

Что такое уравнение?

Уравнение — это равенство, содержащее в себе переменную, значение которой требуется найти. Это значение должно быть таким, чтобы при его подстановке в исходное уравнение получалось верное числовое равенство.

Например выражение $3 + 2 = 5$ является равенством. При вычислении левой части получается верное числовое равенство $5 = 5$.

А вот равенство $3 + x = 5$ является уравнением, поскольку содержит в себе переменную x , значение которой можно найти. Значение должно быть таким, чтобы при подстановке этого значения в исходное уравнение, получилось верное числовое равенство.

Другими словами, мы должны найти такое значение, при котором знак равенства оправдал бы свое местоположение — левая часть должна быть равна правой части.

Уравнение $3 + x = 5$ является элементарным. Значение переменной x равно числу 2. При любом другом значении равенство соблюдаться не будет

$$3 + x = 5$$

$$3 + 2 = 5$$

$$5 = 5$$

Говорят, что число 2 является **корнем** или **решением уравнения** $3 + x = 5$

Корень или **решение уравнения** — это значение переменной, при котором уравнение обращается в верное числовое равенство.

Корней может быть несколько или не быть совсем. **Решить уравнение** означает найти его корни или доказать, что корней нет.

Переменную, входящую в уравнение, иначе называют **неизвестным**. Вы вправе называть как вам удобнее. Это синонимы.

Примечание. Словосочетание «**решить уравнение**» говорит самó за себя. Решить уравнение означает «**уравнять**» равенство — сделать его сбалансированным, чтобы левая часть равнялась правой части.

Выразить одно через другое

Изучение уравнений по традиции начинается с того, чтобы научиться выражать одно число, входящее в равенство, через ряд других. Давайте не будем нарушать эту традицию и поступим также.

Рассмотрим следующее выражение:

$$8 + 2$$

Данное выражение является суммой чисел 8 и 2. Значение данного выражения равно 10

$$8 + 2 = 10$$

Получили равенство. Теперь можно выразить любое число из этого равенства через другие числа, входящие в это же равенство. К примеру, выразим число 2.

Чтобы выразить число 2, нужно задать вопрос: «что нужно сделать с числами 10 и 8, чтобы получить число 2». Понятно, что для получения числа 2, нужно из числа 10 вычесть число 8.

Так и делаем. Записываем число 2 и через знак равенства говорим, что для получения этого числа 2 мы из числа 10 вычли число 8:

$$2 = 10 - 8$$

Мы выразили число 2 из равенства $8 + 2 = 10$. Как видно из примера, ничего сложного в этом нет.

При решении уравнений, в частности при выражении одного числа через другие, знак равенства удобно заменять на слово «**есть**». Делать это нужно мысленно, а не в самом выражении.

Так, выражая число 2 из равенства $8 + 2 = 10$ мы получили равенство $2 = 10 - 8$. Данное равенство можно прочесть так:

$$2 \text{ **есть** } 10 - 8$$

То есть знак = заменен на слово «есть». Более того, равенство $2 = 10 - 8$ можно перевести с математического языка на полноценный человеческий язык. Тогда его можно будет прочитать следующим образом:

*Число 2 **есть** разность числа 10 и числа 8*

или

*Число 2 **есть** разница между числом 10 и числом 8.*

Но мы ограничимся лишь заменой знака равенства на слово «есть», и то будем делать это не всегда. Элементарные выражения можно понимать и без перевода математического языка на язык человеческий.

Вернём получившееся равенство $2 = 10 - 8$ в первоначальное состояние:

$$8 + 2 = 10$$

Выразим в этот раз число 8. Что нужно сделать с остальными числами, чтобы получить число 8? Верно, нужно из числа 10 вычесть число 2

$$8 = 10 - 2$$

Вернем получившееся равенство $8 = 10 - 2$ в первоначальное состояние:

$$8 + 2 = 10$$

В этот раз выразим число 10. Но оказывается, что десятку выражать не нужно, поскольку она уже выражена. Достаточно поменять местами левую и правую часть, тогда получится то, что нам нужно:

$$10 = 8 + 2$$

Пример 2. Рассмотрим равенство $8 - 2 = 6$

Выразим из этого равенства число 8. Чтобы выразить число 8 остальные два числа нужно сложить:

$$8 = 6 + 2$$

Вернем получившееся равенство $8 = 6 + 2$ в первоначальное состояние:

$$8 - 2 = 6$$

Выразим из этого равенства число 2. Чтобы выразить число 2, нужно из 8 вычесть 6

$$2 = 8 - 6$$

Пример 3. Рассмотрим равенство $3 \times 2 = 6$

Выразим число 3. Чтобы выразить число 3, нужно 6 разделить 2

$$3 = \frac{6}{2}$$

Вернем получившееся равенство $3 = \frac{6}{2}$ в первоначальное состояние:

$$3 \times 2 = 6$$

Выразим из этого равенства число 2. Чтобы выразить число 2, нужно 6 разделить 3

$$2 = \frac{6}{3}$$

Пример 4. Рассмотрим равенство $\frac{15}{5} = 3$

Выразим из этого равенства число 15. Чтобы выразить число 15, нужно перемножить числа 3 и 5

$$15 = 3 \times 5$$

Вернем получившееся равенство $15 = 3 \times 5$ в первоначальное состояние:

$$\frac{15}{5} = 3$$

Выразим из этого равенства число 5. Чтобы выразить число 5, нужно 15 разделить 3

$$5 = \frac{15}{3}$$

Правила нахождения неизвестных

Рассмотрим несколько правил нахождения неизвестных. Возможно, они вам знакомы, но не мешает повторить их ещё раз. В дальнейшем их можно будет забыть, поскольку мы научимся решать уравнения, не применяя эти правила.

Вернемся к первому примеру, который мы рассматривали в предыдущей теме, где в равенстве $8 + 2 = 10$ требовалось выразить число 2.

В равенстве $8 + 2 = 10$ числа 8 и 2 являются слагаемыми, а число 10 — суммой.

8	+	2	=	10
Слагаемое		Слагаемое		Сумма

Чтобы выразить число 2, мы поступили следующим образом:

$$2 = 10 - 8$$

То есть из суммы 10 вычли слагаемое 8.

Теперь представим, что в равенстве $8 + 2 = 10$ вместо числа 2 располагается переменная x

$$8 + x = 10$$

В этом случае равенство $8 + 2 = 10$ превращается в уравнение $8 + x = 10$, а переменная x берет на себя роль так называемого **неизвестного слагаемого**

8	+	x	=	10
Слагаемое		Неизвестное слагаемое		Сумма

Наша задача найти это неизвестное слагаемое, то есть решить уравнение $8 + x = 10$. Для нахождения неизвестного слагаемого предусмотрено следующее правило:

Чтобы найти неизвестное слагаемое, нужно из суммы вычесть известное слагаемое.

Что мы в принципе и сделали, когда выражали двойку в равенстве $8 + 2 = 10$. Чтобы выразить слагаемое 2, мы из суммы 10 вычли другое слагаемое 8

$$2 = 10 - 8$$

А сейчас, чтобы найти неизвестное слагаемое x , мы должны из суммы 10 вычесть известное слагаемое 8:

$$x = 10 - 8$$

Если вычислить правую часть получившегося равенства, то можно узнать чему равна переменная x

$$x = 2$$

Мы решили уравнение. Значение переменной x равно 2. Для проверки значение переменной x отправляют в исходное уравнение $8 + x = 10$ и подставляют вместо x . Так желательно поступать с любым решённым уравнением, поскольку нельзя быть точно уверенным, что уравнение решено правильно:

$$\begin{array}{l}
 x = 2 \quad \text{---} \downarrow \\
 8 + x = 10 \\
 8 + 2 = 10 \\
 10 = 10
 \end{array}$$

В результате получается верное числовое равенство. Значит уравнение решено правильно.

Это же правило действовало бы в случае, если неизвестным слагаемым было бы первое число 8.


$$x + 2 = 10$$

В этом уравнении x — это неизвестное слагаемое, 2 — известное слагаемое, 10 — сумма. Чтобы найти неизвестное слагаемое x , нужно из суммы 10 вычесть известное слагаемое 2

$$x = 10 - 2$$

$$x = 8$$

$$x = 8$$


$$x + 2 = 10$$

$$8 + 2 = 10$$

$$10 = 10$$

Вернемся ко второму примеру из предыдущей темы, где в равенстве $8 - 2 = 6$ требовалось выразить число 8.

В равенстве $8 - 2 = 6$ число 8 это уменьшаемое, число 2 — вычитаемое, число 6 — разность

8

—

2

=

6

Уменьшаемое

Вычитаемое

Разность

Чтобы выразить число 8, мы поступили следующим образом:

$$8 = 6 + 2$$

То есть сложили разность 6 и вычитаемое 2.

Теперь представим, что в равенстве $8 - 2 = 6$ вместо числа 8 располагается переменная x

$$x - 2 = 6$$

В этом случае переменная x берет на себя роль так называемого **неизвестного уменьшаемого**

$$\begin{array}{ccccc} x & - & 2 & = & 6 \\ \text{Неизвестное} & & \text{Вычитаемое} & & \text{Разность} \\ \text{уменьшаемое} & & & & \end{array}$$

Для нахождения неизвестного уменьшаемого предусмотрено следующее правило:

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, нужно к разности прибавить вычитаемое.

Что мы и сделали, когда выражали число 8 в равенстве $8 - 2 = 6$. Чтобы выразить уменьшаемое 8, мы к разности 6 прибавили вычитаемое 2. А сейчас, чтобы найти неизвестное уменьшаемое x , мы должны к разности 6 прибавить вычитаемое 2

$$x = 6 + 2$$

Если вычислить правую часть, то можно узнать чему равна переменная x

$$x = 8$$

Теперь представим, что в равенстве $8 - 2 = 6$ вместо числа 2 располагается переменная x

$$8 - x = 6$$

В этом случае переменная x берет на себя роль **неизвестного вычитаемого**

$$\begin{array}{ccccc} 8 & - & x & = & 6 \\ \text{Уменьшаемое} & & \text{Неизвестное} & & \text{Разность} \\ & & \text{вычитаемое} & & \end{array}$$

Для нахождения неизвестного вычитаемого предусмотрено следующее правило:

Чтобы найти неизвестное вычитаемое, нужно из уменьшаемого вычесть разность.

Что мы и сделали, когда выражали число 2 в равенстве $8 - 2 = 6$.

Чтобы выразить число 2, мы из уменьшаемого 8 вычли разность 6.

А сейчас, чтобы найти неизвестное вычитаемое x , нужно опять же из уменьшаемого 8 вычесть разность 6

$$x = 8 - 6$$

Вычисляем правую часть и находим значение x

$$x = 2$$

Вернемся к третьему примеру из предыдущей темы, где в равенстве $3 \times 2 = 6$ мы пробовали выразить число 3.

В равенстве $3 \times 2 = 6$ число 3 — это множимое, число 2 — множитель, число 6 — произведение

3	×	2	=	6
Множимое		Множитель		Произведение

Чтобы выразить число 3 мы поступили следующим образом:

$$3 = \frac{6}{2}$$

То есть разделили произведение 6 на множитель 2.

Теперь представим, что в равенстве $3 \times 2 = 6$ вместо числа 3 располагается переменная x

$$x \times 2 = 6$$

В этом случае переменная x берет на себя роль **неизвестного множимого**.

x	×	2	=	6
Неизвестное множимое		Множитель		Произведение

Для нахождения неизвестного множимого предусмотрено следующее правило:

Чтобы найти неизвестное множимое, нужно произведение разделить на множитель.

Что мы и сделали, когда выражали число 3 из равенства $3 \times 2 = 6$.
Произведение 6 мы разделили на множитель 2.

А сейчас для нахождения неизвестного множимого x , нужно произведение 6 разделить на множитель 2.

$$x = \frac{6}{2}$$

Вычисление правой части позволяет нам найти значение переменной x

$$x = 3$$

Это же правило применимо в случае, если переменная x располагается вместо множителя, а не множимого. Представим, что в равенстве $3 \times 2 = 6$ вместо числа 2 располагается переменная x .

3	×	x	=	6
Множимое		Неизвестный множитель		Произведение

В этом случае переменная x берет на себя роль **неизвестного множителя**. Для нахождения неизвестного множителя предусмотрено такое же, что и для нахождения неизвестного множимого, а именно деление произведения на известный множитель:

Чтобы найти неизвестный множитель, нужно произведение разделить на множимое.

$$x = \frac{6}{3}$$

Что мы и сделали, когда выражали число 2 из равенства $3 \times 2 = 6$. Тогда для получения числа 2 мы разделили произведение 6 на множимое 3.

А сейчас для нахождения неизвестного множителя x мы разделили произведение 6 на множимое 3.

Вычисление правой части равенства $x = \frac{6}{3}$ позволяет узнать чему равно x

$$x = 2$$

Множимое и множитель вместе называют сомножителями. Поскольку правила нахождения множимого и множителя совпадают,

мы можем сформулировать общее правило нахождения неизвестного сомножителя:

Чтобы найти неизвестный сомножитель, нужно произведение разделить на известный сомножитель.

Например, решим уравнение $9 \times x = 18$. Переменная x является неизвестным сомножителем. Чтобы найти этот неизвестный сомножитель, нужно произведение 18 разделить на известный сомножитель 9

$$x = \frac{18}{9}$$

Отсюда $x = 2$.

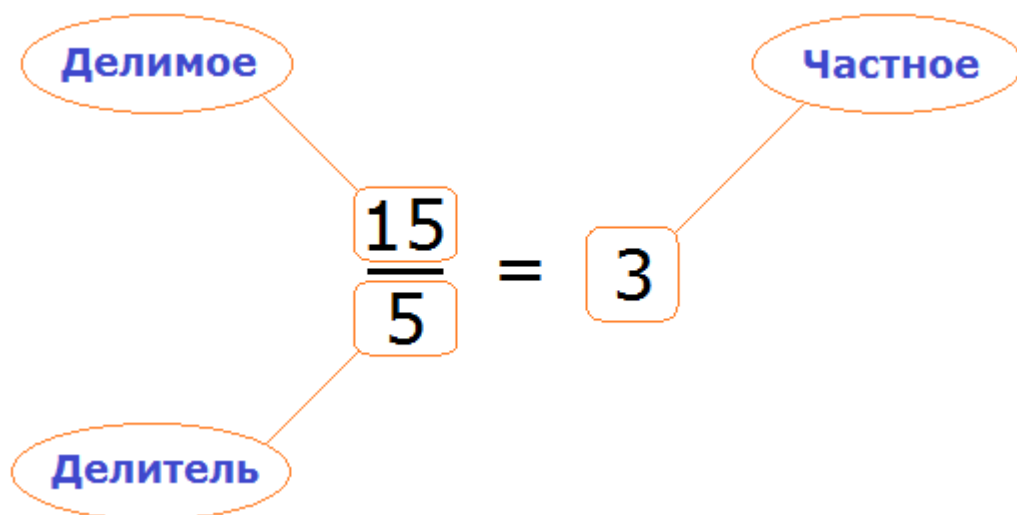
Решим уравнение $x \times 3 = 27$. Переменная x является неизвестным сомножителем. Чтобы найти этот неизвестный сомножитель, нужно произведение 27 разделить на известный сомножитель 3

$$x = \frac{27}{3}$$

Отсюда $x = 9$.

Вернемся к четвертому примеру из предыдущей темы, где в

равенстве $\frac{15}{5} = 3$ требовалось выразить число 15. В этом равенстве число 15 — это делимое, число 5 — делитель, число 3 — частное.



Чтобы выразить число 15 мы поступили следующим образом:

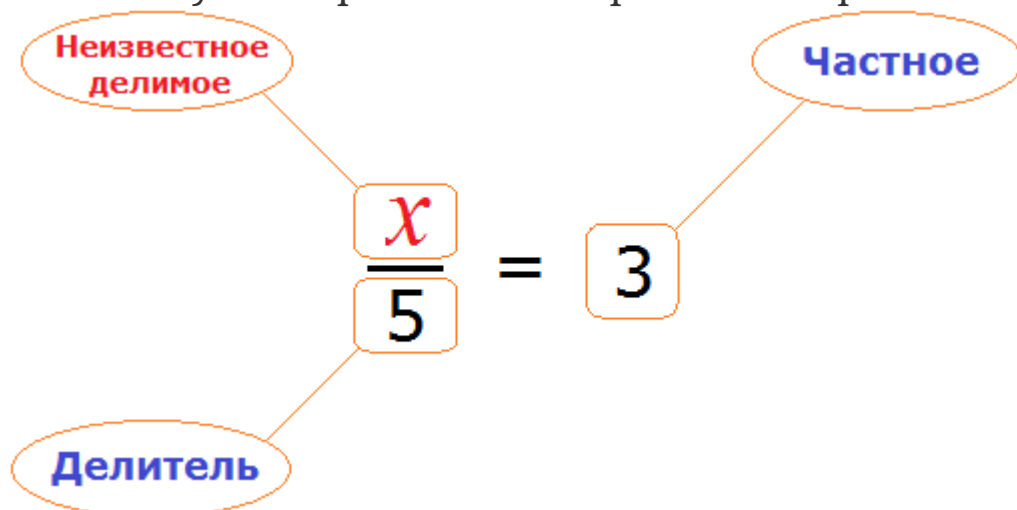
$$15 = 3 \times 5$$

То есть умножили частное 3 на делитель 5.

Теперь представим, что в равенстве $\frac{15}{5} = 3$ вместо числа 15 располагается переменная x

$$\frac{x}{5} = 3$$

В этом случае переменная x берет на себя роль **неизвестного делимого**.



Для нахождения неизвестного делимого предусмотрено следующее правило:

Чтобы найти неизвестное делимое, нужно частное умножить на делитель.

Что мы и сделали, когда выражали число 15 из равенства $\frac{15}{5} = 3$.
Чтобы выразить число 15, мы умножили частное 3 на делитель 5.

А сейчас, чтобы найти неизвестное делимое x , нужно частное 3 умножить на делитель 5

$$x = 3 \times 5$$

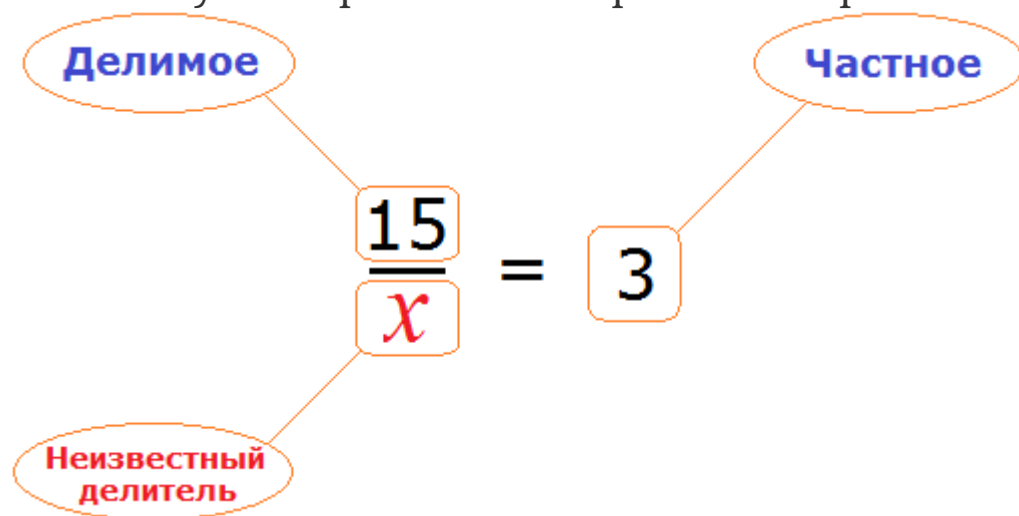
Вычислим правую часть получившегося равенства. Так мы узнаем чему равна переменная x .

$$x = 15$$

Теперь представим, что в равенстве $\frac{15}{5} = 3$ вместо числа 5 располагается переменная x .

$$\frac{15}{x} = 3$$

В этом случае переменная x берет на себя роль **неизвестного делителя**.



Для нахождения неизвестного делителя предусмотрено следующее правило:

Чтобы найти неизвестный делитель, нужно делимое разделить на частное.

Что мы и сделали, когда выражали число 5 из равенства $\frac{15}{5} = 3$. Чтобы выразить число 5, мы разделили делимое 15 на частное 3.

А сейчас, чтобы найти неизвестный делитель x , нужно делимое 15 разделить на частное 3

$$x = \frac{15}{3}$$

Вычислим правую часть получившегося равенства. Так мы узнаем чему равна переменная x .

$$x = 5$$