

Universidad de San Andrés
Práctica D: Polinomio de Taylor
 CON RESULTADOS.

Recordar: Sea f una función n veces derivable en $x = x_0$. El polinomio de Taylor de f de orden n desarrollado en $x = x_0$ está dado por la fórmula

$$p_n(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x - x_0)^3 + \cdots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n.$$

1. Hallar el polinomio de Taylor de las siguientes funciones hasta el orden indicado en el punto dado.

- (a) $p_4(x) = 1 + 3x + 3x^2 + x^3$;
- (b) $p_5(x) = (x - 1) - \frac{1}{2}(x - 1)^2 + \frac{1}{3}(x - 1)^3 - \frac{1}{4}(x - 1)^4 + \frac{1}{5}(x - 1)^5$;
- (c) $p_5(x) = x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{5}x^5$;
- (d) $p_4(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4$;
- (e) $p_3(x) = 1 + x + x^2 + x^3$;
- (f) $p_4(x) = 2x - \frac{4}{3}x^3$, $p_5(x) = 2x - \frac{4}{3}x^3 + \frac{4}{15}x^5$;
- (g) $p_4(x) = 1 - \frac{9}{2}x^2 + \frac{27}{8}x^4$;
- (h) $p_3(x) = 2 + \frac{1}{2}(x - 2) - \frac{1}{16}(x - 2)^2 + \frac{1}{64}(x - 2)^3$;
- (i) $p_3(x) = 1 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{9}x^2 - \frac{5}{81}x^3$;
- (j) $p_3(x) = 1 + 3(x - 1) + \frac{9}{2}(x - 1)^2 + \frac{9}{2}(x - 1)^3$;
- (k) $p_2(x) = 5 - \frac{5}{3}(x - 5) + \frac{107}{54}(x - 5)^2$.

2. Escribir los siguientes polinomios en potencias de $(x - x_0)$ para los x_0 indicados.

- (a) $p(x) = -1 - 9(x - 1) - 17(x - 1)^2 - 12(x - 1)^3 - 3(x - 1)^4$
 $= -46 + 93(x + 2) - 71(x + 2)^2 + 24(x + 2)^3 - 3(x + 2)^4$
- (b) $p(x) = 12 - 7(x + 1) + (x + 1)^2$
 $= 6 - 5x + x^2$

3. (a) Reconstruir el polinomio $p(x)$ de grado 3 del que se sabe que ...
 $p(x) = 2 + 3x + 3x^2 - \frac{2}{3}x^3$
- (b) Sea $q(x)$ un polinomio de grado 2 tal que $q(2) = -1$, $q'(2) = 3$ y $q''(2) = 4$...
 $q(x) = -1 + 3(x - 2) + 2(x - 2)^2$.
- (c) Expresar el polinomio $q(x)$ del ítem anterior en la forma habitual...
 $q(x) = 1 - 5x + 2x^2$.

4. En cada caso, aproximar el valor pedido usando del ejercicio anterior el polinomio ...

No se dan resultados. Hay que usar calculadora para ver la diferencia entre los siguientes números.

- (a) $(1.02)^3 = f_{(a)}(0.02) \approx p_4(0.02)$.
 - (b) $\ln(1.1) = f_{(b)}(1.1) = f_{(c)}(0.1)$.
 - (c) $\sin(0.5) = f_{(f)}(0.25) \approx p_{4,5}(0.25)$.
 - (d) $\sqrt{4.2} = f_{(h)}(2.1) \approx p_3(2.1)$.
 - (e) $\sqrt[3]{0.5} = f_{(i)}(0.5) \approx p_3(0.5)$.
 - (f) $e^{-1} = f_{(j)}(\frac{2}{3}) \approx p_3(\frac{2}{3})$
5. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función cuatro veces derivable tal que su polinomio de Taylor ...
 - (a) $f(2) = 5, f'(2) = -3, f''(2) = -6, f'''(2) = -3$.
 - (b) $h(-1) = 5, h'(-1) = 2, h''(-1) = -170$.
 - (c) $p_2(x) = 5 + 2(x + 1) - 85(x + 1)^2$.
 6. Sea f una función tres veces derivable tal que su polinomio de Taylor de orden 3 ...
 $p_3(x) = -2 - (x - 1) - 2(x - 1)^2 - 6(x - 1)^3$.
 7. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función cuatro veces derivable tal que su polinomio de Taylor ...
 - (a) $f(0) = 7, f'(0) = 0, f''(0) = -10, f'''(0) = 6$.
 - (b) $f^{(iv)}(0) = 0$.
 - (c) $p_4(x) = 7 - 5(x - 2)^2 - 9(x - 2)^3 - 2(x - 2)^4$.
 8. Sea $p(x) = x^3 - 3x^2 + x$, el polinomio de Taylor de orden 3 de una función f ...
 $p_3(x) = 1 + (x - 2) + \frac{7}{2}(x - 2)^2 + \frac{25}{6}(x - 2)^3$
 9. Sean p y q los polinomios de Taylor de orden 2 de f y g respectivamente ...

(a) $p_2(x) = 1 - 2(x + 1) + 9(x + 1)^2$,	(c) $p_2(x) = -4 + 2(x + 1) - 11(x + 1)^2$,
(b) $p_2(x) = -4 + 2(x + 1) + 5(x + 1)^2$,	(d) $p_2(x) = 5 - 4(x + 1) - 20(x + 1)^2$.
 10. Sean f y g dos funciones 3 veces derivables tales que el polinomio de Taylor de orden 2 ...
 $p_2(x) = \frac{1}{2} + 4(x - 2) - (x - 2)^2$.
 11. Sea $p(x) = x^2 - 3x + 3$, el polinomio de Taylor de orden 2 de una función f ...
 $p_2(x) = -4 - 4(x - 1) + 3(x - 1)^2$
 12. Hallar todos los valores de a y $b \in \mathbb{R}$ tal que el polinomio de Taylor de orden 2 de
 $f(x) = (1 + bx)e^{ax}$...
 $a = 3, b = 0$.
 13. Determine los valores de a y b para que el polinomio de Taylor de ...
 $a = \frac{1}{2}, b = -1$. Empieza con potencia 3.
 14. Determinar todos los valores de $a \neq 0$ para que el polinomio de Taylor centrado en ...
 $a = -1$, empieza con potencia 4.
 15. Hallar a y b para que los polinomios de Taylor de orden 2 centrados en $x = 0$...
 $a = -\frac{1}{4}, b = -2$ y $a = \frac{1}{4}, b = 2$.