Álgebra I - 2022

PRÁCTICO 7

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1) Escribir la matriz aumentada asociada para cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 2x+3y-z=0 \\ 5x+3y=0 \\ x+2y-3z=0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x-\frac{1}{2}y+z=5 \\ -z+2x+3y=0 \\ 3y+5x=8 \\ x+y-3z=8 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 2x+3y+z-w=11 \\ 2x+3y+z+2w=0 \\ y+z-w=0 \end{cases}$

i) Clasificar los sistemas y resolverlos por eliminación gaussiana. En caso de obtener infinitas soluciones, describirlas paramétricamente. Indicar, en caso de existir, la cantidad de variables libres presentes en el conjunto solución.

2) Dado el sistema de ecuaciones: $\begin{cases} x+z=4 \\ x+y=3 \\ y+z=5 \end{cases}$

i) Resolver por eliminación gaussiana e interpretar geométricamente el sistema y su conjunto solución.

ii) En cada caso, realizar la sustitución propuesta obteniendo un nuevo sistema de ecuaciones. Resolver el nuevo sistema y determinar si es equivalente al original:

a) Sustituir dos ecuaciones por la suma de ambas.

b) Sustituir una de las ecuaciones por el resultado de sumarla con otra.

c) Sustituir una ecuación por la suma de las otras dos.

3) Para cada uno de los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x+y+z=0 \\ y-z=-1 \\ z=2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x+y+z=6 \\ y-z=1 \\ x+2y=7 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x+y+z=6 \\ y-z=1 \\ x+2y=0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x+2y+3z=2 \\ 2x+4y+6z=0 \\ -x-2y-3z=-2 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} x+y-2=-z \\ 3z+x-y+4=0 \\ 2y+x-z=6 \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 4x-3y+7z-7w=11 \\ x+y=1 \\ y-z=1 \\ y+z+w=1 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x+4=z+y \\ x+y+z-6=0 \\ y+z=8-3x \end{cases}$ **h)** $\begin{cases} z+4x-y=4 \\ x-y+4z=1 \\ 2x+y-7z=3 \end{cases}$ **i)** $\begin{cases} 2x-y+3z=3 \\ x+z=1 \\ 4x-y-5z=5 \end{cases}$

j) $\begin{cases} z+2y+x=3 \\ 3x-7z+8y=-1 \\ 3y+x-4z=-3 \end{cases}$ **k)** $\begin{cases} 3x-\frac{3}{2}y+\frac{3}{2}z=\frac{9}{2} \\ 2x-y+z=3 \\ -4x+2y-2z=-6 \end{cases}$ **l)** $\begin{cases} 3s-t+2u=1 \\ -6s+2t-10u+3v=-2 \\ 9s-3t+2u+2v=3 \\ 6s-2t+6u-v=2 \end{cases}$

i) Resolver utilizando eliminación gaussiana y método de Gauss-Jordan, luego clasificar el sistema (indicar si hay variables libres). En caso de obtener infinitas soluciones, describirlas paramétricamente.

ii) Cuando sea posible, interpretar geométricamente el sistema y su conjunto solución. Observar en caso de obtener infinitas soluciones si la misma es una recta o un plano.

4) Sean las rectas r, $r_{1,}$ r_2 y r_3 de $\mathbb{R}^2$ dadas en el ejercicio 6 del práctico anterior. Estudiar la posición relativa de la recta r con respecto a $r_{1,}$ r_2 y r_3 usando sistemas de ecuaciones.

5) Considerar los planos:

· $\alpha : -8x + 2y - 4z = 6$.

· β el plano que pasa por los puntos $P(0, 0, -\frac{3}{2})$; $Q(-\frac{3}{4}, 0, 0)$ y $R(0, 3, 0)$.

· γ el plano cuyo vector normal es $\overrightarrow{n} = (-8, 2, -4)$ y que pasa por el punto $P(1, 1, \frac{1}{4})$.

· $\delta : (x, y, z) = \left(\frac{1}{3}, 0, 0\right) + s\,(-3, 0, 4) + t\,(-1, -4, 0)\,;$ con $s, t \in \mathbb{R}$.

a) Escribir para cada plano dado una ecuación normal.

b) Usando sistemas de ecuaciones, estudiar la posición relativa entre:

i) α y γ **ii)** β y γ **iii)** α y β **iv)** β y δ

6) Para cada uno de los sistemas:

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ -x + y = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

a) Resolver e interpretar geométricamente el primero en $\mathbb{R}^2$ y el segundo en $\mathbb{R}^3$. Indicar si el conjunto solución tiene variables libres o no.

b) Añadir una tercera ecuación en cada sistema de modo que, si es posible, el sistema resulte:

i) compatible determinado **ii)** compatible indeterminado **iii)** incompatible

c) Analizar: ¿Qué lugar geométrico representa la solución del sistema original? ¿Qué se hizo geométricamente al agregar cada una de las tres nuevas ecuaciones en cada sistema?

7) Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + y - 3z + 4t = 0 \\ -x + 5y + 6z - t = 0 \\ 4x + 3y + z + 10t = 0 \end{cases}$$

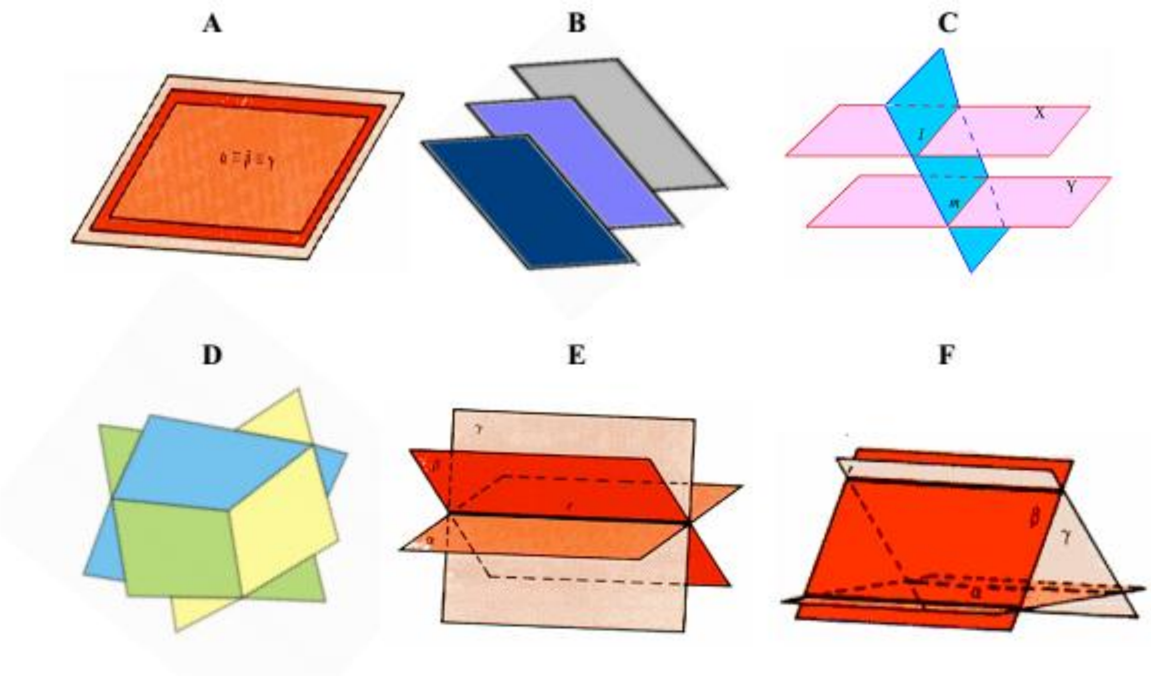
Sin resolverlo decir si es un sistema con una solución, con infinitas soluciones o sin solución.

8) Determinar, usando eliminación gaussiana, todos los valores de K que hacen que el sistema resultante sea:

i) compatible determinado **ii)** compatible indeterminado **iii)** incompatible

$$\text{a)} \begin{cases} x + 3y + 2z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \\ -3x + Ky - 3z = 0 \end{cases} \qquad \textbf{b)} \begin{cases} x + y = 1 \\ Kx + 3y + z = 9 \\ -x - 4z = 3 \end{cases}$$

9) Plantear, en cada caso, un sistema de 3x3 cuyos planos asociados se ubiquen como en el gráfico.


A
B
C
D
E
F
X
Y
l
m
β
γ
α