tengo que trabajar} \\ q & : \text{hoy es domingo} \\ r & : \text{hoy no se juegan partidos} \end{aligned}$$

escribir en forma simbólica cada una de las siguientes:

- a) Hoy es domingo y mañana tengo que trabajar.
- b) Hoy es domingo pero no se juegan partidos.
- c) Si mañana tengo que trabajar entonces, hoy no es domingo y no se juegan partidos.
- d) Se juegan partidos sólo si es domingo.
- e) Hoy es domingo, se juegan partidos y mañana tengo que trabajar.
- f) Mañana no tengo que trabajar si y sólo si hoy es domingo o se juegan partidos.
- g) Mañana no tengo que trabajar si hoy se juegan partidos.
- h) Hoy no se juegan partidos y mañana tengo que trabajar, u hoy es domingo.

4. Determinar los valores de verdad de las siguientes proposiciones:

- a) $2 \geq 3$ o 7 es un entero positivo.
- b) $2 \geq 3$ y 7 es un entero positivo.
- c) Si 7 es un entero positivo, entonces $3 < 2$.

- d) Si 7 no es un entero positivo, entonces $3 < 2$.
5. En cada ítem, confeccionar una tabla de verdad que muestre en qué casos la proposición correspondiente es verdadera y en qué casos es falsa.
- a) $\sim p \wedge q$ b) $\sim (p \wedge q) \vee p$ c) $\sim [p \wedge q] \vee p$ d) $[(p \vee q) \wedge \sim q] \Rightarrow q$
e) $\sim (p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p) \wedge (\sim q)$ f) $(p \wedge q) \wedge \sim r$ g) $p \wedge (q \Rightarrow r)$ h) $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
6. Los valores de verdad de las proposiciones p, q, r y s son V, F, F y V, respectivamente. Teniendo en cuenta esta información, obtener los valores de verdad de las siguientes proposiciones compuestas:
- a) $s \wedge (r \vee q)$ b) $r \Rightarrow (s \wedge p)$ c) $q \vee [s \wedge (q \vee r)]$ d) $p \vee r \Leftrightarrow r \wedge \sim s$
7. En cada ítem, analizar si la información que se aporta es suficiente para determinar el valor de verdad de la proposición correspondiente.
- a) $\sim (p \wedge q) \Rightarrow q$; $p \Rightarrow q$ es F
b) $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee r)$; p es V
c) $p \wedge (q \Rightarrow r)$; $p \Rightarrow r$ es V
d) $[(p \vee q) \wedge \sim q] \Rightarrow q$; $p \vee q$ es V y $\sim q$ es V
8. ¿Existe alguna proposición p tal que p y $\sim p$ sean ambas verdaderas? ¿Qué puede decirse sobre las proposiciones $p \wedge \sim p$ y $p \vee \sim p$?
9. Determinar cuáles de las siguientes proposiciones son leyes lógicas (tautologías):
- a) $q \vee (\sim q \wedge p)$ b) $[(p \Rightarrow q) \wedge (\sim q)] \Rightarrow (\sim p)$ c) $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ d) $(q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$
10. Demostrar las siguientes equivalencias utilizando tablas de verdad.
- a) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$ b) $(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv (p \vee q) \Rightarrow r$
11. Simplificar las siguientes proposiciones:
- a) $(p \wedge q) \vee \sim p$
b) $\sim (p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$
c) $\sim \{ \sim [\sim (p \vee q) \wedge (\sim r)] \vee (\sim p) \}$
d) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim (p \vee q)$
12. Justificar la validez de cada uno de los siguientes razonamientos:
- | | |
|---|--|
| <p>a)</p> $\frac{\begin{array}{c} p \vee \sim q \\ \sim q \Leftrightarrow r \\ p \vee \sim r \end{array}}{p}$ | <p>b)</p> $\frac{\begin{array}{c} p \wedge q \\ p \wedge q \Rightarrow r \\ r \Rightarrow s \end{array}}{s}$ |
|---|--|
13. En cada ítem, hallar y simplificar la proposición que se indica.
- a) Contrarrecíproca de la contrarrecíproca de $p \Rightarrow q$.
b) Contrarrecíproca de la recíproca de $p \Rightarrow q$.
c) Contrarrecíproca de la contraria de $p \Rightarrow q$.
14. Escribir los condicionales recíproco, contrario y contrarrecíproco de cada uno de los siguientes condicionales directos.
- a) Si esta lloviendo, hay nubes en el cielo.

- b) Un número par es múltiplo de 6, sólo si es divisible por 3.
 c) Si el triángulo T es isósceles entonces es equilátero.
 d) Si x es menor o igual a cero, entonces x no es positivo.
15. ¿Cuáles de los condicionales directos dados en el ejercicio anterior son verdaderos (implicaciones)? Para los que lo sean, determinar la condición suficiente y la condición necesaria.
16. En cada caso, determinar si $P(x)$ es condición necesaria y/o suficiente para $Q(x)$ y viceversa.
- a) $P(x) : x = i$ $Q(x) : x^2 = -1$ ($x \in \mathbb{C}$) b) $P(x) : x = 2$ $Q(x) : x + 4 = 6$ ($x \in \mathbb{R}$)
17. Negar simbólicamente y coloquialmente todas las proposiciones del ejercicio 3.
- Sugerencia:** Para la proposición f) utilizar la equivalencia demostrada en el ejercicio 10 a).
18. Dadas las funciones proposicionales

$$P(z) : z \text{ es real} \quad Q(z) : z \text{ es imaginario puro} \quad R(z, w) : zw = 1$$

donde las variables z y w representan números complejos, considerar las siguientes proposiciones:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \forall z : P(z) & \text{b)} & \exists z / Q(z) & \text{c)} & \exists w / \sim Q(w) \\ \text{d)} & \forall w : P(w) \Rightarrow \sim Q(w) & \text{e)} & \forall z : \exists w / R(z, w) & \text{f)} & \exists z / \forall w : R(z, w) \end{array}$$

Para cada una de ellas, realizar lo que se indica a continuación:

- (i) Enunciarla coloquialmente.
 (ii) Obtener su negación simbólicamente.
 (iii) Enunciar su negación coloquialmente.