FSBM
FACULTE DES SCIENCES BEN M'SICK
UNIVERSITE HASSAN II DE CASABLANCA

UNIVERSITE HASSAN II DE CASABLANCA
FACULTE DES SCIENCES BEN M'SICK
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES INFORMATIQUE

TP 5

Module Algorithmes d'optimisation

Exercice 1 : méthode géométrique

Un diététicien doit préparer un régime à partir de deux aliments, Aliments A1 et A2, pour s'assurer que le patient reçoit un minimum de deux nutriments essentiels (Vitamine C et Protéines) à un coût minimal. Sachant que :

x1 : Quantité (en grammes ou unités) de l'Aliment A1 à utiliser.

x 2 : Quantité (en grammes ou unités) de l'Aliment A2 à utiliser.

Fonction Objective (à Minimiser) est le coût total (C) : Supposons que l'Aliment A1 coûte 2.5 MAD par unité et l'Aliment A2 coûte 3.4 MAD par unité.

On suppose que l'Aliment A1 apporte 2 unités de Vitamine C par unité et l'Aliment A2 en apporte 1 unité et l'Aliment A1 apporte 1 unité de Protéines par unité et l'Aliment A2 en apporte 3 unités. Le besoin minimal est de 12 unités de Protéines.

1. Formuler le problème en problème de programmation linéaire : fonction objective et contraintes.
2. Chercher les sommets admissibles qui sont des intersections des contraintes.
3. Donner le minimum de la fonction coût.
4. Tracer les contraintes et les lignes de niveau de la fonction objective , ainsi mettre en évidence sur la figure le minimum.

Exercice 2: Simplexe

Soit le PL suivant :

$$\begin{cases} \max Z = 1000x_1 + 1200x_2 \\ s.c.\ 10x_1 + 5x_2 \leq 200 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 60 \\ x_1 \leq 34 \\ x_2 \leq 14 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

1. Formuler le problème PL sous format standard
2. Tracer les contraintes et les lignes de niveau de la fonction objective pour vérifier que domaine réalisable est non vide.
3. Résoudre manuellement par la méthode de simplexe
4. Implémenter la méthode en python et résoudre le problème.

Exercice 3 : Branch and Bound (B&B)

Soit le PLNE suivant**:**

$$\begin{cases} max\ 8x + 5y \\ x + 5y \ \leq 15 \\ 9x + 5y \ \leq 45 \\ x, y \geq 0 \\ x, y \ \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. Tracer les contraintes et les lignes de niveau de la fonction objective pour vérifier que domaine réalisable est non vide.
2. Résoudre manuellement par la méthode B& B
3. Implémenter la méthode en python et résoudre le problème.

<u>Exercice 4 : Méthode glouton appliqué au problème du sac à dos</u>

La capacité maximale du sac est W et on a un ensemble d'objets i=1,2, ..., n, chaque objet a un poids wi et une valeur vi. L'objectif est de remplir le sac de façon à maximiser la valeur totale, en pouvant prendre une fraction des objets.

Considérons un problème de sac à dos comportant 12 objets. Les utilités et les poids sont les suivants :

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
v_i	80	31	48	17	27	84	34	39	46	58	23	67
w_i	84	27	47	22	21	96	42	46	54	53	32	78

La capacité du sac à dos est de 300.

Voici l'algorithme glouton correspondant :

Algorithm. Glouton du problème du sac à dos

1.Intialisation

1. Calculer pour chaque objet le **ratio valeur/poids** :

$r_i = \frac{v_i}{w_i}$

2. Trier les objets par ordre décroissant de r_i

3. **Initialiser**

W_restant $\leftarrow W$

Vtotal←0.

4. Pour chaque objet dans l'ordre décroissant de r_i:

Si wi ≤ W_restant alors prendre l'objet entier :

Vtotal←Vtotal+v_i

W_restant←W_restant−w_i

b)Sinon, prendre la fraction possible f=$\frac{\text{W\_restant}}{w_i}$ de l'objet :

Vtotal←Vtotal+f×v_i

W_restant←0

Arrêter (le sac est plein).

1. Retourner Vtotal et la composition du sac.

3. Return chemin_sol.

1. Proposer une implémentation Python de l'algorithme.

2. Résoudre le problème.

<u>Exercice 5 : métaheuristique PSO</u>

Minimiser la fonction de Rosenbrock à 2 dimensions où x et y sont dans $[-2,2]$

$f(x,y)=(1-x)^2+100(y-x^2)^2$

1. Résoudre manuellement le problème sachant que :
- ω (inertie) = 0.8
- c1 (cognitif) = 1.5
- c2 (social) = 1.5
- Plage pour x,y : $[-2,2]$
- Vitesse maximale: $[-0.5,0.5]$ pour chaque dimension
2. Implémenter PSO en Python et résoudre le problème.