

Bài tập thực hành 3

I. Lý thuyết.

2. Độ phức tạp của thuật toán đệ quy (Công thức và ý nghĩa của từng tham số)

$$f(x) = \begin{cases} c, & \text{if } n = n_0 \\ a.T(f(n)) + g(n) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Giải thích tham số:

c: Thời gian chạy cho trường hợp cơ sở

n_0 : Cơ sở đệ quy.

a: Số lần gọi đệ quy.

n trong $f(n)$: kích cỡ vấn đề được xử lý bởi gọi đệ quy.

$g(n)$: Tất cả những quá trình khác

3. Phương pháp giải công thức truy hồi (Nêu rõ phương pháp, ví dụ và cách giải ví dụ dựa trên các phương pháp đã nêu)

1. Phương pháp thay thế lặp lại

Tùy vào từng bài toán sẽ có cách giải khác nhau nhưng tổng quát sẽ có các bước sau:

- Xác định quan hệ truy hồi của thuật toán.
- Giải quan hệ truy hồi trên 1 số lượng nhỏ các giá trị của biến đầu vào để tìm ra một mẫu.
- Giả sử mẫu tìm được có đúng với tất cả các giá trị của biến đầu vào.
- Chứng minh mẫu tìm được bằng cách sử dụng nguyên lý toán học.
- Sử dụng mẫu để tính toán độ phức tạp trên tất cả các giá trị của biến đầu vào.

Ví dụ:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 1 \\ T_S(n-1) + 1 & \text{if } n > 1 \end{cases}$$

Giải:

$$T_S(n) = T_S(n-1) + 1$$

$$\begin{aligned}
&= T_S(n-2) + 1 + 1 \\
&= T_S(n-3) + 1 + 1 + 1 \\
&= \dots \\
&= T_S(n - (n-1)) + 1 + \dots + 1 \text{ (n - 1 lần)} \\
&= 1 + 1 + \dots + 1 = n \\
&\Rightarrow T_S(n) = O(n)
\end{aligned}$$

2. Phương pháp lý thuyết chung

Kết quả của:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ aT(n/b) + n^d & \text{if } n > 1, a \geq 1, b > 1, d \geq 0 \end{cases}$$

Là:

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{if } a < b^d \\ O(n^d \log n) & \text{if } a = b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{if } a > b^d \end{cases}$$

Ví dụ: $T(n) = 2T(n/2) + n$

$$a = 2, b = 2, d = 1 \Rightarrow a = b^d \Rightarrow T(n) = O(n \log n)$$

II. Giải công thức đệ quy để xác định độ phức tạp thuật toán.

$$1. \quad T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0, n = 1 \\ T(n-2) + 2 & n > 1 \end{cases}$$

Giải:

$$\begin{aligned}
T(n) &= T(n-2) + 2 \\
&= T(n-4) + 2 + 2 \\
&= T(n-6) + 2 + 2 + 2 \\
&= \dots \\
&= T(n - 2 * (n/2)) + (2 + 2 + \dots + 2) \quad (n/2 \text{ lần})
\end{aligned}$$

$$= T(n - 2 * (n / 2)) + 2 * (n / 2)$$

$$= n$$

$$\Rightarrow T(n) = O(n)$$