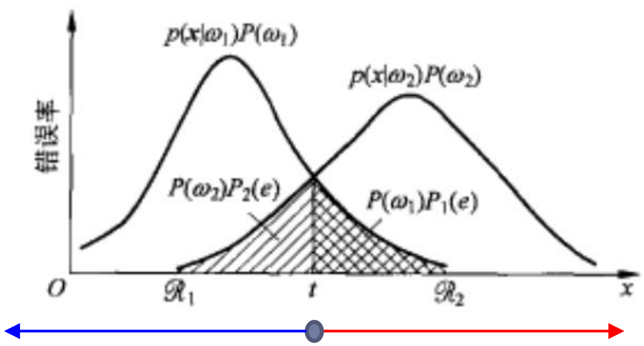
王颖 201722090323
黄孙培 201722090330
张敏 201721090111
刘胜男 201722090322
江润洲 201721090115

Image Segmentation Based on Statistics

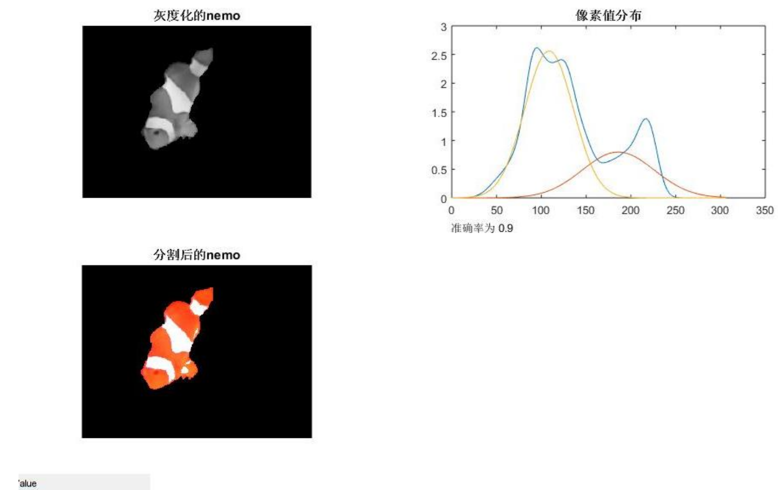
Wang Ying

出发点

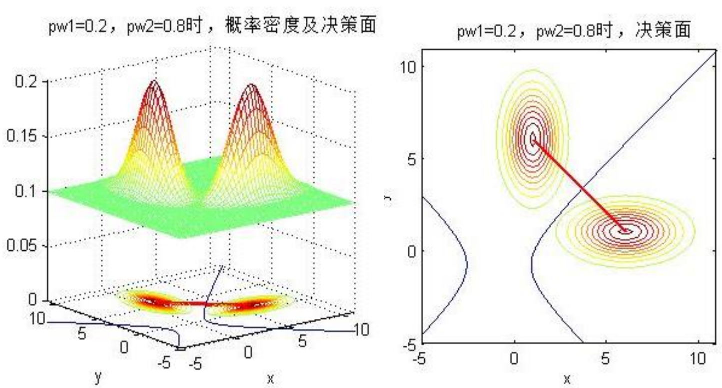


错误率
$p(x|\omega_1)P(\omega_1)$
$p(x|\omega_2)P(\omega_2)$
$P(\omega_2)P_2(e)$
$P(\omega_1)P_1(e)$
O
$\mathcal{R}_1$
t
$\mathcal{R}_2$
x

一维

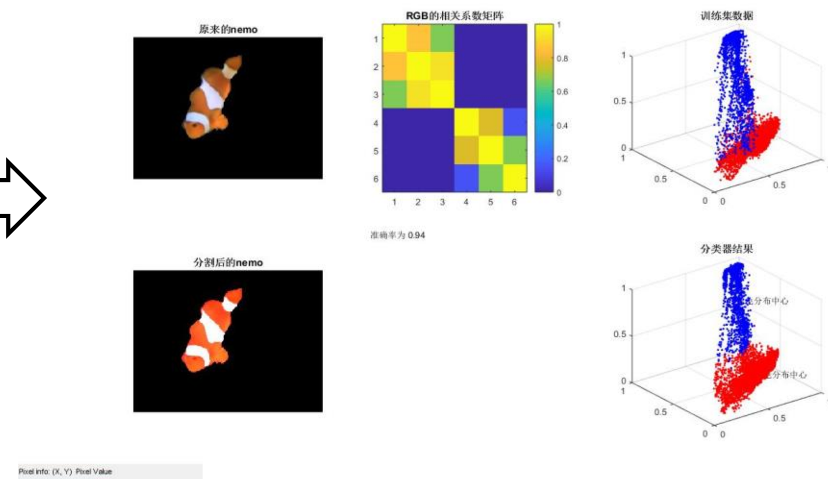


灰度化的nemo
像素值分布
准确率为 0.9
分割后的nemo



pw1=0.2，pw2=0.8时，概率密度及决策面
pw1=0.2，pw2=0.8时，决策面

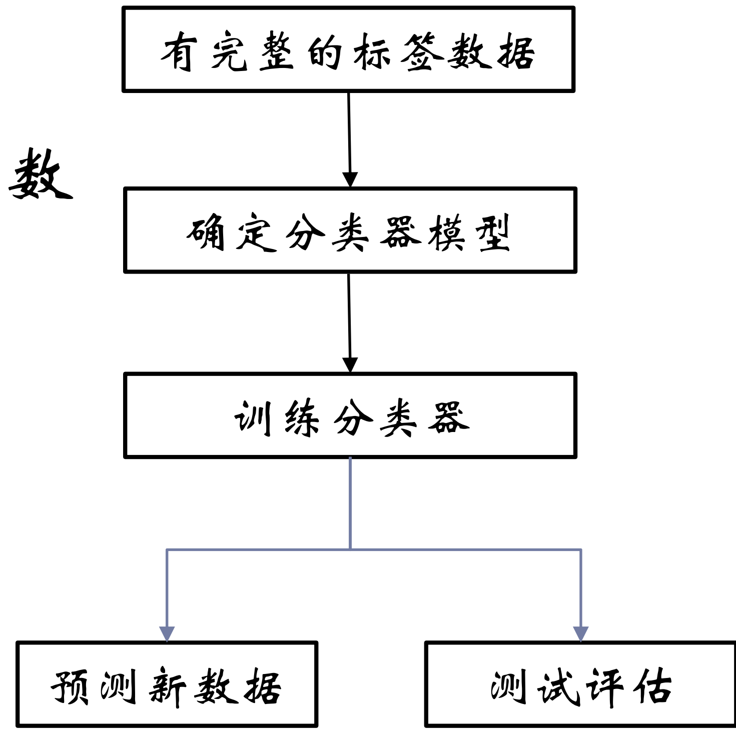
多维



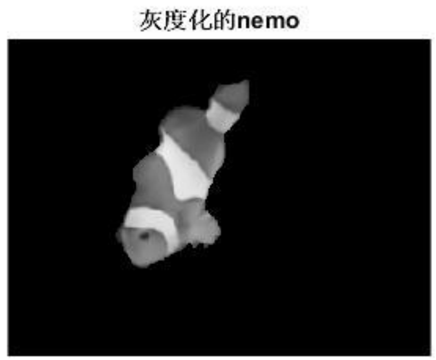
原来的nemo
RGB的相关系数矩阵
训练集数据
准确率为 0.94
分割后的nemo
分类器结果

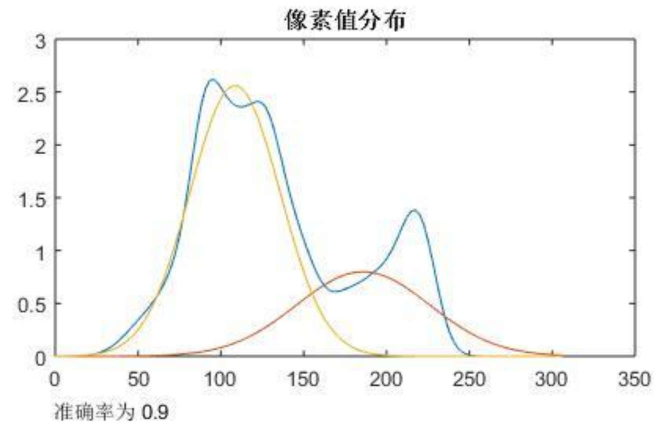
Step of minimum error Bayes decision

- %% 读取图片及mask
- %% 读取训练集并画出分布
- %% 根据训练集计算两类分布的参数
- %% 根据训练集计算先验概率
- %% 计算新样本的条件概率
- %% 最大化后验概率分类
- %% 显示
- %% 性能评估



利用灰度信息做贝叶斯决策

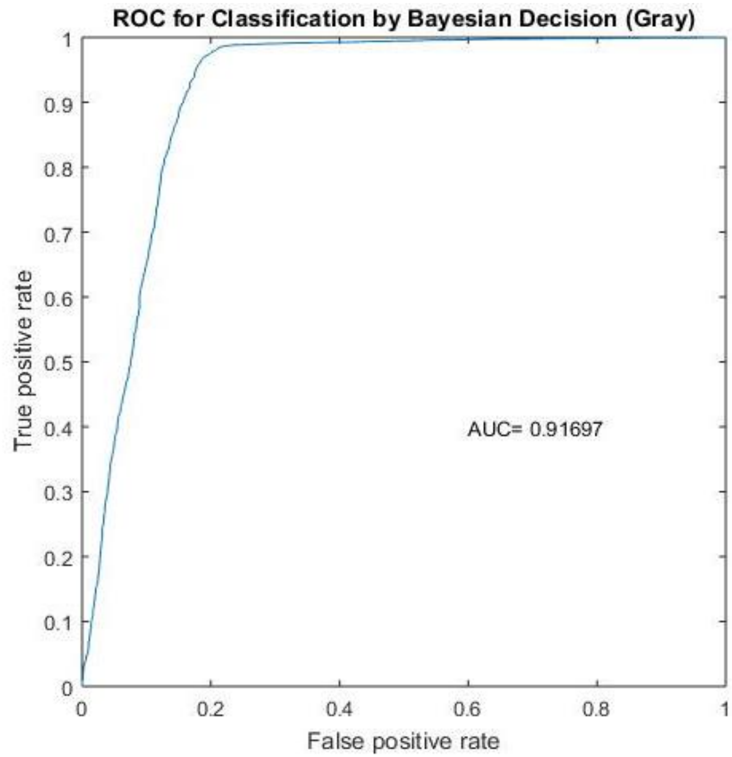


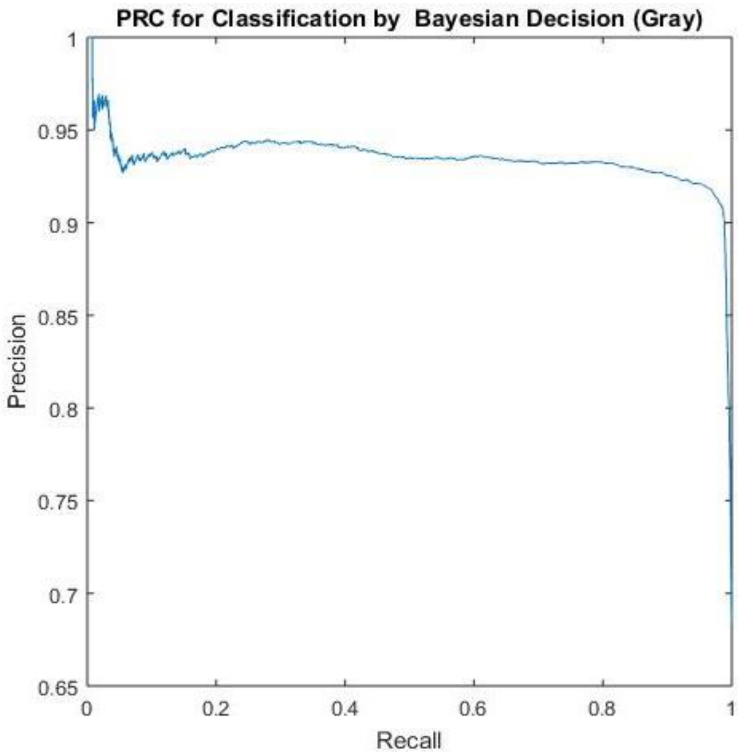


Pixel info: (X, Y) Pixel Value

单通道分类信息量较少，由于反光等原因，可能造成某些高灰度像素误判成白色类别

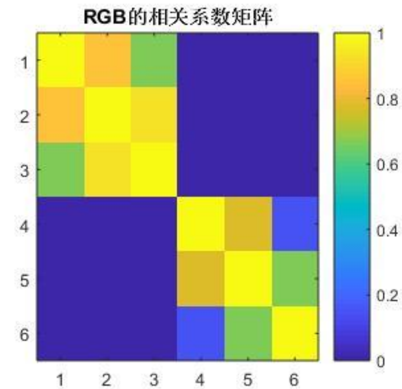
Performance

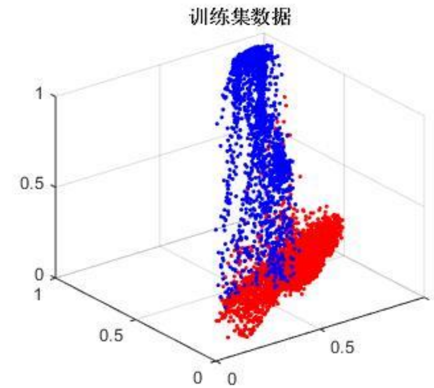




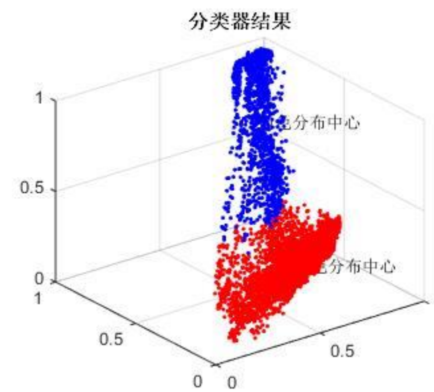
1. 训练集和测试集取了同一个
2. pixel_score_test=logsig(post_P_test(white)-post_P_test(red));
   对似然概率差值取了单极性sigmoid函数

利用RGB信息做贝叶斯决策





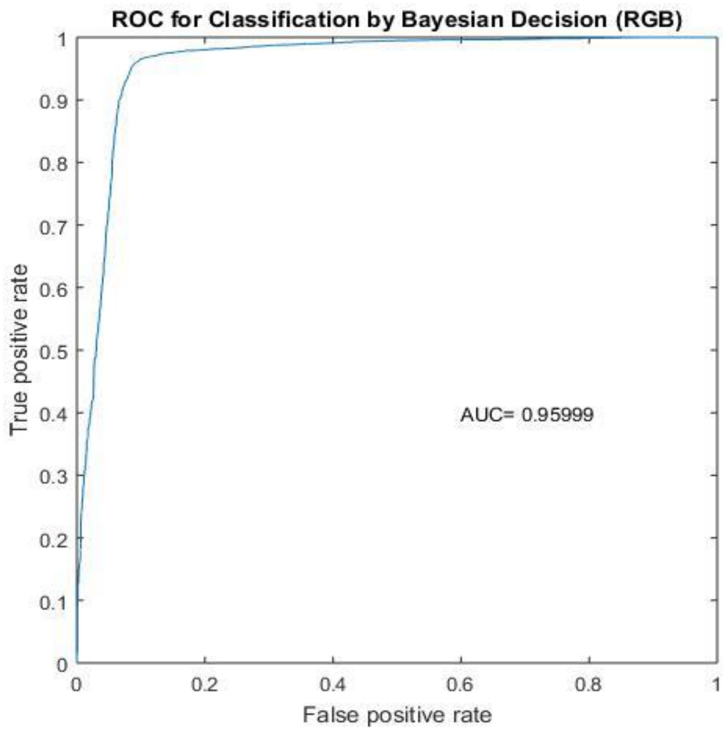
准确率为 0.94

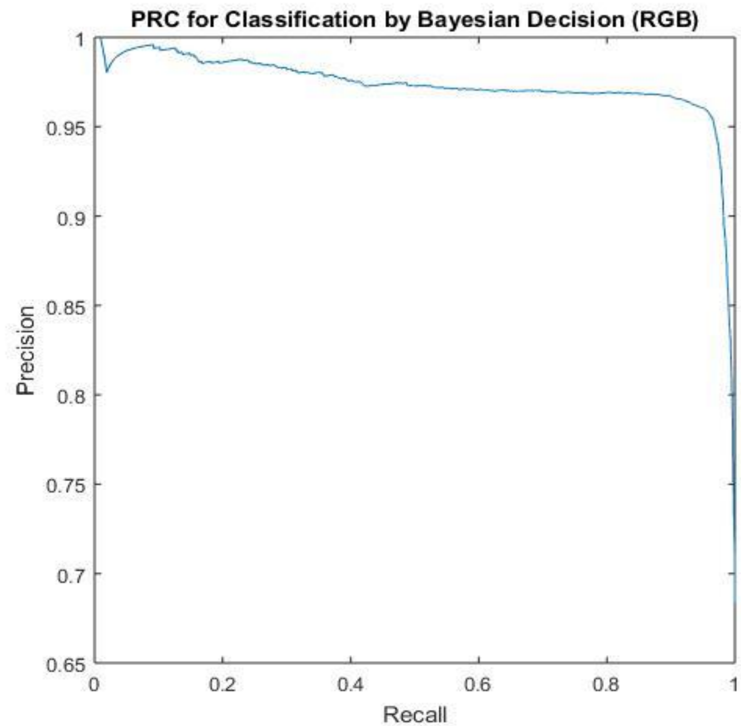


Pixel info: (X, Y) Pixel Value

由于红色类别的b分量一直很小，所以一旦b分量增大，就很可能跨越二次曲面决策面变为白色类造成误判

Performance

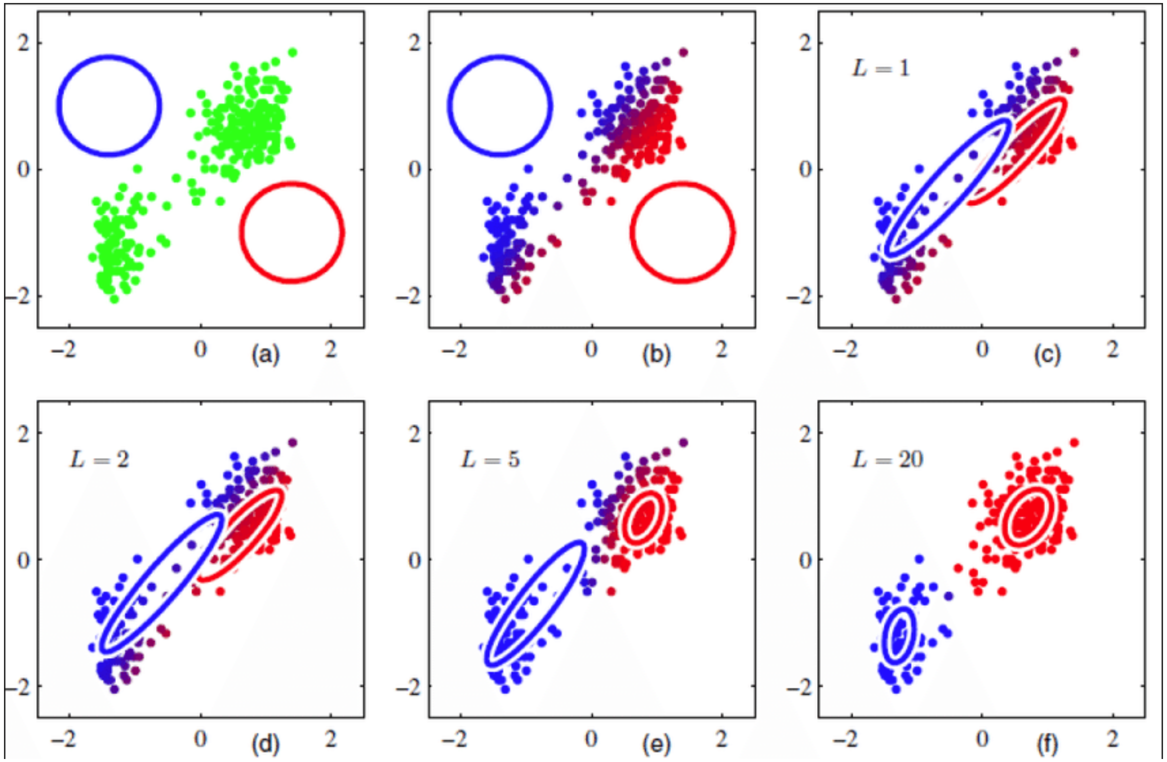




Expectation Maximization Cluster

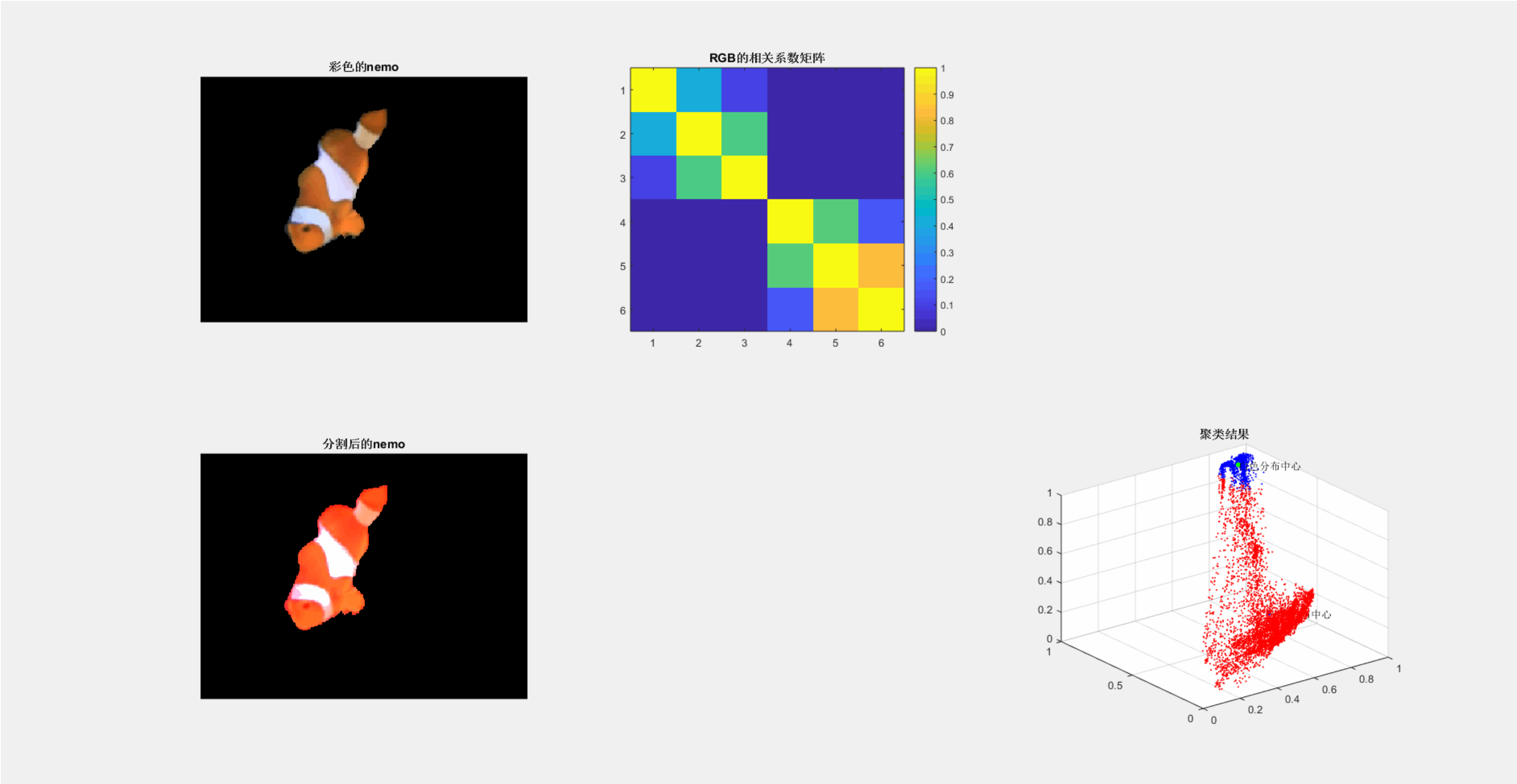
- %% 读取数据
- %% 数据分布类型->高斯分布 聚类类别->两类
- %% 设定初始参数->随机设置
- %% 循环迭代E步和M步，直至结束条件
  - %% E步（最小风险贝叶斯决策）：利用假设的参数和迭代算出的参数进行分类
  - %% M步（最大似然估计参数）：利用M步的结果算出给类别新的参数
  - %% 无法收敛、梯度不变或到达设定代数则退出
- %% 性能评估

Expectation Maximization Cluster



$$\gamma^2 = (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{\mu})$$

EM算法迭代过程



Initial:

μ=[100,100,100;5,5,5]'/255;

Σ_{red}=eye(3)/2;

Σ_{white} =eye(3)/2;

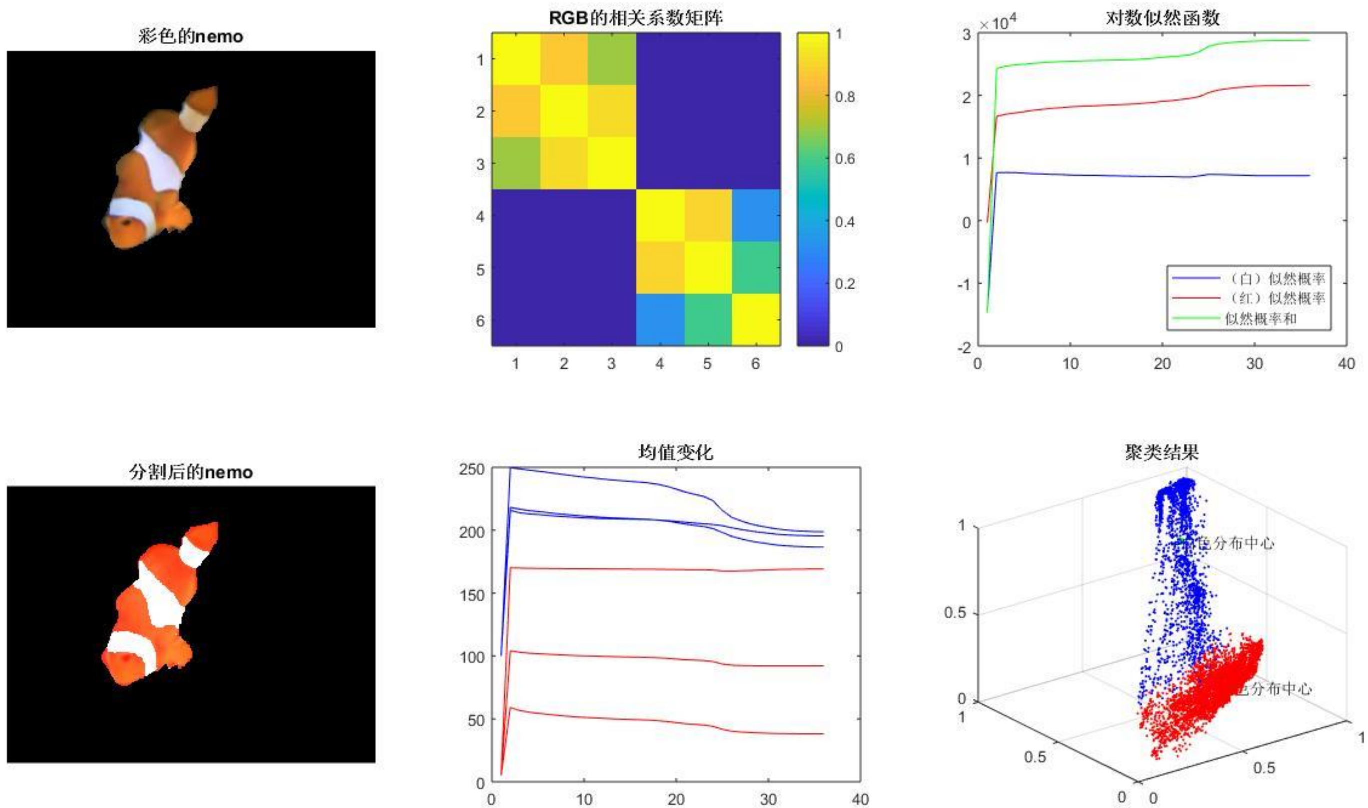
Result:

$$\mu=\begin{pmatrix} 195.4750? & 169.1837 \\ 186.5966 & 92.2304 \\ 198.8544 & 38.1178 \end{pmatrix}$$

$$r_{white}=\begin{pmatrix} 1.0000 & 0.8734 & 0.6894 \\ 0.8734 & 1.0000 & 0.9205 \\ 0.6894 & 0.9205 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

$$r_{red}=\begin{pmatrix} 1.0000 & 0.8991 & 0.3234 \\ 0.8991 & 1.0000 & 0.5902 \\ 0.3234 & 0.5902 & 1.0000 \end{pmatrix}$$

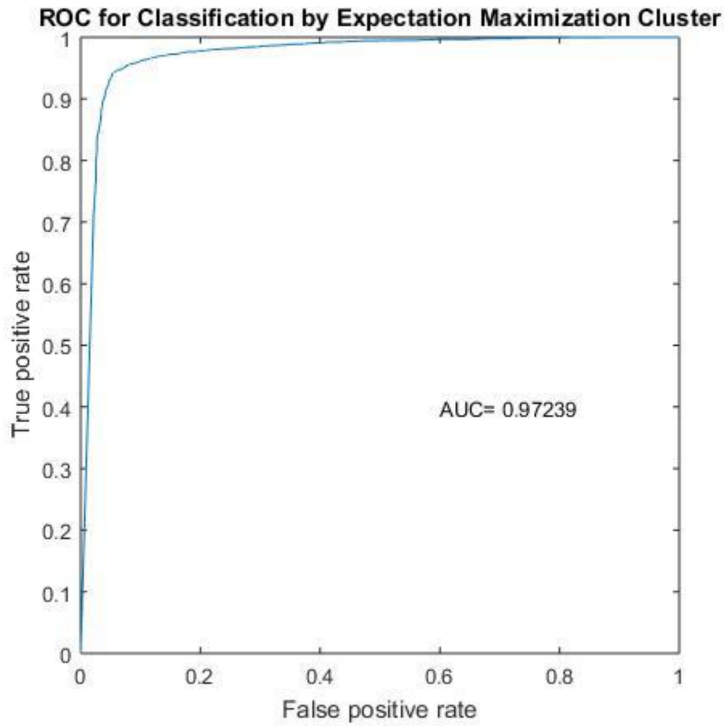
EM算法迭代结果

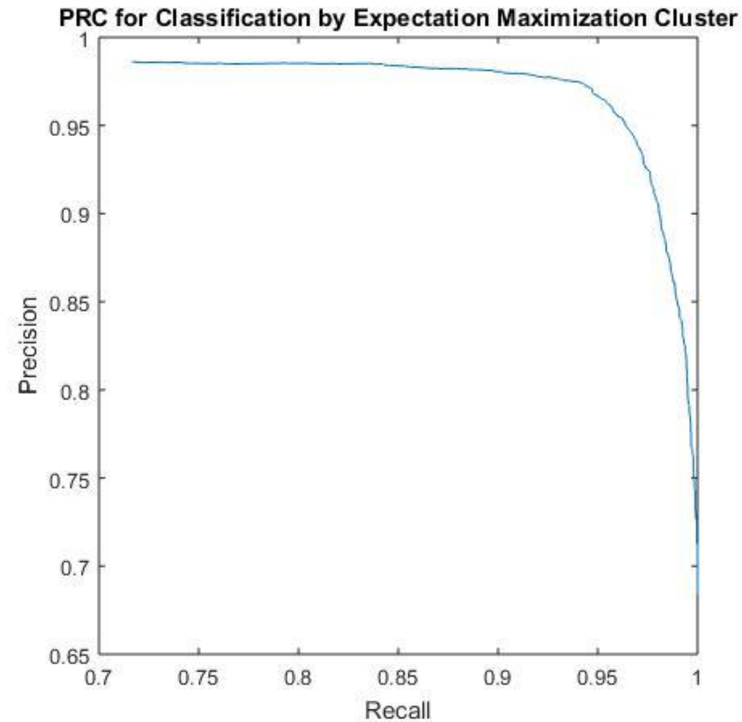


Pixel info: (X, Y) Pixel Value

EM算法收敛不断利用假设及迭代出来的参数计算似然函数的下界

Performance





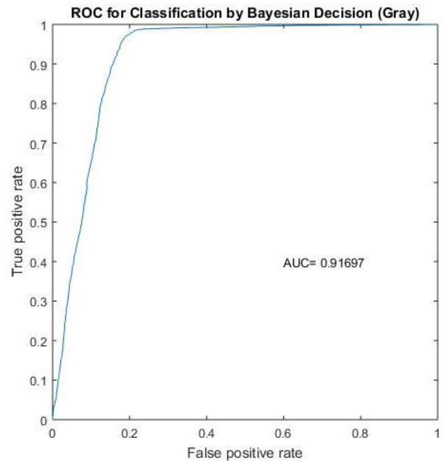
由于EM相当于是按照threshhold=0.5迭代的，所以最佳阈值在0.5附近很小的范围里

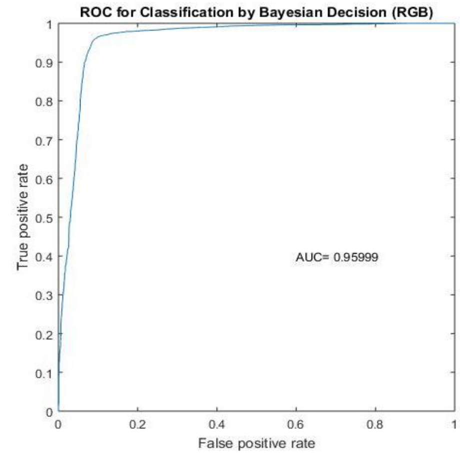
pixel_score_test=logsig(post_P_test(white)-post_P_test(red));

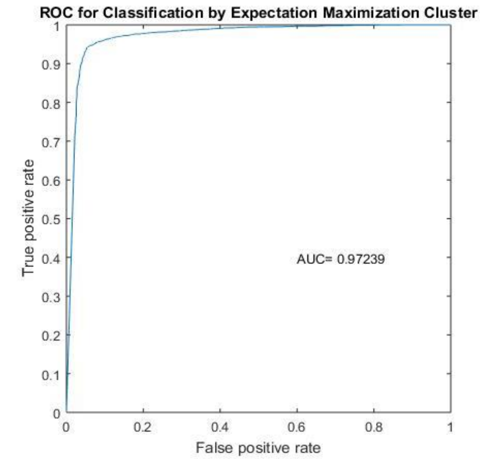
Comparison

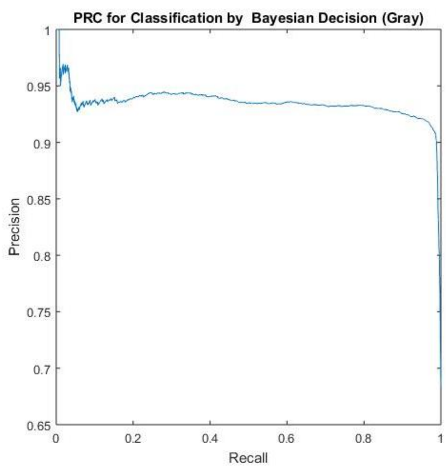
从ROC看EM算法得到的分类器AUC最大，分类性能最好

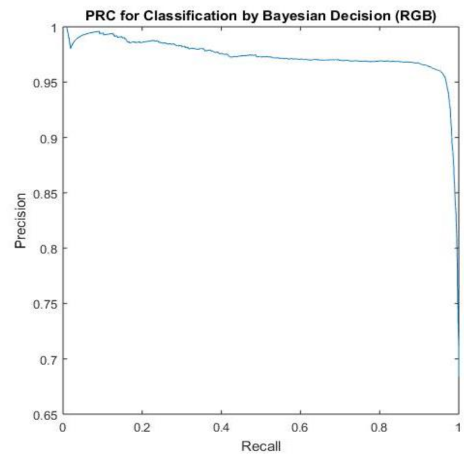
从PR曲线上可以比ROC更明显地看出，只利用灰度信息进行分类的效果不如三通道进行分类

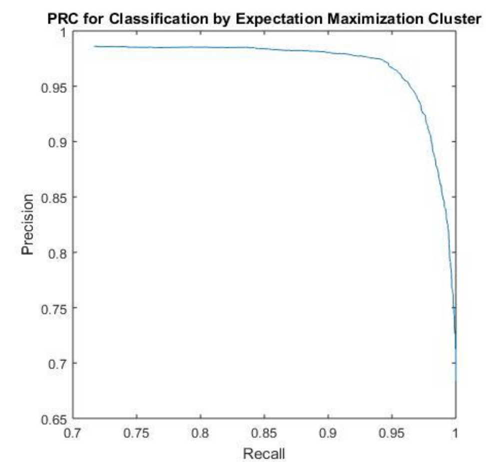












Why EM algorithm canconverge?

似然函数变形：

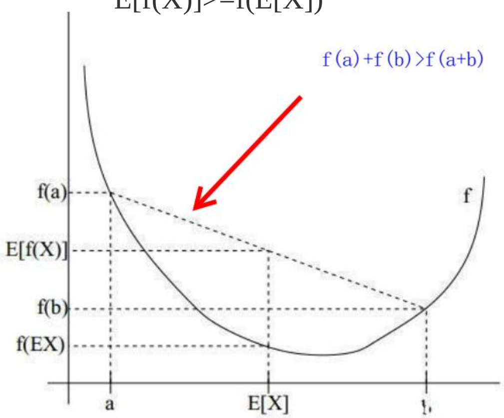
$$\sum_i \log p(x^{(i)};\theta) = \sum_i \log \sum_{z^{(i)}} p(x^{(i)}, z^{(i)};\theta) \tag{1}$$

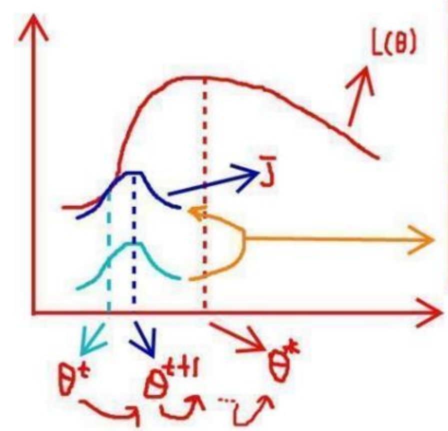
$$= \sum_i \log \sum_{z^{(i)}} Q_i(z^{(i)}) \frac{p(x^{(i)}, z^{(i)};\theta)}{Q_i(z^{(i)})} \tag{2}$$

$$\geq \sum_i \sum_{z^{(i)}} Q_i(z^{(i)}) \log \frac{p(x^{(i)}, z^{(i)};\theta)}{Q_i(z^{(i)})} \tag{3}$$

Jensen不等式：

E[f(X)]>=f(E[X])





固定θ，调整Q(z)使下界J(z,Q)上升至与L(θ)在此点θ处相等，然后固定Q(z)，调整θ使下界J(z,Q)达到最大值，此时为新的θ，再固定θ，调整Q(z)……直到收敛到似然函数L(θ)的最大值处的θ*

遗留问题

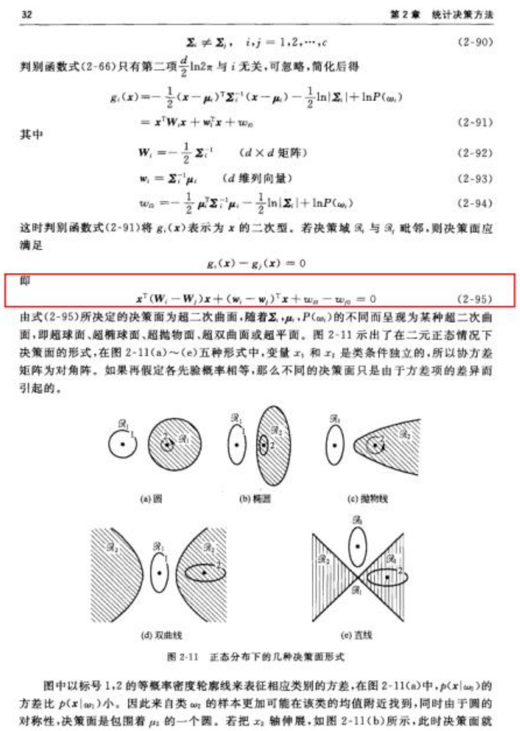
- 初值设置严格规律
- 没做三元高斯函数的概率密度函数可视化，应该可以画出等值椭球面。
- *决策面方程没找到解的方法，好像要要坐标变换

$$\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(\mathbf{W}_i-\mathbf{W}_j)\mathbf{x}+(\mathbf{w}_i-\mathbf{w}_j)^{\mathrm{T}}\mathbf{x}+w_{i0}-w_{j0}=0$$

$$\mathbf{x}^T\mathbf{W}\mathbf{x}+\mathbf{w}^T\mathbf{x}+c=0$$

$$\mathbf{x}'^{\mathrm{T}}\mathbf{W}\mathbf{x}'=0$$

$$(\mathbf{x}'^{\mathrm{T}}\mathbf{u}^{\mathrm{T}})(\mathbf{u}\mathbf{x}')=0$$


32　　　　第2章　统计决策方法

$$\boldsymbol{\Sigma}_i\neq\boldsymbol{\Sigma}_j,\quad i,j=1,2,\cdots,c \tag{2-90}$$

判别函数式(2-66)只有第二项$\frac{d}{2}\ln 2\pi$与i无关，可忽略，简化后得

$$g_i(\boldsymbol{x})=-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu}_i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu}_i)-\frac{1}{2}\ln|\boldsymbol{\Sigma}_i|+\ln P(\omega_i)$$
$$=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}_i\boldsymbol{x}+\boldsymbol{w}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+w_{i0} \tag{2-91}$$

其中

$$\boldsymbol{W}_i=-\frac{1}{2}\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}\quad(d\times d\text{ 矩阵}) \tag{2-92}$$

$$\boldsymbol{w}_i=\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}\boldsymbol{\mu}_i\quad(d\text{ 维列向量}) \tag{2-93}$$

$$w_{i0}=-\frac{1}{2}\boldsymbol{\mu}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}_i^{-1}\boldsymbol{\mu}_i-\frac{1}{2}\ln|\boldsymbol{\Sigma}_i|+\ln P(\omega_i) \tag{2-94}$$

这时判别函数式(2-91)将$g_i(\boldsymbol{x})$表示为$\boldsymbol{x}$的二次型。若决策域$\mathcal{R}_i$与$\mathcal{R}_j$毗邻，则决策面应满足

$$g_i(\boldsymbol{x})-g_j(\boldsymbol{x})=0$$

即

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{W}_i-\boldsymbol{W}_j)\boldsymbol{x}+(\boldsymbol{w}_i-\boldsymbol{w}_j)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+w_{i0}-w_{j0}=0 \tag{2-95}$$

由式(2-95)所决定的决策面为超二次曲面，随着$\boldsymbol{\Sigma}_i$，$\boldsymbol{\mu}_i$，$P(\omega_i)$的不同而呈现为某种超二次曲面，即超球面、超椭球面、超抛物面、超双曲面或超平面。图2-11示出了在二元正态情况下决策面的形式，在图2-11(a)～(e)五种形式中，变量x_1和x_2是类条件独立的，所以协方差矩阵为对角阵。如果再假定各先验概率相等，那么不同的决策面只是由于方差项的差异而引起的。

(a) 圆　(b) 椭圆　(c) 抛物线

(d) 双曲线　(e) 直线

图2-11　正态分布下的几种决策面形式

图中以标号1,2的等概率密度轮廓线来表征相应类别的方差，在图2-11(a)中，$p(\boldsymbol{x}|\omega_2)$的方差比$p(\boldsymbol{x}|\omega_1)$小。因此来自类$\omega_2$的样本更加可能在该类的均值附近找到，同时由于圆的对称性，决策面是包围着μ_2的一个圆。若把x_2轴伸展，如图2-11(b)所示，此时决策面就

Thank you！

- 很多实验都是横向的知识迁移，所以希望来自不同领域的大家能够相互交流减少重复劳动吧。
- 比如工具的安装和验证可行性、资料的重复查找，虽然过程也是在锻炼，但是即便熟练的人也会有很多重复工作，如果能相互分享经验和有趣的想法或技巧，也算是我们的工作吧。