

Luyện tập tại lớp

I. Bài tập tại lớp

Example 1:

$$T(n) = 5T(n/2) + n$$

$$a = 5, b = 2, d = 1$$

$$\Rightarrow a > b^d = 5 > 2^1$$

$$\Rightarrow T(n) = O(n^{\log_2 5})$$

Example 2:

$$T(n) = 2T(n-1) + 1$$

$$= 2^2T(n-2) + 1 + 2$$

$$= 2^3T(n-3) + 1 + 2 + 2^2$$

$$= \dots$$

$$= 2^{n-1} T(n - (n-1)) + 1 + 2 + \dots + 2^{n-2}$$

$$= 2^{n-1} + 2^{n-1} - 1 = 2^n - 1$$

$$= O(2^n)$$

$$\Rightarrow T(n) = O(2^n)$$

Example 3:

$$T(n) = 9T(n/3) + n^2$$

$$a = 9, b = 3, d = 2$$

$$\Rightarrow a = b^d = 9 = 9$$

$$\Rightarrow T(n) = O(n^2 \log n)$$

Example 4:

$$T(n) = 2T(n/2) + 1$$

$$a = 2, b = 2, d = 0$$

$$\Rightarrow a > b^d = 2 > 1$$

$$\Rightarrow T(n) = O(n^{\log_2 2}) = O(n)$$

II. Bài tập vận dụng

Example 1

$$T(n) = 3T(n/2) + n^2$$

$$a = 3, b = 2, k = 2, p = 0$$

$$\Rightarrow a < b^k = 3 < 2^2 = 4 \text{ và } p = 0$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(n^2)$$

Example 2:

$$T(n) = 4T(n/2) + n^2$$

$$a = 4, b = 2, k = 2, p = 0$$

$$\Rightarrow a = b^k = 4 = 2^2 = 4 \text{ và } p = 0$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_2 4} \log n) = \Theta(n^2 \log n)$$

Example 3:

$$T(n) = 16T(n/4) + n$$

$$a = 16, b = 4, k = 1, p = 0$$

$$\Rightarrow a > b^k = 16 > 4^1 = 4$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_4 16}) = \Theta(n^2)$$

Example 4:

$$T(n) = 2T(n/2) + n / \log n$$

$$a = 2, b = 2, k = 1, p = -1$$

$$\Rightarrow a = b^k = 2 = 2^1 = 2 \text{ và } p = -1$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_2 2} \log \log n) = \Theta(n \log \log n)$$

Example 5:

$$T(n) = \sqrt{2}T(n/2) + \log n$$

$$a = \sqrt{2}, b = 2, k = 0, p = 1$$

$$\Rightarrow a > b^k = \sqrt{2} > 2^0 = 1$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_2 \sqrt{2}}) = \Theta(n^{1/2})$$

Example 6:

$$T(n) = 3T(n/3) + \sqrt{n}$$

$$a = 3, b = 3, k = 1/2, p = 0$$

$$\Rightarrow a > b^k = 3 > 3^{1/2}$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_3 3}) = \Theta(n)$$

Example 7:

$$T(n) = T(3n/5) + n$$

$$a = 1, b = 5/3, k = 1, p = 0$$

$$\Rightarrow a < b^k = 1 < 5/3 \text{ và } p = 0$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(n)$$

Example 8:

$$T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \log n$$

$$\text{Đặt } n = 2^m \Rightarrow \log n = m$$

$$S(m) = T(n) = T(2^m) = 2T(2^{m/2}) + m$$

Đơn giản hóa:

$$S(m) = T(2^m) \Rightarrow S(m/2) = T(2^{m/2})$$

$$\Rightarrow S(m) = 2S(m/2) + m$$

$$a = 2, b = 2, k = 1, p = 0$$

$$\Rightarrow a = b^k \text{ và } p = 0$$

$$\Rightarrow S(m) = \Theta(m^{\log_2 2} \log m) = \Theta(m \log m)$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(2^n \log 2^n)$$

Example 9:

$$T(n) = T(\sqrt{n}) + 1$$

$$\text{Đặt } n = 2^m \Rightarrow \log n = m$$

$$S(m) = T(n) = T(2^m) = T(2^{m/2}) + 1$$

Đơn giản hóa:

$$S(m) = T(2^m) \Rightarrow S(m/2) = T(2^{m/2})$$

$$\Rightarrow S(m) = S(m/2) + 1$$

$$a = 1, b = 2, k = 0, p = 0$$

$$\Rightarrow a = b^k \text{ và } p = 0$$

$$\Rightarrow S(m) = \Theta(\log m)$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(\log 2^n)$$

Example 10:

$$T(n) = 8T(n/2) + n^3$$

$$a = 8, b = 2, k = 3, p = 0$$

$$\Rightarrow a = b^k = 8 = 2^3 \text{ và } p = 0$$

$$\Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_2 8} \log n) = \Theta(n^3 \log n)$$