Correction	**TES – Contrôle 4** *Chapitres : probabilités + révisions .*	**1**

I. (*10 points*). *Les parties A et B sont indépendantes.*

à la rentrée scolaire, on fait une enquête dans une classe de sixième comprenant 25 élèves.

Partie A : *On sait que, dans cette classe, 48 % des élèves ont 11 ans,* $\frac{1}{5}$ *ont 13 ans et les autres ont 12 ans.*

Ces élèves utilisent deux types de sacs de cours : le sac à dos ou le cartable classique.

- *15 élèves, dont les* $\frac{2}{3}$ *ont 11 ans, ont acheté un cartable classique ;*
- *Les autres, dont la moitié ont 12 ans, ont acheté un sac à dos.*

1. *Recopier le tableau suivant sur votre copie et le compléter à l'aide des données de l'énoncé :*

	Sac à dos	Cartable	Total
11 ans	**2**	**10**	**12**
12 ans	**5**	**3**	**8**
13 ans	**3**	**2**	**5**
Total	**10**	**15**	25

2. *On interroge au hasard un élève de cette classe.*

On note : S l'événement : « l'élève a un sac à dos ». C l'événement : « l'élève a un cartable ». T l'événement : « l'élève a treize ans »

a) *Montrer que* $P(S)=0,4$.

Comme il y a équiprobabilité, $\boldsymbol{P(S)=\frac{10}{25}=0,4}$

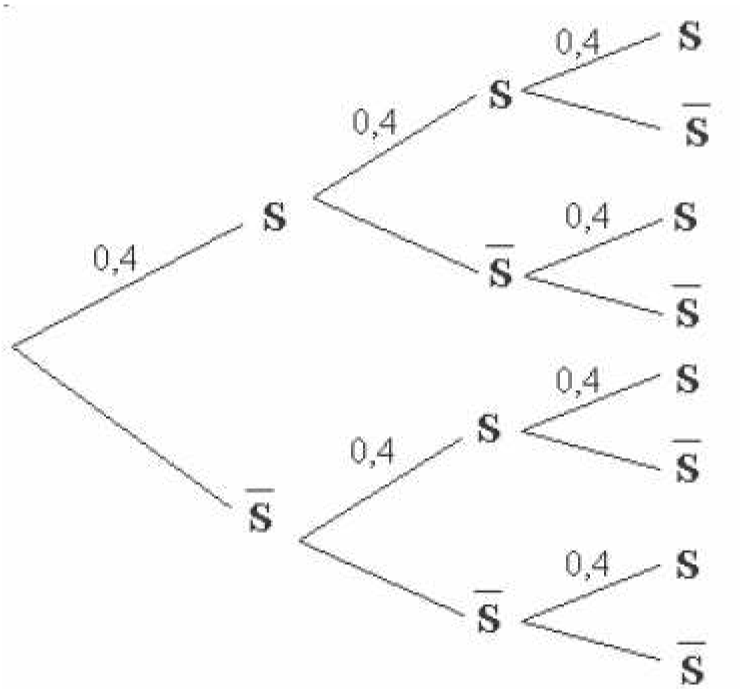
b) *Calculer* $P(C\cap T)$.

$$\boldsymbol{P(C\cap T)=\frac{2}{25}=0,08}$$

3. *On interroge successivement et de manière indépendante trois élèves de cette classe ;*
quelle est la probabilité qu'exactement deux d'entre eux aient un sac à dos ?

A la répétition 3 fois $(n=3)$ de façon indépendante d'une épreuve à 2 issues S ou $\overline{S}$
je peux associer une variable aléatoire X qui comptabilise le nombre de succès
X suit une loi binomiale $B(3\ ;\ 0,4)$ la probabilité de succès étant $p=p(S)=0,4$

Traduisons la situation à l'aide d'un arbre :



L'évènement «exactement deux élèves ont un sac à dos» correspond aux **3** issues $S\ S\ \overline{S}$, $S\ \overline{S}\ S$ et $\overline{S}\ S\ S$

donc la probabilité cherchée est $\boldsymbol{P(X=2)=3\times(0,4)^2\times(0,6)^1=0,288}$

La probabilité qu'exactement deux d'entre eux aient un sac à dos est égale à 0,288.

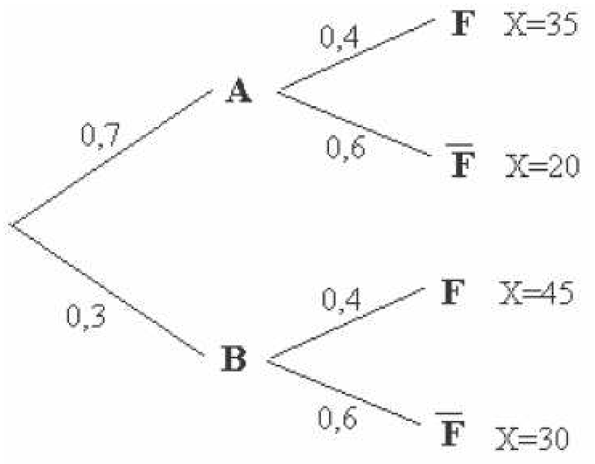
Correction **TES – Contrôle 4**

Chapitres : probabilités + révisions .

Partie B : *A leur inscription, ces élèves doivent souscrire une assurance scolaire ; deux types de contrats annuels sont proposés. D'après les études statistiques, le contrat* **A** *dont le coût est de* 20 € *est choisi avec une probabilité de* 0,7 *et le contrat* **B** *dont le coût est de* 30 € *est choisi avec une probabilité de* 0,3 .

De plus le collège propose une adhésion facultative au foyer coopératif, d'un montant de 15 €.
Indépendamment *du contrat d'assurance choisi, 40 % des élèves prennent une carte d'adhérent au foyer.*
On note : A *l'é vénement : « l'élève a choisi le contrat* **A** ». B *l'événement : « l'élève a choisi le contrat* **B** ».
F *l'événement : « l'élève est adhérent au foyer ».*

1. *Recopier et compléter l'arbre des probabilités associé à la situation décrite ci-dessus.*



2. *Quelle est la probabilité qu'un élève est pris le contrat* **B** *et qu'il soit adhérent au foyer ?*

$$\boldsymbol{P\left(B\cap F\right)}=P_B\left(F\right)\times P\left(B\right)=0,4\times 0,3=\mathbf{0,12}$$

3. *A chaque élève pris au hasard, on associe le coût* X *de son inscription (assurance scolaire plus adhésion éventuelle au foyer).*

a) *Quelles sont les valeurs possibles de ce coût ?*

L'ensemble des valeurs de la variable X **est** $\{20\ ;\ 30\ ;\ 35\ ;\ 45\}$ (voir l'arbre ci-dessus)

b) *Etablir la loi de probabilité de ce coût et présenter le résultat dans un tableau .*

la loi de probabilité associée au coût X **:**

coût X	**20**	**30**	**35**	**45**
probabilité p	**0,42**	**0,18**	**0,28**	**0,12**

c) *Calculer l'espérance mathématique de cette loi. Quelle interprétation peut-on en donner ?*

L'espérance mathématique de cette loi est : $\boldsymbol{E\left(X\right)}=\quad 0,42\times 20+0,18\times 30+0,28\times 35+0,12\times 45=\mathbf{29}$

On peut dire qu'en moyenne une inscription coûte 29 €

II. *(10 points). Pour chacune des propositions ci-dessous, indiquer si la proposition est* **vraie** *ou* **fausse** *en* **justifiant votre réponse**.

1. *La fonction* $x \mapsto \mathrm{e} + \frac{1}{5}$ *est la fonction dérivée de la fonction* $x \mapsto \mathrm{e}\,x + \ln 5$

Faux, le nombre $\ln 5$ est une constante , la fonction $x \mapsto \mathrm{e}$ est la fonction dérivée de la fonction $x \mapsto \mathrm{e}\,x + \ln 5$

2. *Si* $\left(1 - \frac{1}{100}\right)^n \leq 0,7$ *alors* $n \geq \frac{\ln 0,7}{\ln 0,99}$

Vrai, si
$$\left(1 - \frac{1}{100}\right)^n \leq 0,7$$
$$0,99^n \leq 0,7$$
$$\ln\left(0,99^n\right) \leq \ln(0,7)$$
$$n \ln(0,99) \leq \ln(0,7)$$
$$n \geq \frac{\ln 0,7}{\ln 0,99}$$
(**attention** $\ln(0,99)$ est un nombre négatif)

3. *L'ensemble des solutions sur* $\mathbb{R}$ *de l'équation* $\ln\left(x^2 + 4x + 3\right) = \ln(5x + 9)$ *est :* $S = \{-2 \,;\, 3\}$

Faux, le nombre -2 ne peut pas être dans l'ensemble solution car $5 \times (-2) + 9 = -1$ et la fonction $\ln$ n'est pas définie en -1

4. *La limite quand* x *tend vers 1 ,* $x < 1$ *, de la fonction* $x \mapsto \ln\left(\frac{\sqrt{1-x}}{2}\right)$ *est 0*

Faux, car $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} \frac{\sqrt{1-x}}{2} = 0$ donc par composition de limites, $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} \ln\left(\frac{\sqrt{1-x}}{2}\right) = \lim\limits_{X \to 0} \ln X \boldsymbol{= -\infty}$

5. *La valeur moyenne sur l'intervalle* $[0 \,;\, 4]$ *de la fonction qui à* x *associe* e^{-x} *est* $\frac{1 - \mathrm{e}^{-4}}{4}$

Vrai, $\boldsymbol{\mu = \frac{1}{4-0} \int_0^4 \mathrm{e}^{-x}\, dx} = \frac{1}{4}\left[-\mathrm{e}^{-x}\right]_0^4 = \frac{1}{4}\left(-\mathrm{e}^{-4} - (-1)\right) \boldsymbol{= \frac{1 - \mathrm{e}^{-4}}{4}}$

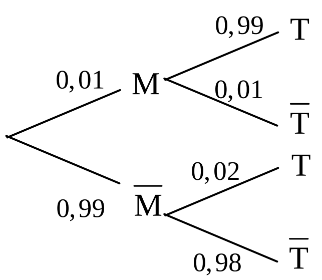
6. f *est une fonction définie sur* $]-2 \,;\, +\infty[$ *par* $f(x) = 3 + \frac{1}{x+2}$ *alors* $\int_0^2 f(x)\, dx = 6 + \ln 2$

Vrai, $\boldsymbol{\int_0^2 f(x)\, dx} = \int_0^2 3 + \frac{1}{x+2}\, dx = \left[3x + \ln(x+2)\right]_0^2 = 6 + \ln 4 - \ln 2 \boldsymbol{= 6 + \ln 2}$

Une maladie atteint 1 % *d'une population. Un test de dépistage de cette maladie a les caractéristiques suivantes :*
Chez les individus malades, 99 % *des tests sont positifs et* 1 % *sont négatifs,*
et chez les individus sains 98 % *des tests sont négatifs et* 2 % *sont positifs .*
On prend un individu au hasard dans la population et on lui applique le test.
On appelle M *l'événement « l'individu est malade » et* T *l'événement « le test est positif »,* $\overline{\mathrm{M}}$ *et* $\overline{\mathrm{T}}$ *les événements contraires .Alors :*

7. $P_{\mathrm{M}}(T) + P_{\overline{\mathrm{M}}}(T) = 1,01$

Vrai, car $P_{\mathrm{M}}(T) + P_{\overline{\mathrm{M}}}(T) = 0,99 + 0,02 = 1,01$



8. $P_{\mathrm{M}}(T) + P_{\overline{\mathrm{M}}}(T) = P(T)$

Faux, car $P(T) = P_{\mathrm{M}}(T) \times P(M) + + P_{\overline{\mathrm{M}}}(T) \times P\left(\overline{M}\right) = 0,99 \times 0,01 + 0,02 \times 0,99 = 0,0297$

9. $P(T) = 2,97 \times 10^{-2}$

Vrai, car $P(T) = P_{\mathrm{M}}(T) \times P(M) + + P_{\overline{\mathrm{M}}}(T) \times P\left(\overline{M}\right) = 0,99 \times 0,01 + 0,02 \times 0,99 = 0,0297 = 2,97 \times 10^{-2}$

10. *Sachant que le test est positif, il y a deux chances sur trois pour que l'individu ne soit pas malade .*

Vrai, car $P_T\left(\overline{\mathrm{M}}\right) = \frac{P\left(\overline{M} \cap T\right)}{P(T)} = \frac{0,02 \times 0,99}{0,03 \times 0,99} = \frac{2}{3}$