BTVN3

Thứ

Ngày

2.4

Bài 1

a) $x(n) = 2x(n-3)$ for $n > 1$, $(x(1) = 1$

$$
\begin{aligned}
x(n) &= 2x(n-3) \\
&= 2[2x(n-3-3)] \\
&= 2^2 x(n-6) \\
&= 2^3 x(n-9) = \ldots \\
&= 2^{\frac{n-1}{3}} x(n-(n-1)) \\
&= 2^{\frac{n-1}{3}} . 1 = 2^{\frac{n-1}{3}} = O(2^{n/3})
\end{aligned}
$$

b) $x(n) = x(n-2) - 2$ for $n > 1$, $x(0) = 0$?

$$
\begin{aligned}
x(n) &= x(n-2) - 2 \\
&= x(n-2-2) - 2 - 2 \\
&= x(n-4) - 4 = \ldots \\
&= x(n-(n)) - n = x(0) - n = 1 - n = O(n)
\end{aligned}
$$

c) $x(n) = 2x(n-2) - n$ for $n > 0$, $x(0) = 0$

$$
\begin{aligned}
x(n) &= 2(2(x(n-2) - n) - n \\
&= 2^2(x(n-4)) - 2n - n \\
&= 2^3(x(n-6)) - 2^2 n - 2n - n \\
&= 2^4(x(n-8)) - 2^3 n - 2^2 n - 2n - n \\
&= \\
&= 2^{n/2} x(n-n) - (2^{\frac{n}{2}-1} n + \ldots + 2n + n) \\
&= 0 + n . \frac{1(2^{n/2} - 1)}{2-1} = -n . 2^{n/2} \\
&= O(n . 2^{n/2})
\end{aligned}
$$

d) $x(n) = x(\frac{n}{2}) - 2$ for $n > 1$, $x(1) = 2$ solve for $n = 4^k$

Đặt $n = 4^k \Rightarrow k = 2\log_2 n$

$$
\begin{aligned}
x(4^k) &= x(2^{2k-1}) - 2 \\
&= x(2^{2k-2}) - 4 = \ldots \\
&= x(2^{2k-2k}) - 2.2k \\
&= x(1) - 2.2k \\
&= 2 - 2.2k = 2 - 2\log_2 n = O(\log n)
\end{aligned}
$$

Được quét bằng CamScanner

e) $x(n) = T\left(\frac{n}{5}\right) + n$, $n > 1$ $x(1) = 1$ solve for $n = 5^k$

Bài $n = 5^k \Rightarrow k = \log_5 n$

$x(5^k) = T(5^{k-1}) + 5^k$

$= x(5^{k-2}) + 2.5^k = \dots$

$= x(5^0) + k.5^k$

$= 1 + k.5^k = 1 + n.\log_5 n = O(n \log n)$

Bài 8: a) Tính 2^n bằng đệ quy dùng CT $2^n = 2^{n-1} + 2^{n-1}$

Input: số n ko âm

Output: 2^n

```
Power(n)
  if n = 0
      return 1
  else
      return Power(n-1) + power(n-1)
```

b) $T(n) = 2T(n-1) + 1$, $T(0) = 0$

$T(n) = 2(T(n-1) + 1$

$= 2^2 T(n-2) + 2 + 1$

$= 2^3 (T(n-3) + 2^2 + 2 + 1$

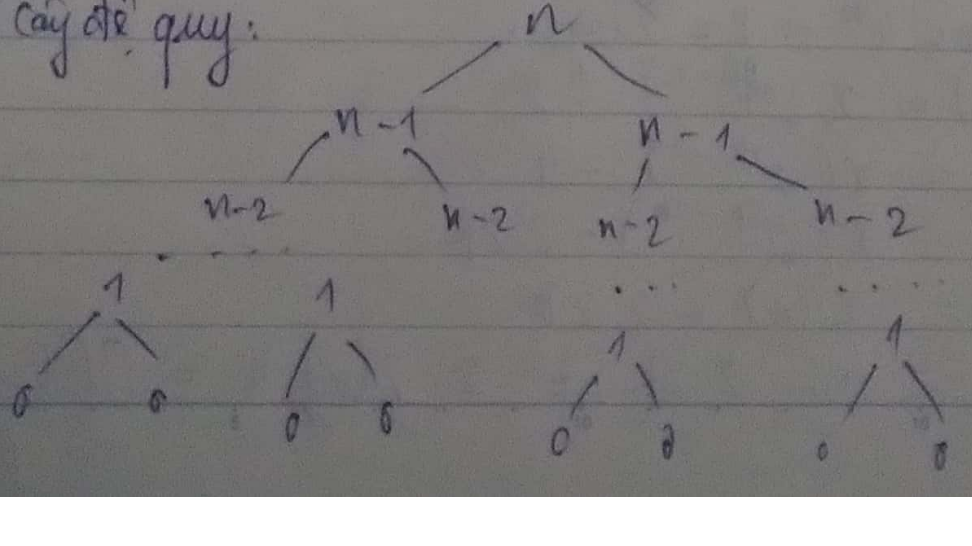
$= \dots$

$= 2^n T(n-n) + 2^{n-1} + \dots + 2 + 1$

$= 2^{n-1} + \dots + 2 + 1$

$= \frac{1.(2^n - 1)}{2-1} = 2^n - 1 = O(2^n)$

c) cây đệ quy:



Được quét bằng CamScanner

d) Thuật toán kém hiệu quả vì có nhiều thuật toán hiệu quả hơn.

III. Bài toán xếp balo (Knapsack)

- Là bài toán tối ưu tổ hợp, cần chọn tập các vật đưa vào balo có trọng lượng giới hạn, sao cho tổng giá trị đồ vật đưa vào là lớn nhất. Mỗi vật có trọng lượng và giá trị khác nhau

Hàm mục tiêu: $\sum_{i=1}^{n} v_i \cdot x_i \to max$

v_i: giá trị vật i

$x_i \in \{0, 1\}$ 0 - ko chọn

1 - được chọn

Ràng buộc: $\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le W$

w_i: trọng lượng vật i

W: trọng lượng giới hạn của túi

Công thức đệ quy:

$$M(n, w) = \begin{cases} 0 & , n \le 0 \\ M(n-1, w) & , w_n > W, \ w_n > W \\ Max\{M(n-1, w); v_n + M(n-1, W - w_n)\} & , w_n \le W \end{cases}$$

C/m tính đúng:

Chọn các vật từ 1 đến n và trọng lượng giới hạn là W

giả sử có tập các vật từ 1 đến n-1 với giới hạn trọng lượng là W

thì giá trị lớn nhất có thể chọn được các vật phẩm này là $M(n-1, w)$

nếu thêm vật phẩm thứ n vào có 2TH

- vật n ko được chọn → $M(n-1, w)$
- vật n được chọn → $v_n + M(n-1, W - w_n)$

Mỗi bước đệ quy cần giải 2 bài toán con → $O(2^n)$

Được quét bằng CamScanner