

Magnetic Force

Force on Moving Charge

- Electric Force

$$\vec{F} = Q\vec{E}$$

- Magnetic Force

$$\vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B}$$

- Lorentz Force

$$\vec{F} = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Force on Current Element

$$d\vec{F} = dQ\vec{v} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = \rho_v \vec{v} dv \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = \vec{J} dv \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = I d\vec{L} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = -\oint \vec{B} \times I d\vec{L}$$

Force between Current Element (1)

$$d\vec{F}_2 = I_2 d\vec{L}_2 \times \vec{B}_2$$

$$d(d\vec{F}_2) = I_2 d\vec{L}_2 \times d\vec{B}_2$$

$$d(d\vec{F}_2) = \mu_0 I_2 d\vec{L}_2 \times d\vec{H}_2$$

$$d(d\vec{F}_2) = \mu_0 I_2 d\vec{L}_2 \times \frac{I_1 d\vec{L}_1 \times \vec{a}_{R_{12}}}{4\pi R_{12}^2}$$

Force between Current Element

$$d(d\vec{F}_2) = \mu_0 I_2 d\vec{L}_2 \times \frac{I_1 d\vec{L}_1 \times \vec{a}_{R_{12}}}{4\pi R_{12}^2}$$

$$d(d\vec{F}_2) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi R_{12}^2} d\vec{L}_2 \times d\vec{L}_1 \times \vec{a}_{R_{12}}$$

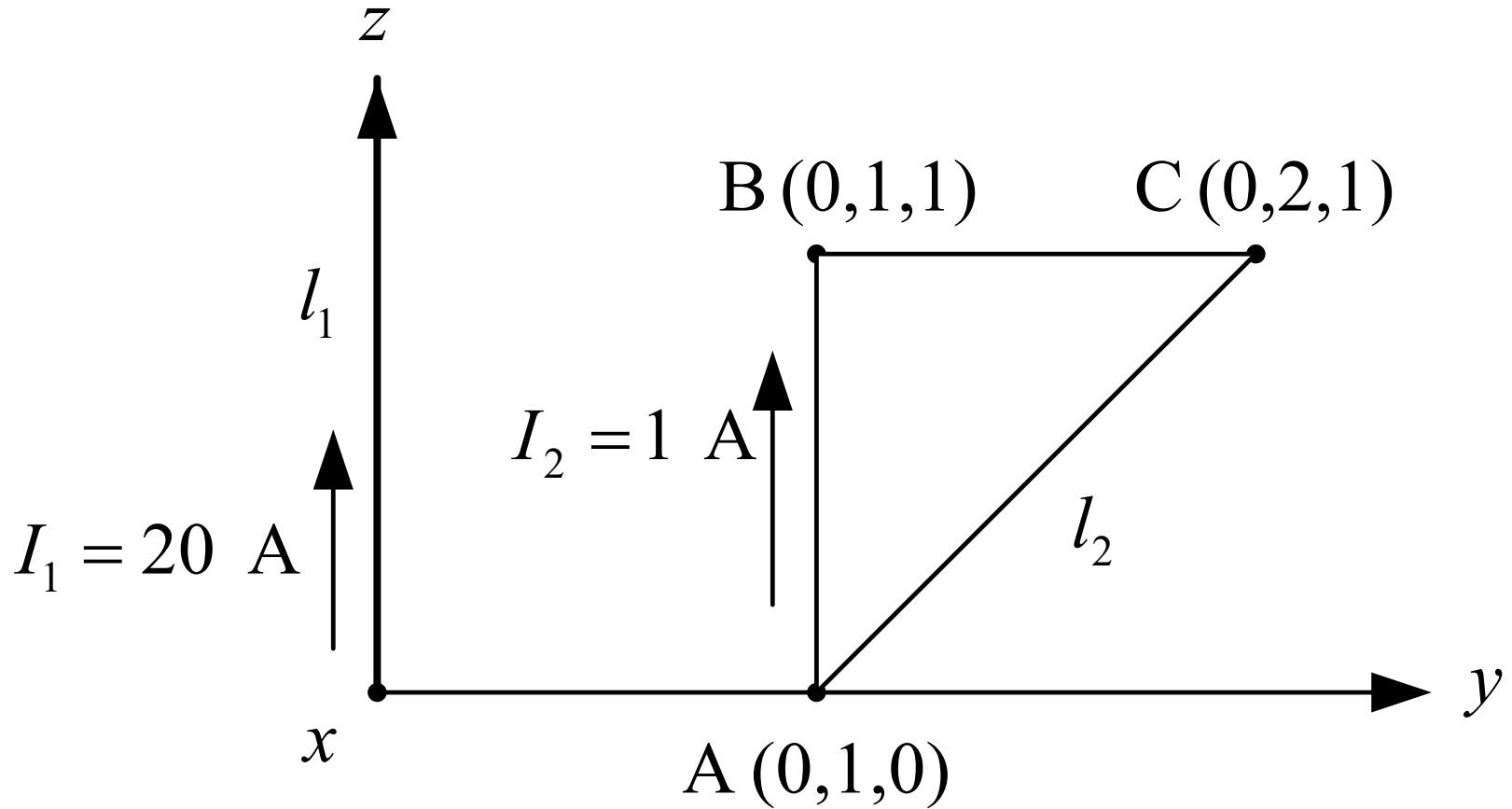
$$d(d\vec{F}_2) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi R_{12}^2} \vec{a}_{R_{12}} \times d\vec{L}_1 \times d\vec{L}_2$$

$$\vec{F}_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \oint \left[\oint \frac{\vec{a}_{R_{12}} \times d\vec{L}_1}{R_{12}^2} \right] \times d\vec{L}_2$$

Example

กำหนดให้มีเส้นลวดตัวนำ l_1 ยาวอนันต์ วางอยู่บนแกน z มีกระแส I_1 20 A ไหลในทิศทาง \vec{a}_z และมีเส้นลวดตัวนำ l_2 ขดเป็นรูปสามเหลี่ยม ABC โดยที่มุม A, B และ C อยู่ที่พิกัด $(0,1,0)$, $(0,1,1)$ และ $(0,2,1)$ ตามลำดับ มีกระแส I_2 1 A ไหลในทิศทาง $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ จงหา \vec{F} ที่กระทำต่อเส้นลวด l_2

Solution (1)



Solution (2)

หา \vec{H} ที่เกิดจาก $I_1 = 20$ A ได้

$$\vec{H} = \frac{I_1}{2\pi\rho} \vec{a}_\phi$$

$$\vec{H} = -\frac{20}{2\pi y} \vec{a}_x$$

$$\vec{H} = -\frac{10}{\pi y} \vec{a}_x \text{ A/m}$$

Solution (3)

หา \vec{B} ได้

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{B} = 4\pi \times 10^{-7} \times \left(-\frac{10}{\pi y} \vec{a}_x \right)$$

$$\vec{B} = -\frac{4}{y} \vec{a}_x \mu\text{T}$$

Solution (4)

หา \vec{F} จาก

$$\vec{F} = - \oint \vec{B} \times I d\vec{L}$$

$$\vec{F} = - \int_A^B \vec{B} \times I_2 d\vec{L} - \int_B^C \vec{B} \times I_2 d\vec{L} - \int_C^A \vec{B} \times I_2 d\vec{L}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

Solution (5)

หา \vec{F}_1 ได้

$$\vec{F}_1 = - \int_A^B \vec{B} \times I_2 d\vec{L}$$

$$\vec{F}_1 = \int_A^B \frac{4}{y} \times 10^{-6} \vec{a}_x \times dz \vec{a}_z$$

$$\vec{F}_1 = - \int_0^1 4 dz \vec{a}_y \times 10^{-6}$$

$$\vec{F}_1 = -4 \vec{a}_y \quad \mu\text{N}$$

Solution (6)

หา \vec{F}_2 ได้

$$\vec{F}_2 = - \int_C^B \vec{B} \times I_2 d\vec{L}$$

$$\vec{F}_2 = \int_B^C \frac{4}{y} \times 10^{-6} \vec{a}_x \times dy \vec{a}_y$$

$$\vec{F}_2 = \int_1^2 \frac{4}{y} dy \vec{a}_z \times 10^{-6}$$

$$\vec{F}_2 = 4 \ln |y| \Big|_{y=1}^2 \vec{a}_z \times 10^{-6}$$

$$\vec{F}_2 = 4 \ln 2 \vec{a}_z \times 10^{-6}$$

$$\vec{F}_2 = 2.77 \vec{a}_z \mu\text{N}$$

Solution (7)

หา \vec{F}_3 ได้

$$\vec{F}_3 = - \int_C^A \vec{B} \times I_2 d\vec{L}$$

$$\vec{F}_3 = \int_C^A \frac{4}{y} \times 10^{-6} \vec{a}_x \times (dy \vec{a}_y + dz \vec{a}_z)$$

$$\vec{F}_3 = - \int_C^A \frac{4}{y} dz \vec{a}_y \times 10^{-6} + \int_C^A \frac{4}{y} dy \vec{a}_z \times 10^{-6}$$

$$\vec{F}_3 = - \int_1^0 \frac{4}{z+1} dz \vec{a}_y \times 10^{-6} + \int_2^1 \frac{4}{y} dy \vec{a}_z \times 10^{-6}$$

Solution (8)

$$\vec{F}_3 = -\int_1^0 \frac{4}{z+1} dz \vec{a}_y \times 10^{-6} + \int_2^1 \frac{4}{y} dy \vec{a}_z \times 10^{-6}$$

$$\vec{F}_3 = -4 \ln|z+1| \Big|_{z=1}^0 \vec{a}_y \times 10^{-6} + 4 \ln y \Big|_{y=2}^1 \vec{a}_z \times 10^{-6}$$

$$\vec{F}_3 = 4 \ln 2 \vec{a}_y \times 10^{-6} - 4 \ln 2 \vec{a}_z \times 10^{-6}$$

$$\vec{F}_3 = 2.77 \vec{a}_y - 2.77 \vec{a}_z \quad \mu\text{N}$$

หา \vec{F} ได้

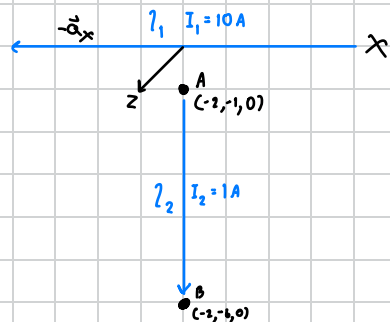
$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$\vec{F} = -1.23 \vec{a}_y \quad \mu\text{N} \quad \#$$

Quiz 8

กำหนดให้มีเส้นลวดตัวนำ I_1 ยาวอนันต์ วางอยู่บนแกน x มีกระแส I_1 10 A ไหลในทิศทาง $-\vec{a}_x$ และมีเส้นลวดตัวนำ I_2 เป็นเส้นตรง AB โดยที่ A และ B มีพิกัดอยู่ที่ $(-2,-1,0)$ และ $(-2,-6,0)$ ตามลำดับ มีกระแส I_2 1 A ไหลในทิศทาง $A \rightarrow B$ จงหา \vec{F} ที่กระทำต่อเส้นลวด I_2

$$\vec{H} = -\frac{5}{\pi y} \vec{a}_z \text{ A/m}, \quad \vec{B} = -\frac{2}{y} \vec{a}_z \text{ }\mu\text{T}, \quad \vec{F} = -3.58 \vec{a}_x \text{ }\mu\text{N}$$



$$\vec{a}_{x'} = -\vec{a}_x$$

$$\vec{a}_y = \vec{a}_z$$

$$\vec{a}_p = -y$$

$$\vec{H} = \frac{I_1}{2\pi\rho} \vec{a}_y$$

$$\vec{H} = -\frac{10}{2\pi y} \vec{a}_z$$

$$\vec{H} = -\frac{5}{\pi y} \vec{a}_z \text{ A/m}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$= 4\pi \times 10^{-7} \cdot \left(-\frac{5}{\pi y} \vec{a}_z\right)$$

$$\vec{B} = -\frac{2}{y} \vec{a}_z \text{ mT}$$

$$F = -\oint \vec{B} \cdot I d\vec{L}$$

$$= \int_A^B \frac{2}{y} \mu \vec{a}_z \cdot dy \vec{a}_y$$

$$= \int_{-1}^{-6} \frac{2}{y} dy \vec{a}_x \times 10^{-6}$$

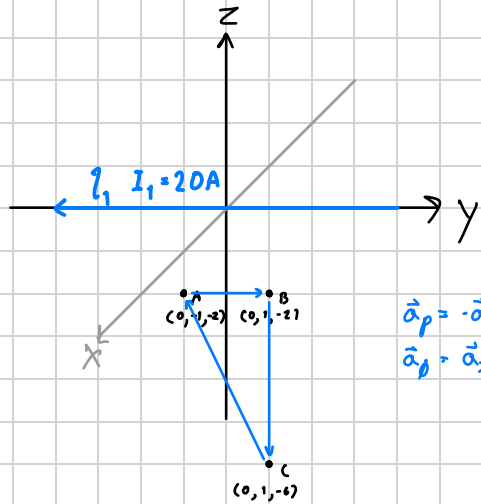
$$\vec{F} = -3.58 \vec{a}_x \text{ mN}$$

นางสาว รุ่งชมัย จิตต์ถาวร 66010375
นาย กฤษณ์ เกษมเทวรินทร์ 66011314

Assignment 8

กำหนดให้มีเส้นลวดตัวนำ I_1 ยาวอนันต์ วางอยู่บนแกน y มีกระแส I_1 20 A ไหลในทิศทาง $-\vec{a}_y$ และมีเส้นลวดตัวนำ I_2 ขดเป็นรูปสามเหลี่ยม ABC โดยที่มุม A, B และ C อยู่ที่พิกัด (0,-1,-2), (0,1,-2) และ (0,1,-6) ตามลำดับ มีกระแส I_2 2 A ไหลในทิศทาง $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ จงหาแรง \vec{F} ที่กระทำต่อเส้นลวด I_2

$$\vec{H} = -\frac{10}{\pi z} \vec{a}_x \text{ A/m}, \quad \vec{B} = -\frac{4}{z} \vec{a}_x \text{ } \mu\text{T}, \quad \vec{F}_1 = -8.00 \vec{a}_z \text{ } \mu\text{N}, \quad \vec{F}_2 = -8.79 \vec{a}_y \text{ } \mu\text{N}, \quad \vec{F}_3 = 8.79 \vec{a}_y + 4.39 \vec{a}_z \text{ } \mu\text{N}, \quad \vec{F} = -3.61 \vec{a}_z \text{ } \mu\text{N}$$



$$\vec{a}_\rho = -\vec{a}_z$$

$$\vec{a}_\phi = \vec{a}_x$$

$$\vec{H} = \frac{I_1}{2\pi\rho} \vec{a}_\phi$$

$$= \frac{20}{2\pi z} \vec{a}_x$$

$$\vec{H} = -\frac{10}{\pi z} \vec{a}_x$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$= 4\pi \times 10^{-7} \left(-\frac{10}{\pi z} \vec{a}_x \right)$$

$$\vec{B} = -\frac{4}{z} \vec{a}_x \mu T$$

$$\vec{F} = \oint \vec{B} \cdot I d\vec{l}$$

$$= \int_A^B \vec{B} \cdot I_2 d\vec{l} - \int_B^C \vec{B} \cdot I_2 d\vec{l} - \int_C^A \vec{B} \cdot I_2 d\vec{l}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$z = my + c$$

$$m = \frac{z_2 - z_1}{y_2 - y_1}$$

$$= \frac{-2 - (-6)}{-1 - 1}$$

$$m = -2$$

$$z = -2y + c$$

$$-2 = -2(-1) + c$$

$$c = -4$$

$$z = -2y - 4$$

$$\vec{F}_1 = - \int_A^B \vec{B} \cdot I_2 d\vec{l}$$

$$= \int_A^B \frac{4}{z} \times 10^{-6} \vec{a}_x \cdot 2 dy \vec{a}_y$$

$$= \int_{-1}^1 \frac{4}{z} dy \vec{a}_z = 10^{-6}$$

$$\vec{F}_1 = -8.00 \vec{a}_z \mu N$$

$$\vec{F}_2 = - \int_B^C \vec{B} \cdot I_2 d\vec{l}$$

$$= \int_B^C \frac{4}{z} \times 10^{-6} \vec{a}_x \cdot 2 dz \vec{a}_z$$

$$= \int_{-2}^{-6} -\frac{8}{z} \times 10^{-6} dz (\vec{a}_y)$$

$$\vec{F}_2 = -8.79 \vec{a}_y \mu N$$

$$\vec{F}_3 = - \int_C^A \vec{B} \cdot I_2 d\vec{l}$$

$$= - \int_C^A \frac{4}{z} \times 10^{-6} \vec{a}_x \cdot 2 (dy \vec{a}_y + dz \vec{a}_z)$$

$$= \int_C^A \frac{8}{z} \times 10^{-6} dy \vec{a}_z - \int_C^A \frac{8}{z} \times 10^{-6} dz \vec{a}_y$$

$$= \int_{-6}^{-1} \frac{8}{-2y-4} \times 10^{-6} dy \vec{a}_z - \int_{-6}^{-2} \frac{8}{z} \times 10^{-6} dz \vec{a}_y$$

$$= 4.39 \vec{a}_z + 8.79 \vec{a}_y \mu N$$

$$\vec{F}_3 = 8.79 \vec{a}_y + 4.39 \vec{a}_z \mu N$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$= -8.00 \vec{a}_z - 8.79 \vec{a}_y + 8.79 \vec{a}_y + 4.39 \vec{a}_z \mu N$$

$$\vec{F}_1 = -3.61 \vec{a}_z \mu N$$

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคล 66011314