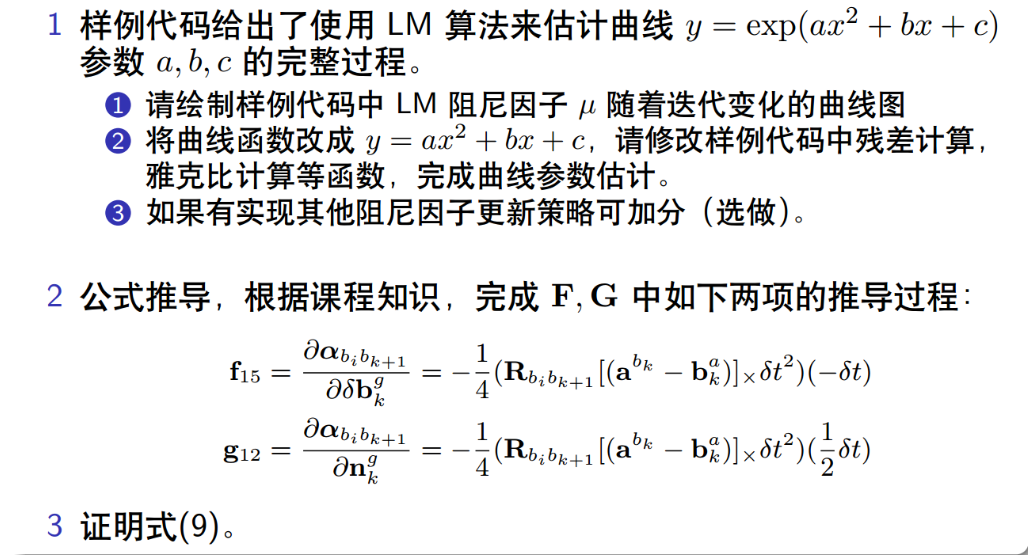
**深蓝学院VIO课程第三课作业**



**1.1 绘制LM阻尼因子随迭代变化的曲线图**

修改CurveFitting\_LM项目的problem.h和problem.cc源码，在Problem::Solve()函数中添加记录阻尼因子μ的代码，执行后会写入一个txt文件中（见附件1.1-lambdas.txt）。撰写一个脚本（见附件源码scripts/drawIterations.py）绘制阻尼因子μ随迭代次数变化的图，见图1：

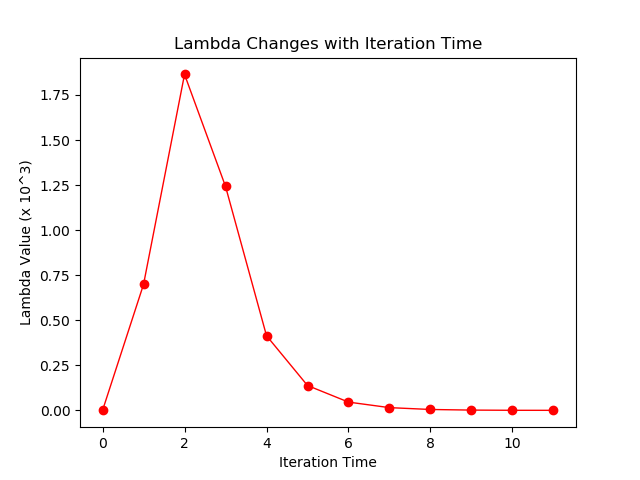


图1 阻尼因子μ随迭代次数变化曲线图

**1.2 修改曲线函数，完成代码中残差计算和曲线参数估计**

新的曲线函数：

观测值受噪声影响：

残差计算：

残差对变量的雅克比：

部分修改的代码如下图：

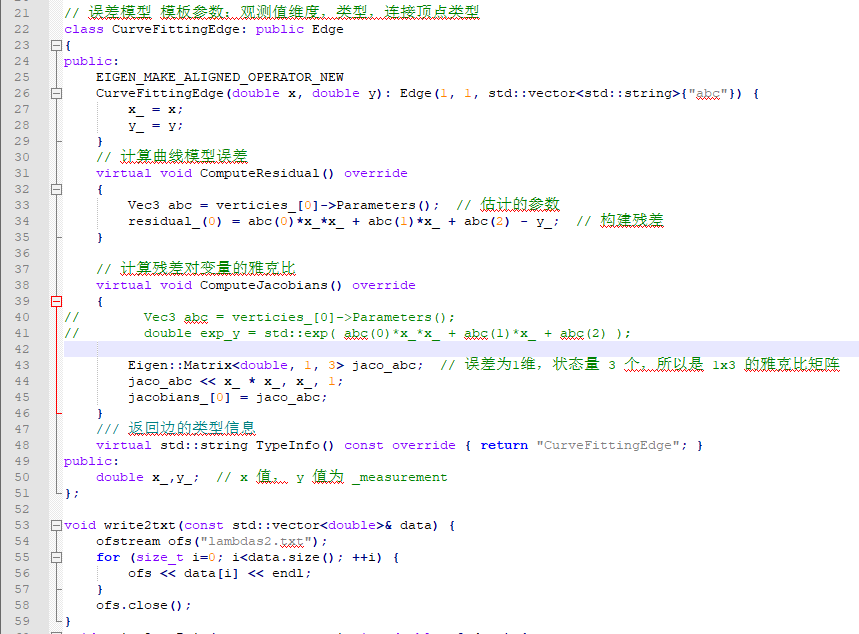


图2 新曲线模型的残差和雅克比计算代码

完整代码见附件源码app/CurveFitting2.cpp，多次运行结果输出详情可见附件1.2-runing\_log.txt文件，这里整理成表格：

表1 不同观测点数下新曲线模型的参数估计结果

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 观测点数 | 迭代次数 | 耗时(ms) | 计算值 | 真实值 |
| 100 | 2 | 1.913 | [1.610, 1.618, 0.995] | [1.0 ,2.0, 1.0] |
| 500 | 3 | 14.604 | [1.014, 1.936, 1.025] |
| 700 | 3 | 19.200 | [1.001, 1.989, 0.989] |
| 1000 | 4 | 36.508 | [1.000, 2.006, 0.969] |

**1.3 其他阻尼因子的更新策略**

查阅资料[[1]](#footnote-1)，阻尼因子μ的更新策略除了g2o和ceres采用的Nielsen策略外，还有另外两种常用的更新策略：

第一种策略[[2]](#footnote-2)：

第二种策略较为复杂：

其中

这里在backend/problem.cc文件中实现了另外的第一种更新策略，见下图。

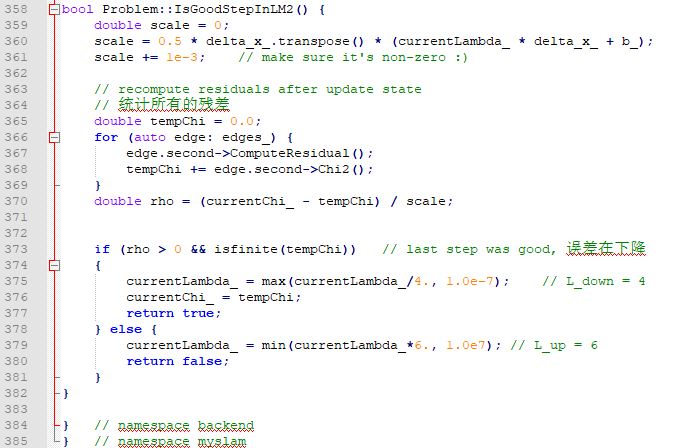


图3 新的阻尼因子μ更新策略源码

**2.证明公式**

为位置预计分量（）对k时刻角速度bias（）的Jacobian，参考课件中的推导公式和已知条件有：

(1)

(2)

其中

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

可知只与式(2)(3)中红色部分有关。由于噪声无法测得，实际计算时用测量值代替，可以忽略，则有：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

同理，对于来说只与式(2)蓝色部分有关，则：

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

得证。

**3.证明下式**



由课件公式已知：

(6)

(7)

其中半正定，其特征值和对应的特征向量为。因为**V**正交，所以有：

(8)

参考《非线性最小二乘解法 第2版》[[3]](#footnote-3)的证明过程，由公式（6）至（8）有：

(9)

(10)

令

**=**, (11)

根据式（9）到（11）创造误差函数

|  |  |
| --- | --- |
|  | (12) |

取其范数有：

(13)

当时误差函数最小，此时有

(14)

代入式（11），可表示为：

(15)

证毕。

1. Henri P Gavin. The Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems. Duke University, 2019. [↑](#footnote-ref-1)
2. D.W. Marquardt. “An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters,” Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics, 11(2):431-441, 1963. [↑](#footnote-ref-2)
3. K. Madsen, H.B. Nielsen, O. METHODS FOR NON-LINEAR LEAST SQUARES PROBLEMS. Tingleff Informatics and Mathematical Modellin. 2nd Edition, April 2004. [↑](#footnote-ref-3)