

Informe 3: Circuitos Eléctricos Transitorios

Facundo Otero Zappa, Sergio Stedile y Luis Diaz (Grupo 8)

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires

Licenciatura en Ciencias Físicas | Laboratorio 3, Verano 2023 | Mar./Vié. de 14:00 a 20:00 hs.

facuotero20.88@outlook.com , sergiogstedile@gmail.com , luis_diaz1997@hotmail.com

Resumen

En este trabajo, estudiamos tres circuitos eléctricos en el régimen transitorio, un circuito RC, un circuito RL y un circuito RLC en sus configuraciones en serie. Mediante las expresiones derivadas de las ecuaciones diferenciales que describen su dinámica, pudimos ajustar el valor de la caída de tensión sobre el capacitor y la inductancia para los circuitos RC y RL respectivamente, así como la corriente que circulaba sobre ellos y sus tiempos característicos. Con respecto al circuito RLC, pudimos ajustar la caída de tensión sobre la resistencia para el comportamiento subamortiguado y sobreamortiguado, sin poder estimar con exactitud la región correspondiente al amortiguamiento crítico.

I. Introducción

Un circuito eléctrico es una interconexión de componentes eléctricos que transportan corriente eléctrica a través de una trayectoria cerrada. Existen de varios tipos según el tipo de señal que transportan; que puede ser corriente continua (C.C.) o corriente alterna (C.A.); según el tipo de régimen del circuito, ya sea debido a que la corriente es periódica, transitoria o permanente; y según el tipo de configuración, si el circuito está conectado en serie, en paralelo o de forma mixta.

Se dice que un circuito se encuentra en régimen transitorio cuando al menos uno de sus componentes eléctricos cambia alguna de sus propiedades, por lo que el circuito en su conjunto cambia de estado y tiende hacia un nuevo estado de equilibrio compatible con el cambio realizado. Cuando el circuito alcanzó el equilibrio y ya no ocurren nuevos cambios, se dice que el circuito se encuentra en régimen estacionario.

Un circuito RC serie, es un circuito eléctrico de régimen transitorio sencillo cuya dinámica se describe mediante una ecuación diferencial ordinaria para la corriente $I(t)$ que circula sobre él. Al resolverla, puede obtenerse una expresión para ella, que es de la forma [1]:

$$I(t) = \frac{V_0 - V_C(0)}{R} e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (1)$$

donde V_0 representa la tensión inicial, $V_C(0) = \frac{Q_0}{C}$ la tensión inicial del capacitor, siendo Q_0 su carga inicial y C su valor estándar, R la resistencia y t el tiempo.

De la Ec. (1), puede obtenerse una expresión para la caída de tensión sobre el capacitor del circuito $V_C(t)$, que es de la forma [1]:

$$V_C(t) = V_C(0) + [V_0 - V_C(0)] \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right). \quad (2)$$

Tanto de la Ec. (1) como de la Ec. (2), se denomina *tiempo característico del transitorio RC* [1] al término:

$$\tau_C = RC, \quad (3)$$

donde τ_C representa a dicho tiempo característico.

El circuito RL en serie, es otro circuito de régimen transitorio de interés similar al circuito RC serie, y cuya dinámica para la corriente que circula sobre él en este caso es de la forma [1]:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right), \quad (4)$$

donde V_0 representa la tensión inicial, R la resistencia y L la inductancia.

Ahora, de la expresión para la corriente descrita por la Ec. (4), puede obtenerse el valor que tomará la caída de tensión sobre la inductancia $V_L(t)$, que será de la forma:

$$V_L(t) = V_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (5)$$

En esta ocasión, de las ecuaciones (4) y (5) se denomina *tiempo característico del transitorio RL* [1] a la expresión:

$$\tau_L = \frac{L}{R}, \quad (6)$$

donde τ_L denota a dicho tiempo.

El circuito RLC serie es un circuito eléctrico de régimen transitorio de interés ya que su dinámica se rige por la ecuación diferencial ordinaria de un oscilador armónico amortiguado [1], por lo que presenta en principio 3 regímenes transitorios: un régimen subamortiguado, un régimen sobreamortiguado y un régimen de amortiguamiento crítico. Los diferentes regímenes dependen de una desigualdad que relaciona los valores de los componentes del circuito, la resistencia R , la inductancia L y el capacitor C .

Caso subamortiguado: $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

En este régimen, al aplicar la Ley de Ohm [2] a la solución de la ecuación diferencial para la corriente, puede obtenerse la caída de tensión sobre la resistencia $V_R(t)$, cuya expresión es de la forma:

$$V_R(t) = \frac{RV_0}{L\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}t\right), \quad (7)$$

donde R , L y C representan a la resistencia, a la inductancia y al capacitor, respectivamente, y V_0 representa a la tensión inicial.

Caso sobreamortiguado: $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

De manera similar, en este régimen al aplicar la Ley de Ohm a la solución de la ecuación diferencial para la corriente, puede obtenerse una caída de tensión sobre la resistencia de la forma:

$$V_R(t) = \frac{RV_0}{\sqrt{\frac{R^2}{4} - \frac{L}{C}}} e^{-\frac{R}{2L}t} \sinh\left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}t\right), \quad (8)$$

que comparte los parámetros de la Ec. (7).

En base a los tres circuitos eléctricos mencionados realizamos tres prácticas experimentales para estudiar su dinámica, que describiremos en la siguiente sección.

II. Desarrollo Experimental

En esta sección, explicaremos las prácticas experimentales realizadas para un circuito RC, RL y RLC en serie. En todas los experimentos se utilizó un generador de funciones modelo Tektronix AFG 1022 [3] y un osciloscopio modelo Tektronix TBS1000B-EDU [4].

A. Circuito RC

En primer lugar, estudiamos el régimen transitorio de un circuito RC en serie. Para ello, realizamos un esquema de conexión como el de la Fig. 1.

Mediante el generador de funciones, enviamos ondas cuadradas con una tensión pico a pico de $V = (5.0 \pm 0.3)$ V en serie a una resistencia $R = (10.0 \pm 0.1)$ k Ω y a un capacitor $C = (44 \pm 1)$ nF, que contaba con una resistencia interna $R_C = (10 \pm 5)$ Ω que medimos con un multímetro UNI-T UT55 en modo óhmímetro. Compartiendo la tierra del circuito, conectamos el osciloscopio con una punta sonda $\times 10$ en los terminales A y B, en paralelo con el capacitor para poder registrar su caída de tensión.

Con esta configuración, enviando con el generador de funciones Tektronix tensión al sistema mediante una onda cuadrada o pulso de baja frecuencia que simula una llave que se abre y se cierra [1], pudimos observar experimentalmente la caída de tensión $V_C(t)$ que describe la Ec. (2) y con estas mediciones graficar la corriente que circulaba mediante la Ec. (1).

Mediante este esquema de conexión, realizamos 3 mediciones de frecuencias $f_1 = (100.0 \pm 0.1)$ Hz, $f_2 = (300.0 \pm 0.2)$ Hz y $f_3 = (500.0 \pm 0.5)$ Hz y exportamos los datos obtenidos a una computadora para su análisis posterior.

B. Circuito RL

En segundo lugar, estudiamos el régimen transitorio de un circuito RL en serie. Para ello, realizamos un esquema de conexión como el de la Fig. 2.

En esta ocasión, mantuvimos las mismas conexiones utilizadas para el circuito RC en serie, reemplazando únicamente al capacitor por una inductancia $L = (1.00 \pm 0.02)$ H que contaba con resistencia interna de $R_L = (340 \pm 10) \Omega$. De esta forma, configuramos al generador de funciones para que enviara una tensión pico a pico $V = (2.5 \pm 0.2)$ V con el objetivo de que las mediciones registradas por el osciloscopio se ubicaran en el eje positivo de la pantalla. En serie con el generador se encontraba la resistencia R , la inductancia L y en paralelo con ésta última, el osciloscopio.

Mediante este esquema de conexión realizamos 3 mediciones enviando al circuito ondas cuadradas de frecuencias $f_1 = (100.0 \pm 0.1)$ Hz, $f_2 = (300.0 \pm 0.2)$ Hz y $f_3 = (500.0 \pm 0.5)$ Hz, respectivamente y exportamos las mediciones registradas por el osciloscopio a la computadora para su análisis posterior.

C. Circuito RLC Serie

Por último, estudiamos el régimen transitorio de un circuito RLC serie, para el cual utilizamos un esquema de conexión como el de la Fig. 3.

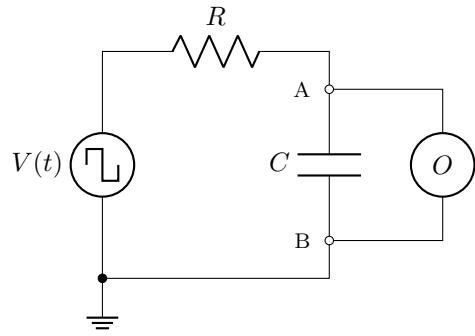


Figura 1: Circuito RC Serie. Un generador de funciones $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a una resistencia R y a un capacitor C en serie. Un osciloscopio se encuentra en paralelo con el capacitor, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

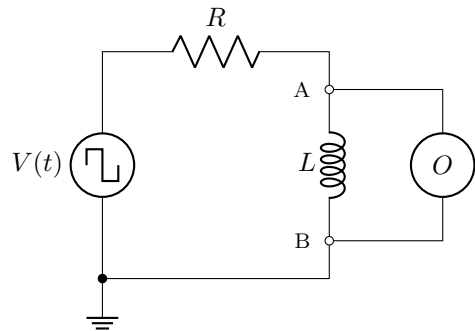


Figura 2: Circuito RL Serie. Un generador de funciones $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a una resistencia R y a una inductancia L en serie. Un osciloscopio se encuentra en paralelo con la inductancia, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

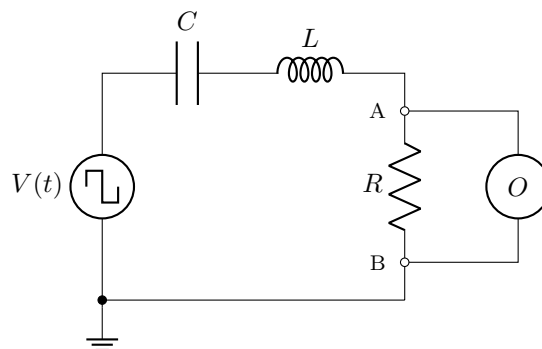


Figura 3: Circuito RLC Serie. Un generador de funciones $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a un capacitor C , una inductancia L , y una resistencia R conectados en serie. Un osciloscopio se encuentra en paralelo con la resistencia R , conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

En esta experiencia utilizamos el mismo capacitor del primer experimento, y la misma inductancia y resistencia de la experiencia anterior. En esta ocasión medimos la caída de tensión sobre la resistencia con el osciloscopio utilizando la punta sonda $\times 1$ enviando mediante el generador de funciones ondas cuadradas con una tensión pico a pico de $V = (5.0 \pm 0.3)$ V con una frecuencia fija de $f = (10.0 \pm 0.1)$ Hz, y utilizamos como resistencia fija R dos resistencias variables de distinto régimen, la primera de ellas trabajaba desde la escala de 1Ω hasta los $10 \text{ k}\Omega$, y la segunda desde $1 \text{ k}\Omega$ hasta los $10 \text{ M}\Omega$.

Mediante este esquema de conexión, realizamos dos mediciones para distintos valores de resistencia, registramos los datos obtenidos con el osciloscopio y los exportamos hacia una computadora para su análisis posterior. Para ello utilizamos unos valores de resistencia de $R_1 = (200 \pm 3) \Omega$ y $R_2 = (25.00 \pm 0.02) \text{ k}\Omega$.

Con los datos recopilados de todas las experiencias pudimos ajustar las mediciones tomadas, como se verá en la sección a continuación.

III. Resultados Y Discusión

A. Circuito RC Serie

En primer lugar, con las mediciones registradas de la caída de tensión sobre el capacitor para una onda cuadrada de frecuencia $f_1 = (100.0 \pm 0.1)$ Hz, pudimos ajustar tanto la corriente que circulaba por el circuito mediante la Ec. (1) como la caída de tensión sobre el capacitor mediante la Ec. (2), de forma satisfactoria, como puede observarse en la Fig. 4.

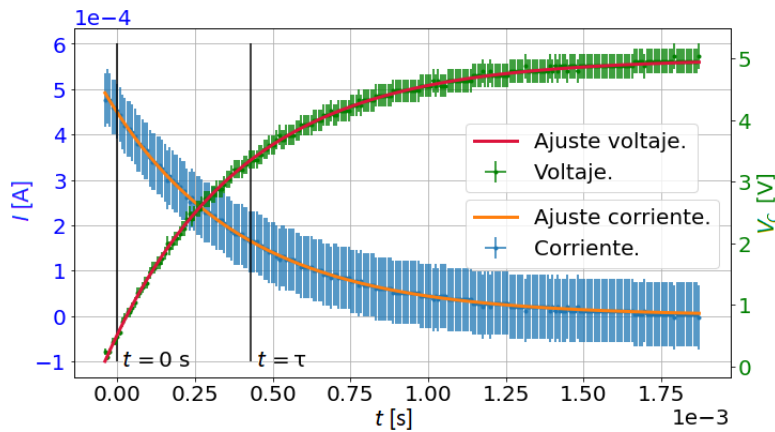


Figura 4: Corriente I [A] en azul y caída de tensión sobre el capacitor V_C [V] en verde con respecto al tiempo t [s] para el circuito RC en serie con una frecuencia de $f_1 = (100.0 \pm 0.1)$ Hz. Ajuste mediante la Ec. (1) en naranja para la corriente y mediante la Ec. (2) en rojo para el voltaje con respecto a sus mediciones en cian y verde, con un $\chi^2_\nu = 0.003$ y $\chi^2_\nu = 0.01$, respectivamente, y un $\tau_{C1} = (429 \pm 3) \mu\text{s}$. Para las ecuaciones (1) y (2) se utilizaron los parámetros $a = \frac{V_0 - V_C(0)}{R}$ y $b = RC$; y $a = V_0$, $b = V_C(0)$ y $c = CR$, respectivamente.

Pudimos probar que la corriente $I(t)$ presentaba un comportamiento exponencial decreciente con respecto al tiempo, como predecía la Ec. (1), tomando el χ^2 reducido correspondiente un valor $\chi^2_\nu = 0.003$ por lo que se ajustó el ruido, ya que el error utilizado en las mediciones era correcto y correspondía a la incerteza de los instrumentos de medición utilizados. Aún así, debido a la correlación entre las mediciones y las curvas de ajuste y a que los parámetros coincidieron con sus valores teóricos, concluimos que la experiencia fue exitosa.

Luego, comprobamos que la caída de tensión sobre el capacitor presentaba la forma funcional esperada, y se estancaba en un valor que no correspondía al valor del voltaje inicial V_0 del generador, sino a éste y su relación con el valor de la ordenada al origen $V_C(0)$, tal y como predecía la Ec. (2), cuyo valor fue de $V_C(0) = (61 \pm 1) \times 10^{-2}$ V, y que se debe a que el capacitor no tenía tiempo suficiente para descargarse completamente debido a que la onda cuadrada enviada tenía una frecuencia de (100.0 ± 0.1) Hz. En esta ocasión obtuvimos un valor de $\chi^2_\nu = 0.01$ por lo que nuevamente se ajustó el ruido que en esta ocasión fue de un orden de magnitud menor al de la corriente. Debido a que las mediciones se ajustan muy bien a la curva teórica concluimos que el ajuste fue bueno de todas formas.

El tiempo característico obtenido experimentalmente fue $\tau_{C1} = (429 \pm 3) \mu\text{s}$, resultado que coincidió con el

calculado teóricamente con la Ec. (3) con un valor de $\tau_{C1} = (440 \pm 10) \mu s$ (ver Ap. B). Debido a que en las mediciones efectuadas para $f_2 = (300.0 \pm 0.2) \text{ Hz}$ y $f_3 = (500.0 \pm 0.5) \text{ Hz}$, la caída de tensión sobre el capacitor presentó el mismo comportamiento, exhibimos únicamente los gráficos de la corriente en la Fig. 5.

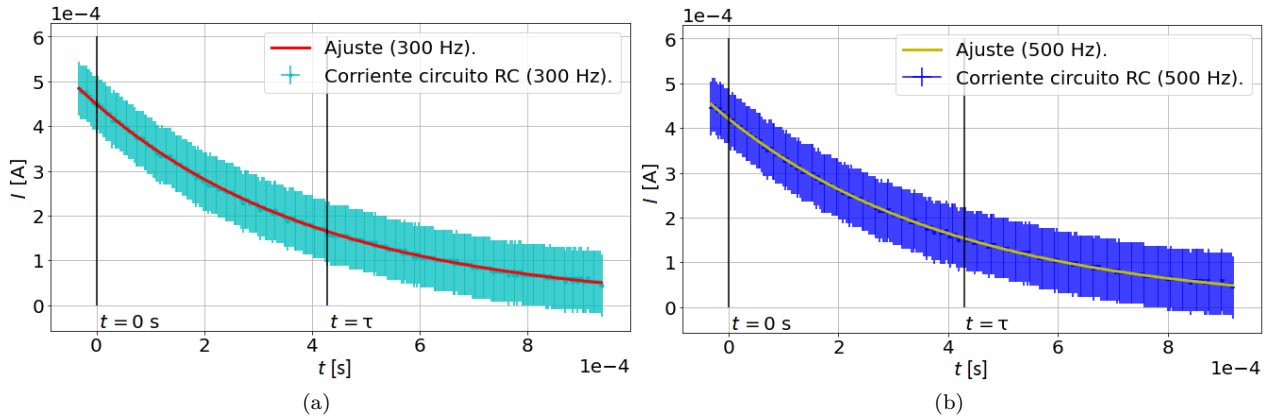


Figura 5: Corriente I [A] con respecto al tiempo t [s] para el circuito RC en serie con unas frecuencias (a) $f_2 = (300.0 \pm 0.2) \text{ Hz}$ y (b) $f_3 = (500.0 \pm 0.5) \text{ Hz}$. Ajuste mediante la Ec. (1) en rojo (a) y en amarillo (b) con respecto a sus mediciones en cian y azul, y unos tiempos característicos de $\tau_{C2} = (428 \pm 1) \times 10^{-6} \text{ s}$ y $\tau_{C3} = (427 \pm 1) \times 10^{-6} \text{ s}$, respectivamente. La bondad del ajuste fue de $\chi^2_\nu = 0.003$ en ambos casos y utilizamos los parámetros de la Fig. 4.

Como podemos ver en la Fig. 5, los ajustes lineales fueron buenos en ambos casos. Los datos se ajustaron a la función teórica esperada mediante la Ec. (1) y presentaron un comportamiento exponencial decreciente. Al igual que antes, se ajustó el ruido ya que la bondad de los ajustes fue de 0.003, pero debido a que los parámetros coincidieron con los valores obtenidos teóricamente concluimos que la experiencia fue exitosa.

Por último, mediante los ajustes realizados a la corriente pudimos notar que el tiempo característico no depende de la frecuencia ya que obtuvimos unos valores de $\tau_{C2} = (428 \pm 1) \mu s$ y $\tau_{C3} = (427 \pm 1) \mu s$ con respecto al $\tau_{C1} = (429 \pm 3) \mu s$ obtenido anteriormente, por lo que los tiempos no difieren significativamente entre sí. Teniendo en cuenta esto, obtuvimos un tiempo característico promedio de $\overline{\tau_C} = (428 \pm 3) \mu s$.

B. Circuito RL Serie

En segundo lugar, con las mediciones registradas de la caída de tensión sobre la inductancia para una onda cuadrada con las mismas frecuencias f_1 , f_2 y f_3 utilizadas anteriormente, pudimos ajustar tanto la corriente que circulaba por el circuito mediante la Ec. (4) como la caída de tensión sobre la inductancia mediante la Ec. (5). En la Fig. 6 mostramos ambos gráficos para la frecuencia f_1 .

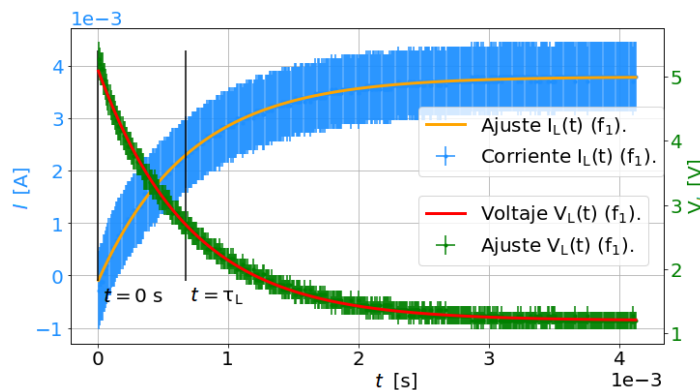


Figura 6: Corriente I [A] en cian y caída de tensión sobre la inductancia V_L [V] en verde con respecto al tiempo t [s] para el circuito RL en serie con una frecuencia de $f_1 = (100.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$. Ajuste mediante la Ec. (4) en naranja para la corriente y mediante la Ec. (5) en rojo para el voltaje con respecto a sus mediciones en cian y verde, con un $\chi^2_\nu = 0.004$ y $\chi^2_\nu = 0.06$, respectivamente, y un $\tau_{L1} = (674 \pm 5) \times 10^{-6} \text{ s}$. Para las ecuaciones (4) y (5) se utilizaron los parámetros $a = \frac{V_L(0)}{R}$, $b = \frac{V}{R}$ y $c = \frac{L}{R}$; y $a = V$, $b = V_L(0)$ y $c = \frac{L}{R}$, respectivamente.

Como podemos observar en la Fig. 6, pudimos ajustar los datos satisfactoriamente, y probamos en esta ocasión que la tensión $V_L(t)$ presentaba un comportamiento exponencial decreciente con respecto al tiempo, tal y como predice la Ec. (5), con una bondad de $\chi^2_\nu = 0.06$, y que la corriente presentaba la forma funcional esperada por la Ec. (4), con una bondad de $\chi^2_\nu = 0.004$. Al igual que antes la presencia de grandes incertezas ocasionó que se ajustara el ruido por lo que podemos concluir que el ajuste fue bueno debido a que los parámetros de ajuste coincidieron con los esperados teóricamente a pesar del valor obtenido por el χ^2_ν .

En esta ocasión el tiempo característico del circuito RL obtenido fue de $\tau_{L1} = (674 \pm 5) \mu\text{s}$, resultado ligeramente alejado del resultado teórico (ver Ap. C).

Por último, en la Fig. 7 mostramos los ajustes realizados para la corriente y la caída de tensión sobre la inductancia para los valores de frecuencia f_2 y f_3 utilizados anteriormente. Al igual que en la Fig. 6, la caída de tensión $V_L(t)$ presentó un comportamiento exponencial decreciente, y las corrientes corresponden a la forma funcional esperada de la Ec. (4). La bondad de los ajustes fue de $\chi^2_\nu = 0.004$ y $\chi^2_\nu = 0.06$ en la Fig. 7 (a) y $\chi^2_\nu = 0.004$ y $\chi^2_\nu = 0.05$ en la Fig. 7 (b) para la corriente y la caída de tensión sobre la inductancia, respectivamente. Por esta razón se ajustó el ruido de las mediciones como antes pero concluimos que los ajustes fueron buenos debido a la relación de los parámetros utilizados con los teóricos, de todas formas.

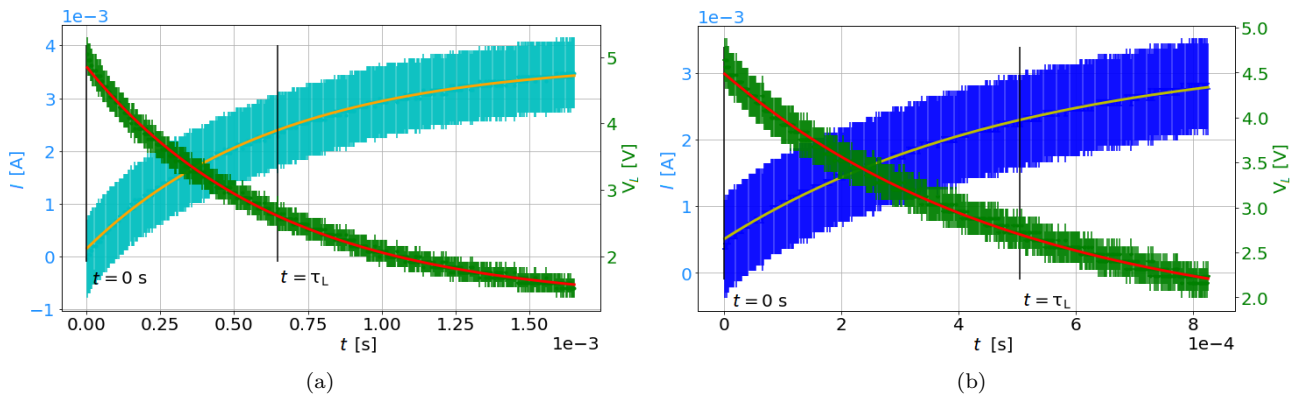


Figura 7: Corriente I [A] en cian y caída de tensión sobre la inductancia V_L [V] en verde con respecto al tiempo t [s] para el circuito RL en serie con unas frecuencias (a) $f_2 = (300.0 \pm 0.2) \text{ Hz}$ y (b) $f_3 = (500.0 \pm 0.5) \text{ Hz}$. Ajuste mediante la Ec. (4) en rojo para las corrientes y en naranja y amarillo para para las caídas de tensión con respecto a sus mediciones. Los tiempos característicos del circuito fueron de (a) $\tau_{L2} = (647 \pm 7) \times 10^{-6} \text{ s}$ y (b) $\tau_{L3} = (505 \pm 7) \times 10^{-6} \text{ s}$, respectivamente, y la bondad de los ajustes de (a) $\chi^2_\nu = 0.004$ y $\chi^2_\nu = 0.06$; y (b) $\chi^2_\nu = 0.004$ y $\chi^2_\nu = 0.05$ para la corriente y la caída de tensión, respectivamente. Se utilizaron los parámetros de ajuste de la Fig. 6.

Cabe resaltar que al aumentar la frecuencia los tiempos característicos se reducen notablemente a pesar de que los elementos pasivos permanecen constantes, dado que para los casos f_1 , f_2 y f_3 obtenemos los valores $\tau_{L1} = (674 \pm 5) \times 10^{-6} \text{ s}$, $\tau_{L2} = (647 \pm 7) \times 10^{-6} \text{ s}$ y $\tau_{L3} = (505 \pm 7) \times 10^{-6} \text{ s}$ respectivamente, donde notamos una clara reducción.

Tanto en la Fig. 6 como en la Fig. 7, podemos notar que el voltaje no llega a 0 en ninguno de los casos debido a que las frecuencias f_1 , f_2 y f_3 no brindan el tiempo suficiente para observar este decaimiento.

C. Circuito RLC Serie

Finalmente, con las mediciones registradas de la caída de tensión sobre la resistencia al enviar una onda cuadrada de $f = (10.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$ de frecuencia para un circuito RLC serie, pudimos ajustar los datos obtenidos para los casos subamortiguado y sobreamortiguado.

1. Caso Subamortiguado

En el caso subamortiguado, pudimos ajustar los datos obtenidos mediante la Ec. (7), como puede observarse en la Fig. 8.

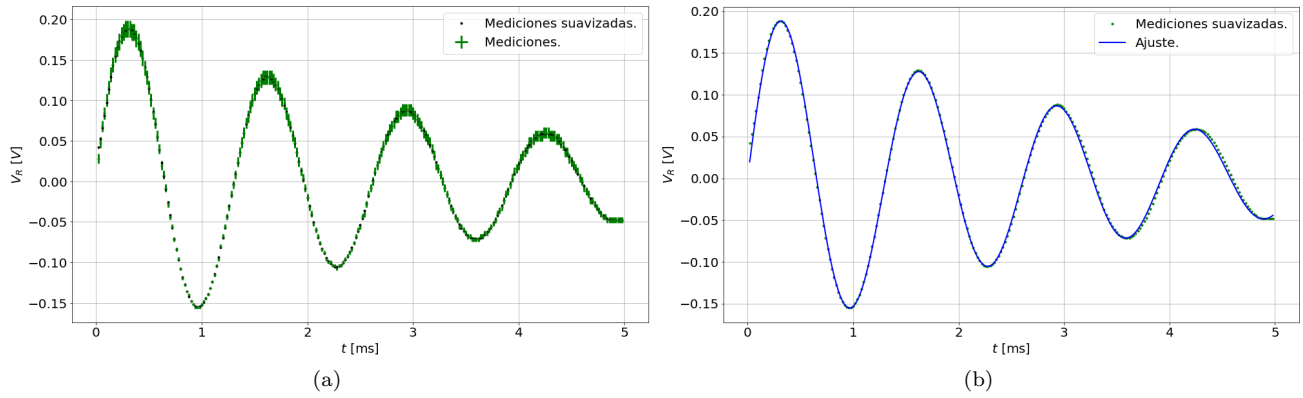


Figura 8: Caída de tensión sobre la resistencia V_R [V] con respecto al tiempo t [ms] para el circuito RLC en serie con un valor de resistencia $R_1 = (200 \pm 3) \Omega$. (a) Mediciones obtenidas experimentalmente y (b) ajuste realizado mediante la Ec. (7) en azul a las mediciones suavizadas para la caída de tensión. Se utilizaron los parámetros $\alpha = \frac{R}{2L}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ y $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$, con el parámetro V_0 fijo, dejando α , L y ω libres.

En la Fig. 8 (a) observamos como los datos obtenidos presentan la forma ondulatoria y decreciente que se esperaba para el régimen transitorio en el subamortiguado, y pudimos ajustar los datos de forma satisfactoria según la Ec. (7). En esta ocasión, suavizamos los datos debido a que para tiempos muy cercanos entre sí la tensión no variaba, como puede observarse en la Fig. 8 (b), lo que nos permitió obtener un valor de $\chi^2_\nu = 0.95$, por lo que el ajuste fue muy bueno.

Con respecto al ajuste realizado, obtuvimos unos valores de $\alpha = (296 \pm 2) \text{ Hz}$, $\omega = (4805 \pm 2) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ y $L = (1.005 \pm 0.002) \text{ H}$, resultados que coincidieron con los teóricos y con el valor medido experimentalmente de la inductancia (ver Ap. D.1, D.2 y D.3), por lo que la experiencia fue exitosa.

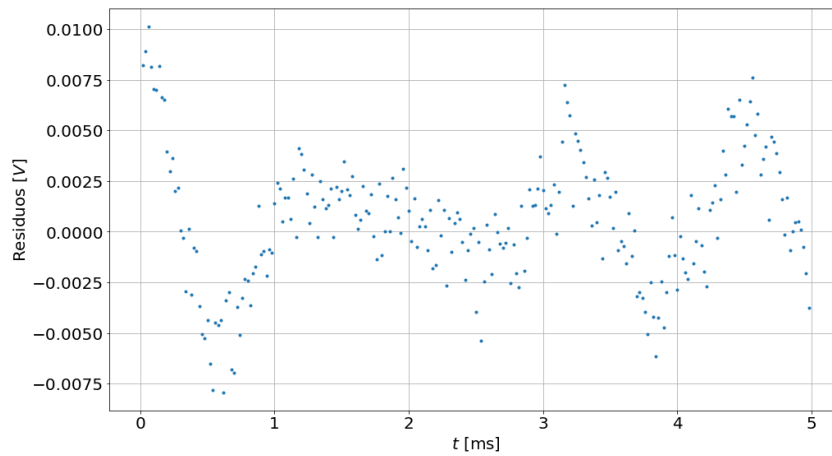


Figura 9: Residuos en V_R [V] con respecto al tiempo t [ms] correspondientes al ajuste realizado en la Fig. 8 (b) para un valor de resistencia $R_1 = (200 \pm 3) \Omega$.

En la Fig. 9 mostramos los residuos correspondientes al ajuste realizado en la Fig. 8. Como podemos observar los resultados no fueron aleatorios, observándose una tendencia ondulatoria en ellos. Aún así, debido a que esta tendencia se presenta en una escala de los mV, podemos concluir que el ajuste fue bueno de todas formas.

2. Caso Sobreamortiguado

En el caso sobreamortiguado, pudimos ajustar los datos obtenidos mediante la Ec. (8), como puede observarse en la Fig. 10.

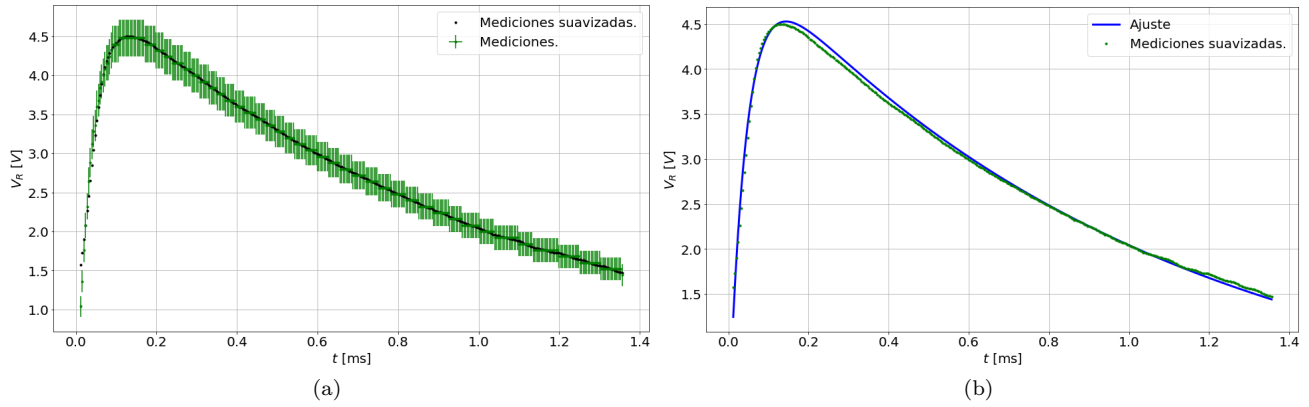


Figura 10: Caída de tensión sobre la resistencia V_R [V] con respecto al tiempo t [ms] para el circuito RLC en serie con un valor de resistencia $R_2 = (25.00 \pm 0.02)$ k Ω . (a) Mediciones obtenidas experimentalmente y (b) ajuste realizado mediante la Ec. (8) en azul a las mediciones suavizadas para la caída de tensión. Se utilizaron los parámetros $\alpha = \frac{R}{2L}$ y $\beta = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$, con el parámetro V_0 y ω_0 fijo, dejando α , β libres.

Como podemos notar, los datos obtenidos presentaron la forma funcional esperada por la Ec. (8) que representa un sobreamortiguamiento en la tensión y pudimos ajustar los datos de forma satisfactoria. Nuevamente, suavizamos las mediciones obtenidas ya que el osciloscopio medía los mismos valores de tensión para tiempos muy cercanos.

En la Fig. 10 (b), realizamos el ajuste con las mediciones suavizadas, pero aún así, el valor de χ^2_ν obtenido fue de $\chi^2_\nu = 0.07$, por lo que o bien los datos se sobreajustaron, o bien el error instrumental fue demasiado grande.

Con respecto al ajuste realizado, obtuvimos unos valores de $\alpha = (11300 \pm 80)$ Hz, de $\beta = (12250 \pm 80)$ Hz, por lo que el parámetro β coincidió (ver Ap. D.1, D.2 y D.4) pero el parámetro α no lo hizo. Por esta razón, a pesar del valor del χ^2 reducido y que uno de los parámetros no fue igual al resultado teórico podemos concluir que las mediciones fueron relativamente buenas teniendo en cuenta el error y la desviación de las mediciones suavizadas a la función.

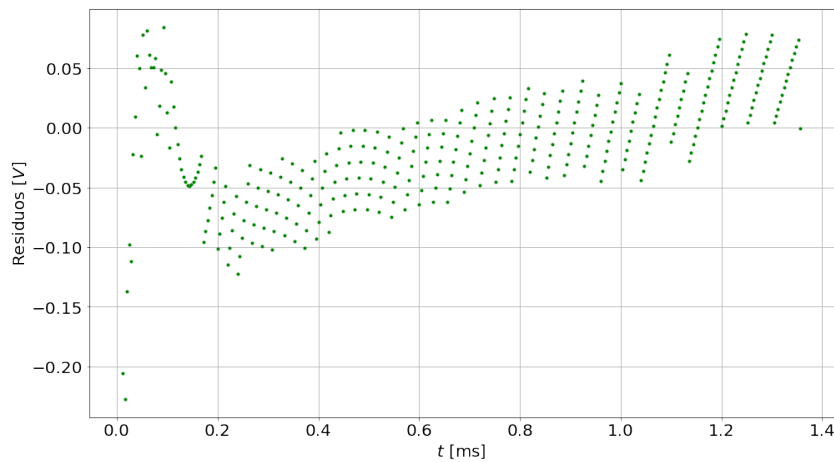


Figura 11: Residuos en V_R [V] con respecto al tiempo t [ms] correspondientes al ajuste realizado en la Fig. 10 (b) para un valor de resistencia $R_2 = (25.00 \pm 0.02)$ k Ω .

Finalmente, en la Fig. 11 podemos observar los residuos del ajuste a las mediciones. Como podemos observar los resultados tampoco fueron aleatorios, observándose una tendencia creciente desde aproximadamente los 0.2 ms y presentan algunos valores de tensión pronunciados para valores negativos. Por esta razón vemos que la experiencia del sobreamortiguado no fue tan satisfactoria.

IV. Conclusiones

Respecto al circuito RC en serie encontramos que el comportamiento del circuito durante el transitorio coincide en gran medida con las aproximaciones teóricas ya que la corriente, para casos de diferente frecuencia de ondas cuadradas (que simulan la frecuencia de cerrado y abierto de una llave eléctrica) presenta un comportamiento exponencial decreciente, además de que encontramos el tiempo característico τ_C del circuito para las tres frecuencias f_1 , f_2 y f_3 y cuyo valor promedio fue de $\overline{\tau_C} = (428 \pm 3) \mu\text{s}$, donde notamos que tal y como predice la teoría, el cambio de frecuencias no altera el valor de τ_C , además de concordar con el resultado de $\tau_C = (440 \pm 10) \mu\text{s}$ obtenido al efectuar el cálculo teórico.

También encontramos el comportamiento exponencial de la caída de tensión en el capacitor, a lo largo del tiempo y su correlación con la corriente del circuito durante el transitorio para un circuito RL en serie. Sin embargo también logramos notar una aparente reducción de los tiempos característicos al aumentar la frecuencia, a pesar de que los elementos pasivos de los circuitos permanecieron constantes.

Por otro lado corroboramos el comportamiento del circuito RLC en estado transitorio al ser alimentado por una fuente alterna. Observamos que $V_R(t)$ tiende a 0, esto es, ya que el capacitor tiende a cargarse por completo y de esto modo la corriente se anularía.

Mientras, que para el caso del sobre amortiguado tuvimos errores a la hora de ajustar o errores instrumentales muy grandes, con lo cual el ajuste no fue lo esperado.

Agradecimientos

Agradecemos al Profesor Pablo Cobelli por ayudar a comprender los conceptos de este informe, agradecemos a los Docentes Sebastian Bordakevich, Ayelen Santos, Gabriel Bricchetto y Jean Paul Louys Sanso por guiarnos en la interpretación de datos y colaborar con las ambigüedades que se presentaron en los experimentos y mediciones, y agradecemos a Federico por brindarnos las herramientas e instrumental para realizar las experiencias.

Agradecemos a la Facultad de Ciencias Exactas & Naturales de la Universidad de Buenos Aires por hacer posible la realización de este trabajo.

Bibliografía

- [1] <http://users.df.uba.ar/moreno/cursos/lab3/apuntes/transitorios.pdf>
- [2] David J. Griffiths. *Introduction To Electrodynamics*. Editorial Pearson. Cuarta Edición. Página: 298.
- [3] Manual de usuario Generador de Funciones Tektronix AFG 1022:
<https://www.tek.com/en/arbitrary-function-generator/afg1000-manual>
- [4] Manual de usuario Osciloscopio Tektronix TBS1000B-EDU:
http://users.df.uba.ar/moreno/manuales/TBS1052B_User_Manual.pdf

Apéndice

I. Incerteza Del Osciloscopio Tektronix TBS1000B-EDU

En las mediciones efectuadas por el osciloscopio, tuvimos en cuenta su incerteza a la hora de medir tiempos, que es de la forma:

$$\Delta t = \pm(1 \text{Int S.} + 100 \text{ppm} \cdot \text{Med.} + 0.5 \text{ ns}) \quad (9)$$

donde Δt representa la incerteza temporal, Int S. representa el intervalo de sampleo del osciloscopio y Med. la medición realizada.

Además tuvimos en cuenta su incerteza a la hora de medir diferencias de potencial, que es de la forma:

$$\Delta V = \pm(3\% \cdot \text{Med.} + 0.05 \cdot 1 \text{ Int S.}) \quad (10)$$

donde ahora ΔV representa la incerteza en la tensión.

II. Circuito RC

Dada $\tau_{C(R_T, C)} = R_T C$ una función de dos variables que representa el tiempo característico del circuito RC en serie, entonces su incerteza será de la forma:

$$\Delta \tau_C = \sqrt{\overline{C}^2 \Delta R_T^2 + \overline{R_T}^2 \Delta C^2}, \quad (11)$$

donde $\Delta \tau_C$ representa la incerteza del tiempo característico, $\overline{R_T}$ y \overline{C} los valores promedio de la resistencia total y del capacitor, y ΔR_T y ΔC sus incertezas, respectivamente.

Mediante esta ecuación, el valor del tiempo característico del circuito RC resulta $\tau_C = (440 \pm 10) \mu\text{s}$.

III. Circuito RL

Dada $\tau_{L(R_T, L)} = \frac{L}{R_T}$ una función de dos variables que representa el tiempo característico del circuito RL en serie, entonces su incerteza será de la forma:

$$\Delta \tau_L = \sqrt{\frac{\overline{L}^2}{\overline{R_T}^4} \Delta R_T^2 + \frac{\Delta L^2}{\overline{R_T}^2}}, \quad (12)$$

donde $\Delta \tau_L$ representa la incerteza del tiempo característico, $\overline{R_T}$ y \overline{L} los valores promedio de la resistencia total y de la inductancia, y ΔR_T y ΔL sus incertezas, respectivamente.

Mediante esta ecuación, el valor del tiempo característico del circuito RC resulta $\tau_L = (7.5 \pm 0.1) \times 10^{-4} \text{ s}$.

IV. Circuito RLC

A. Frecuencia De Resonancia

Dada $\omega_{0(L, C)} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ una función de dos variables que representa la frecuencia natural o de resonancia del circuito RLC en serie, entonces su incerteza será de la forma:

$$\Delta \omega_0 = \frac{1}{2\sqrt{\overline{LC}}} \sqrt{\frac{\Delta L^2}{\overline{L}^2} + \frac{\Delta C^2}{\overline{C}^2}}, \quad (13)$$

donde $\Delta \omega_0$ representa la incerteza de la frecuencia natural, \overline{L} y \overline{C} los valores promedios de la inductancia y del capacitor y ΔL y ΔC sus incertezas, respectivamente.

Mediante esta ecuación, el valor de la frecuencia del circuito RLC en serie resulta $\omega_0 = (4770 \pm 50) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

B. Parámetro α

Dada $\alpha_{(R,L)} = \frac{R}{2L}$, una función de dos variables que representa el parámetro α asociado a las soluciones de la ecuación del circuito RLC en serie, entonces su incerteza será de la forma:

$$\Delta\alpha = \sqrt{\frac{\Delta R^2}{4\bar{L}^2} + \frac{\bar{R}^2 \Delta L^2}{4\bar{L}^4}}, \quad (14)$$

donde $\Delta\alpha$ representa la incerteza del parámetro α , \bar{R} y \bar{L} los valores promedio de la resistencia total y de la inductancia, y ΔR y ΔL sus incertezas, respectivamente.

Mediante esta ecuación, los valores del parámetro obtenidos fueron de $\alpha = (275 \pm 20)$ Hz y $\alpha = (12680 \pm 30)$ Hz para el caso subamortiguado y sobreamortiguado, respectivamente.

C. Parámetro ω

Dada $\omega_{(\alpha,\omega_0)} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ una función de dos variables que representa el parámetro ω asociado a las soluciones de la ecuación del circuito RLC en serie, entonces su incerteza será de la forma:

$$\Delta\omega = \frac{\sqrt{\bar{\omega}_0^2 \Delta\alpha^2 + \bar{\alpha}^2 \Delta\omega_0^2}}{\sqrt[4]{\bar{\omega}_0^2 - \bar{\alpha}^2}}, \quad (15)$$

donde $\Delta\omega$ representa la incerteza del parámetro, $\bar{\alpha}$ y $\bar{\omega}_0$ los valores promedio del parámetro α y la frecuencia de resonancia del circuito, y $\Delta\alpha$ y $\Delta\omega_0$ sus incertezas, respectivamente.

Mediante esta ecuación, el valor del parámetro obtenido fue de $\omega = (4800 \pm 100) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

D. Parámetro β

Dada $\beta(\alpha, \omega_0) = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$ una función de dos variables que representa el parámetro β asociado a las soluciones de la ecuación del circuito RLC en serie, entonces su incerteza será de la forma:

$$\Delta\beta = \frac{\sqrt{\bar{\alpha}^2 \Delta\alpha^2 + \bar{\omega}_0^2 \Delta\omega_0^2}}{\sqrt[4]{\bar{\alpha}^2 - \bar{\omega}_0^2}}, \quad (16)$$

donde $\Delta\beta$ representa la incerteza del parámetro, $\bar{\alpha}$ y $\bar{\omega}_0$ los valores promedio del parámetro α y la frecuencia de resonancia del circuito, y $\Delta\alpha$ y $\Delta\omega_0$ sus incertezas, respectivamente.

Mediante esta ecuación, el valor del parámetro obtenido fue de $\beta = (12000 \pm 2000)$ Hz.

V. Tabla de parámetros de corrientes RC Y RL

| Circuito RC, parámetros de ajuste de corriente | | |
|--|-----------------------|-----------------------|
| | $V - V_C(0)/R$ | RC |
| $f_1 = (100.0 \pm 0.1)$ Hz | $(4479 \pm 8)10^{-7}$ | $(429 \pm 1)10^{-6}$ |
| $f_2 = (300.0 \pm 0.2)$ Hz | $(4493 \pm 5)10^{-7}$ | $(4276 \pm 8)10^{-7}$ |
| $f_3 = (500.0 \pm 0.5)$ Hz | $(4208 \pm 5)10^{-7}$ | $(4263 \pm 9)10^{-7}$ |

Tabla 1: En la tabla observamos los valores de los parámetros obtenidos por el ajuste de corriente del circuito RC para los casos $f_1 = (100.0 \pm 0.1)$ Hz, $f_2 = (300.0 \pm 0.2)$ Hz y $f_3 = (500.0 \pm 0.5)$ Hz.

| Circuito RL, parámetros de ajuste de corriente | | | |
|--|-------------------------|-----------------------|-----------------------|
| | $V_L(0)/R$ | V/R | L/R |
| $f_1 = (100.0 \pm 0.1)$ Hz | $(-1.7 \pm 0.1)10^{-5}$ | $(391 \pm 1)10^{-6}$ | $(674 \pm 5)10^{-6}$ |
| $f_2 = (300.0 \pm 0.2)$ Hz | $(141 \pm 8)10^{-6}$ | $(3565 \pm 8)10^{-6}$ | $(648 \pm 5)10^{-6}$ |
| $f_3 = (500.0 \pm 0.5)$ Hz | $(505 \pm 7)10^{-6}$ | $(284 \pm 2)10^{-5}$ | $(5047 \pm 7)10^{-6}$ |

Tabla 2: En la tabla observamos los valores de los parámetros obtenidos por el ajuste de corriente del circuito RL para los casos $f_1 = (100.0 \pm 0.1)$ Hz, $f_2 = (300.0 \pm 0.2)$ Hz y $f_3 = (500.0 \pm 0.5)$ Hz.