

内蒙古工业大学 2021——2022 学年第二学期

《高等数学 A(二)》期末考试试卷 A (课程代码: 090521004)

试卷审核人: 邴淑琴 考试时间: 2022.7.7

注意事项: 1. 本试卷适用于 2021 级本科生使用。

2. 本试卷共 3 页, 满分 100 分。答题时间 100 分钟。

班级: 姓名: 学号:

一. 填空选择题(本大题共 10 道小题, 每空 2 分, 共 22 分)

1. 求微分方程 $y' + y = e^{-x}$ 的通解 .

2. 已知 $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (2, 4, \lambda)$, 则当 $\lambda =$ 时, $\vec{a} \perp \vec{b}$;

当 $\lambda =$ 时, $\vec{a} // \vec{b}$.

3. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{xy+1}-1} =$.

4. 函数 $z = x^y$ 在 $(2, 1)$ 处的全微分 $dz =$.

5. 改变积分次序 $\int_0^1 dy \int_0^{1-y} f(x, y) dx =$.

6. 曲线积分 $\int_L (x^2 + y^2) ds =$, 其中 $L: x^2 + y^2 = a^2 (a > 0)$.

7. 当 $a =$ 时, 曲线积分 $\int_L (axy^2 - y^3) dx + (6x^2y - 3xy^2) dy$ 在整个 xoy 平面内与路径无关.

8. 曲线 $\begin{cases} x^2 - y^2 + z^2 = 0 \\ z = 1 \end{cases}$ 在 xoy 坐标面上的投影曲线方程为_____.

(A) $\begin{cases} y^2 - x^2 = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} y^2 = x^2 \\ z = 0 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} y^2 = x^2 \\ z = 1 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} y^2 - x^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$

9. 下列级数中收敛的是_____.

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ (C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n$

10. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{n^2}$ 的敛散_____.

(A) 条件收敛 (B) 绝对收敛 (C) 发散 (D) 敛散性不确定

二. 计算题 (本大题共 8 道小题, 每小题 6 分, 共 48 分)

1. 求微分方程: $y'' + y' - 2y = 4 - 2x$ 的通解.

2. 求过 A (-2, -2, 2), B (1, 1, -1), C (1, 0, 2) 三点的平面方程.

3. 设 f 具有一阶连续的偏导数, $z = f(x, \frac{x}{y})$, 计算: $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

4. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $z = e^{2x-3z} + 2y$ 确定, 求 $3\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$.

5. 计算二重积分 $\iint_D (x+y)d\sigma$, 其中 D : 由 $y=0$, $y=x^2$, $x=1$ 所围成的闭区域.

6. 计算曲线积分 $\int_L 2xydx + x^2dy$, 其中 L 是抛物线 $x=y^2$ 上由点 A (4, 2) 到点 B (4, -2) 的一段弧.

7. 设 Σ 是锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 和平面 $z = 1$ 所围的空间闭区域的整个边界

的外侧, 求曲面积分 $\iint_{\Sigma} xdydz + 2ydzdx + 3(z-1)dxdy$. (可用高斯公式)

8. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$ 的收敛域.

三. 应用题 (本大题共 3 道小题, 每题 10 分, 共 30 分)

1. 已知 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上连续, 且满足 $f(x) + 2 = \int_0^{3x} f\left(\frac{t}{3}\right) dt$, 求 $f(x)$.

2. 某厂要用铁板做成一个体积为 4 m^3 的无盖长方体水箱, 问长, 宽, 高如何选取, 才能使用料最省.

3. 求由曲面 $z = x^2 + y^2$ 及 $z = 4 - x^2 - y^2$ 所围成的立体的体积.