

Circuitos Eléctricos Transitorios

Facundo Otero Zappa, Luis Diaz & Sergio Stedile
(Grupo 8)



Laboratorio 3, Verano 2023 | Mar. & Vié. de 14:00 a 20:00 hs.

Índice

1 Motivación

2 Introducción

- Circuito RC Serie
- Circuito RL Serie
- Circuito RLC Serie

3 Desarrollo Experimental

- Circuito RC Serie
- Circuito RL Serie
- Circuito RLC Serie

4 Resultados Y Discusión

- Circuito RC Serie
- Circuito RL Serie
- Circuito RLC Serie

5 Conclusiones

Motivación

Los circuitos transitorios exhiben muchos tipos de comportamientos fundamentales para la electrónica analógica, la rama de la electrónica que trabaja con señales que varían continuamente.

Los circuitos RC son circuitos eléctricos compuestos por resistencias y capacitores. Pueden ser utilizados para filtrar una señal o para bloquear ciertas frecuencias y dejar pasar otras.

Los circuitos RL son circuitos eléctricos compuestos por resistencias e inductancias. Es uno de los filtros electrónicos analógicos más simples cuya respuesta al impulso es infinita.

Filtros eléctricos

Los filtros eléctricos son circuitos cuya salida depende de la frecuencia ω de la señal de entrada. Los circuitos RC, RL, RLC y demás pueden utilizarse como filtros en configuración en serie o paralelo.

Los filtros más comunes son el filtro pasabajos, el filtro pasabajos y los filtros pasabanda y eliminabanda.

Motivación

Circuito RLC

Un circuito RLC es un circuito eléctrico que consta de una resistencia (R), una inductancia (L) y un capacitor (C). Produce una oscilación armónica en la corriente y resuena de manera similar al circuito LC. La resistencia produce el amortiguamiento de las oscilaciones y reduce el pico de la frecuencia de resonancia.

Presenta muchas aplicaciones en circuitos con señales oscilantes. Los receptores de radio y los sets de televisión los utilizan para sintonizar y seleccionar rangos de frecuencia estrechos de las ondas de radio ambientales (como filtro pasabanda). Pueden utilizarse como filtros pasaaltos, pasabajos o pasabanda y eliminabanda.

Los filtros pasabanda son ampliamente utilizados en transmisores y receptores inalámbricos, evitando que el transmisor interfiera con otras estaciones o que el receptor pueda oír o grabar la señal deseada.

Filtros eliminabanda se utilizan en óptica física en redes de difracción y en espectroscopía y tienen aplicaciones en amplificadores e instrumentos musicales eléctricos.

Introducción

El régimen transitorio

Un circuito se encuentra en régimen transitorio cuando al menos uno de sus componentes eléctricos cambia alguna de sus propiedades, por lo que el circuito en su conjunto cambia de estado y tiende hacia un nuevo estado de equilibrio compatible con el cambio realizado.

Cuando el circuito alcanzó el equilibrio y ya no ocurren nuevos cambios, se dice que el circuito se encuentra en régimen estacionario.

Circuito RC Serie

Un circuito RC serie, es un circuito transitorio cuya dinámica se describe mediante la ecuación integral [1]:

$$V_0 = I(t)R + \frac{1}{C} \int_0^t I(t') dt' + V_C(0), \quad \forall t > 0 \quad (1)$$

donde V_0 representa la tensión inicial, $V_C(0) = \frac{Q_0}{C}$ la tensión inicial del capacitor, con Q_0 su carga inicial y C su valor estándar, R la resistencia y t el tiempo.

Diferenciando la Ec. (1) con respecto al tiempo se obtiene la ecuación diferencial ordinaria (E.D.O.) de primer orden:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \left(\frac{1}{RC}\right)I(t) = 0. \quad \forall t > 0 \quad (2)$$

Circuito RC Serie

Un circuito RC serie, es un circuito transitorio cuya dinámica se describe mediante la ecuación integral [1]:

$$V_0 = I(t)R + \frac{1}{C} \int_0^t I(t') dt' + V_C(0), \quad \forall t > 0 \quad (1)$$

donde V_0 representa la tensión inicial, $V_C(0) = \frac{Q_0}{C}$ la tensión inicial del capacitor, con Q_0 su carga inicial y C su valor estándar, R la resistencia y t el tiempo.

Diferenciando la Ec. (1) con respecto al tiempo se obtiene la ecuación diferencial ordinaria (E.D.O.) de primer orden:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \left(\frac{1}{RC}\right)I(t) = 0. \quad \forall t > 0 \quad (2)$$

Resolviendo la Ec. (2) y utilizando la condición inicial de la Ec. (1), se obtiene que:

$$I(t) = \frac{V_0 - V_C(0)}{R} e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (3)$$

y de la Ec. (3), puede obtenerse una expresión para la caída de tensión sobre el capacitor $V_C(t)$, que es de la forma [1]:

$$V_C(t) = V_C(0) + [V_0 - V_C(0)] \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right). \quad (4)$$

Ambas soluciones comparten un intervalo temporal RC que se denomina *tiempo característico del transitorio RC*:

$$\tau_C = RC, \quad (5)$$

donde τ_C representa a dicho tiempo.

Resolviendo la Ec. (2) y utilizando la condición inicial de la Ec. (1), se obtiene que:

$$I(t) = \frac{V_0 - V_C(0)}{R} e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (3)$$

y de la Ec. (3), puede obtenerse una expresión para la caída de tensión sobre el capacitor $V_C(t)$, que es de la forma [1]:

$$V_C(t) = V_C(0) + [V_0 - V_C(0)] \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right). \quad (4)$$

Ambas soluciones comparten un intervalo temporal RC que se denomina *tiempo característico del transitorio RC*:

$$\tau_C = RC, \quad (5)$$

donde τ_C representa a dicho tiempo.

Resolviendo la Ec. (2) y utilizando la condición inicial de la Ec. (1), se obtiene que:

$$I(t) = \frac{V_0 - V_C(0)}{R} e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (3)$$

y de la Ec. (3), puede obtenerse una expresión para la caída de tensión sobre el capacitor $V_C(t)$, que es de la forma [1]:

$$V_C(t) = V_C(0) + [V_0 - V_C(0)] \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right). \quad (4)$$

Ambas soluciones comparten un intervalo temporal RC que se denomina *tiempo característico del transitorio RC*:

$$\tau_C = RC, \quad (5)$$

donde τ_C representa a dicho tiempo.

Circuito RL Serie

El circuito RL serie, es un circuito transitorio similar al RC cuya dinámica se describe mediante una E.D.O. de primer orden de la forma:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \left(\frac{R}{L}\right)I(t) = V_0, \quad \forall t > 0 \quad (6)$$

donde L representa a la inductancia.

Resolviendo como antes, la solución para la corriente de la Ec. (6) y la caída de tensión sobre la inductancia $V_L(t)$ con la condición inicial $I(0) = 0$, resultan:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad (7)$$

$$V_L(t) = V_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (8)$$

Donde el *tiempo característico del transitorio RL* τ_L se define como:

$$\tau_L = \frac{L}{R}. \quad (9)$$

Circuito RL Serie

El circuito RL serie, es un circuito transitorio similar al RC cuya dinámica se describe mediante una E.D.O. de primer orden de la forma:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \left(\frac{R}{L}\right)I(t) = V_0, \quad \forall t > 0 \quad (6)$$

donde L representa a la inductancia.

Resolviendo como antes, la solución para la corriente de la Ec. (6) y la caída de tensión sobre la inductancia $V_L(t)$ con la condición inicial $I(0) = 0$, resultan:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad (7)$$

$$V_L(t) = V_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (8)$$

Donde el *tiempo característico del transitorio RL* τ_L se define como:

$$\tau_L = \frac{L}{R}. \quad (9)$$

Circuito RL Serie

El circuito RL serie, es un circuito transitorio similar al RC cuya dinámica se describe mediante una E.D.O. de primer orden de la forma:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \left(\frac{R}{L}\right)I(t) = V_0, \quad \forall t > 0 \quad (6)$$

donde L representa a la inductancia.

Resolviendo como antes, la solución para la corriente de la Ec. (6) y la caída de tensión sobre la inductancia $V_L(t)$ con la condición inicial $I(0) = 0$, resultan:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad (7)$$

$$V_L(t) = V_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (8)$$

Donde el *tiempo característico del transitorio RL* τ_L se define como:

$$\tau_L = \frac{L}{R}. \quad (9)$$

Circuito RL Serie

El circuito RL serie, es un circuito transitorio similar al RC cuya dinámica se describe mediante una E.D.O. de primer orden de la forma:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \left(\frac{R}{L}\right)I(t) = V_0, \quad \forall t > 0 \quad (6)$$

donde L representa a la inductancia.

Resolviendo como antes, la solución para la corriente de la Ec. (6) y la caída de tensión sobre la inductancia $V_L(t)$ con la condición inicial $I(0) = 0$, resultan:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right), \quad (7)$$

$$V_L(t) = V_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \quad (8)$$

Donde el *tiempo característico del transitorio RL* τ_L se define como:

$$\tau_L = \frac{L}{R}. \quad (9)$$

Circuito RLC Serie

El circuito RLC serie es un circuito transitorio cuya dinámica se rige por la ecuación integro-diferencial:

$$V_0 = I(t)R + L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t I(t') dt' + V_C(0). \quad \forall t > 0 \quad (10)$$

Diferenciando la Ec. (10) con respecto al tiempo, obtenemos una E.D.O. de segundo orden de la forma:

$$\frac{d^2I(t)}{dt^2} + \left(\frac{R}{L}\right) \frac{dI(t)}{dt} + \left(\frac{1}{LC}\right) I(t) = 0. \quad \forall t > 0 \quad (11)$$

Esta ecuación representa un *oscilador armónico amortiguado* cuyas soluciones son conocidas. Presenta en principio 3 régimenes transitorios: un régimen *subamortiguado*, uno de *amortiguamiento crítico* y uno *sobreamortiguado*.

Circuito RLC Serie

El circuito RLC serie es un circuito transitorio cuya dinámica se rige por la ecuación integro-diferencial:

$$V_0 = I(t)R + L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t I(t') dt' + V_C(0). \quad \forall t > 0 \quad (10)$$

Diferenciando la Ec. (10) con respecto al tiempo, obtenemos una E.D.O. de segundo orden de la forma:

$$\frac{d^2I(t)}{dt^2} + \left(\frac{R}{L}\right) \frac{dI(t)}{dt} + \left(\frac{1}{LC}\right) I(t) = 0. \quad \forall t > 0 \quad (11)$$

Esta ecuación representa un *oscilador armónico amortiguado* cuyas soluciones son conocidas. Presenta en principio 3 régimenes transitorios: un régimen *subamortiguado*, uno de *amortiguamiento crítico* y uno *sobreamortiguado*.

Circuito RLC Serie

El circuito RLC serie es un circuito transitorio cuya dinámica se rige por la ecuación integro-diferencial:

$$V_0 = I(t)R + L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t I(t') dt' + V_C(0). \quad \forall t > 0 \quad (10)$$

Diferenciando la Ec. (10) con respecto al tiempo, obtenemos una E.D.O. de segundo orden de la forma:

$$\frac{d^2I(t)}{dt^2} + \left(\frac{R}{L}\right) \frac{dI(t)}{dt} + \left(\frac{1}{LC}\right) I(t) = 0. \quad \forall t > 0 \quad (11)$$

Esta ecuación representa un *oscilador armónico amortiguado* cuyas soluciones son conocidas. Presenta en principio 3 régimenes transitorios: un régimen *subamortiguado*, uno de *amortiguamiento crítico* y uno *sobreamortiguado*.

Parámetros relevantes

- Parámetro α :

$$\alpha = \frac{R}{2L} \quad (12)$$

- Frecuencia angular natural ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (13)$$

- Frecuencia angular ω :

$$\omega = \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{\text{sub.}} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \\ \omega_{\text{sobre.}} = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \end{cases} \quad (14)$$

Parámetros relevantes

- Parámetro α :

$$\alpha = \frac{R}{2L} \quad (12)$$

- Frecuencia angular natural ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (13)$$

- Frecuencia angular ω :

$$\omega = \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{\text{sub.}} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \\ \omega_{\text{sobre.}} = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \end{cases} \quad (14)$$

Parámetros relevantes

- Parámetro α :

$$\alpha = \frac{R}{2L} \quad (12)$$

- Frecuencia angular natural ω_0 :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (13)$$

- Frecuencia angular ω :

$$\omega = \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \Rightarrow \begin{cases} \omega_{\text{sub.}} = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \\ \omega_{\text{sobre.}} = \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \end{cases} \quad (14)$$

Caso subamortiguado: $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

En este régimen, al aplicar la Ley de Ohm [2] a la solución de la Ec. (11) para la corriente se obtiene la caída de tensión sobre la resistencia, cuya expresión es de la forma:

$$V_R(t) = \frac{RV_0}{\omega_{\text{sub.}} L} e^{-\alpha t} \sin(\omega_{\text{sub.}} t) \quad (15)$$

$$= \frac{RV_0}{\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}t\right), \quad (16)$$

donde $V_R(t)$ representa dicha caída de tensión.

Caso sobreamortiguado: $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

En este régimen, al aplicar la Ley de Ohm [2] a la solución de la Ec. (11) para la corriente se obtiene la caída de tensión sobre la resistencia, cuya expresión es de la forma:

$$V_R(t) = \frac{RV_0}{\omega_{\text{sobre.}} L} e^{-\alpha t} \operatorname{senh}(\omega_{\text{sobre.}} t) \quad (17)$$

$$= \frac{RV_0}{\sqrt{\frac{R^2}{4} - \frac{L}{C}}} e^{-\frac{R}{2L}t} \operatorname{senh}\left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}t\right), \quad (18)$$

que comparte los parámetros de la Ec. (16).

Desarrollo Experimental

Para todas las prácticas experimentales realizadas se utilizó un generador de funciones modelo Tektronix AFG1022 [3] y un osciloscopio modelo Tektronix TBS1052 B-EDU [4].

Error instrumental

- Incertezza temporal del osciloscopio:

$$\Delta t = \pm(1 \text{ Int} + 100 \text{ ppm} \cdot \text{Med.} + 0.5 \text{ ns}) \quad (19)$$

- Incertezza en la tensión del osciloscopio:

$$\Delta V = \pm(3\% \cdot \text{Med.} + 0.05 \cdot 1 \text{ Int S.}) \quad (20)$$

Desarrollo Experimental

Para todas las prácticas experimentales realizadas se utilizó un generador de funciones modelo Tektronix AFG1022 [3] y un osciloscopio modelo Tektronix TBS1052 B-EDU [4].

Error instrumental

- Incertezza temporal del osciloscopio:

$$\Delta t = \pm(1 \text{ Int} + 100 \text{ ppm} \cdot \text{Med.} + 0.5 \text{ ns}) \quad (19)$$

- Incertezza en la tensión del osciloscopio:

$$\Delta V = \pm(3\% \cdot \text{Med.} + 0.05 \cdot 1 \text{ Int S.}) \quad (20)$$

Desarrollo Experimental

Para todas las prácticas experimentales realizadas se utilizó un generador de funciones modelo Tektronix AFG1022 [3] y un osciloscopio modelo Tektronix TBS1052 B-EDU [4].

Error instrumental

- Incertezza temporal del osciloscopio:

$$\Delta t = \pm(1 \text{ Int} + 100 \text{ ppm} \cdot \text{Med.} + 0.5 \text{ ns}) \quad (19)$$

- Incertezza en la tensión del osciloscopio:

$$\Delta V = \pm(3\% \cdot \text{Med.} + 0.05 \cdot 1 \text{ Int S.}) \quad (20)$$

Desarrollo Experimental

Para todas las prácticas experimentales realizadas se utilizó un generador de funciones modelo Tektronix AFG1022 [3] y un osciloscopio modelo Tektronix TBS1052 B-EDU [4].

Error instrumental

- Incertezza temporal del osciloscopio:

$$\Delta t = \pm(1 \text{ Int} + 100 \text{ ppm} \cdot \text{Med.} + 0.5 \text{ ns}) \quad (19)$$

- Incertezza en la tensión del osciloscopio:

$$\Delta V = \pm(3\% \cdot \text{Med.} + 0.05 \cdot 1 \text{ Int S.}) \quad (20)$$

Circuito RC Serie

Componentes eléctricos

Mediante un multímetro modelo UNI-T UT55 se efectuaron las mediciones:

- $R = (10.0 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$
- $C = (44 \pm 1) \text{ nF}$
- $R_C = (10 \pm 5) \Omega$

Instrumental

Mediante el generador enviamos ondas cuadradas con un offset para simular una llave eléctrica con una tensión pico a pico de $V = (5.0 \pm 0.3) \text{ V}$.

Utilizamos unos valores de frecuencia de:

- $f_1 = (100.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$
- $f_2 = (300.0 \pm 0.2) \text{ Hz}$
- $f_3 = (500.0 \pm 0.5) \text{ Hz}$

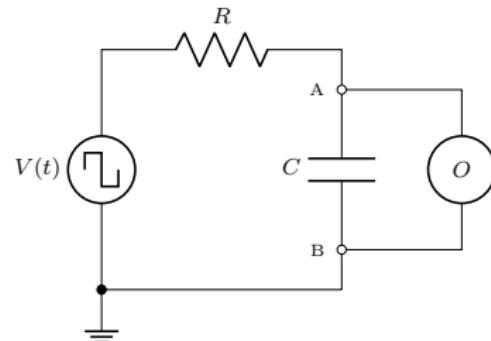


Figura 1: Circuito RC Serie. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a una resistencia R y a un capacitor C en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con el capacitor, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RC Serie

Componentes eléctricos

Mediante un multímetro modelo UNI-T UT55 se efectuaron las mediciones:

- $R = (10.0 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$
- $C = (44 \pm 1) \text{ nF}$
- $R_C = (10 \pm 5) \Omega$

Instrumental

Mediante el generador enviamos ondas cuadradas con un offset para simular una llave eléctrica con una tensión pico a pico de $V = (5.0 \pm 0.3) \text{ V}$.

Utilizamos unos valores de frecuencia de:

- $f_1 = (100.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$
- $f_2 = (300.0 \pm 0.2) \text{ Hz}$
- $f_3 = (500.0 \pm 0.5) \text{ Hz}$

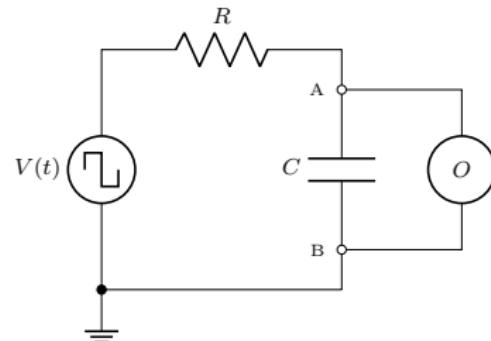


Figura 1: Circuito RC Serie. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a una resistencia R y a un capacitor C en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con el capacitor, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RC Serie

Componentes eléctricos

Mediante un multímetro modelo UNI-T UT55 se efectuaron las mediciones:

- $R = (10.0 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$
- $C = (44 \pm 1) \text{ nF}$
- $R_C = (10 \pm 5) \Omega$

Instrumental

Mediante el generador enviamos ondas cuadradas con un offset para simular una llave eléctrica con una tensión pico a pico de $V = (5.0 \pm 0.3) \text{ V}$.

Utilizamos unos valores de frecuencia de:

- $f_1 = (100.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$
- $f_2 = (300.0 \pm 0.2) \text{ Hz}$
- $f_3 = (500.0 \pm 0.5) \text{ Hz}$

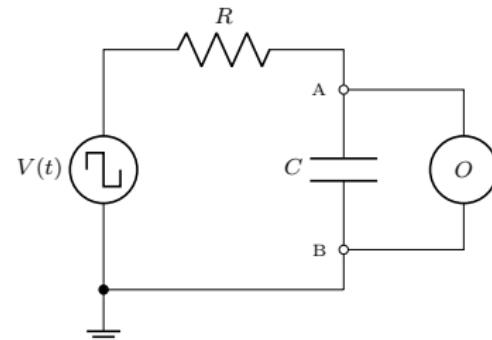


Figura 1: Circuito RC Serie. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a una resistencia R y a un capacitor C en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con el capacitor, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RC Serie

Componentes eléctricos

Mediante un multímetro modelo UNI-T UT55 se efectuaron las mediciones:

- $R = (10.0 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$
- $C = (44 \pm 1) \text{ nF}$
- $R_C = (10 \pm 5) \Omega$

Instrumental

Mediante el generador enviamos ondas cuadradas con un offset para simular una llave eléctrica con una tensión pico a pico de $V = (5.0 \pm 0.3) \text{ V}$.

Utilizamos unos valores de frecuencia de:

- $f_1 = (100.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$
- $f_2 = (300.0 \pm 0.2) \text{ Hz}$
- $f_3 = (500.0 \pm 0.5) \text{ Hz}$

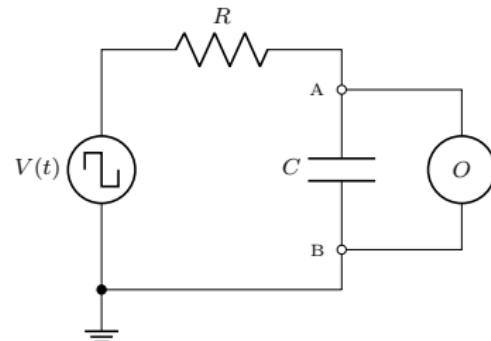


Figura 1: Circuito RC Serie. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a una resistencia R y a un capacitor C en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con el capacitor, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RC Serie

Componentes eléctricos

Mediante un multímetro modelo UNI-T UT55 se efectuaron las mediciones:

- $R = (10.0 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$
- $C = (44 \pm 1) \text{ nF}$
- $R_C = (10 \pm 5) \Omega$

Instrumental

Mediante el generador enviamos ondas cuadradas con un offset para simular una llave eléctrica con una tensión pico a pico de $V = (5.0 \pm 0.3) \text{ V}$.

Utilizamos unos valores de frecuencia de:

- $f_1 = (100.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$
- $f_2 = (300.0 \pm 0.2) \text{ Hz}$
- $f_3 = (500.0 \pm 0.5) \text{ Hz}$

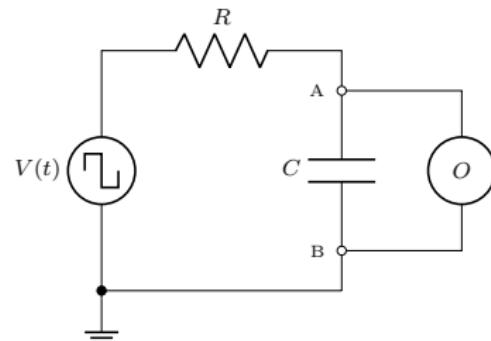


Figura 1: Circuito RC Serie. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a una resistencia R y a un capacitor C en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con el capacitor, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RL Serie

Componentes eléctricos

En esta ocasión, medimos con el mismo multímetro utilizado anteriormente:

- $R = (1.00 \pm 0.01) \text{ k}\Omega$
- $L = (1.00 \pm 0.02) \text{ H}$
- $R_L = (340 \pm 10) \Omega$

Instrumental

Mantuvimos el offset y utilizamos las mismas frecuencias del circuito RC serie.

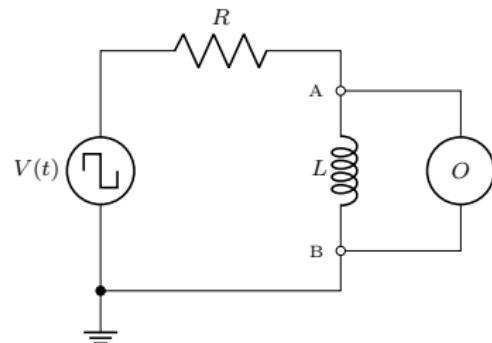


Figura 2: Circuito RL. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a una resistencia R y a una inductancia L en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con la inductancia, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RL Serie

Componentes eléctricos

En esta ocasión, medimos con el mismo multímetro utilizado anteriormente:

- $R = (1.00 \pm 0.01) \text{ k}\Omega$
- $L = (1.00 \pm 0.02) \text{ H}$
- $R_L = (340 \pm 10) \Omega$

Instrumental

Mantuvimos el offset y utilizamos las mismas frecuencias del circuito RC serie.

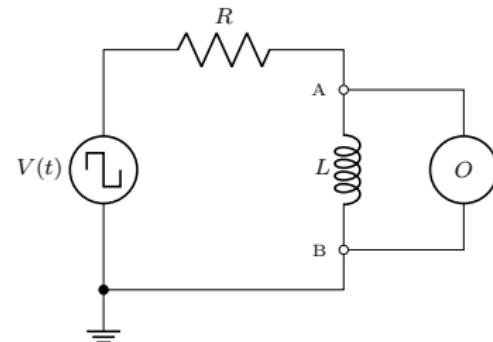


Figura 2: Circuito RL. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a una resistencia R y a una inductancia L en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con la inductancia, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RL Serie

Componentes eléctricos

En esta ocasión, medimos con el mismo multímetro utilizado anteriormente:

- $R = (1.00 \pm 0.01) \text{ k}\Omega$
- $L = (1.00 \pm 0.02) \text{ H}$
- $R_L = (340 \pm 10) \Omega$

Instrumental

Mantuvimos el offset y utilizamos las mismas frecuencias del circuito RC serie.

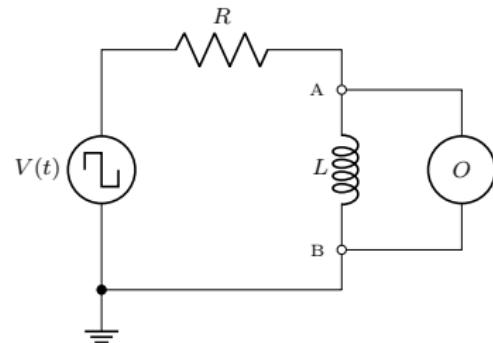


Figura 2: Circuito RL. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a una resistencia R y a una inductancia L en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con la inductancia, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RL Serie

Componentes eléctricos

En esta ocasión, medimos con el mismo multímetro utilizado anteriormente:

- $R = (1.00 \pm 0.01) \text{ k}\Omega$
- $L = (1.00 \pm 0.02) \text{ H}$
- $R_L = (340 \pm 10) \Omega$

Instrumental

Mantuvimos el offset y utilizamos las mismas frecuencias del circuito RC serie.

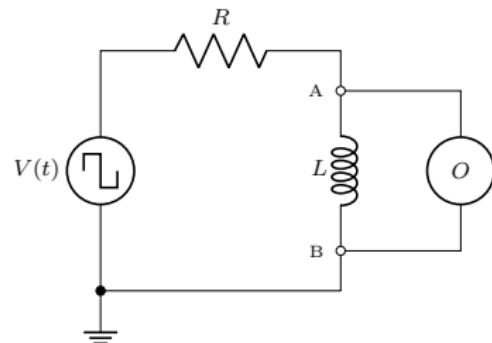


Figura 2: Circuito RL. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a una resistencia R y a una inductancia L en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con la inductancia, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RLC Serie

Componentes eléctricos

Con el multímetro, medimos:

- $L = (1.00 \pm 0.02) \text{ H}$
- $C = (44 \pm 1) \text{ nF}$
- $R_{\text{sub.}} = (200 \pm 3) \Omega$
- $R_{\text{sobre.}} = (25.00 \pm 0.02) \text{ k}\Omega$

Instrumental

Mantuvimos el offset de las experiencias anteriores, pero utilizamos una frecuencia de:

- $f = (10.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$

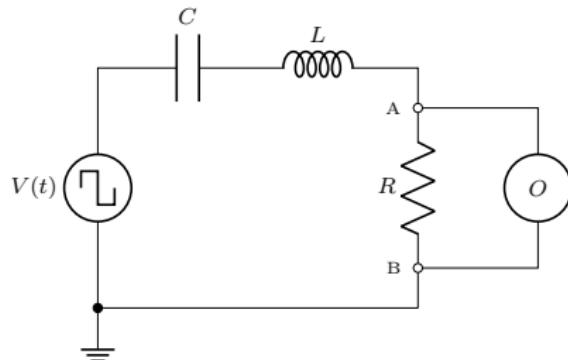


Figura 3: Circuito RLC Serie. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a un capacitor C , una inductancia L , y una resistencia R en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con la resistencia, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RLC Serie

Componentes eléctricos

Con el multímetro, medimos:

- $L = (1.00 \pm 0.02) \text{ H}$
- $C = (44 \pm 1) \text{ nF}$
- $R_{\text{sub.}} = (200 \pm 3) \Omega$
- $R_{\text{sobre.}} = (25.00 \pm 0.02) \text{ k}\Omega$

Instrumental

Mantuvimos el offset de las experiencias anteriores, pero utilizamos una frecuencia de:

- $f = (10.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$

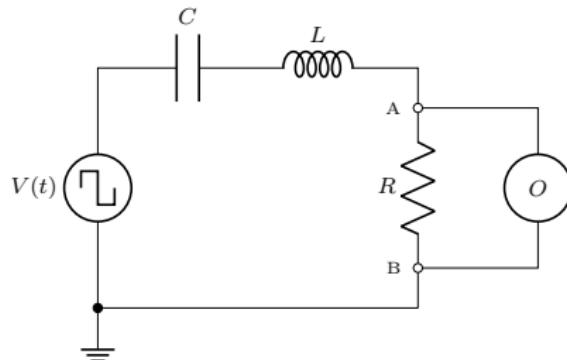


Figura 3: Circuito RLC Serie. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a un capacitor C , una inductancia L , y una resistencia R en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con la resistencia, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RLC Serie

Componentes eléctricos

Con el multímetro, medimos:

- $L = (1.00 \pm 0.02) \text{ H}$
- $C = (44 \pm 1) \text{ nF}$
- $R_{\text{sub.}} = (200 \pm 3) \Omega$
- $R_{\text{sobre.}} = (25.00 \pm 0.02) \text{ k}\Omega$

Instrumental

Mantuvimos el offset de las experiencias anteriores, pero utilizamos una frecuencia de:

- $f = (10.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$

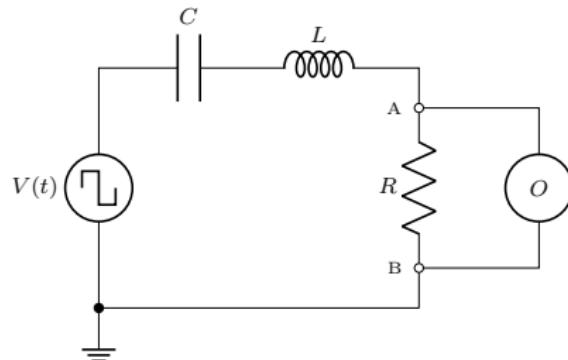


Figura 3: Circuito RLC Serie. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a un capacitor C , una inductancia L , y una resistencia R en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con la resistencia, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RLC Serie

Componentes eléctricos

Con el multímetro, medimos:

- $L = (1.00 \pm 0.02) \text{ H}$
- $C = (44 \pm 1) \text{ nF}$
- $R_{\text{sub.}} = (200 \pm 3) \Omega$
- $R_{\text{sobre.}} = (25.00 \pm 0.02) \text{ k}\Omega$

Instrumental

Mantuvimos el offset de las experiencias anteriores, pero utilizamos una frecuencia de:

- $f = (10.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$

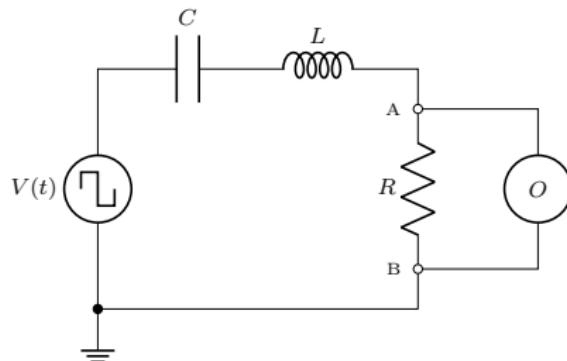


Figura 3: Circuito RLC Serie. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a un capacitor C , una inductancia L , y una resistencia R en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con la resistencia, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Circuito RLC Serie

Componentes eléctricos

Con el multímetro, medimos:

- $L = (1.00 \pm 0.02) \text{ H}$
- $C = (44 \pm 1) \text{ nF}$
- $R_{\text{sub.}} = (200 \pm 3) \Omega$
- $R_{\text{sobre.}} = (25.00 \pm 0.02) \text{ k}\Omega$

Instrumental

Mantuvimos el offset de las experiencias anteriores, pero utilizamos una frecuencia de:

- $f = (10.0 \pm 0.1) \text{ Hz}$

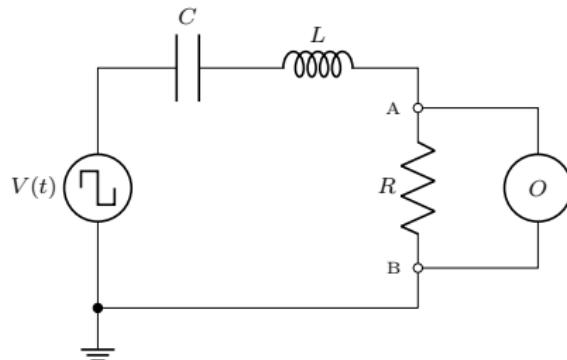


Figura 3: Circuito RLC Serie. El generador $V(t)$ alimenta mediante una onda cuadrada a un capacitor C , una inductancia L , y una resistencia R en serie. El osciloscopio se encuentra en paralelo con la resistencia, conectado en los terminales A y B y comparte la tierra del circuito.

Resultados Y Discusión

En esta sección mostramos los resultados obtenidos al efectuar los ajustes no lineales por las ecuaciones teóricas.

Mostramos los tiempos característicos de los circuitos transitorios y discutiremos los resultados.

Circuito RC Serie

A continuación mostramos las mediciones de corriente y voltaje con respecto al tiempo, utilizando el diagrama de conexión de la Fig. 1.

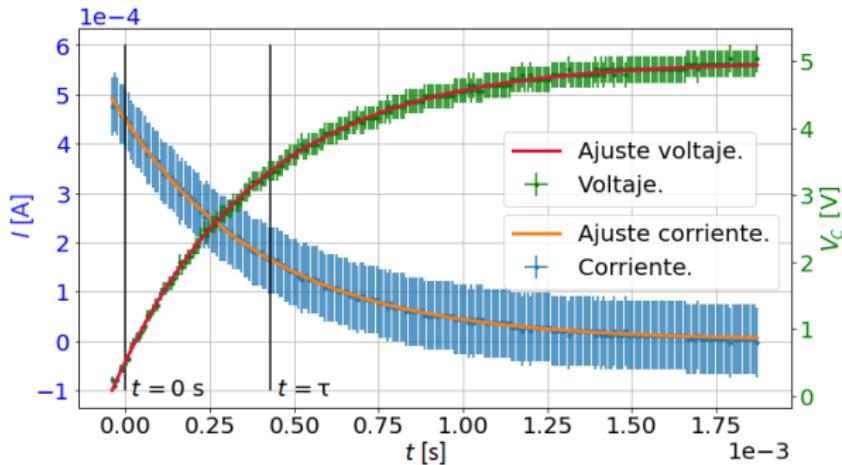


Figura 4: Circuito RC con frecuencia $f_1 = (100.0 \pm 0.1)$ Hz para la onda cuadrada. Corriente I [A] en azul y caída de tensión sobre el capacitor V_C [V] en verde, ambas respecto al tiempo t [s]. Ajuste de corriente y voltaje con las Ecs. (3) y (4) en naranja y rojo utilizando los parámetros $a = \frac{V_0 - V_C(0)}{R}$ y $b = RC$; y $a = V_0$, $b = V_C(0)$ y $c = CR$, respectivamente.

Obtuvimos unos valores de χ^2 reducido de $\chi^2_{\nu} = 0.003$ y $\chi^2_{\nu} = 0.01$ para la corriente y el voltaje, respectivamente, por lo que en el caso de la corriente, existe una sobreestimación de las incertezas.

Obtuvimos un valor teórico del tiempo característico del transitorio $\tau_C = (440 \pm 10) \mu s$, que coincidió con el experimental con un valor de $\tau_{C1} = (429 \pm 3) \mu s$.

Obtuvimos unos valores de χ^2 reducido de $\chi^2_{\nu} = 0.003$ y $\chi^2_{\nu} = 0.01$ para la corriente y el voltaje, respectivamente, por lo que en el caso de la corriente, existe una sobreestimación de las incertezas.

Obtuvimos un valor teórico del tiempo característico del transitorio $\tau_C = (440 \pm 10) \mu s$, que coincidió con el experimental con un valor de $\tau_{C1} = (429 \pm 3) \mu s$.

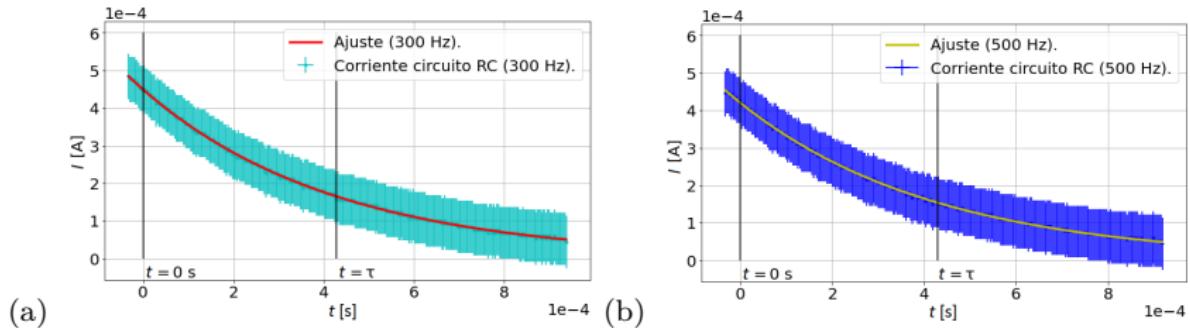


Figura 5: Corriente I [A] con respecto al tiempo t [s] para el circuito RC en serie con frecuencias (a) $f_2 = (300.0 \pm 0.2)$ Hz en color cian y (b) $f_3 = (500.0 \pm 0.5)$ Hz en color azul, se utilizaron los mismos parámetros de la Fig. 4.

En este caso el χ^2 reducido fue de $\chi^2_\nu = 0.003$ en ambos casos. Para los casos de frecuencias f_2 y f_3 obtuvimos unos tiempos característicos de $\tau_{C2} = (428 \pm 1)$ μ s y $\tau_{C3} = (427 \pm 1)$ μ s, que no difieren significativamente del teórico (por 1 y 2 μ s).

El valor promedio de los tres tiempos característicos fue de $\bar{\tau}_C = (428 \pm 3)$ μ s.

Circuito RL Serie

Ahora mostramos las mediciones de corriente y voltaje con respecto al tiempo utilizando el diagrama de conexión de la Fig. 2.

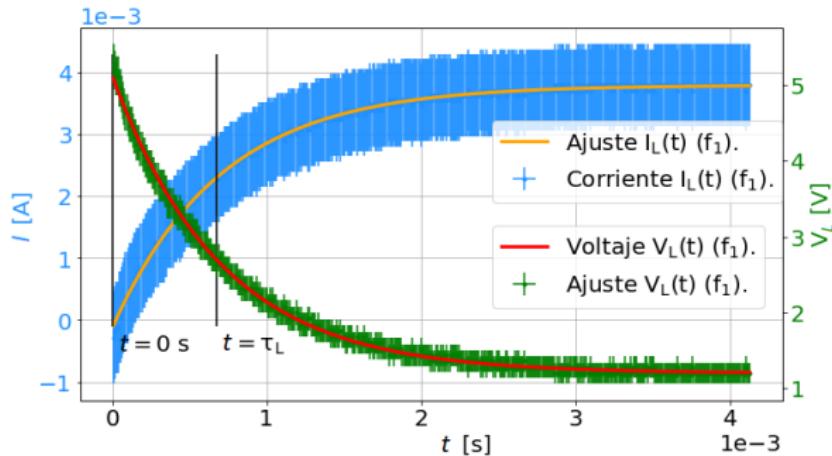


Figura 6: Circuito RL con frecuencia $f_1 = (100.0 \pm 0.1)$ Hz para la onda cuadrada. Corriente I [A] en cian y caída de tensión sobre la inductancia V_L [V] en verde, ambas con respecto al tiempo t [s]. Ajuste de corriente y voltaje con las Ecs. (7) y (8) en naranja y en rojo utilizando los parámetros $a = \frac{V_L(0)}{R}$, $b = \frac{V}{R}$ y $c = \frac{L}{R}$; y $a = V$, $b = V_L(0)$ y $c = \frac{L}{R}$, respectivamente.

Obtuvimos unos valores de χ^2 reducido de $\chi^2_\nu = 0.004$ y $\chi^2_\nu = 0.06$ para la corriente y el voltaje, respectivamente, por lo que vemos que en el caso de la corriente existe una sobre-estimación de las incertezas.

Obtuvimos un valor teórico del tiempo característico del transitorio $\tau_L = (7.5 \pm 0.1) \mu\text{s}$, que se encontró alejado del experimental, con un valor de $\tau_{L1} = (674 \pm 5) \mu\text{s}$.

Obtuvimos unos valores de χ^2 reducido de $\chi^2_\nu = 0.004$ y $\chi^2_\nu = 0.06$ para la corriente y el voltaje, respectivamente, por lo que vemos que en el caso de la corriente existe una sobre-estimación de las incertezas.

Obtuvimos un valor teórico del tiempo característico del transitorio $\tau_L = (7.5 \pm 0.1) \mu\text{s}$, que se encontró alejado del experimental, con un valor de $\tau_{L1} = (674 \pm 5) \mu\text{s}$.

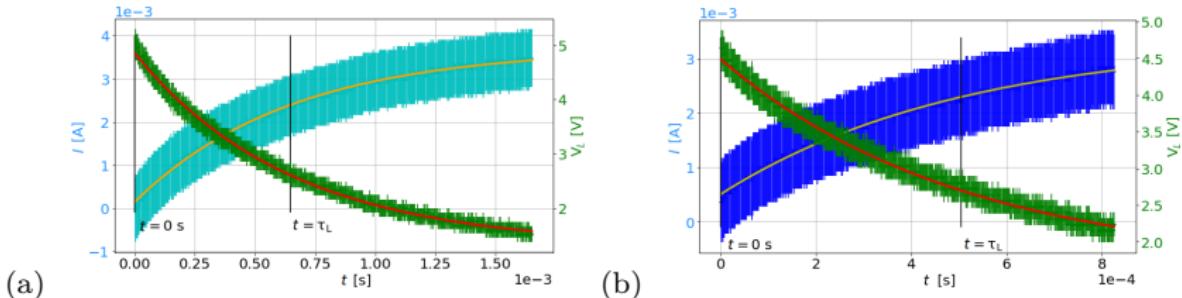


Figura 7: Corriente I [A] para el circuito RL en serie con frecuencias (a) $f_2 = (300.0 \pm 0.2)$ Hz en cian y (b) $f_3 = (500.0 \pm 0.5)$ Hz en azul, y caída de tensión sobre la inductancia V_L [V] con respecto al tiempo t [s] en verde. Ajustes realizados con las ecuaciones y parámetros de la Fig. 6.

En este caso el χ^2 reducido fue de $\chi^2_\nu = 0.004$ para la corriente en ambos casos y de (a) $\chi^2_\nu = 0.06$ y $\chi^2_\nu = 0.05$ para la tensión. Para los casos de frecuencias f_2 y f_3 obtuvimos unos tiempos característicos de $\tau_{L2} = (647 \pm 7)$ μ s y $\tau_{L3} = (505 \pm 7)$ μ s, que difieren del teórico.

Notamos una clara discordancia, no solo entre el valor teórico y los experimentales, sino entre los casos de diferentes frecuencias.

Circuito RLC Serie

Caso subamortiguado: $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

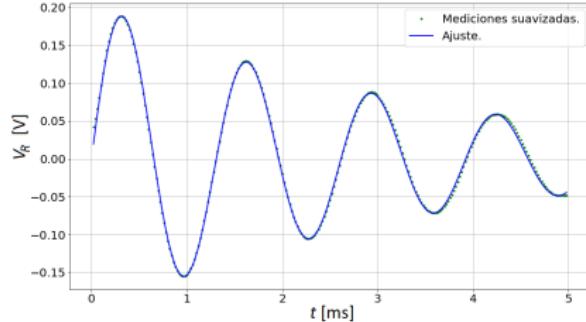
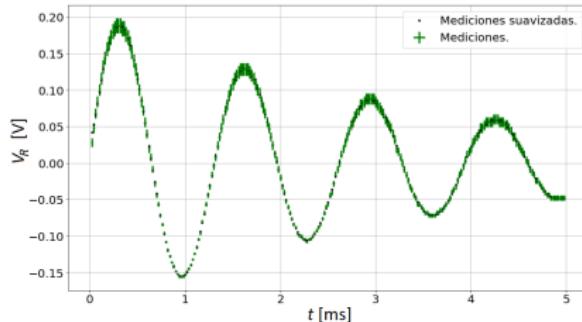


Figura 8: Caída de tensión sobre la resistencia V_R [V] con respecto al tiempo t [ms] para el circuito RLC en serie con un valor de resistencia $R_{\text{sub.}} = (200 \pm 3) \Omega$. (a) Mediciones obtenidas experimentalmente y (b) ajuste realizado mediante la Ec. (15) en azul a las mediciones suavizadas para la caída de tensión. Se utilizaron los parámetros α , ω_0 , $\omega_{\text{sub.}}$ y L libres con el parámetro V_0 fijo.

Obtuvimos un valor de $\chi^2_\nu = 0.95$, por lo que el ajuste fue bueno.

Residuos correspondientes al ajuste:

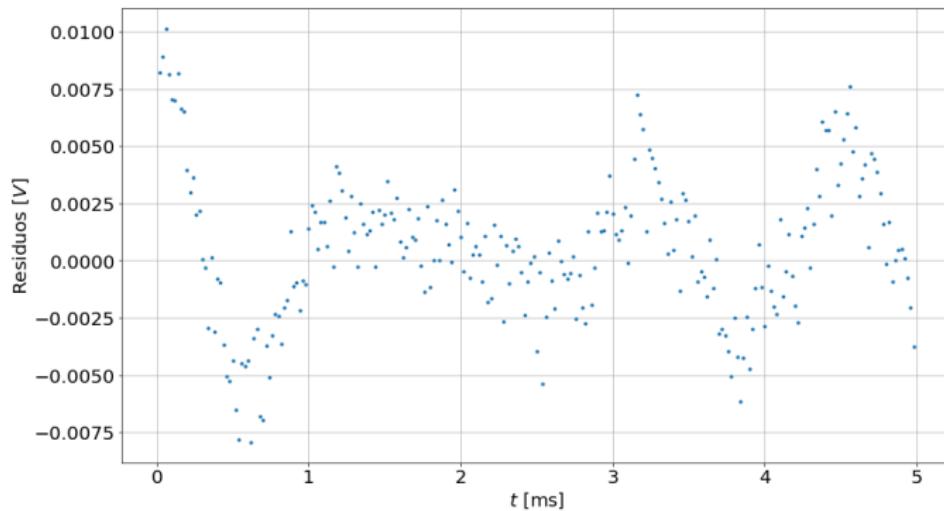


Figura 9: Residuos en V_R [V] con respecto al tiempo t [ms] correspondientes al ajuste realizado en la Fig. 8 para las mediciones suavizadas con un valor de resistencia $R_{\text{sub.}} = (200 \pm 3) \Omega$.

Parámetros de ajuste del circuito RLC serie subamortiguado

	Ajuste	Teórico
α	(296 ± 2) Hz	(275 ± 20) Hz
$\omega_{\text{sub.}}$	$(4805 \pm 2) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$	$(4800 \pm 100) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
L	(1.005 ± 0.002) H	(1.00 ± 0.02) H

Tabla 1: En la tabla observamos los valores de los parámetros obtenidos por el ajuste de corriente del circuito RLC en serie en el caso subamortiguado.

Caso sobreamortiguado: $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$

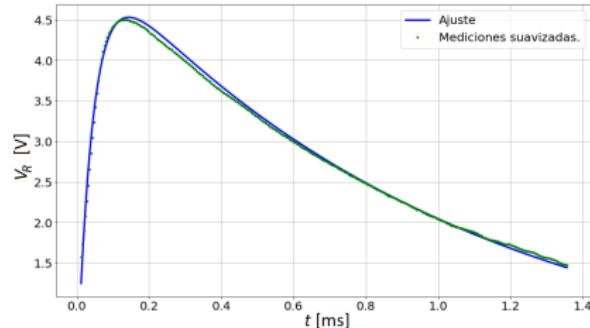
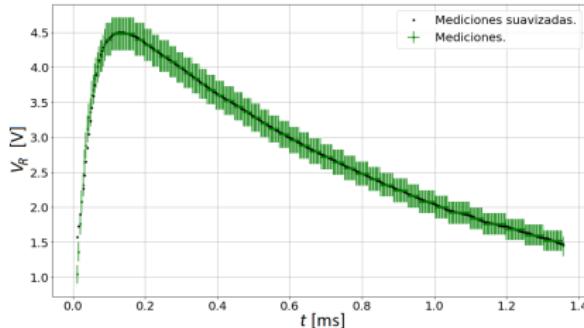


Figura 10: Caída de tensión sobre la resistencia V_R [V] con respecto al tiempo t [ms] para el circuito RLC en serie con un valor de resistencia $R_{sobre.} = (25.00 \pm 0.02) \text{ k}\Omega$. (a) Mediciones obtenidas experimentalmente y (b) ajuste realizado mediante la Ec. (17) en azul a las mediciones suavizadas para la caída de tensión. Se utilizaron los parámetros α y ω_0 libres y los parámetros V_0 y ω_0 fijos.

Conseguimos un valor de $\chi^2_\nu = 0.07$, por lo que se sobreajustaron los datos.

Residuos correspondientes al ajuste:

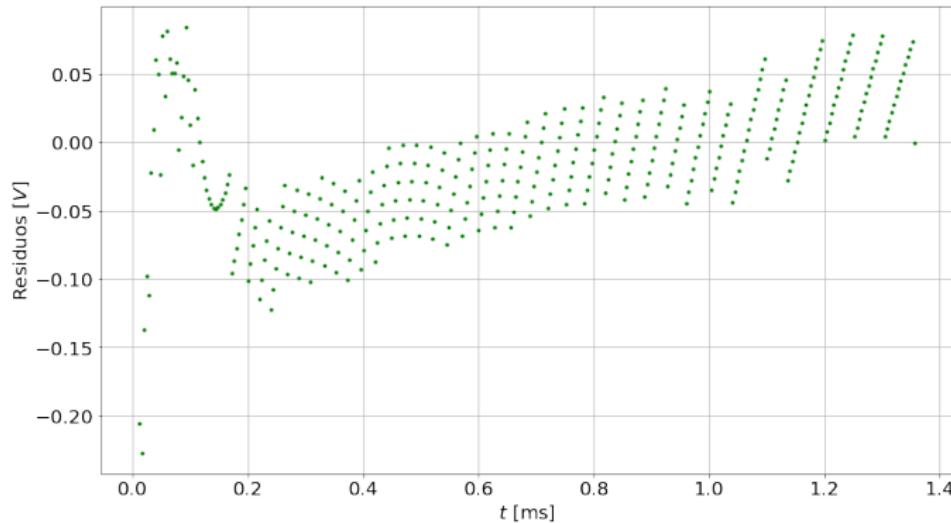


Figura 11: Residuos en V_R [V] con respecto al tiempo t [ms] correspondientes al ajuste realizado en la Fig. 10 (b) para un valor de resistencia $R_{sobre.} = (25.00 \pm 0.02)$ k Ω .

Parámetros de ajuste del circuito RLC serie sobreamortiguado		
	Ajuste	Teórico
α	(11300 ± 80) Hz	(12680 ± 30) Hz
$\omega_{sobre.}$	(12250 ± 80) Hz	(12000 ± 2000) Hz

Tabla 2: En la tabla observamos los valores de los parámetros obtenidos por el ajuste de corriente del circuito RLC en serie en el caso sobreamortiguado.

Conclusiones

Circuito RC

- Para el caso RC logramos corroborar el comportamiento exponencial del transitorio para corriente y tensión.
- Tal como predice la teoría no encontramos indicios de una dependencia entre el tiempo característico y frecuencia de la "llave eléctrica" dentro del rango de las frecuencias estudiadas.
- Obtuvimos satisfactoriamente los valores de tiempo para las tres frecuencias estudiadas y corroboramos su concordancia con el valor teórico.

Conclusiones

Circuito RC

- Para el caso RC logramos corroborar el comportamiento exponencial del transitorio para corriente y tensión.
- Tal como predice la teoría no encontramos indicios de una dependencia entre el tiempo característico y frecuencia de la "llave eléctrica" dentro del rango de las frecuencias estudiadas.
- Obtuvimos satisfactoriamente los valores de tiempo para las tres frecuencias estudiadas y corroboramos su concordancia con el valor teórico.

Conclusiones

Circuito RC

- Para el caso RC logramos corroborar el comportamiento exponencial del transitorio para corriente y tensión.
- Tal como predice la teoría no encontramos indicios de una dependencia entre el tiempo característico y frecuencia de la "llave eléctrica" dentro del rango de las frecuencias estudiadas.
- Obtuvimos satisfactoriamente los valores de tiempo para las tres frecuencias estudiadas y corroboramos su concordancia con el valor teórico.

Conclusiones

Circuito RL

- Como en el caso anterior corroboramos el comportamiento exponencial de tensión y corriente.
- Hallamos un indicio de dependencia entre frecuencia temporal de la "llave eléctrica" y el tiempo característico.
- Observamos que los valores de tiempo característico distan cada vez más del valor calculado teóricamente conforme se aumenta la frecuencia de la "llave eléctrica".

Conclusiones

Circuito RL

- Como en el caso anterior corroboramos el comportamiento exponencial de tensión y corriente.
- Hallamos un indicio de dependencia entre frecuencia temporal de la "llave eléctrica" y el tiempo característico.
- Observamos que los valores de tiempo característico distan cada vez más del valor calculado teóricamente conforme se aumenta la frecuencia de la "llave eléctrica".

Conclusiones

Circuito RL

- Como en el caso anterior corroboramos el comportamiento exponencial de tensión y corriente.
- Hallamos un indicio de dependencia entre frecuencia temporal de la "llave eléctrica" y el tiempo característico.
- Observamos que los valores de tiempo característico distan cada vez más del valor calculado teóricamente conforme se aumenta la frecuencia de la "llave eléctrica".

Conclusiones

Circuito RLC

- Corroboramos el comportamiento del circuito RLC en estado transitorio al ser alimentado por una fuente alterna.
- Observamos que $V_R(t)$ tiende a 0, esto es, ya que el capacitor tiende a cargarse por completo y de este modo la corriente se anularía.
- Para el caso sobreamortiguado tuvimos errores a la hora de ajustar o errores instrumentales muy grandes, con lo cual el ajuste no fue lo esperado.

Conclusiones

Circuito RLC

- Corroboramos el comportamiento del circuito RLC en estado transitorio al ser alimentado por una fuente alterna.
- Observamos que $V_R(t)$ tiende a 0, esto es, ya que el capacitor tiende a cargarse por completo y de este modo la corriente se anularía.
- Para el caso sobreamortiguado tuvimos errores a la hora de ajustar o errores instrumentales muy grandes, con lo cual el ajuste no fue lo esperado.

Conclusiones

Circuito RLC

- Corroboramos el comportamiento del circuito RLC en estado transitorio al ser alimentado por una fuente alterna.
- Observamos que $V_R(t)$ tiende a 0, esto es, ya que el capacitor tiende a cargarse por completo y de este modo la corriente se anularía.
- Para el caso sobreamortiguado tuvimos errores a la hora de ajustar o errores instrumentales muy grandes, con lo cual el ajuste no fue lo esperado.

Bibliografía

-  <http://users.df.uba.ar/moreno/cursos/lab3/apuntes/transitorios.pdf>
-  David J. Griffiths. *Introduction To Electrodynamics*. Editorial Pearson. Cuarta Edición. Página: 298.
-  Manual de usuario Generador de Funciones Tektronix AFG 1022:
<https://www.tek.com/en/arbitrary-function-generator/afg1000-manual>
-  Manual de usuario Osciloscopio Tektronix TBS1000B-EDU:
http://users.df.uba.ar/moreno/manuales/TBS1052B_User_Manual.pdf
-  John R. Taylor. *An Introduction To Error Analysis*. Editorial University Science Books. Segunda Edición. Página: 75.

Apéndice

Circuito RC

Dada $\tau_{C(R_T,C)} = R_T C$ una función de dos variables que representa el tiempo característico del circuito RC en serie, entonces su incerteza [5] será de la forma:

$$\Delta\tau_C = \sqrt{\bar{C}^2 \Delta R_T^2 + \bar{R}_T^2 \Delta C^2}, \quad (21)$$

donde $\Delta\tau_C$ representa la incerteza del tiempo característico, \bar{R}_T y \bar{C} los valores promedio de la resistencia total y del capacitor, y ΔR_T y ΔC sus incertezas, respectivamente. Mediante esta ecuación, el valor del tiempo característico del circuito RC resulta $\tau_C = (440 \pm 10) \mu s$.

Apéndice

Circuito RL

Dada $\tau_{L(R_T, L)} = \frac{L}{R_T}$ una función de dos variables que representa el tiempo característico del circuito RL en serie, entonces su incertezas será de la forma:

$$\Delta\tau_L = \sqrt{\frac{\bar{L}^2}{R_T^4}\Delta R_T^2 + \frac{\Delta L^2}{\bar{R}_T^2}}, \quad (22)$$

donde $\Delta\tau_L$ representa la incertezas del tiempo característico, \bar{R}_T y \bar{L} los valores promedio de la resistencia total y de la inductancia, y ΔR_T y ΔL sus incertezas, respectivamente.

Mediante esta ecuación, el valor del tiempo característico del circuito RC resulta $\tau_L = (7.5 \pm 0.1) \times 10^{-4}$ s.

Apéndice

Circuito RLC

Frecuencia Natural:

Dada $\omega_0(L,C) = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ una función de dos variables que representa la frecuencia natural o de resonancia del circuito RLC en serie, entonces su incerteza será de la forma:

$$\Delta\omega_0 = \frac{1}{2\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\Delta L^2}{L^2} + \frac{\Delta C^2}{C^2}}, \quad (23)$$

donde $\Delta\omega_0$ representa la incerteza de la frecuencia natural, \bar{L} y \bar{C} los valores promedios de la inductancia y del capacitor y ΔL y ΔC sus incertezas, respectivamente.

Mediante esta ecuación, el valor de la frecuencia del circuito RLC en serie resulta $\omega_0 = (4770 \pm 50) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.

Apéndice

Parámetro α :

Dada $\alpha_{(R,L)} = \frac{R}{2L}$ una función de dos variables que representa el parámetro α asociado a las soluciones de la ecuación del circuito RLC en serie, entonces su incertezas será de la forma:

$$\Delta\alpha = \sqrt{\frac{\Delta R^2}{4\bar{L}^2} + \frac{\bar{R}^2 \Delta L^2}{4\bar{L}^4}}, \quad (24)$$

donde $\Delta\alpha$ representa la incertezas del parámetro α , \bar{R} y \bar{L} los valores promedio de la resistencia total y de la inductancia, y ΔR y ΔL sus incertezas, respectivamente.

Mediante esta ecuación, los valores del parámetro obtenidos fueron de $\alpha = (275 \pm 20)$ Hz y $\alpha = (12680 \pm 30)$ Hz para el caso subamortiguado y sobreamortiguado, respectivamente.

Apéndice

Parámetro ω :

Dada $\omega_{(\alpha, \omega_0)} = \pm \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ una función de dos variables que representa el parámetro ω asociado a las soluciones de la ecuación del circuito RLC en serie, entonces su incerteza será de la forma:

$$\Delta\omega = \pm \frac{\sqrt{\overline{\omega_0}^2 \Delta\omega_0^2 + \overline{\alpha}^2 \Delta\alpha^2}}{\sqrt[4]{\overline{\omega_0}^2 - \overline{\alpha}^2}}, \quad (25)$$

donde $\Delta\omega$ representa la incerteza del parámetro, $\overline{\alpha}$ y $\overline{\omega_0}$ los valores promedio del parámetro α y la frecuencia de resonancia del circuito, y $\Delta\alpha$ y $\Delta\omega_0$ sus incertezas, respectivamente.

Mediante esta ecuación, el valor del parámetro obtenido fue de $\omega = (4800 \pm 100) \frac{\text{rad}}{\text{s}}$.