UNIVERSITE HASSAN II DE CASABLANCA
FACULTE DES SCIENCES BEN M'SIK
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES INFORMATIQUE

TP 1

Module Algorithmes d'optimisation

Exercice 1 :

Soit les fonctions réelles $f(x)= 2x^2-3$, $g(x)= x^3 - 3x^2 + 2$, $h(x)= x^5 + 4x^3 + 4x$.

Utiliser la bibliothèque Sympy pour étudier les fonction f, g et h:

1) Définir la variable en tant que réel et la fonction.
2) Calculer la dérivée première de f
3) Donner le développement limité de f à l'ordre 4.
4) Utiliser la biblio matplotlib.pyplo pour tracer la coude Cf et cg en précisant les labels des axes et le titre du graphique.
5) Afficher les points (0,g(0)) et (2,g(2)) sur le courbe de g
6) Afficher si h est croissante ou décroissante en testant sa dérivée.
7) Tracer h'(x).

Exercice 2 :

Soit 3 fonctions réelles à étudier : $f(x,y) =2x^2 + 3y^2 + 2xy - 4y$, $g(x,y)= x^3 - 3xy^2$, $h(x, y) = e^{-\frac{x^3}{3}+x-y2}$

1) Définir les variables et la fonction.
2) Calculer les dérivées partielles (gradient)
3) tracer la courbe en précisant les labels des axes et le titre du graphique.
4) Choisir un point particulier à afficher en rouge, par exemple (x, y) = (0, 0)

Exercice 3 :

1) Définir la matrice A = $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, B=$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$
2) Afficher la matrice
3) Calculer les valeurs propres et vecteurs propres de A puis B.

Exercice 4 :

1) Définir la matrice A symétrique suivante : $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

2) Afficher la matrice
3) Calculer le déterminant de la matrice.

4) Calculer la transposée de la matrice
5) Afficher les valeurs propres de A
6) Vérifier si la matrice est définie positive par la méthode des valeurs propres
7) Vérifier si la matrice est définie positive par la méthode de décomposition de Cholesky

Exercice 5 : illustrations des fonctions convexes

Soit la fonction $f(x)= x^2$, $g(x ,y)= \log(e^x + e^y)$

1) Tracer la courbe f
2) Tracer en rouge les points (2,f(2)), (-3,f(-3)) et tracer le segment liant les deux points en vert.
3) Tracer en rouge les points (2, 3, g(2,3)), (1,-3, g(1,-3)) et tracer le segment liant les deux points en cyan.

Exercice 6 :

Soit la fonction réelle $f(x)= x^3 - 3x^2 + 2$, nous allons étudier la nature des points critiques en utilisant la dérivée seconde de f.

1) Définir la variable et la fonction en tant que réel.
2) Calculer la dérivée première
3) Résoudre f'(x)=0 pour trouver les points critiques et afficher les.
4) Calculer la dérivée seconde et afficher la.
5) Déterminer la nature des points critiques (minimum maximum, point de selle).

Exercice 7 :

Soit la fonction réelle $f(x,y)= x^2 + y^2$, $g(x,y)= x^3 + y^3 - 3xy$, $h(x,y)= 2x^3 - y^4 - 3x^2$, $t(x,y)= x^2 + y^2 - 4x - 6y + 13$.

1) Définir les variables et la fonction
2) Calculer et afficher les dérivées partielles (gradient)
3) Trouver le(s) point(s) critique(s) en résolvant $\partial f/\partial x = 0$ et $\partial f/\partial y = 0$
4) Calculer la matrice Hessienne.
5) Analyser les points critiques un par un.
6) donner la Hessienne au point critique.
7) Analyser les valeurs propres de la Hessienne.
8) Afficher la valeur de la fonction au point critique.
9) Tracer la courbe en explicitant les points critiques.