	ALGORYTMY MATURALNE, KTÓRE TRZEBA ZNAĆ				
NR.	Nazwa ALGORYTMU	Co robi?			
1.	Algorytm	1. To sposób na znalezienie NWD największego wspólnego dzielnika dwóch liczb.			
	Euklidesa	 Polega na: wykonywaniu kolejnych dzieleń z resztą, gdzie za każdym razen zmieniamy liczby miejscami, aż jedna z nich będzie równa 0, a druga liczba, to obliczany największy wspólny dzielnik. 			
		 NWD(78, 48) = ? 78: 48 = 1 r 30 48: 30 = 1 r 18 30: 18 = 1 r 12 18: 12 = 1 r 6 12: 6 = 2 r 0 6: 0			
		 NWW można obliczyć korzystając z NWD według wzoru, że: NWW dwóch liczb a i b to a * b przez NWD(a, b) NWW(a,b) = a+b / NWD(a,b) 			
		$NWW(78,48) = \frac{78*48}{6} = 624$			
2.	Sprawdzanie pierwszości liczby	 Algorytm sprawdzania, CZY liczba jest pierwsza, polega na upewnieniu się: cz liczba nie dzieli się przez żadną mniejszą od siebie liczbą poza 1. Najpierw sprawdzamy, czy: liczba nie jest mniejsza od 2, bo 0 i 1 nie są liczbam pierwszymi. Potem sprawdzamy: podzielność tej liczby od dwóch do samej siebie minus 1. Jeśli znajdziemy liczbę, przez którą dana liczba dzieli się bez reszty, to nie jest on pierwsza. Jeśli żadna liczba nie spełni tego warunku to oznacza, że liczba jes pierwsza 			

```
Sprawdzenie czy liczba 7 jest pierwsza
                            dzielnik = 5
 7 42 - Fatsz
                           5 == 7 - Fatsz
                          7 mod 5 = 2 (1=0)
   dzielnik = 2
 2 == 7 - Fatsz
                             dzielnik = 6
7 \mod 2 = 1 (!=0)
                           6 == 7 - Fatsz
                          7 mod 6 = 1 (1=0)
   dzielnik = 3
 3 == 7 - Fatsz
                             dzielnik = 7
7 \mod 3 = 1 (!=0)
                          7 == 7 - Prawda
   dzielnik = 4
                        Liczba jest pierwsza
 4 == 7 - Fatsz
7 mod 4 = 3 (!=0)
```

3. Wyznaczanie n-tego wyrazu

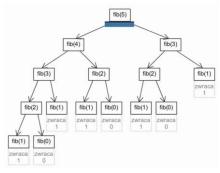
ciągu Fibonacciego

Ciąg F. to – ciąg liczb naturalnych, gdzie każdy kolejny wyraz jest sumą dwóch poprzednich, zaczynając od tego, że pierwszymi elementami ciągu są 0 i 1.

- Aby obliczyć n-ty wyraz ciągu np. drugi, trzeci, czwarty itd. zaczynamy od dwóch pierwszych liczb ciągu od 0 i 1 i obliczamy kolejne wyrazy dodając do siebie dwie poprzednie liczby np. jeśli n = 2, to sumą dwóch poprzednich jest 1, a jeśli n = 3, to wynikiem jest 2. Robimy to do momentu, aż uzyskamy n-ty wyraz, który zwracamy jako wynik.
- Na bazie tego algorytmu uczymy się rekurencji.

```
F5 F6 F7 F8 F9 F10 F11 F12 F13 F14 F15 F16 F17
FO FI F2 F3 F4
                                                                      F19
                        13 21 34 55 89 144 233 377 610 987 1597 2584 4181
0
    1
FO: 0
F1: 1
                     CIAG FIBONACCIEGO a = 1, b = 1
F2: 0+1=1
                                      powtarzaj tyle razy co trzeba:
F3: 1+1=2
                                        c = a + b
               1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,
                                        wypisz c
F4: 1+2=3
                                        a = b
F5: 2+3=5
```

REKURENCYJNIE ZWRACA OSTATNIE:



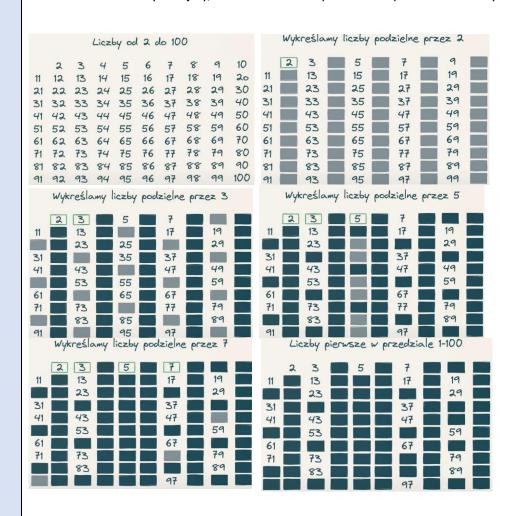
4. Sito Eratostenesa

Sito E. – to algorytm do znajdowania wszystkich liczb pierwszych w przedziale od 2 do n.

- Działa on przez wykreślanie z tego zakresu liczb, które są wielokrotnościami liczb pierwszych.
- Zaczynamy od najmniejszej liczby pierwszej czyli 2 i wykreślamy wszystkie jej wielokrotności.
- Potem przechodzimy do następnych liczb, które nie zostały jeszcze wykreślone i

znów usówamy ich wielokrotności, powtarzając ten proces aż do pierwiastka z n.

- Na koniec wszystkie niewykreślone liczby są liczbami pierwszymi.
- Jest on efektywniejszy, niż standardowe sprawdzanie pierwszości liczby.



A. Zamiana

5.

6.

liczby z systemu dziesiętnego na dowolny

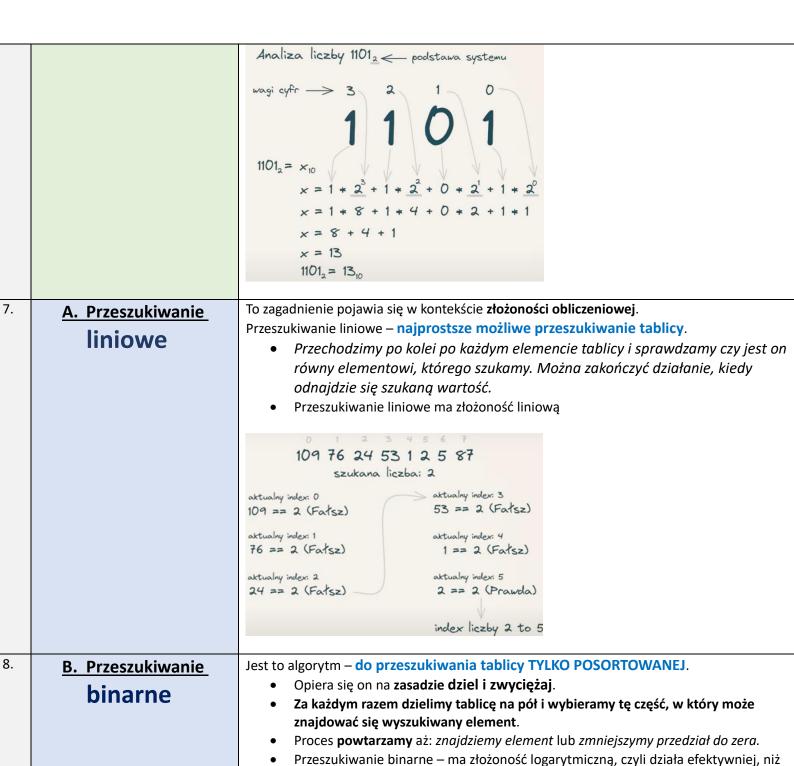
Aby zamienić **liczbę** z systemu dziesiętnego na dowolny inny system **dzielimy ją przez podstawę nowego systemu** i **zapisujemy resztę z dzielenia**.

• Proces powtarzamy aż liczba stanie się równa 0. Te reszty zapisane w odwrotnej kolejności tworzą liczbę w nowym systemie

Zamiana
$$270_{10}$$
 na system szesnastkowy
 $270 / 16 = 16$ reszty $14 \rightarrow E$ A wynikiem jest zestawienie reszt z dzielenia zapisane od końca $270_{10} = 10E_{16}$

B. Zamiana liczby z systemu *dowolnego* na *dziesiętny* (czyli odwrotnie jak powyżej) Aby to zrobić przechodźmy po cyfrach liczby i każdą cyfrę mnożymy przez podstawę systemu podniesioną do potęgi odpowiadającej pozycji cyfry.

- Pierwsza cyfra od końca ma potęgę 0, kolejna 1 itd.
- Następnie sumujemy wyniki potęgowania i mnożenia, aby otrzymać zamienioną liczbę na system dziesiętny



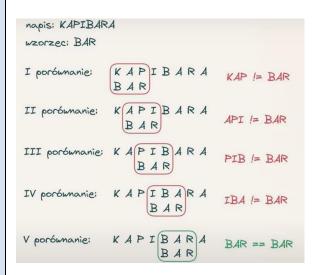
przeszukiwanie liniowe.

2 5 17 25 28 32 46 73 74 76 98 109 szukana liczba: 76 lewy: 0 prawy: 11 index = $\frac{(0 + 11)}{2}$ = 5,5 \approx 5 32 < 76 2 5 17 25 28 32 46 73 74 76 98 109 lewy: 6 prawy: 11 index = $\frac{(6 + 11)}{2}$ = 8,5 \approx 8 74 < 76

Wyszukiwanie WZOrca w tekście metodą naiwną

Metoda ta polega na – **przesuwaniu wzorca wzdłuż tekstu i porównaniu go z odpowiadającym mu fragmentem**. Jeśli wzorzec pasuje do fragmentu, oznacza to, że wzorzec został znaleziony.

• Algorytm działa dopóki nie przeanalizuje całego tekstu.



10. ALGORYTMY ZWIĄZANE Z

MATEMATYKA:

A. Wyznaczanie miejsca zerowego funkcji

Wyznaczanie miejsc zerowych w funkcji.

Za pomocą metody poławiania, która polega na – stopniowym zawężaniu przedziałów, w którym znajduje się miejsce zerowe.

- Podobnie jak w przeszukiwaniu binarnym dzielimy na pół i sprawdzamy, w której części znajduje się miejsce zerowe.
- Proces ten powtarzamy, aż róznica między końcami przedziału będzie mniejsza od zadanej dokładności.

$$f(x) = x^3 - 6x - 4$$

 $a = 2$
 $b = 4$
 $e = 0.5$

$$a = 2$$

 $b = 4$
 $\text{srodek} = 3$
 $a \cdot b > 0.5$
 $f(a) * f(\text{srodek}) < 0 \longrightarrow b = \text{sro}$
 $(b = 3)$

11. B. Obliczanie pierwiastka kwadratowego (metodą Newtona Raphsona)

Obliczamy pierwiastek kwadratowy liczby poprzez iteracyjne poprawianie przybliżenia.

Zaczynamy od początkowego przybliżenia i używamy wzoru iteracyjnego do obliczania kolejnych przybliżeń. Proces ten powtarzamy aż róznica między kolejnymi przybliżeniami będzie mniejsza niż zadana dokładność.

 Każde nowe przybliżenie jest obliczane na podstawie poprzedniego, co pozwala na szybsze zbliżenie się do rzeczywistej wartości pierwiastka.

$$n = 7$$

 $e = 0.01$
 $x_0 = 3.5$
 $x_1 = (3.5 + 7 / 3.5) / 2 = 2.75$
 (0.75)
 $1 2.75 - 3.5 | >= 0.01$
 $x_0 = 2.75$
 $x_1 = (2.75 + 7 / 2.75) / 2 \approx 2.64773$
 (0.10227)
 $1 2.64773 - 2.75 | >= 0.01$
 $x_0 = 2.64773$
 $x_1 = (2.64773 + 7 / 2.64773) / 2 \approx 2.64575$
 (0.00198)
 $1 2.64575 - 2.64773 | < 0.01$

12. C. Obliczanie wartości wielomianu za pomocą schematu

Algorytm ten służy do **szybkiego obliczania wartości wielomianu, zmniejsza on liczbę mnożeń do minimum**, czyli **przykładowo:** z wielomianu mającego pięć mnożeń robimy wielomian w postaci zagnieżdżonej, który ma już tylko trzy mnożenia.

Hornera

Aby obliczyć wartość wielomianu dla danej liczby – zaczynamy od największego współczynnika i stopniowo przetwarzamy kolejne współczynniki. Wykonujemy operacje mnożenia i dodawania w jednym kroku. Mnożymy aktualny wynik poprzez wartość zmiennej i dodajemy kolejny współczynnik, kontynuujemy ten proces aż do uwzględnienia wszystkich współczynników, co pozwala szybko uzyskać wartość wielomianu.

 $W(x) = 2x^3 + x^2 + 3x + 9$ W(x) = 2 + x + x + x + x + x + x + 3 + x + 95 mnożeń

		$W(x) = 2x^3 + x^2 + 3x + 9$
		$= x * (2x^{2} + x + 3) + 9$ $= x * (x * (2 * x + 1) + 3) + 9$
		3 mnożenia
13.	A. Potęgowanie	To najprostsza metoda obliczania potęgi liczby.
	sposobem naiwnym	 Działa ona w ten sposób, że: zaczynamy od wartości 1 i wielokrotnie mnożymy ją przez podstawę potęgi tyle razy, ile wynosi wykładnik np. jeśli chcemy mnożyć dwa do czwartej, to po kolei mnożymy jeden przez 2, potem przez 2 i tak dalej, aż osiągniemy liczbę mnożeń równą wykładnikowi, czyli jak w poniższym przykładzie cztery razy Choć to najprostsza metoda, może być mniej wydajna dla dużych wykładników ponieważ wymaga wielu operacji mnożenia
		X - T X T X T X
14.	B. Potegowanie	To efektywniejszy niż poprzedni sposób potęgowania.
	szybkie	Algorytm ten polega na: • zmniejszaniu operacji liczby mnożeń, dzięki czemu działa znacznie szybciej. • Dzielimy wykładnik na mniejsze części i obliczamy potęgowanie rekurencyjne dla mniejszych części. Jeśli wykładnik jest nieparzysty dodajemy dodatkowe mnożenia poprzez podstawę do rezultatu. • Przykładowo 4¹0 = 16⁵ = 256² * 16 = 65536¹ * 16 = 1048576 4¹0 = (4 * 4) * (4 * 4) * (4 * 4) * (4 * 4) * (4 * 4) = (4 * 4)⁵ = 16⁵ 16⁵ = (16 * 16) * (16 * 16) * 16 = (16 * 16)² * 16 = 256² * 16 256² * 16 = 65536¹ * 16
15.	<u>C. Potegowanie</u> modulo	 Algorytm ten polega na: obliczaniu reszty z dzielenia potęgi danej liczby przez inną liczbę.
		Potęgowanie naiwne modulo
		26 ⁵ % 33 = ((((((((1 * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33 = = ((((((26 * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33 = = (((((676 % 33) * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33 = = ((((16 * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33 = = (((((16 * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33 = = (((((16 * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33 = = (((((16 * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33 = = ((((((16 * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33 = = ((((((16 * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33 = = (((((((16 * 26) % 33) * 26) % 33) * 26) % 33 = = (((((((((((((((((((((((((((((((

= ((((416 % 33) * 26) % 33) * 26) % 33 =

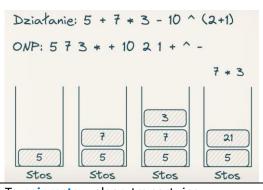
		$= (((20 * 26) \% 33) * 26) \% 33 =$ $= ((520 \% 33) * 26) \% 33 =$ $= (25 * 26) \% 33 =$ $= 650 \% 33 =$ $= 23$ $26^{5} \% 33 = ((((26 * 26) \% 33) * ((26 * 26) \% 33)) \% 33) * 26) \% 33 =$		
		$= (((26 * 26) \% 33)^{2} \% 33) * 26) \% 33 =$ $= (((676 \% 33)^{2} \% 33) * 26) \% 33 =$ $= ((16^{2} \% 33) * 26) \% 33 =$		
		= ((256 % 33) * 26) % 33 = = (25 * 26) % 33 = = 650 % 33 =		
		= 23		
16.	Wydawanie reszty z użyciem algorytmu zachłannego	 Zaczynamy od założeń, że mamy nieskończoną liczbę monet o określonych nominałach chcemy wydać konkretną kwotę używając jak najmniejszej liczby monet. Przykładowo chcemy wydać 63 grosze, nominały którymi dysponujemy to: 1gr, 2gr, 5gr, 10gr, 20gr, 50gr Algorytm polega na tym, że – najpierw wybieramy monetę o największym nominale, która nie przekracza pozostałej kwoty do wydania, postępujemy tak. dopóki nie uzbieramy całej kwoty 		
		nominally: 1 2 5 10 20 50 reszta: 63 groszy 1. wybieramy monetę 50 (50 <= 63) 3. wybieramy monetę 2 (2 <= 3) 63 - 50 = 13 3 - 2 = 1 2. wybieramy monetę 10 (10 <= 13) 4. wybieramy monetę 1 (1 <= 1) 13 - 10 = 3 1 - 1 = 0 wynik: 50 10 2 1		
17.	Odwrotna Notacja Polska (ONP)	 Jest ona metodą – zapisu wyrażeń arytmetycznych bez zastosowania nawiasów. W tej notacji symbole operacji występują po argumentach 		

W poniższej tablicy widać **przykład wyrażeń w ONP**

Normalna notacja	ONP
1 + 3	13+
6 + 4 * 3	643 * +
7 / (3 - 5)	735-/
2 ^ (5 + 1) + (9 - 3)	251+^93-+
(8 - 5) * (4 + 6)	85-46+*

Algorytm obliczania wartości ONP działa, w ten sposób, że:

odczytujemy po kolei każdy znak wyrażenia; jeśli jest on liczbą to zapisujemy go na stosie, jeśli jest operatorem to pobieramy dwie ostatnie liczby ze stosu.
 Wykonujemy na nich działanie i wynik umieszczamy z powrotem na stosie.
 Powtarzamy to działanie tak długo dopóki nie przejdziemy przez całe wyrażenie ONP. Pozostała liczba na stosie będzie naszym wynikiem.



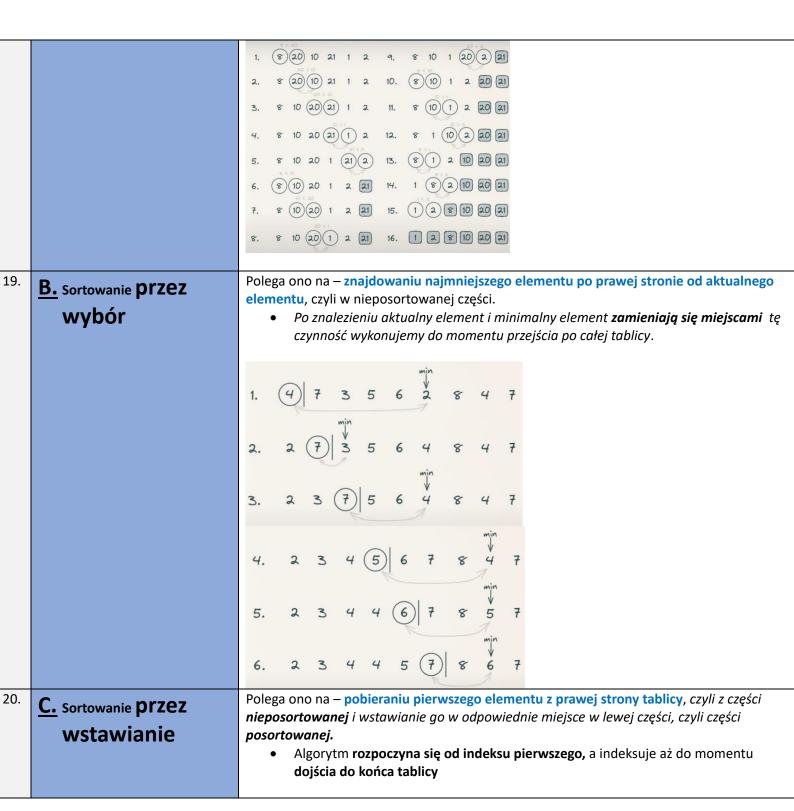
A. Sortowanie bąbelkowe

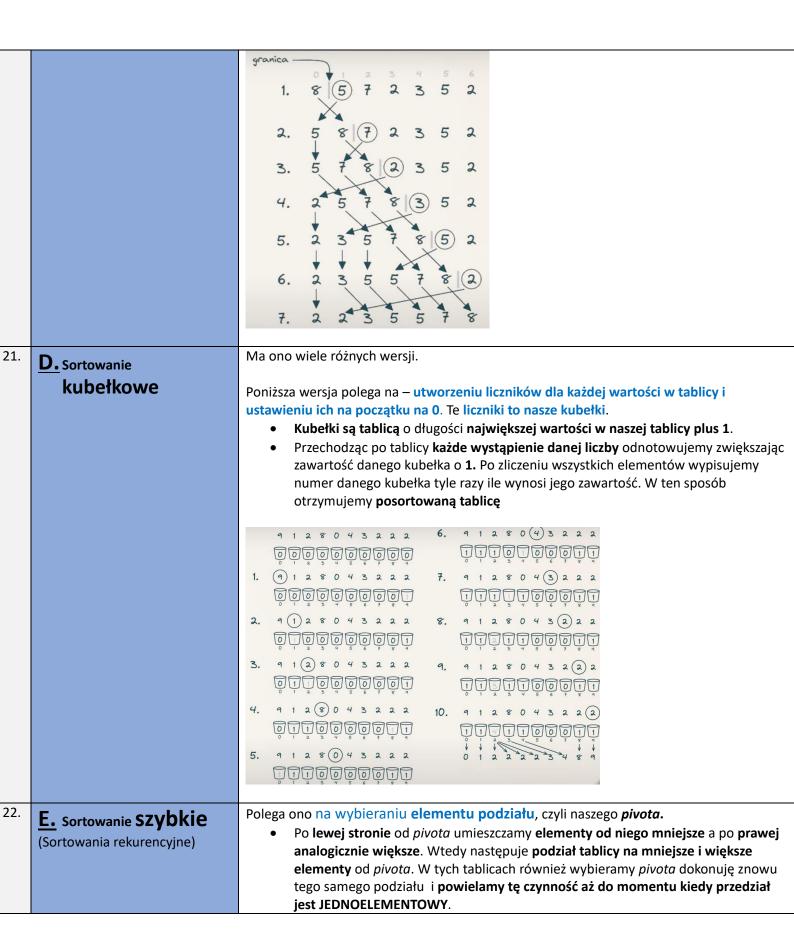
To najprostszy algorytm sortujący.

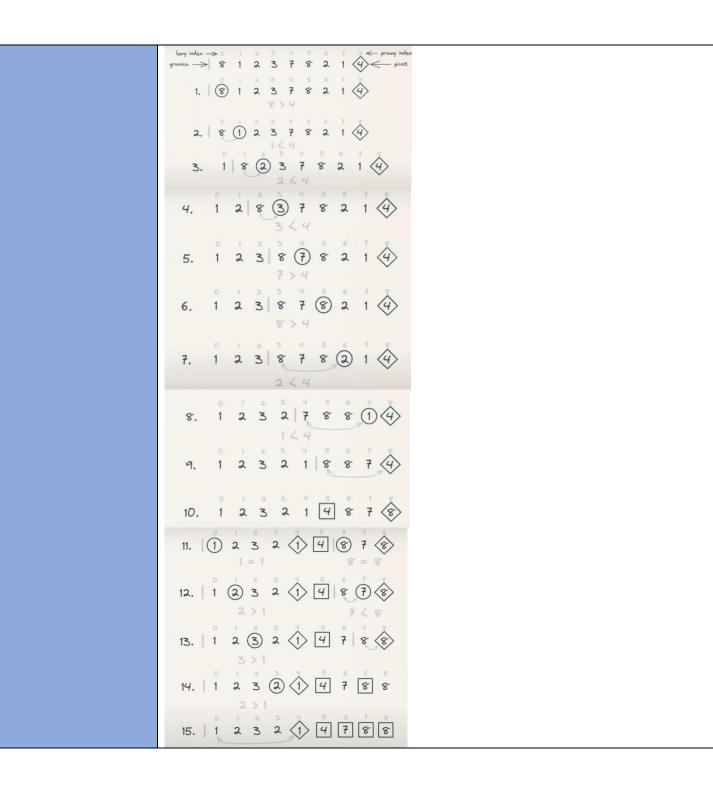
Polega on na:

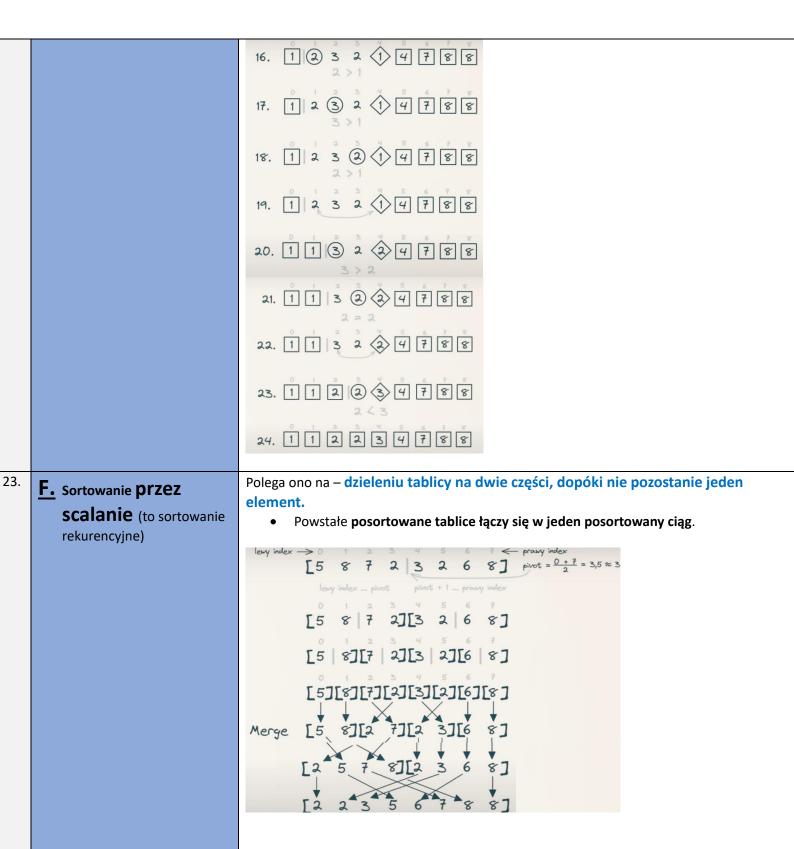
- **porównaniu ze sobą sąsiednich elementów tablicy**, dopóki nie zostanie ona posortowana.
- Dodatkowo można wykonać operację optymalizacji, aby zmniejszyć liczbę porównań w każdej iteracji.

Tu dodaj od siebie sposób działania algorytmu:	
	•••••









A. Szyfrowanie
Cezara

24.

To najprostsza i jedna z najstarszych metod szyfrowania tekstu.

 Każda litera tekstu jawnego jest zastępowana inną literą, która jest oddalona od niej o klucz, czyli o stała liczbę pozycji w alfabecie

- Mamy tekst jawny, który chcemy zaszyfrować i klucz będący wartością liczbową, o którą będziemy przesuwać litery
- np. jeśli klucz wynosi 3, to litera a stanie się literą d, litera b stanie się literą e itd.

```
tekst jawny: ZUPA klucz: 3

1. Szyfrowanie litery Z

(ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ)

Z >> C

2. Szyfrowanie litery U

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

U >> X

3. Szyfrowanie litery P

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

P >> S

4. Szyfrowanie litery A

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ

A>D

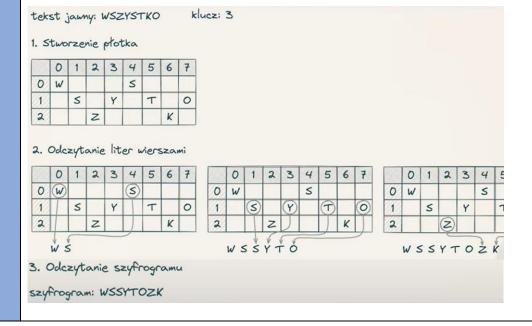
Szyfrogram: CXSD
```

B. Szyfrowanie płotkowe

25.

Polega ono na – zapisaniu tekstu jawnego w sposób przypominający płotek

- **Wielkość płotka** jest definiowana poprzez **klucz szyfrujący**, który też jest wartością liczbową
- Następnie dzięki odpowiedniemu odczytaniu tekstu z płotka powstaje szyfrogram



26. Polega ono na wykorzystaniu wielu różnych podstawień Cezarowych w zależności **C.** Szyfrowanie od litery klucza Vigenere'a Zaczynamy od wypełnienia macierzy literami alfabetu, następnie każdą literę tekstu jawnego zamieniamy według klucza przy pomocy macierzy, a kluczem w tym szyfrze jest inne słowo tekst jawny: INFORMATYKA 1. Szyfrowanie litery I: $I \xrightarrow{M} U$ 2. Szyfrowanie litery N: $N \xrightarrow{A} N$ 3. Szyfrowanie litery F: $F \xrightarrow{T} Y$ 4. Szyfrowanie litery O: O → I 5. Szyfrowanie litery R: $R \xrightarrow{R} I$ 6. Szyfrowanie litery M: M → M 7. Szyfrowanie litery A: A -M M 8. Szyfrowanie litery T: $T \xrightarrow{A} T$ 9. Szyfrowanie litery Y: Y → R 10. Szyfrowanie litery K: K→E 11. Szyfrowanie litery A: $A \stackrel{\mathbb{R}}{\longrightarrow} \mathbb{R}$ klucz: MATURA szyfrogram: UNYIIMMTRER 27. To szyfr blokowy, który szyfruje litery parami **D.** Szyfrowanie **Playfair** Klucz jest napisem używanym do wygenerowania macierzy 5 na 5 złożonej z liter alfabetu Litery są wpisane do macierzy zgodnie z kolejnością z jaką mamy w kluczu, a następnie w porządku alfabetycznym W macierzy może zmieścić się tylko 25 liter, a alfabet angielski ma ich 26, zatem najczęściej stosuje się rozwiązanie, w którym i oraz j jest traktowane jako jedna ta

sama litera

literę znajdująca się **poniżej**

Poniżej jest przykładowa macierz wygenerowaną na podstawie klucza szyfr
 A. Jeśli litery tekstu jawnego są w tej samej kolumnie to zamieniamy każdą z liter na

			leśli litery są w tym samym wierszu to zamieniamy każdą z liter na literę znajdująca się po prawej stronie leżeli litery <mark>tworzą prostokąt</mark> to zamieniamy każdą z liter na literę znajdującą się w tym samym wierszu, ale w kolumnie drugiej litery z pary		
			Tabela SZYFR ABCDE GHIKL MNOPQ TUVWX	Szyfrowanie pary SZYFR ABCDE GHIKL MNOPQ TUVWX MT	"MA
		STV	frowanie pary "TU	Szyfrowanie pary	"RA
		527	S Z Y F R A B C D E G, H I K L M N O P Q T U V W X T U V	$S = \frac{Z}{Y} \neq \mathbb{R}$ $A = \frac{A}{B} =$	
10		Danier			
28.	INNE ALGORYTMY SZYFROWANIA i SORTOWANIA	1. 2.	samemu		
29.	Szukanie najdłuższego wspólnego podciągu				