

מבני נתונים – תרגיל 5

תאריך פרסום: 14.6.2022

תאריך הגשה: 28.6.2022 23:59

מרצה ומתרגל אחראים: ד"ר אור סתת, שחר פרידמן

הנחיות:

- הגשת העבודה הינה ביחידים או בזוגות, לבחירתכם. אנו ממליצים לעבוד בזוגות, כדי לעודד דיון והפריה הדדית. למען הסר ספק, אם העבודה הוגשה בזוג אז כל סעיפי העבודה המוגשים צריכים להיות תוצאה של עבודה משותפת.
- חובה להגדיר קבוצה באתר המודל ולהשתייך אליה על מנת להגיש את העבודה, גם אם בחרתם להגיש לבד (ואז אתם בקבוצה המכילה רק אתכם). למידע נוסף בקרו בעמוד ההרשמה לקבוצה.
- העבודה חייבת להיות מוקלדת ומוגשת כקובץ בפורמט Pdf. שם הקובץ שלכם צריך להיות זהה לשם הקבוצה אליה נרשמתם באתר המודל, לדוגמה: Group300_Assignment5.pdf.
- שאלות לגבי העבודה יש לשאול בפורום הייעודי באתר המודל או בשעות קבלה של המרצה\המתרגל האחראיים על העבודה. הפורום נועד לדיון בין הסטודנטים בנוגע לעבודה, הצוות האחראי על העבודה לא עונה על שאלות בפורום. אחת ל-24 שעות הצוות האחראי על העבודה יקרא את השאלות שעלו בפורום ויפרסם בהירות ב-FAQ במידת הצורך.
- אין צורך להוכיח טענות שנלמדו בכיתה. עם זאת, יש להוכיח כל טענה שלא נלמדה בהרצאה או בתרגול.
- יש לנתח את זמן הריצה בצורה הדוקה ביותר תוך התחשבות במקרה הגרוע ביותר.
- \log מתייחס ללוגריתם בבסיס 2.

1. היזכרו באלגוריתם לייצור עץ קידוד+פענוח עבור קוד האפמן בשקופית 15/44 במצגת 11 – אלגוריתמי כיווץ.
בשאלה זו נרצה לשפר את זמן הריצה לייצור העץ, בהנחה שהתדירויות שניתנו לנו הן ממוינות. כלומר, על האלגוריתם החדש לעמוד בדרישות הבאות:
קלט: מערך המכיל σ זוגות מהצורה (אות, תדירות), כאשר ערכי התדירויות מהווים סדרה מונוטונית לא יורדת.
פלט: (שורש של) עץ עבור קוד האפמן (כמו באלגוריתם המקורי).
הנחיה: ניתן לפתור את התרגיל על ידי שימוש בשני תורים בלבד (שאינם תורי עדיפויות) במקום בתור עדיפויות וללא שימוש במבני נתונים נוספים. בנוסף, ניתן להניח שלתורים קיימת פונקציה $peek(Q)$ (שלוקחת זמן $O(1)$) המקבלת תור Q ופולטת את האיבר בראש התור **מבלי** להוציא אותו מהתור.

- א. כתבו פסאודוקוד לאלגוריתם העומד בדרישות אלה.
- ב. נתחו את זמן הריצה שלו (ודאו שאתם משפרים את זמן הריצה ביחס לאלגוריתם המקורי).

2. תהי s מחרוזת מעל האלפבית $\{a, b, \dots, t, _ \}$ נתון הקידוד הבא שהתקבל מהפעלת אלגוריתם LZ78 על מחרוזת s . את הקידוד יש לקרוא משמאל לימין. התו ϕ הוא תו ייחודי המסמן את סוף הטקסט המקודד.

$(0, \phi)(16, \phi)(14, i)(13, i)(0, e)(0, i)(2, s)(9, s)(10, _)(6, s)(1, m)(5, i)(3, i)(2, i)(0, _)(0, i)(1, i)(0, m)(0, s)$

מצאו את המחרוזת s .

* בזוג הרביעי ובזוג השמיני האות היא "ן" (נון סופית) ובזוג השישה עשר האות היא "ם" (מם סופית).

3. בהינתן מערך של מספרים, תארו אלגוריתם שיחזיר את $\lfloor \frac{n}{\log(n)} \rfloor$ המספרים הקטנים ביותר שמופיעים רק פעם אחת במערך כאשר הם ממוינים לפי גודלם. ניתן להניח שיש לפחות $\lfloor \frac{n}{\log(n)} \rfloor$ איברים ייחודיים במערך. על האלגוריתם לעבוד בתוחלת זמן ריצה $O(n)$ וסיבוכיות זיכרון $O(n)$ במקרה הגרוע.
דוגמה:
קלט: 5,7,31,9,9,23,1,5,7
פלט: 1,23

4. נתון מערך עם $n - 1$ מספרים כאשר n הוא חזקה של 2. ידוע שאחד הערכים מופיע בו בדיוק $\frac{n}{2}$ פעמים, ערך נוסף מופיע בו בדיוק $\frac{n}{4}$ פעמים, ערך נוסף $\frac{n}{8}$ פעמים וכך הלאה. באופן כללי, לכל k כך ש- $1 \leq k \leq \log n$ קיים ערך ייחודי המופיע $\frac{n}{2^k}$ פעמים. תארו אלגוריתם למיון המערך בזמן $O(n)$.

דוגמה:
קלט: 5,1,2,5,2,5,5
פלט: 1,2,2,5,5,5,5

5. נתונה קבוצה S של n מפתחות ומספר טבעי z .

א. ידוע שהמפתחות בלתי תלויים ומתפלגים בצורה אחידה בקטע $[0, T]$, עבור T כלשהו. הציעו אלגוריתם שמוצא האם קיימים שני מפתחות x, y כך ש- $x + y = z$. על האלגוריתם לעבוד בזמן צפוי $O(n)$.

ב. ידוע שהמספרים הם טבעיים וגם $n < z$. הציעו אלגוריתם שמוצא האם קיימים שני מפתחות x, y כך ש- $x + y = z$. על האלגוריתם לעבוד בזמן $O(n)$ במקרה הגרוע.

6. נגדיר מבנה נתונים המבוסס על מערך, התומך בשתי הפעולות הבאות בלבד:
1. אתחול() – מאתחל m תאים ריקים (ברצף) בזיכרון.
2. הוספה(איבר) – מוסיף איבר באינדקס הבא הפנוי.
במילים אחרות, המערך מאתחל עם מספר m (קבוע) של תאי זיכרון, ומחזיק אינדקס i . בכל פעם שנקראת פעולת הוספה(איבר), האיבר נוסף במקום ה- i , ולאחר מכן i גדל ב-1. מכיוון שניתן לקרוא ליותר מ- m פעולות הוספה, הזיכרון במבנה מנוהל באופן הבא (הסעיפים לא קשורים זה לזה):

א. בכל הוספה שגורמת למערך להיות מלא, המערך מועתק למקום חדש בזיכרון בגודל גדול ב- m מגודלו הקודם (והמערך הקודם נמחק). כלומר, לאחר שמילאנו את המערך k פעמים, גודל המערך החדש יהיה $m \cdot (k + 1)$. נתחו את **זמן הריצה לשיעורין** של פעולת ההוספה.

ב. בכל הוספה שגורמת למערך להיות מלא, המערך מועתק למקום חדש בזיכרון בגודל גדול פי $(1 + \alpha)$ עבור $\alpha > 0$ מגודלו הקודם (והמערך הקודם נמחק). כלומר, לאחר שמילאנו את המערך k פעמים, גודל המערך החדש יהיה $m \cdot (1 + \alpha)^k$. הראו כי **העלות לשיעורין** של פעולת ההוספה במקרה זה היא $O(\frac{1+\alpha}{\alpha} + 1)$.
רמז: בשיטת האסימונים ניתן לתת מספר **לא שלם** של אסימונים לפעולה.

7. נתון גרף קשיר, לא מכוון, $G = (V, E)$ וצומת $s \in V$. הציעו אלגוריתם יעיל המוצא עבור כל קודקוד

את אורך המסלול הקצר ביותר מ- s המכיל מספר זוגי של קשתות (הערך מוגדר להיות ∞ אם אין כזה). נתחו זמן ריצה והסבירו נכונות.

הדרכה: העזרו בגרף דו צדדי $G' = (V', E')$, כאשר $V' = L \cup R$, כאשר $L = \{v^l \mid v \in V\}$, $R = \{v^r \mid v \in V\}$, ו- $E' = \{(v^l, u^r), (u^l, v^r) \mid (v, u) \in E\}$.