

Energy and Potential

Energy (1)

- Electric Field Force (N)

$$\vec{F} = Q\vec{E}$$

- Applied Force for Balancing (N)

$$\vec{F} = -Q\vec{E}$$

Energy (2)

- Differential Work (J/m)

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{L} = -Q\vec{E} \cdot d\vec{L}$$

- Work (J)

$$W = -Q \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

Potential Difference and Potential

ความต่างศักย์ นิยามเป็น งานที่ใช้ในการย้ายประจุ 1 C จากจุดหนึ่ง (B) ไปยังอีกจุดหนึ่ง (A)

$$V_{AB} = -\int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{L} = V_A - V_B$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = 0$$

V_{AB} : Potential difference between points A and B (V)

V_A : Potential at point A (V)

V_B : Potential at point B (V)

Potential Difference of Charge (1)

- Point Charge Density

$$\begin{aligned} V_{AB} &= - \int_{r_B}^{r_A} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{a}_r \cdot dr \vec{a}_r \\ &= - \int_{r_B}^{r_A} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \Big|_{r=r_B}^{r_A} \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \end{aligned}$$

Potential Difference of Charge (2)

- Line Charge Density

$$\begin{aligned} V_{AB} &= - \int_{\rho_B}^{\rho_A} \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0\rho} \vec{a}_\rho \cdot d\rho \vec{a}_\rho \\ &= - \int_{\rho_B}^{\rho_A} \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0\rho} d\rho \\ &= - \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln(\rho) \Big|_{\rho=\rho_B}^{\rho_A} \\ &= \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{\rho_B}{\rho_A}\right) \end{aligned}$$

Potential Difference of Charge (3)

- Surface Charge Density

$$\begin{aligned} V_{AB} &= - \int_{N_B}^{N_A} \frac{\rho_S}{2\epsilon_0} \vec{a}_N \cdot dN \vec{a}_N \\ &= - \int_{N_B}^{N_A} \frac{\rho_S}{2\epsilon_0} dN \\ &= - \frac{\rho_S}{2\epsilon_0} N \Big|_{N=N_B}^{N_A} \\ &= \frac{\rho_S}{2\epsilon_0} (N_B - N_A) \end{aligned}$$

Potential Difference of Charge

- Point Charge Density

$$V_{AB} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

- Line Charge Density

$$V_{AB} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln \left(\frac{\rho_B}{\rho_A} \right)$$

- Surface Charge Density

$$V_{AB} = \frac{\rho_S}{2\epsilon_0} (N_B - N_A)$$

Gradient (1)

$$V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{L}$$

$$\Delta V = - E_x \vec{a}_x \cdot \Delta x \vec{a}_x = -E_x \Delta x \implies E_x = -\frac{\frac{\Delta V}{\Delta x}}{\frac{\partial}{\partial x}} V$$

$$\Delta V = - E_y \vec{a}_y \cdot \Delta y \vec{a}_y = -E_y \Delta y \implies E_y = -\frac{\frac{\Delta V}{\Delta y}}{\frac{\partial}{\partial y}} V$$

$$\Delta V = - E_z \vec{a}_z \cdot \Delta z \vec{a}_z = -E_z \Delta z \implies E_z = -\frac{\frac{\Delta V}{\Delta z}}{\frac{\partial}{\partial z}} V$$

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_x \vec{a}_x + E_y \vec{a}_y + E_z \vec{a}_z \\ &= - \left(\frac{\partial}{\partial x} V \vec{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} V \vec{a}_y + \frac{\partial}{\partial z} V \vec{a}_z \right) \\ &= -\nabla V \end{aligned}$$

Gradient (2)

$$\begin{aligned}\nabla V &= \frac{\partial}{\partial x} V \vec{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} V \vec{a}_y + \frac{\partial}{\partial z} V \vec{a}_z \\ &= \frac{\partial}{\partial \rho} V \vec{a}_\rho + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} V \vec{a}_\phi + \frac{\partial}{\partial z} V \vec{a}_z \\ &= \frac{\partial}{\partial r} V \vec{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} V \vec{a}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} V \vec{a}_\phi\end{aligned}$$

∇V : Gradient of V

$$\boxed{\vec{E} = -\nabla V}$$

Example

กำหนดให้มีประจุ -12 nC อยู่ที่พิกัด $(-3, -5, 5)$ ความหนาแน่นประจุเชิงเส้น 4 nC/m ยาวอนันต์อยู่ในแนวแกน z ที่ $x=-4, y=3$ และความหนาแน่นประจุเชิงพื้นผิว -50 pC/m^2 ขนาดอนันต์อยู่ในระนาบ yz ที่ $x=5$ จงหา V_{AB} เมื่อ A และ B อยู่ที่พิกัด $(2, -2, 2)$ และ $(-2, 2, -2)$ ตามลำดับ

Solution (1)

หา V_{AB1} ที่เกิดจากประจุ -12 nC

$$V_{AB1} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

$$r_A = \sqrt{(2+3)^2 + (-2+5)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{43}$$

$$r_B = \sqrt{(-2+3)^2 + (2+5)^2 + (-2-5)^2} = \sqrt{99}$$

$$\begin{aligned} V_{AB1} &= \frac{-12 \times 10^{-9}}{4\pi \times \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}} \left(\frac{1}{\sqrt{43}} - \frac{1}{\sqrt{99}} \right) \\ &= -5.62 \text{ V} \end{aligned}$$

Solution (2)

หา V_{AB2} ที่เกิดจากความหนาแน่นประจุเชิงเส้น 4 nC/m

$$V_{AB2} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{\rho_B}{\rho_A}\right)$$

$$\rho_A = \sqrt{(2+4)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{61}$$

$$\rho_B = \sqrt{(-2+4)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{5}$$

$$V_{AB2} = \frac{4 \times 10^{-9}}{2\pi \times \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}} \ln\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{61}}\right)$$

$$= -90.05 \text{ V}$$

Solution (3)

หา V_{AB3} ที่เกิดจากความหนาแน่นประจุเชิงพื้นผิว -50 pC/m^2

$$V_{AB3} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} (N_B - N_A)$$

$$N_A = \sqrt{(2-5)^2} = 3$$

$$N_B = \sqrt{(-2-5)^2} = 7$$

$$\begin{aligned} V_{AB2} &= \frac{-50 \times 10^{-12}}{2 \times \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9}} (7 - 3) \\ &= -11.31 \text{ V} \end{aligned}$$

Solution (4)

หา V_{AB} ได้

$$V_{AB} = V_{AB1} + V_{AB2} + V_{AB3}$$

$$= -106.98 \text{ V}$$

Quiz 3

กำหนดให้มีประจุ 50 nC อยู่ที่พิกัด $(-2,1,0)$ ประจุ -30 nC อยู่ที่พิกัด $(3,2,-1)$ ความหนาแน่นประจุเชิงเส้น 10 nC/m ยาวอนันต์อยู่ในแนวแกน z ที่ $x=-1, y=3$ และความหนาแน่นประจุเชิงพื้นผิว -60 pC/m^2 ขนาดอนันต์อยู่ในระนาบ xy ที่ $z=2$ จงหา V_{AB} เมื่อ A และ B อยู่ที่พิกัด $(5,5,-5)$ และ $(-4,-4,4)$ ตามลำดับ

$$V_{AB1} = -19.65 \text{ V}$$

$$V_{AB2} = -24.39 \text{ V}$$

$$V_{AB3} = 33.44 \text{ V}$$

$$V_{AB4} = 16.96 \text{ V}$$

$$V_{AB} = 6.36 \text{ V}$$

Assignment 3

กำหนดให้มีประจุ -63 nC อยู่ที่พิกัด $(4, -3, -5)$ ประจุ 29 nC อยู่ที่พิกัด $(-3, 4, 5)$ ความหนาแน่นประจุเชิงเส้น -5 nC/m ยาวอนันต์อยู่ในแนวแกน y ที่ $x=4, z=-5$ และความหนาแน่นประจุเชิงพื้นผิว -65 pC/m^2 ขนาดอนันต์อยู่ในระนาบ xz ที่ $y=5$ จงหา V_{AB} เมื่อ A และ B อยู่ที่พิกัด $(2, 2, 0)$ และ $(1, 1, -1)$ ตามลำดับ

$$V_{AB1} = 11.39 \text{ V}$$

$$V_{AB2} = 2.10 \text{ V}$$

$$V_{AB3} = 6.68 \text{ V}$$

$$V_{AB4} = -3.68 \text{ V}$$

$$V_{AB} = 16.49 \text{ V}$$

$$V_{AB1} \quad -63 \text{ nC} \quad (4, -3, -5)$$

$$V_{AB1} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

$$r_A = \sqrt{(2-4)^2 + (2+3)^2 + (0+5)^2} = \sqrt{54}$$

$$r_B = \sqrt{(1-4)^2 + (1+3)^2 + (-1+5)^2} = \sqrt{41}$$

$$V_{AB1} = \frac{-63 \times 10^{-9}}{4\pi \cdot \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}} \left(\frac{1}{\sqrt{54}} - \frac{1}{\sqrt{41}} \right)$$

$$= \underline{11.39 \text{ V}}$$

$$V_{AB3} \quad -5 \text{ nC/m} \quad x=4, z=-5$$

$$V_{AB3} = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{\rho_B}{\rho_A}\right)$$

$$\rho_A = \sqrt{(2-4)^2 + (0+5)^2} = \sqrt{29}$$

$$\rho_B = \sqrt{(1-4)^2 + (-1+5)^2} = \sqrt{25}$$

$$V_{AB3} = \frac{-5 \times 10^{-9}}{2\pi \cdot \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}} \ln\left(\frac{\sqrt{29}}{\sqrt{25}}\right)$$

$$= \underline{6.68 \text{ V}}$$

$$V_{AB1} = 11.39 \text{ V}$$

$$V_{AB2} = 2.10 \text{ V}$$

$$V_{AB3} = 6.68 \text{ V}$$

$$V_{AB4} = -3.68 \text{ V}$$

$$\underline{V_{AB} = 16.49 \text{ V}}$$

นศกฤตน์ เกษมภักดิ์

66011314

$$V_{AB2} \quad 29 \text{ nC} \quad (-3, 4, 5)$$

$$V_{AB2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

$$r_A = \sqrt{(2+3)^2 + (2-4)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{59}$$

$$r_B = \sqrt{(1+3)^2 + (1-4)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{61}$$

$$V_{AB2} = \frac{29 \times 10^{-9}}{4\pi \cdot \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}} \left(\frac{1}{\sqrt{59}} - \frac{1}{\sqrt{61}} \right)$$

$$= \underline{2.10 \text{ V}}$$

$$V_{AB4} \quad -65 \text{ pC/m}^2 \quad y=5$$

$$V_{AB4} = \frac{\rho_s}{2\epsilon_0} (N_B - N_A)$$

$$N_A = \sqrt{(1-5)^2} = 3$$

$$N_B = \sqrt{(1-5)^2} = 4$$

$$V_{AB4} = \frac{-65 \times 10^{-12}}{2 \cdot \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9}} (4-3)$$

$$= \underline{-3.68 \text{ V}}$$