

Universidad de San Andrés

Práctica E: Integrales

RESULTADOS

1. Encontrar una función F tal que $F'(x) = f(x)$ para cada una de las siguientes funciones.

- (i) $F(x) = x + c$ (v) $F(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + c$
 (ii) $F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^4 + c$ (vi) $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x-8} + c$
 (iii) $F(x) = 8 \ln |x| + c$ (vii) $f(x) = -\frac{4}{3} \cos(3x) + c$
 (iv) $F(x) = 2\sqrt{x} + c$
 (a) (i) $F(x) = x + 3$, (ii) $F(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^4 + 3$.
 (b) (iii) $F(x) = 8 \ln |x| - 16 \ln 2 - 1$, (iv) $F(x) = 2\sqrt{x} - 5$, (v) $F(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} - \frac{24}{5}2^{\frac{1}{3}} - 1$,
 (vi) $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x-8} - \frac{3}{2}$.

2. Encontrar, sin utilizar métodos, una primitiva de cada una de las siguientes funciones ...

- (a) $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + c$, (c) $\frac{10}{7}x^{\frac{7}{2}} + \frac{1}{2}x^2 + c$,
 (b) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + c$ (d) $\frac{1}{5}x^5 + \frac{4}{5}x^{\frac{5}{2}} + \ln |x| + c$.

3. Calcular las siguientes integrales, aplicando la Regla de Barrow ...

- (a) 2 (c) $\frac{2}{3} \ln 2$ (e) $\frac{5}{2}$
 (b) $1 - e^{-4}$ (d) $-\frac{\pi}{4} + \arctan(2)$ (f) $1 - \frac{\pi}{4}$

4. (a) Si $\int_{-1}^6 [f(x) - 4] dx = 5$...
 33.

(b) Si $\int_0^5 f(x) dx = 4$...
 39.

(c) Si $\int_1^2 2f(x) dx = 8$ y $\int_1^2 g(x) dx = 3$...
 10.

5. Hallar, si es posible, una función f con las condiciones pedidas y decidir ...

- (a) $f(x) = 4 - \frac{1}{x-2}$.
 (b) $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{x-2}$. No hay solución para que el límite de 0.

6. Hallar la función beneficio de una compañía que produce x artículos con un beneficio ...
 $B(x) = -x^2 + 100x - 100$.

7. Un móvil se desliza por un camino con velocidad, en el instante t , dada por ...
 $p(t) = \frac{1}{3}t^3 - 50t^2 + 30$.

8. Aplicando el método de integración por partes, calcular ...

- (a) $-\frac{1}{2}x \cos(2x - 1) + \frac{1}{4} \sin(2x - 1) + c$
- (b) 64π
- (c) $2x^2(x - 7)^{\frac{1}{2}} - \frac{8}{3}x(x - 7)^{\frac{3}{2}} + \frac{16}{15}(x - 7)^{\frac{5}{2}} + c = \frac{2}{15}(3x^2 + 28x + 392)(x - 7)^{\frac{1}{2}} + c$
- (d) $\frac{7}{48}$
- (e) $\frac{1}{2}x^2(2 \ln |3x| - 1) + c$
- (f) $-\frac{2}{5}(1 + e^{2\pi})$
- (g) $\frac{3}{4} - \ln(4)$
- (h) $\frac{1}{9}x^3(3 \ln(x) - 1) + c$
- (i) $-\frac{1}{4}(4x^2 + 10x + 5)e^{-2x} + c$
- (j) $-(x^2 + 2x + 2)e^{-x+4}$
- (k) $-(x^2 + 2x + 4)e^{-x+4}$
- (l) $\frac{\pi - 2}{2}$

9. Aplicando el método de sustitución, calcular:

- (a) $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c$
- (b) $\frac{\ln(2)}{2}$
- (c) $-\frac{1}{8} \cos(4x^2) + c$
- (d) $\sqrt{2} - 1$
- (e) $\frac{1}{6} \ln^3(2x + 3) + c$
- (f) $\sin(\ln x) + c$
- (g) 14
- (h) $\frac{2}{9}(5 + 6\sqrt{x})^{\frac{3}{2}} + c$
- (i) $\frac{1}{6}(2 \ln(x) - 3)^3 + c$
- (j) $\arctan(e^x) + c$
- (k) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$
- (l) $\frac{7}{3} \arctan\left(\frac{x+2}{3}\right) + c$
- (m) $\ln(4) - 1$
- (n) $(\sqrt{x} - 1)^2 + 4(\sqrt{x} - 1) + 2 \ln |\sqrt{x} - 1| + c = (\sqrt{x} + 1)^2 + 2 \ln |\sqrt{x} - 1| + c$

10. Una medicación se saca de un congelador a -20° centígrados hacia un habitáculo ...

$$T(t) = -35e^{-0.3t} + 15. \text{ Demora 2 minutos y 19 segundos en llegar a } 0^\circ\text{C}.$$

11. Brasil consume carbón a razón de $(4t - 10)e^{0.2t^2 - t}$ toneladas métricas anuales ...

$$C(t) = 10e^{0.2t^2 - t} + 2990$$

12. Calcular las siguientes integrales.

- (a) $15 - \frac{49}{4} \ln(7)$
- (b) $x \ln(x^2 + 1) - 2x + 2 \arctan(x) + c,$
- (c) $(x + 6)(\ln(\sqrt{x + 6}) - \frac{1}{2}) + c$
- (d) $2e^2$
- (e) $-\frac{1}{2} \ln |1 + 2 \cos(x)| + c$

- (f) $\ln(x) \sin(\ln x) + \cos(\ln x) + c$ (i) $(1 + \sqrt{x})^2 - 4(1 + \sqrt{x}) + 2 \ln(1 + \sqrt{x}) + c = (\sqrt{x} - 1)^2 + 2 \ln(1 + \sqrt{x}) + c$
- (g) $\frac{1}{2}(e - \ln(1 + e))$
- (h) $-\frac{\ln(3x) + 1}{x} + c$ (j) $\frac{31}{5}$

13. Calcular las siguientes integrales impropias, en caso que existan ...

- (a) $\frac{1}{4}$ (e) $\frac{1}{4e}$ (i) $\frac{\pi}{2}$
- (b) $+\infty$ (f) $\frac{1}{4}$ (j) $\frac{1}{\ln(2)}$
- (c) -4 (g) no existe
- (d) $\frac{2}{e}$ (h) $\frac{\pi}{2}$ (k) $\frac{1}{4}$

14. (a) $\frac{3 \ln(3) + 1}{9}$
- (b) $\frac{1}{6}$
- (c) $\frac{3}{2}$