



Introdução à Inteligência Artificial

Módulo 03: Aprendizado de Máquina (*Machine Learning* - ML)

Parte 2 – Aprendizado Não-Supervisionado

Professor: Rafael de Magalhães Dias Frinhani



UNIFEI



Softex



MCTI
FUTURO

FUTURO DO TRABALHO, TRABALHO DO FUTURO



Sumário do Módulo 03

Parte 2 – Aprendizado Não-Supervisionado

1. Taxonomia dos Algoritmos de Aprendizado de Máquina
2. Aprendizado Não-Supervisionado
3. Agrupamento Particional – *K-Means*
4. Agrupamento Hierárquico – *Agglomerative Clustering*
5. Considerações sobre os Agrupamentos



UNIFEI



Softex



FUTURO DO TRABALHO. TRABALHO DO FUTURO

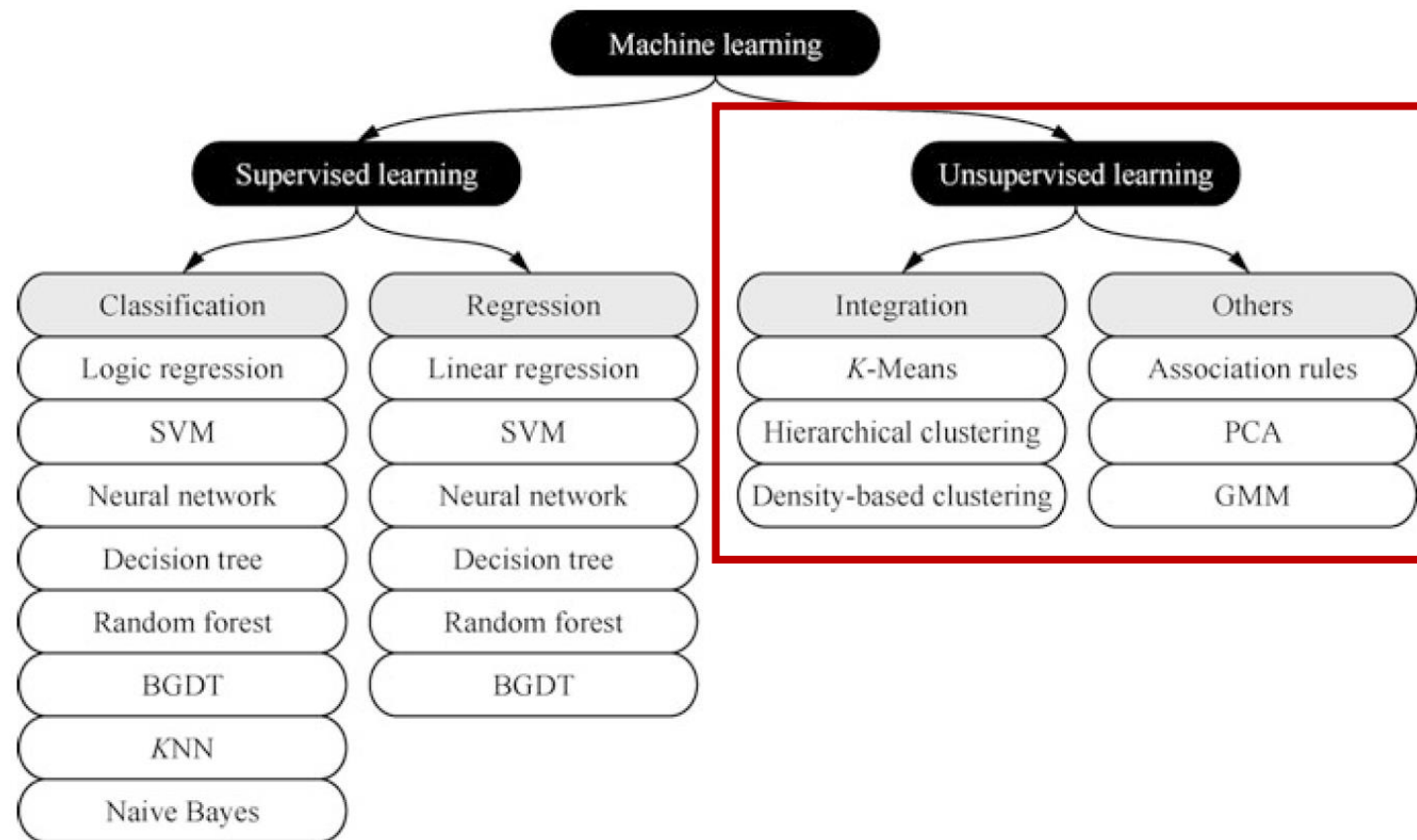


Objetivos do Módulo

- Este módulo tem por objetivo apresentar uma visão geral do aprendizado Não-Supervisionado para a tarefa de agrupamento de dados.
- Mostrar o funcionamento dos algoritmos de agrupamento Particionais, mais especificamente o método K-Means.
- Mostrar o funcionamento dos algoritmos de agrupamento Hierárquicos, mais especificamente o método *Agglomerative Clustering*.

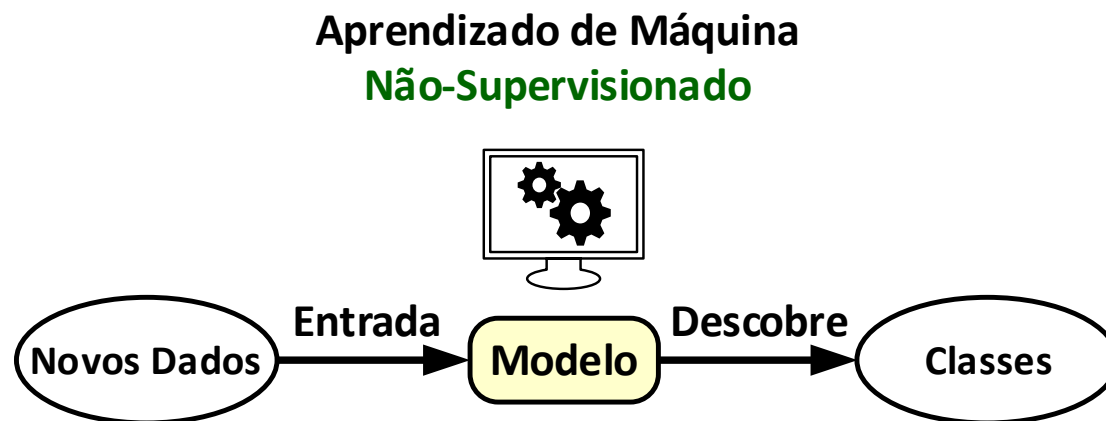
1. Taxonomia dos Algoritmos de Aprendizado de Máquina

O **aprendizado** demanda uma **interação entre um agente** que receberá o conhecimento (aluno) e o **ambiente** (professor). Os paradigmas de aprendizagem variam conforme o papel desempenhado pelo agente, cujos **métodos podem ser organizados conforme a natureza dessa interação**.



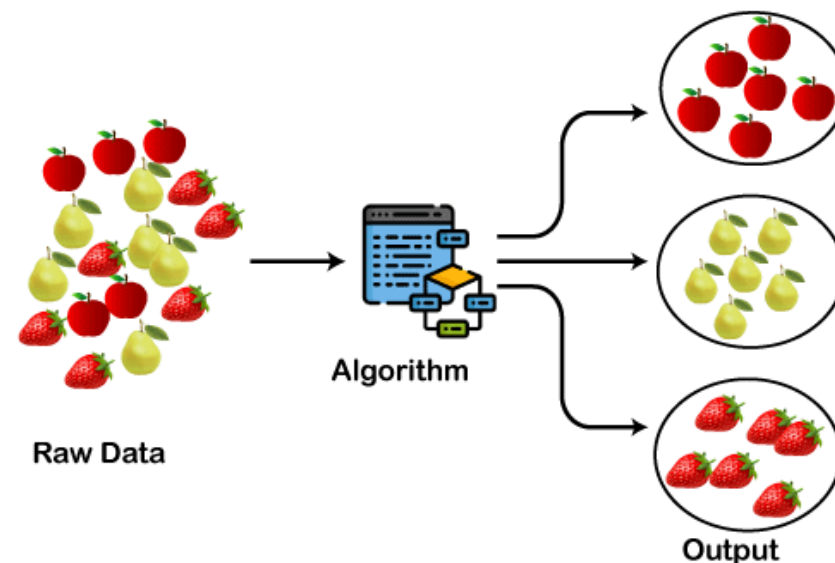
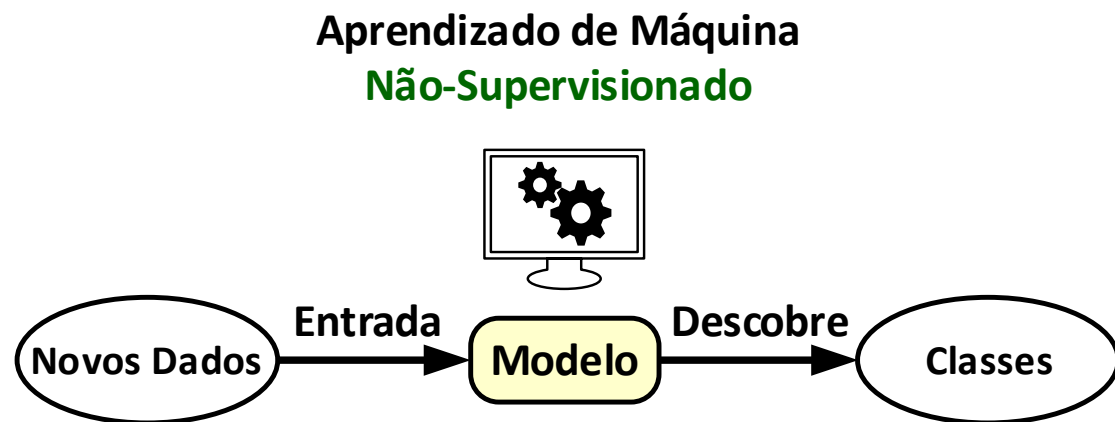
2. Aprendizado Não-Supervisionado

Considera que não existem experiências prévias, sendo que a tarefa do modelo é **descobrir as prováveis classes de objetos conforme um critério de similaridade**.



2. Aprendizado Não-Supervisionado

Considera que não existem experiências prévias, sendo que a tarefa do modelo é descobrir as prováveis classes de objetos conforme um critério de similaridade.



Algoritmo de Agrupamento: Dado um conjunto de objetos de dados, no qual cada objeto é descrito por atributos numéricos, organize-os em um número de grupos (classes), de modo que aqueles que estejam no mesmo grupo sejam mais semelhantes, e diferente dos objetos de outros grupos.

2. Aprendizado Não-Supervisionado

Características

- Abrange os métodos que realizam a tarefa de agrupamento (*clustering*) de dados.
- Útil quando *não se conhece* quais são as *classes* de objetos ou sua quantidade.
- O *agrupamento tem propósito descritivo*, pois auxilia o entendimento através de uma *visão compacta dos dados*.

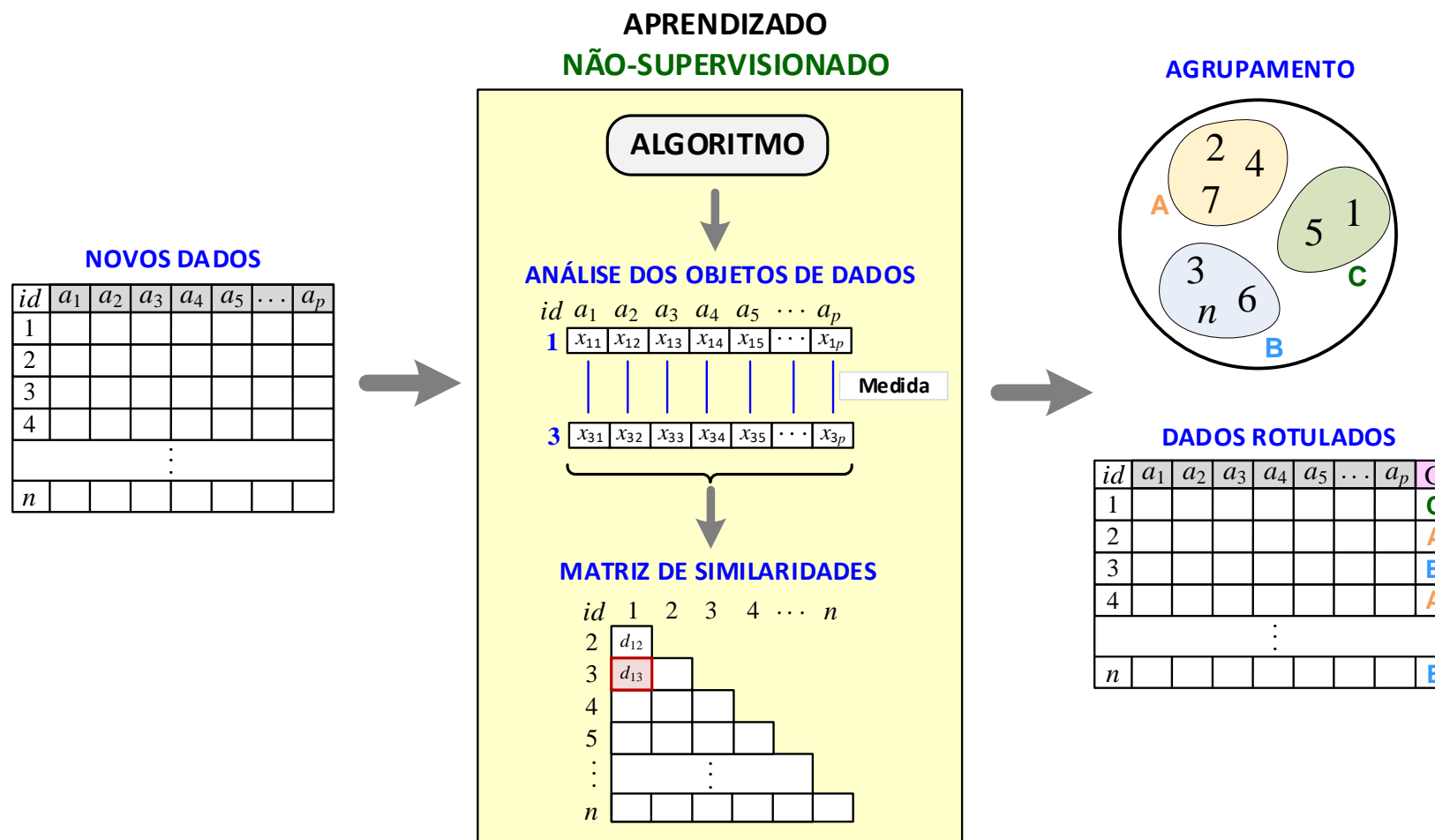
2. Aprendizado Não-Supervisionado

Características

- Abrange os métodos que realizam a tarefa de agrupamento (*clustering*) de dados.
- Útil quando não se conhece quais são as classes de objetos ou sua quantidade.
- O agrupamento tem propósito descritivo, pois auxilia o entendimento através de uma visão compacta dos dados.
- Cada grupo corresponde a uma classe de objetos, a partir da qual são derivadas as regras que definem a similaridade entre eles.
- Os algoritmos de agrupamento examinam os dados para encontrar padrões em grupos de itens semelhantes com base em um critério.
- As classes descobertas podem ser usadas no treinamento de métodos supervisionados.

2. Aprendizado Não-Supervisionado

Modelo genérico de um método de Agrupamento de Dados



2. Aprendizado Não-Supervisionado

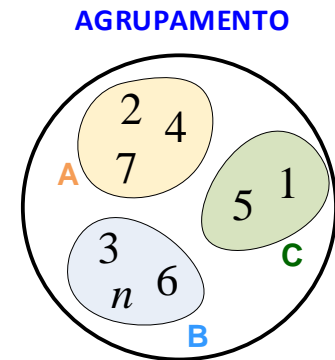
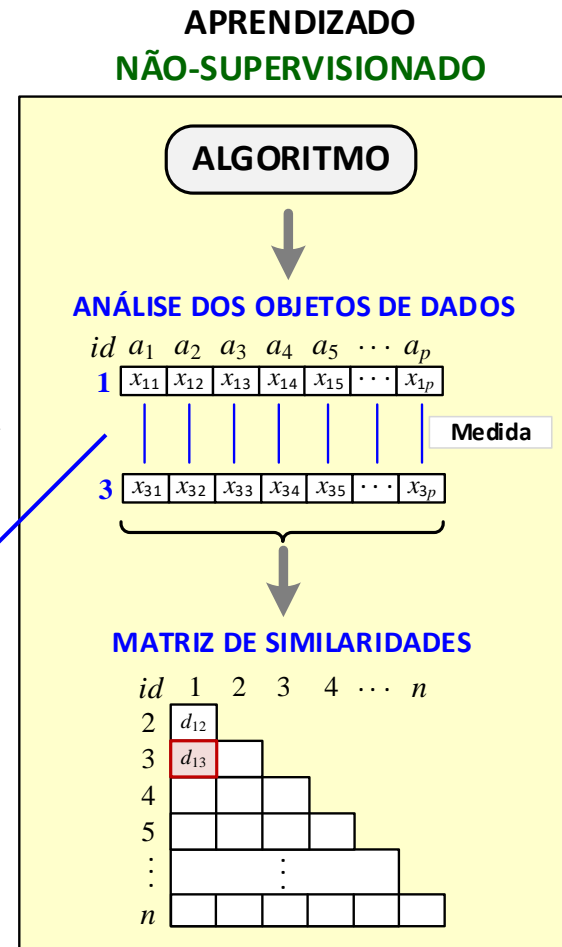
Modelo genérico de um método de Agrupamento de Dados

Tem como entrada novos dados cujos objetos não possuem rótulos de classe.

NOVOS DADOS

id	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	\dots	a_p
1							
2							
3							
4							
\vdots							
n							

Utiliza um critério de similaridade entre os objetos (ex. distância euclidiana, city block, correlação cosine etc).



DADOS ROTULADOS

id	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	\dots	a_p	G
1								C
2								A
3								B
4								A
\vdots								
n								B

2. Aprendizado Não-Supervisionado

Modelo genérico de um método de Agrupamento de Dados

Tem como entrada novos dados cujos objetos não possuem rótulos de classe.

NOVOS DADOS

id	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	\dots	a_p
1							
2							
3							
4							
\vdots							
n							

APRENDIZADO NÃO-SUPERVISIONADO

ALGORITMO

ANÁLISE DOS OBJETOS DE DADOS

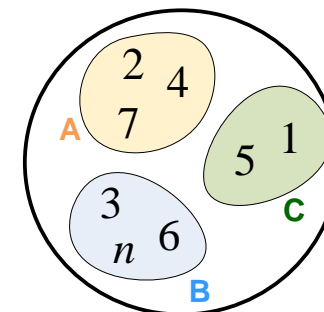
id	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	\dots	a_p
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	\dots	x_{1p}
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	x_{34}	x_{35}	\dots	x_{3p}

Medida

MATRIZ DE SIMILARIDADES

id	1	2	3	4	\dots	n
2	d_{12}					
3	d_{13}					
4						
5						
\vdots						
n						

AGRUPAMENTO



Grupos reúnem objetos similares (mesma classe).

DADOS ROTULADOS

id	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	\dots	a_p	G
1								C
2								A
3								B
4								A
\vdots								
n								B

Usa matriz de similaridades para armazenar a distância Objeto-Objeto.

Utiliza um critério de similaridade entre os objetos (ex. distância euclidiana, city block, correlação cosine etc).

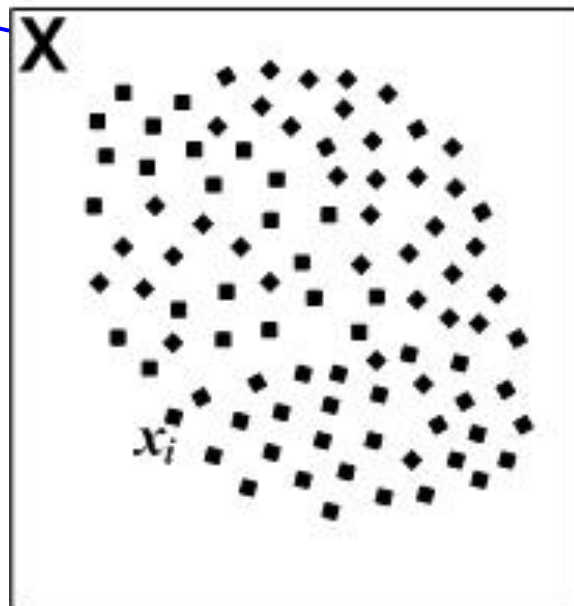
2. Aprendizado Não-Supervisionado

Análise de Agrupamentos

Seja $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ um conjunto de n **objetos** x_i

Cada objeto x_i é um vetor com p dimensões de componentes numéricos (**atributos**).

$$x_1 = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1p} \end{bmatrix}}_p$$



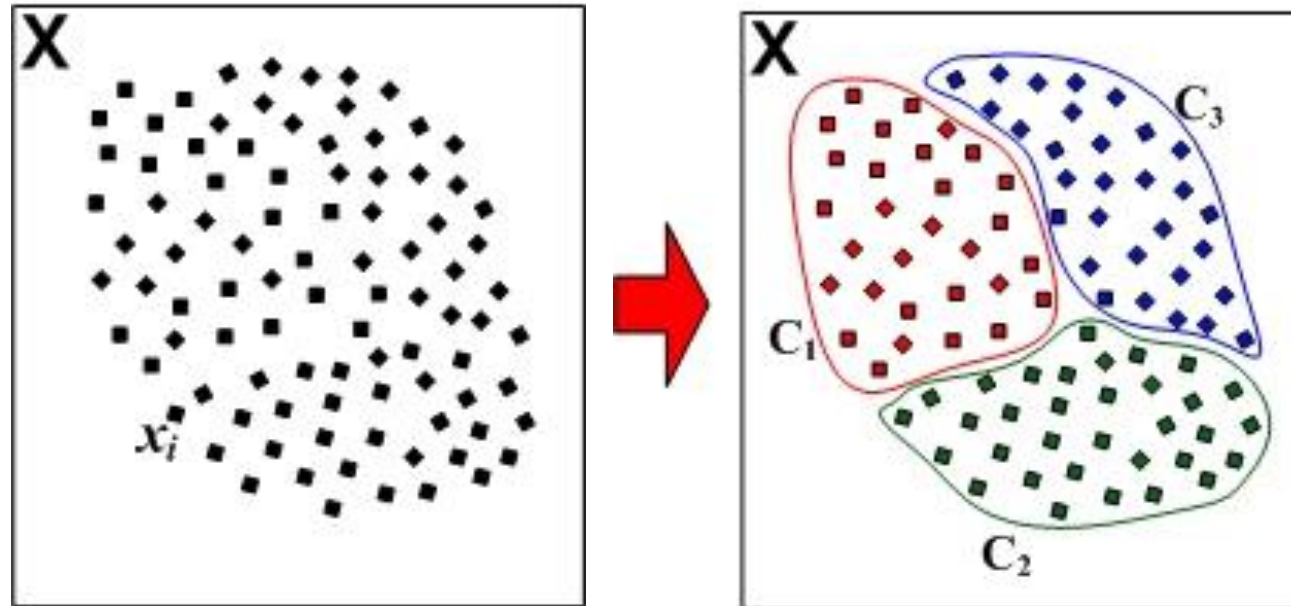
2. Aprendizado Não-Supervisionado

Análise de Agrupamentos

Seja $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ um conjunto de n objetos x_i

Cada objeto x_i é um vetor com p dimensões de componentes numéricos (**atributos**).

$$x_1 = \underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1p} \end{bmatrix}}_p$$



RESTRIÇÕES

1. $C_1 \cup C_2 \dots \cup C_K = X$
2. $C_i \neq \emptyset, \forall i$
3. $C_i \cap C_j = \emptyset, \forall i \neq j$

OBJETIVO: Encontrar agrupamentos $C = \{C_1, C_2, \dots, C_K\}$, sendo K a quantidade de grupos.

2. Aprendizado Não-Supervisionado

Análise de Agrupamentos

Matriz de Dados (Objeto-Atributo)

	AADAC	AAMP	AANAT	AARS	AATF	ABAT	ABCA1	ABCA2	ABCA3
BR-01T	69,87	71,80	132,85	102,35	61,12	225,13	106,12	100,86	89,46
BR-02T	50,53	53,75	485,39	20,00	127,93	731,04	896,59	505,28	65,36
BR-03T	20,00	62,78	309,12	61,18	94,53	478,09	501,36	303,07	77,41
BR-04T	20,00	58,26	397,26	40,59	111,23	604,56	698,97	404,18	47,59
BR-05T	55,59	60,52	141,28	50,88	41,15	541,32	600,16	353,62	62,50
BR-06T	25,90	39,59	269,27	45,73	76,19	229,18	649,57	378,90	55,05
BR-07T	20,00	33,37	205,27	48,31	58,67	385,25	624,87	366,26	58,77
BR-08T	79,42	24,32	237,27	47,02	44,95	307,21	424,81	372,58	56,91
BR-09T	46,47	28,85	147,51	47,66	51,81	346,23	524,84	369,42	38,56
BR-10T	20,00	26,58	192,39	47,34	48,38	163,36	237,41	371,00	47,73
BR-11T	83,96	55,43	169,95	47,50	50,10	254,80	381,13	370,21	43,15
BR-12T	71,51	41,01	362,34	47,42	49,24	209,08	309,27	370,60	22,72
BR-13T	93,25	96,44	266,15	47,46	33,11	231,94	345,20	370,41	32,93

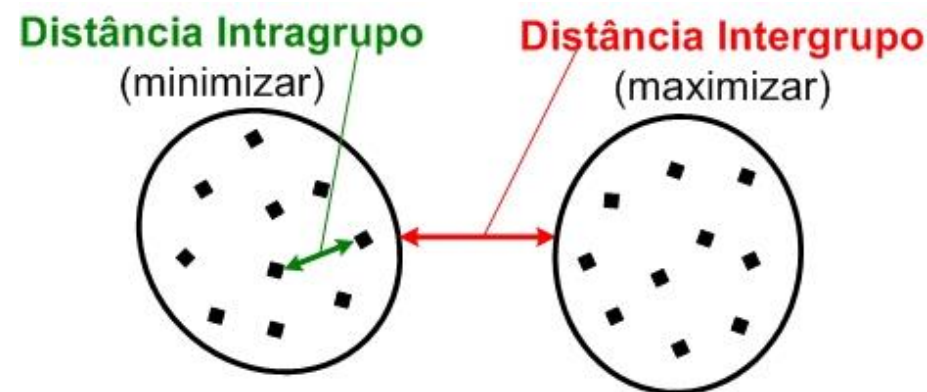
MÉTRICA

Matriz de Similaridades (Objeto-Objeto)

BR-01T	390,58											
BR-02T	105,75	99,57										
BR-03T	22,57	22,57	23,00	15,33								
BR-04T	22,62	26,13	26,36	66,29	10,67							
BR-05T	1,89	1,17	0,76	4,62	32,68	100,44						
BR-06T	0,10	0,14	0,19	1,16	11,55	9,56	0,76					
BR-07T	4,25	7,06	6,59	8,33	23,33	5,88	9,42	92,67				
BR-08T	12,56	0,16	0,12	1,56	37,68	0,48	0,37	4,69	113,04			
BR-09T	19,99	17,70	17,51	21,46	59,98	53,09	52,52	64,39	179,95	67,32		
BR-10T	9,12	5,67	4,38	5,37	27,36	17,00	13,13	16,10	82,09	23,57	26,72	
BR-11T	0,07	0,16	0,29	1,92	0,22	0,47	0,87	5,76	0,65	1,94	1,24	
BR-12T	0,11	0,01	0,19	0,28	0,34	0,04	0,57	0,83	1,02	2,23	3,67	
BR-13T	230,09	202,67	176,15	112,58	690,28	200,00	176,15	123,55	57,89	10,53	7,14	
	BR-02T	BR-03T	BR-04T	BR-05T	BR-06T	BR-07T	BR-08T	BR-09T	BR-10T	BR-11T	BR-12T	

SITUAÇÃO IDEAL

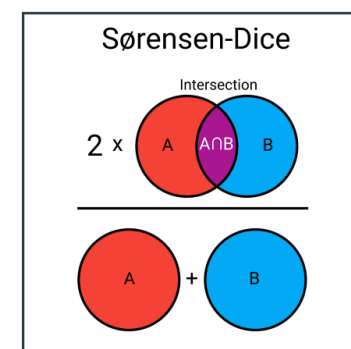
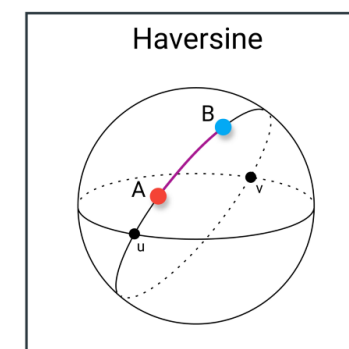
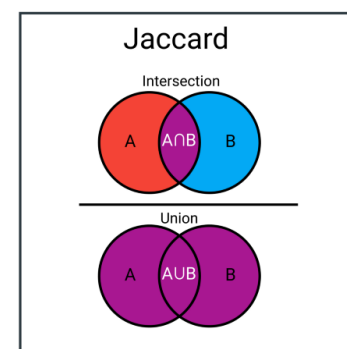
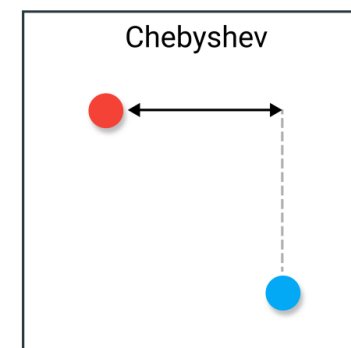
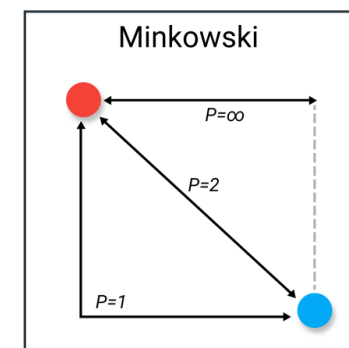
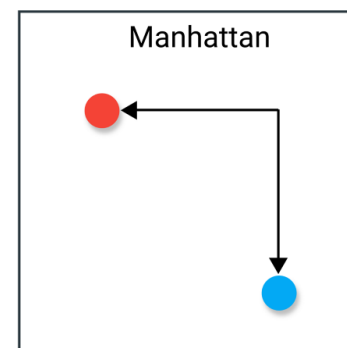
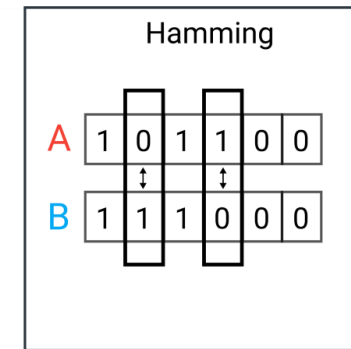
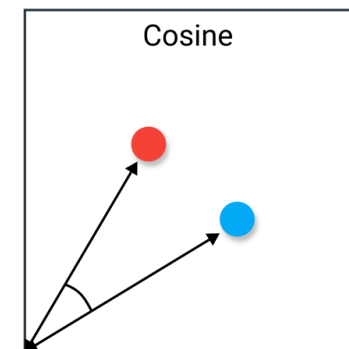
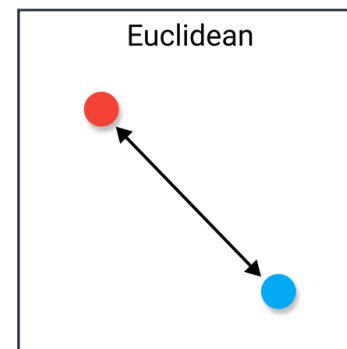
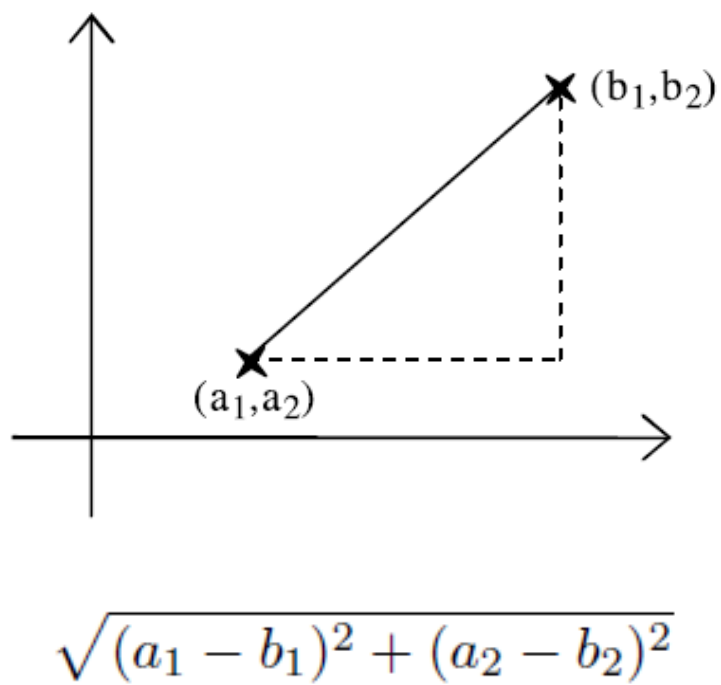
Grupos homogêneos (**coesão interna**) e mais separados possíveis (**isolamento externo**).



2. Aprendizado Não-Supervisionado

Medidas de Similaridade

O agrupamento usa uma medida de similaridade para atribuir pontos no espaço (objetos) a um cluster.

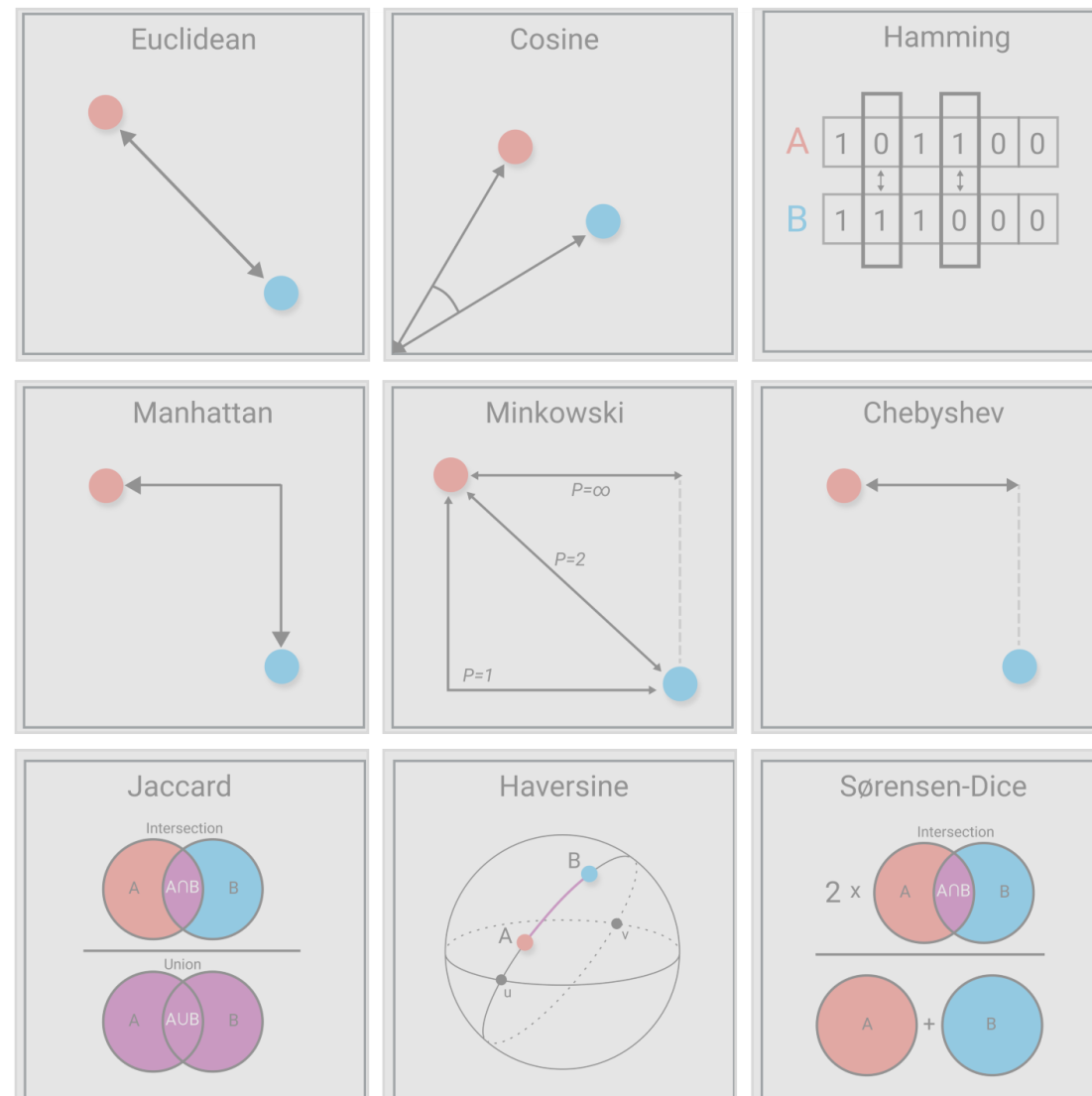
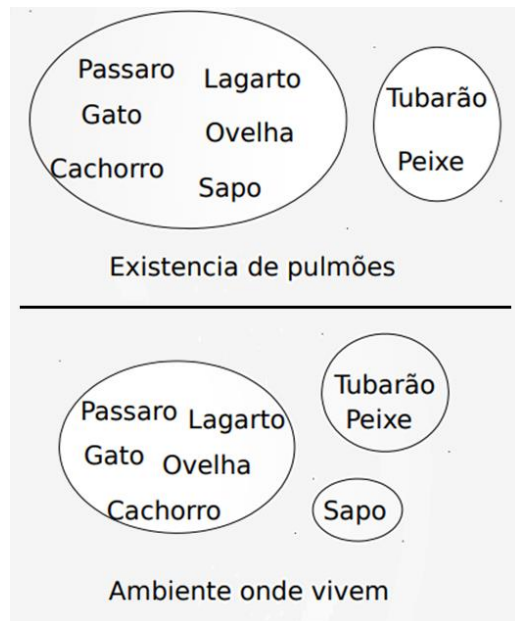


2. Aprendizado Não-Supervisionado

Medidas de Similaridade

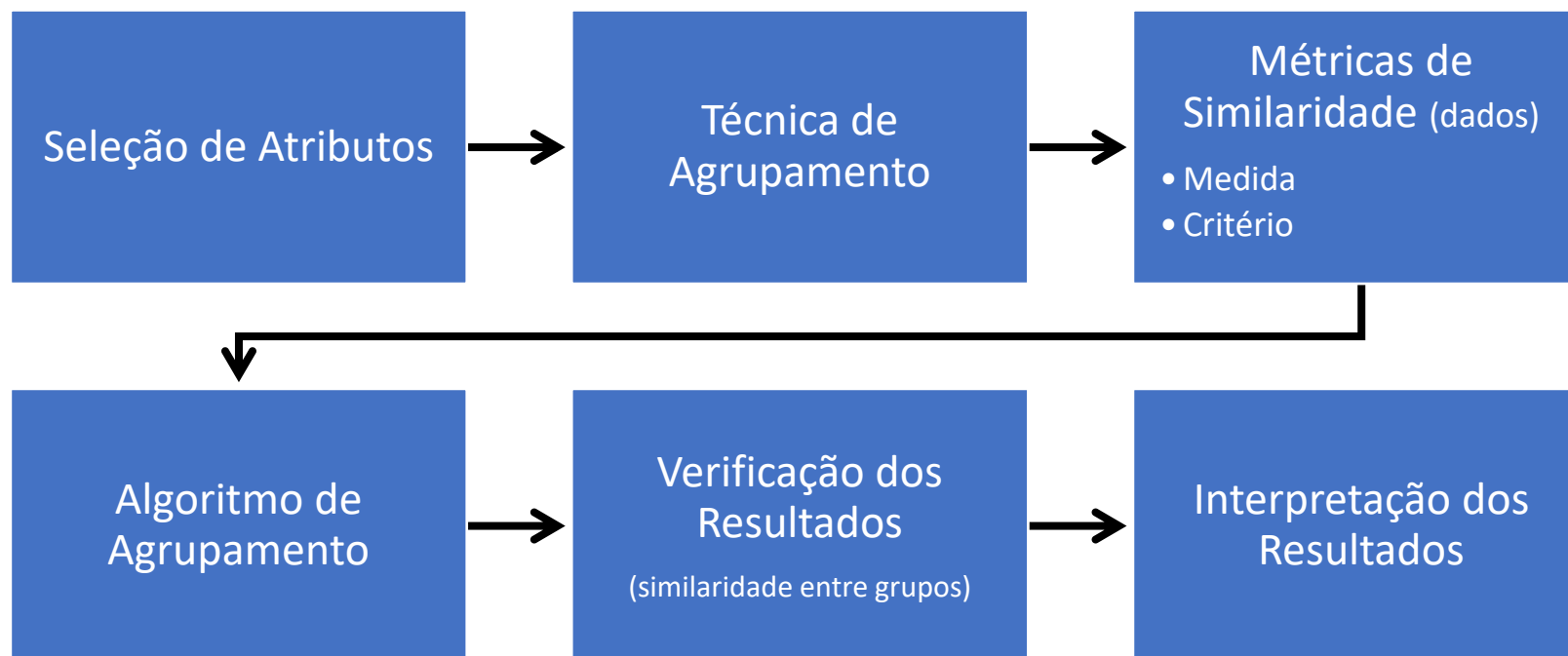
O agrupamento usa uma medida de similaridade para atribuir pontos no espaço (objetos) a um cluster.

A **similaridade** é difícil de ser definida pois **depende** do **atributo** e do **critério** considerados.



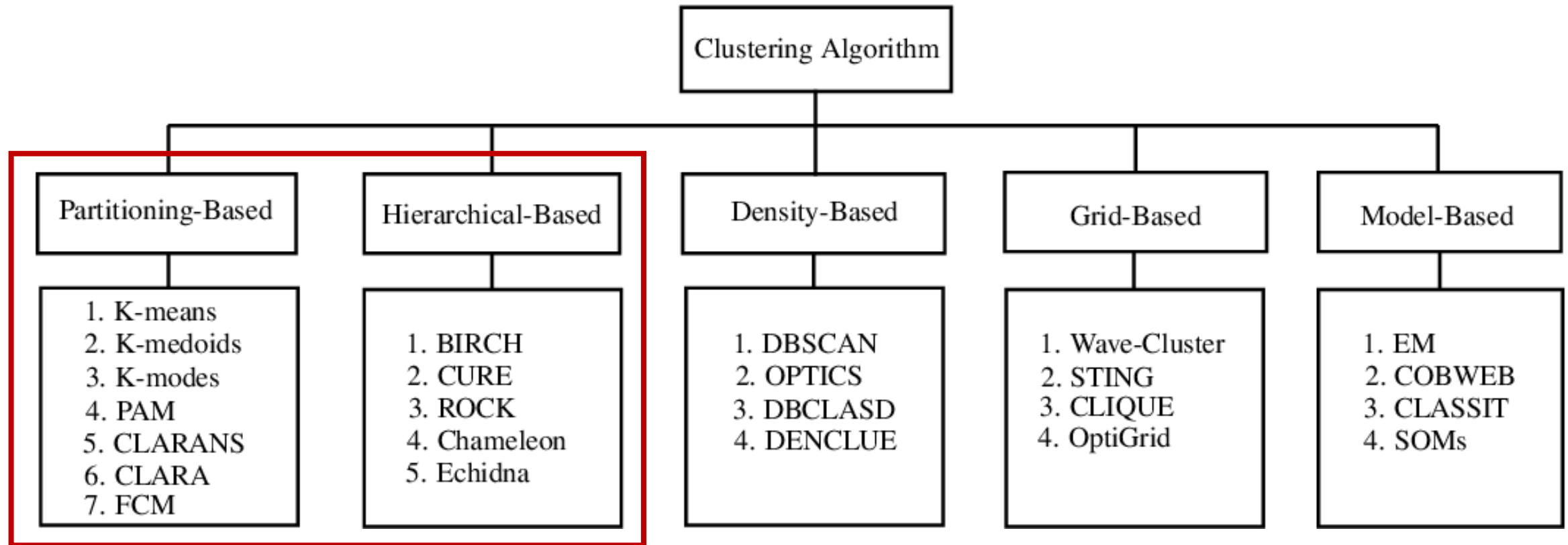
2. Aprendizado Não-Supervisionado

Workflow do Aprendizado Não-Supervisionado



2. Aprendizado Não-Supervisionado

Taxonomia dos Algoritmos de Agrupamento

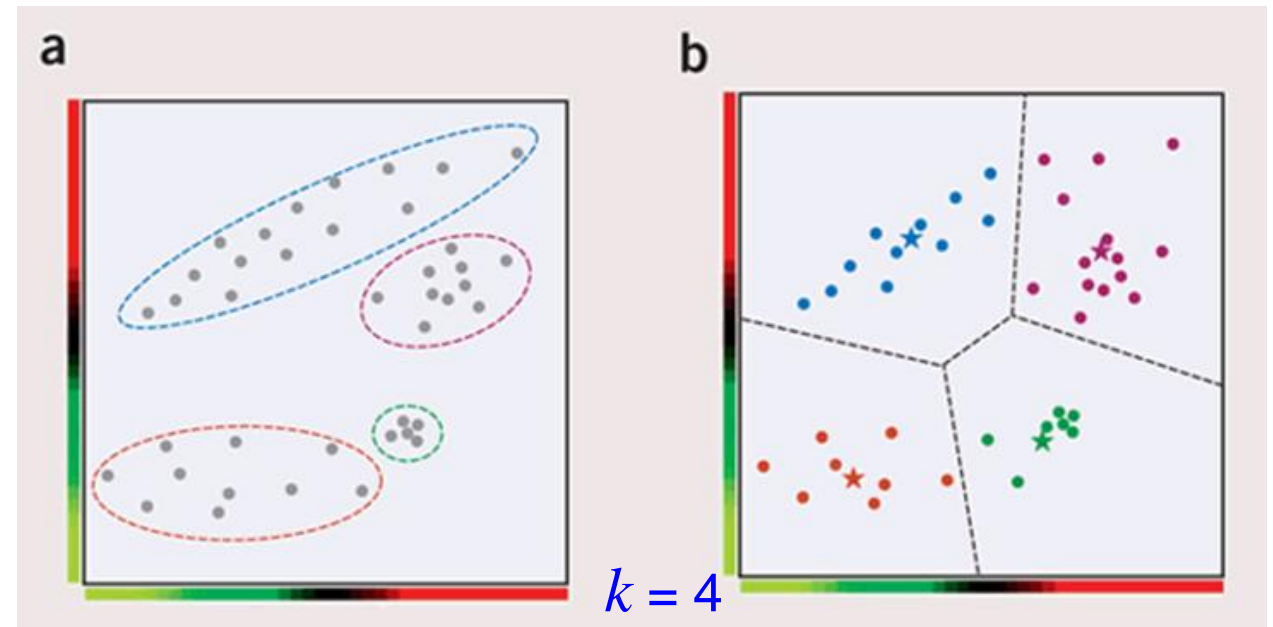


Fonte: *A Survey of Clustering Algorithms for Big Data: Taxonomy and Empirical Analysis*.

Disponível em: www.researchgate.net/figure/An-overview-of-clustering-taxonomy_fig1_320799077. Acessado em: 19/02/2023.

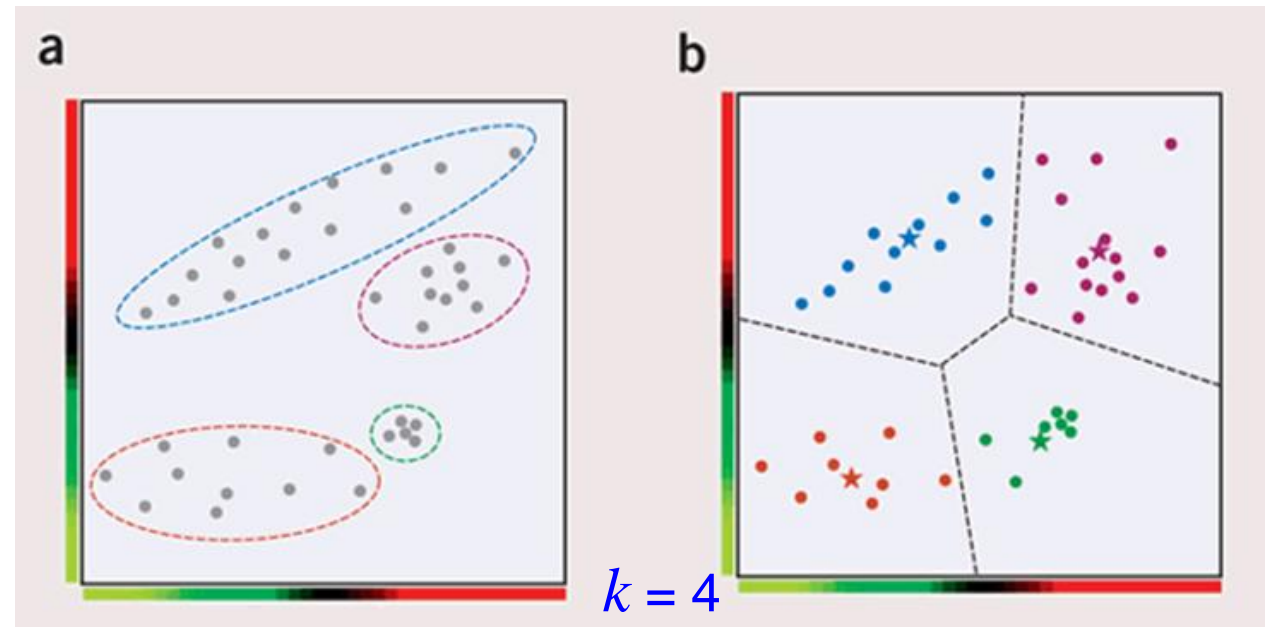
3. Agrupamento Particional

- Buscam o melhor agrupamento dos n objetos de entrada em k grupos de saída.
- Algoritmos tipicamente adotam **estratégia divisiva**, que inicia com um único grupo com todos os objetos, os quais são gradualmente particionados conforme os k grupos. No geral, buscam **minimizar uma função associada ao agrupamento** (ex. soma das distâncias intragrupo).



3. Agrupamento Particional

- Buscam o melhor agrupamento dos n objetos de entrada em k grupos de saída.
- Algoritmos tipicamente adotam estratégia divisiva, que inicia com um único grupo com todos os objetos, os quais são gradualmente particionados conforme os k grupos. No geral, buscam minimizar uma função associada ao agrupamento (ex. soma das distâncias intragrupo).
- O número grupos k é um hiperparâmetro, sendo que existem índices que auxiliam na sua determinação (ex. *Elbow Method*, índice Silhouette, Davies-Bouldin).
- Exemplos de algoritmos: *K-Means*, *K-Prototypes*, PAM (*Partitioning Around Medoids*), CLARA (*Clustering Large Applications*) entre outros.

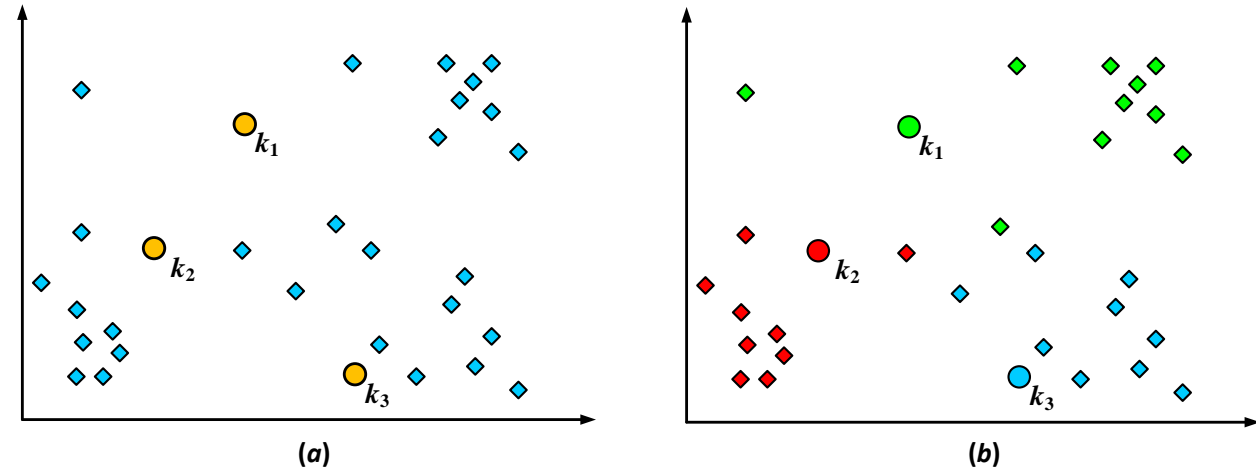


3. Agrupamento Particional

K-Means

Usa k centroides para representar os grupos, com os objetos sendo associados ao centroide mais próximo.

- (a) escolhe aleatoriamente um número k de centroides para iniciar os *clusters*;
- (b) calcula a distância entre cada objeto e o centroide mais próximo;

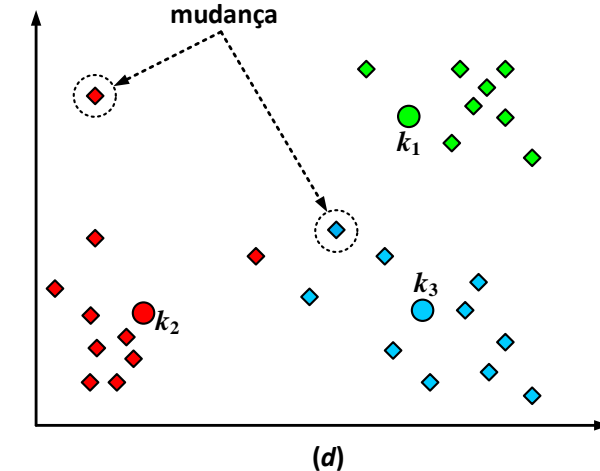
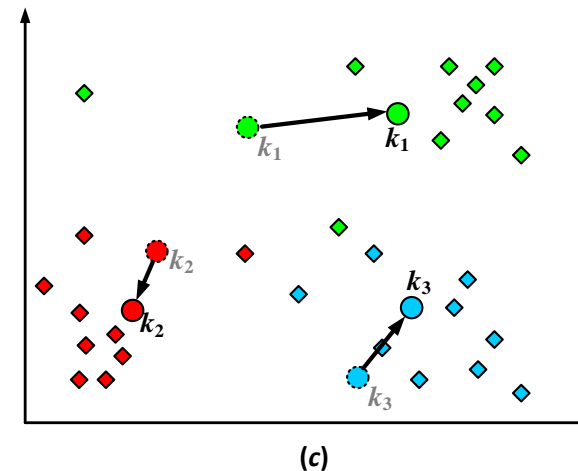
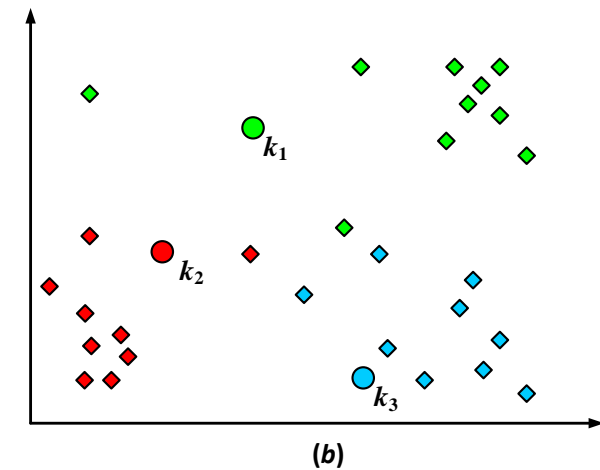
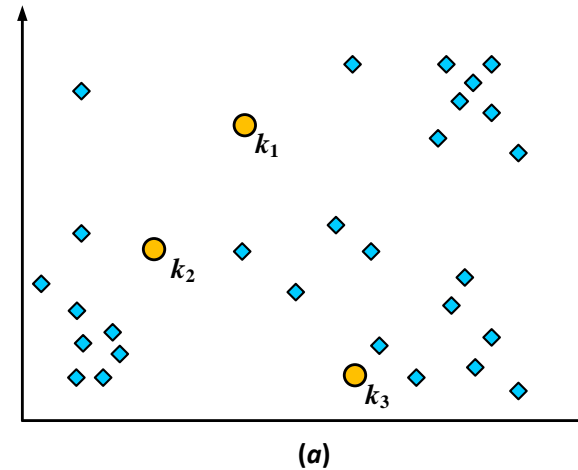


3. Agrupamento Particional

K-Means

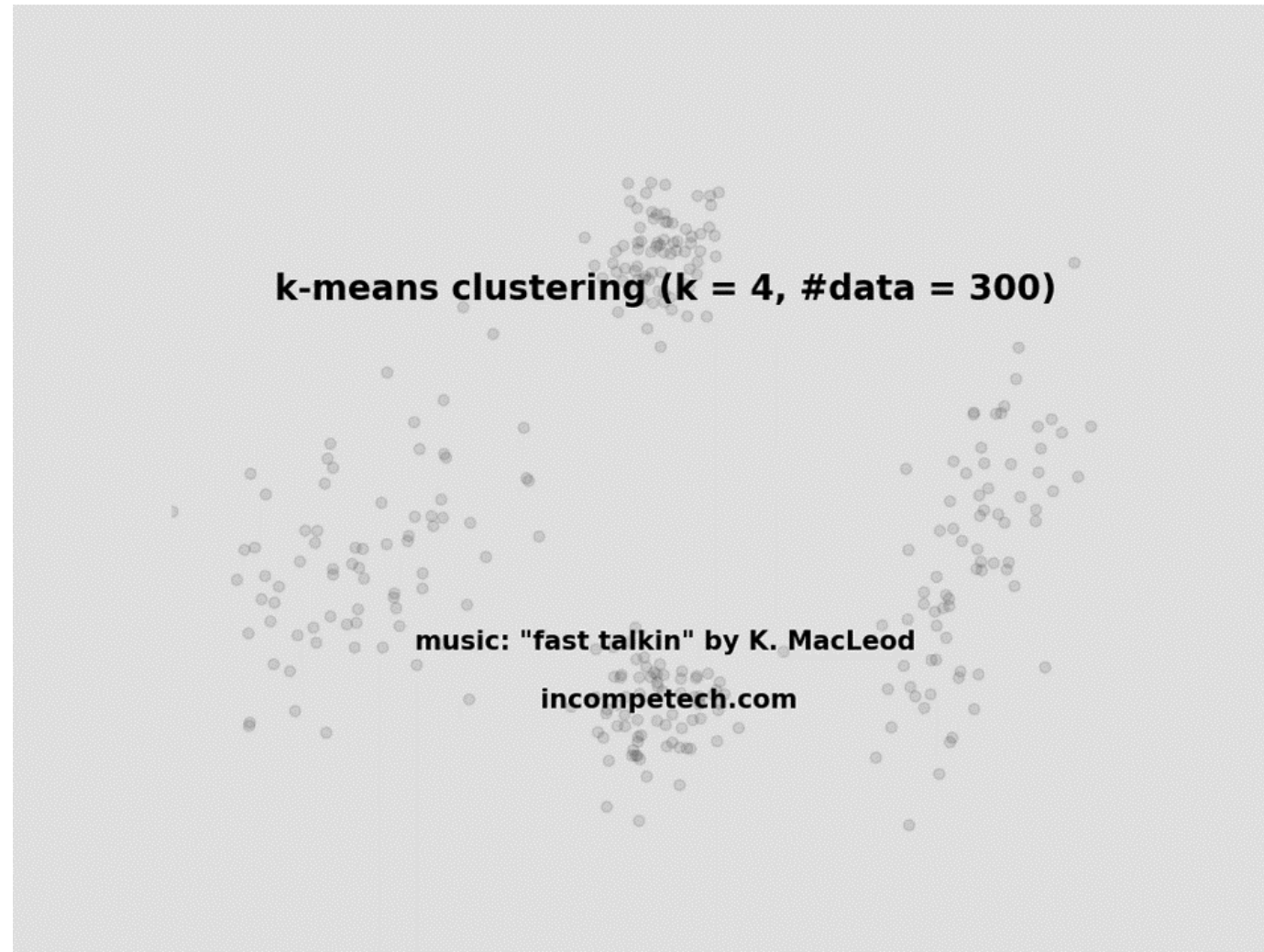
Usa k centroides para representar os grupos, com os objetos sendo associados ao centroide mais próximo.

- (a) escolhe aleatoriamente um número k de centroides para iniciar os *clusters*;
- (b) calcula a distância entre cada objeto e o centroide mais próximo;
- (c) move cada centroide considerando a média dos objetos do *cluster* correspondente;
- (d) Repete os passos 2 e 3 alternadamente até a convergência do método.



3. Agrupamento **Particional**

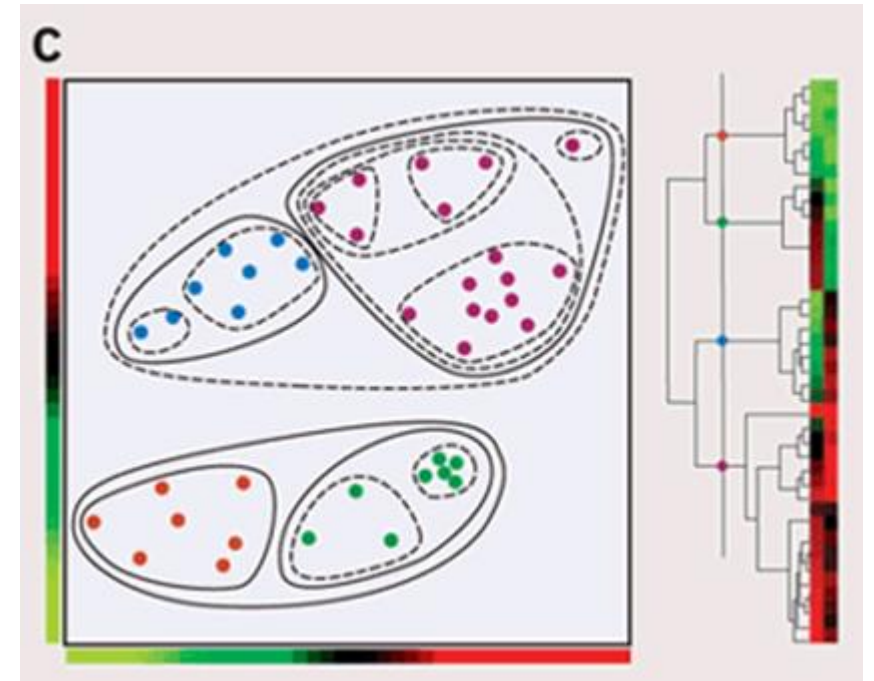
K-Means – Exemplo de Funcionamento



Disponível: <https://www.youtube.com/watch?v=5l3Ei69l40s>

4. Agrupamento Hierárquico

Os dados são organizados em uma **representação hierárquica e sobreposta dos grupos**, que facilita a visualização da formação do agrupamento, identificar os pontos de união dos objetos e seu grau de semelhança.

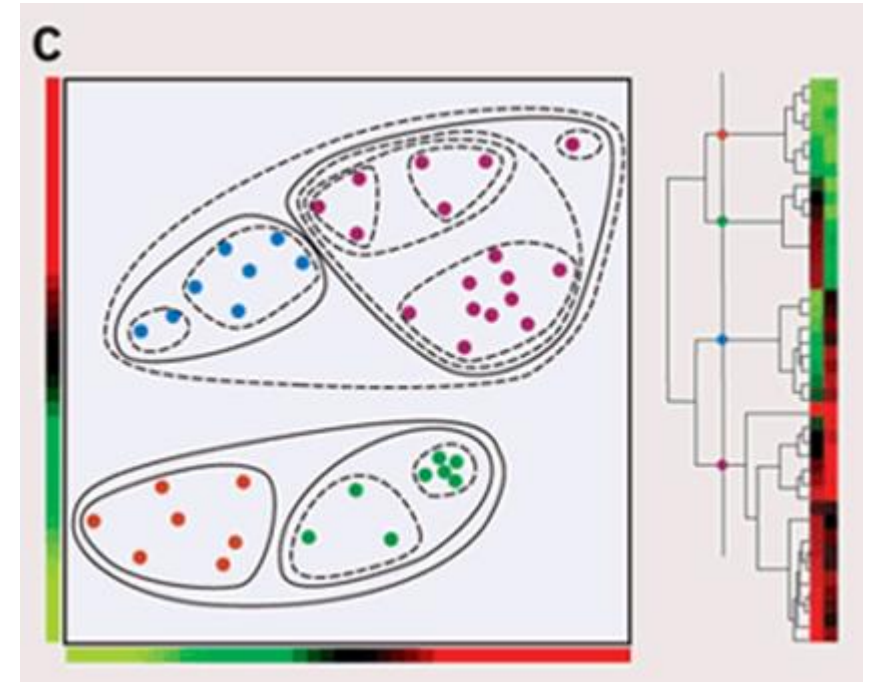


4. Agrupamento Hierárquico

Os dados são organizados em uma representação hierárquica e sobreposta dos grupos, que facilita a visualização da formação do agrupamento, identificar os pontos de união dos objetos e seu grau de semelhança.

Algoritmos de agrupamento hierárquicos são organizados conforme duas perspectivas:

Aglomerativos (*bottom-up*): realizam fusões sucessivas dos n objetos, que inicialmente constituem *clusters* isolados, até que se obtenha um único *cluster* com todos os objetos.



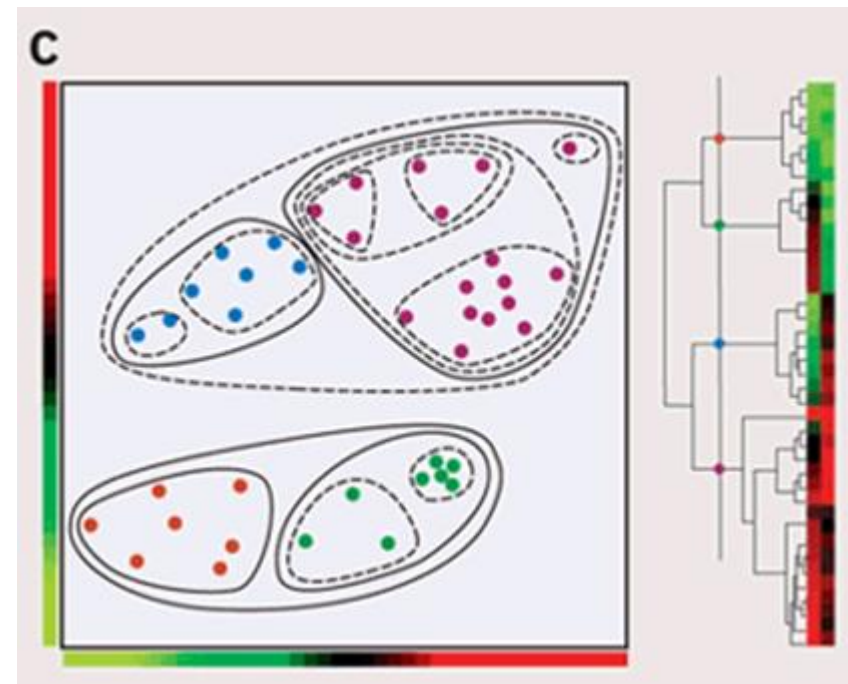
4. Agrupamento Hierárquico

Os dados são organizados em uma representação hierárquica e sobreposta dos grupos, que facilita a visualização da formação do agrupamento, identificar os pontos de união dos objetos e seu grau de semelhança.

Algoritmos de agrupamento hierárquicos são organizados conforme duas perspectivas:

Aglomerativos (*bottom-up*): realizam fusões sucessivas dos n objetos, que inicialmente constituem *clusters* isolados, até que se obtenha um único *cluster* com todos os objetos.

Divisivos (*top-down*): iniciam por um único *cluster* que contém os n objetos, os quais são sucessivamente divididos em *clusters* menores até o nível de clusters isolados.



4. Agrupamento Hierárquico

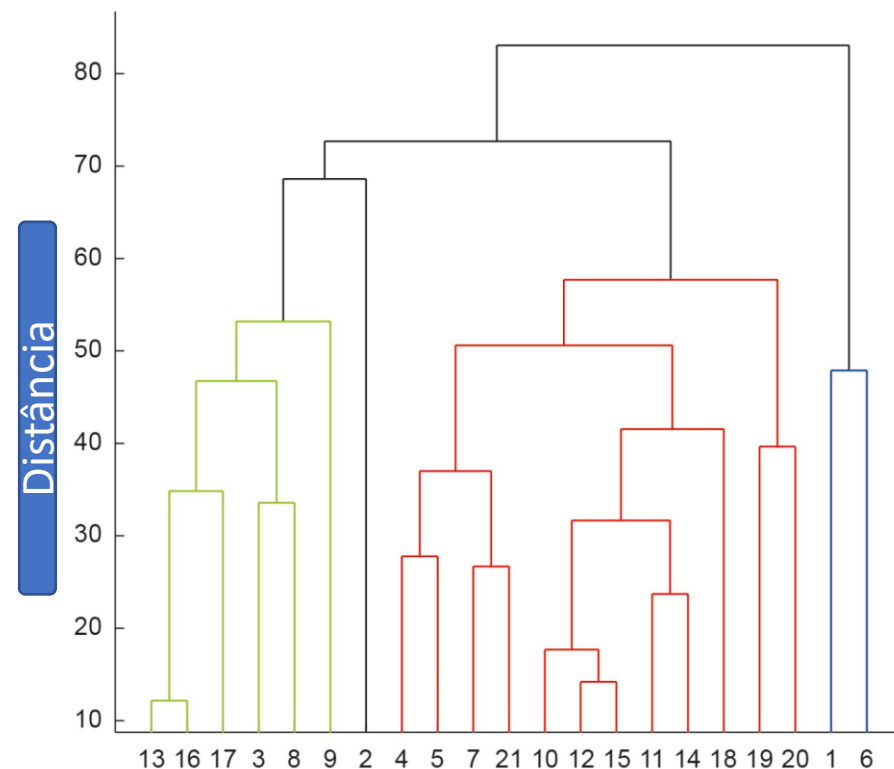
Os dados são organizados em uma representação hierárquica e sobreposta dos grupos, que facilita a visualização da formação do agrupamento, identificar os pontos de união dos objetos e seu grau de semelhança.

Algoritmos de agrupamento hierárquicos são organizados conforme duas perspectivas:

Aglomerativos (*bottom-up*): realizam fusões sucessivas dos n objetos, que inicialmente constituem *clusters* isolados, até que se obtenha um único *cluster* com todos os objetos.

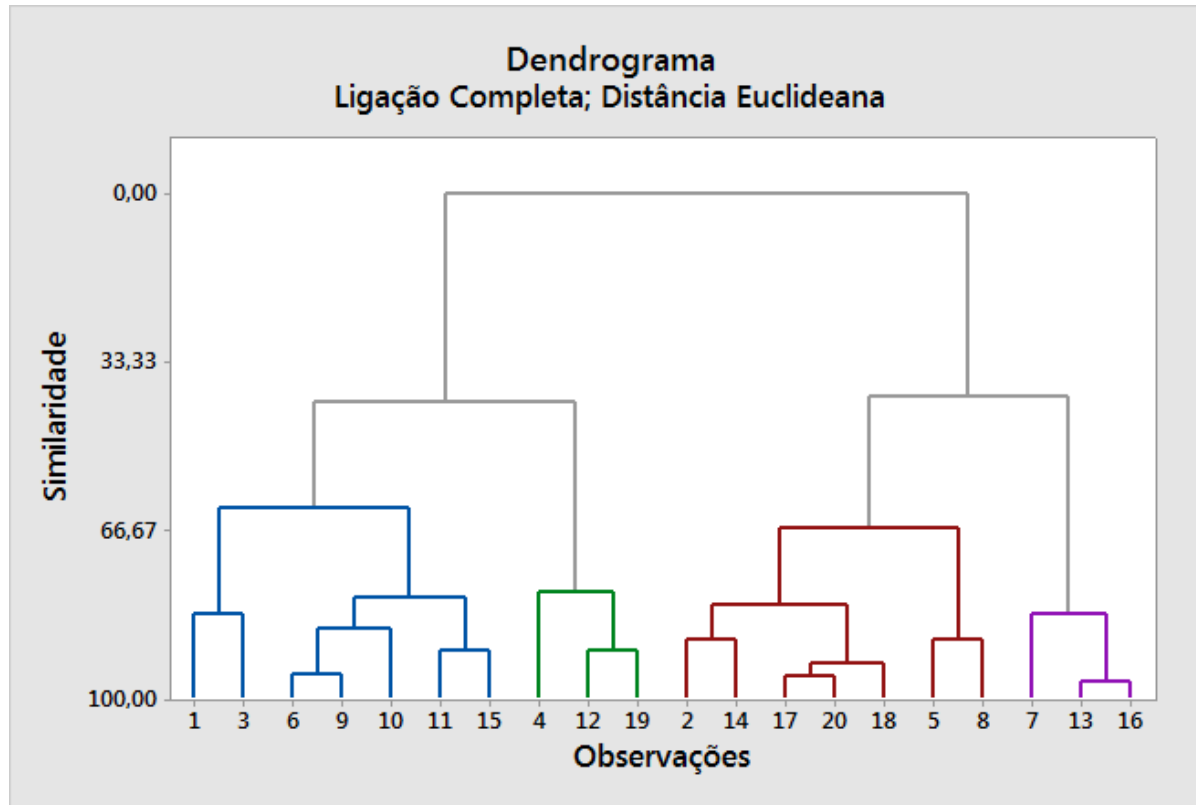
Divisivos (*top-down*): iniciam por um único *cluster* que contém os n objetos, os quais são sucessivamente divididos em *clusters* menores até o nível de clusters isolados.

O **dendrograma** é uma representação visual em forma de árvore, que mostra a decomposição do conjunto de dados.



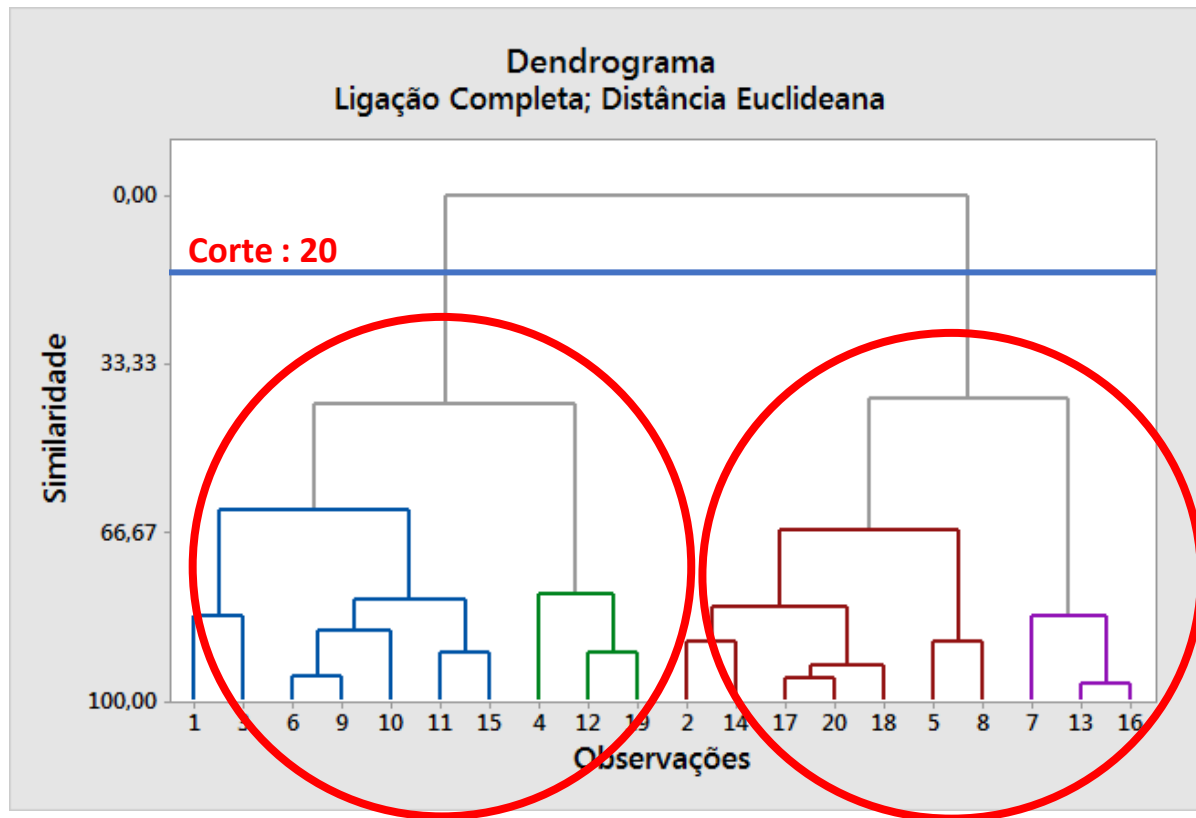
4. Agrupamento Hierárquico

Algoritmos de agrupamento hierárquicos **geralmente não requerem a definição prévia do número de *clusters***. O **dendrograma** pode ser usado para inferir o número adequado de agrupamentos.



4. Agrupamento Hierárquico

Algoritmos de agrupamento hierárquicos geralmente não requerem a definição prévia do número de *clusters*. O dendrograma pode ser usado para inferir o número adequado de agrupamentos.

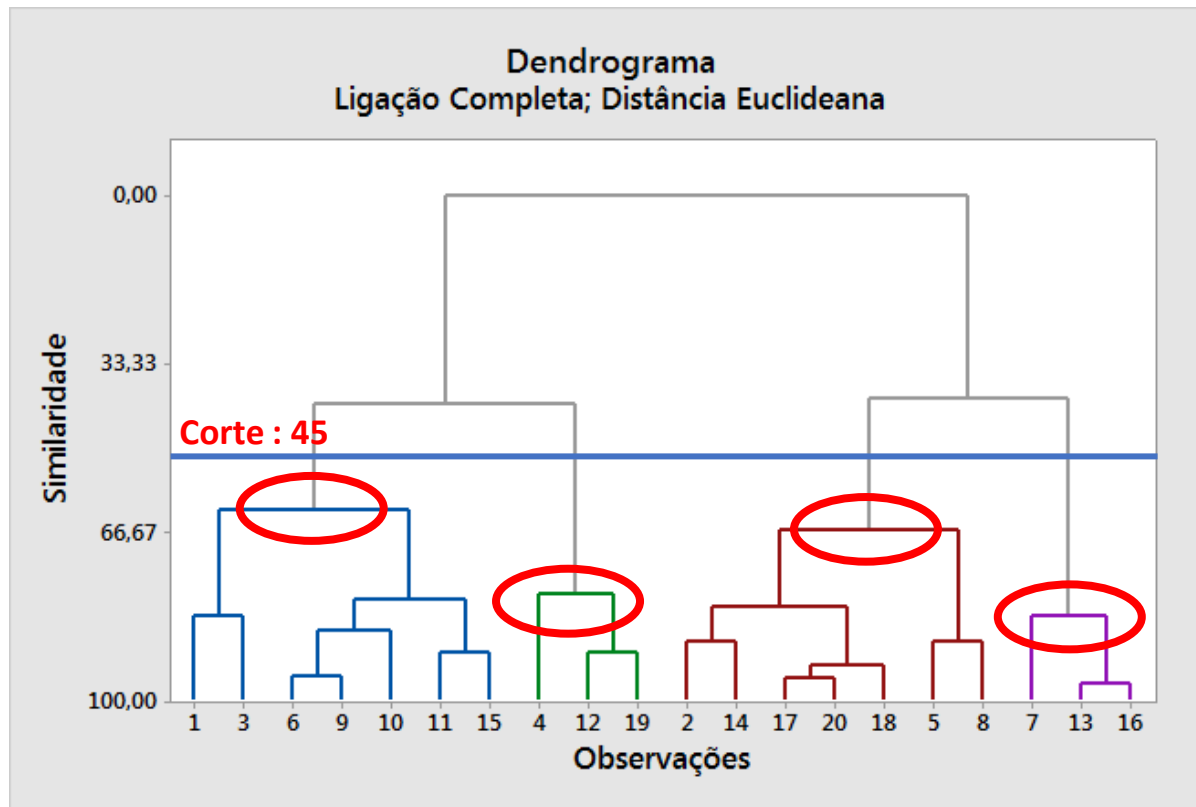


O agrupamento mais adequado é dado pelo **corte do dendrograma**, que corresponde a uma linha horizontal no dendrograma para especificar a quantidade de grupos.

O corte do dendrograma com similaridade igual a 20 geraria um agrupamento de **2 grupos**

4. Agrupamento Hierárquico

Algoritmos de agrupamento hierárquicos geralmente não requerem a definição prévia do número de *clusters*. O dendrograma pode ser usado para inferir o número adequado de agrupamentos.

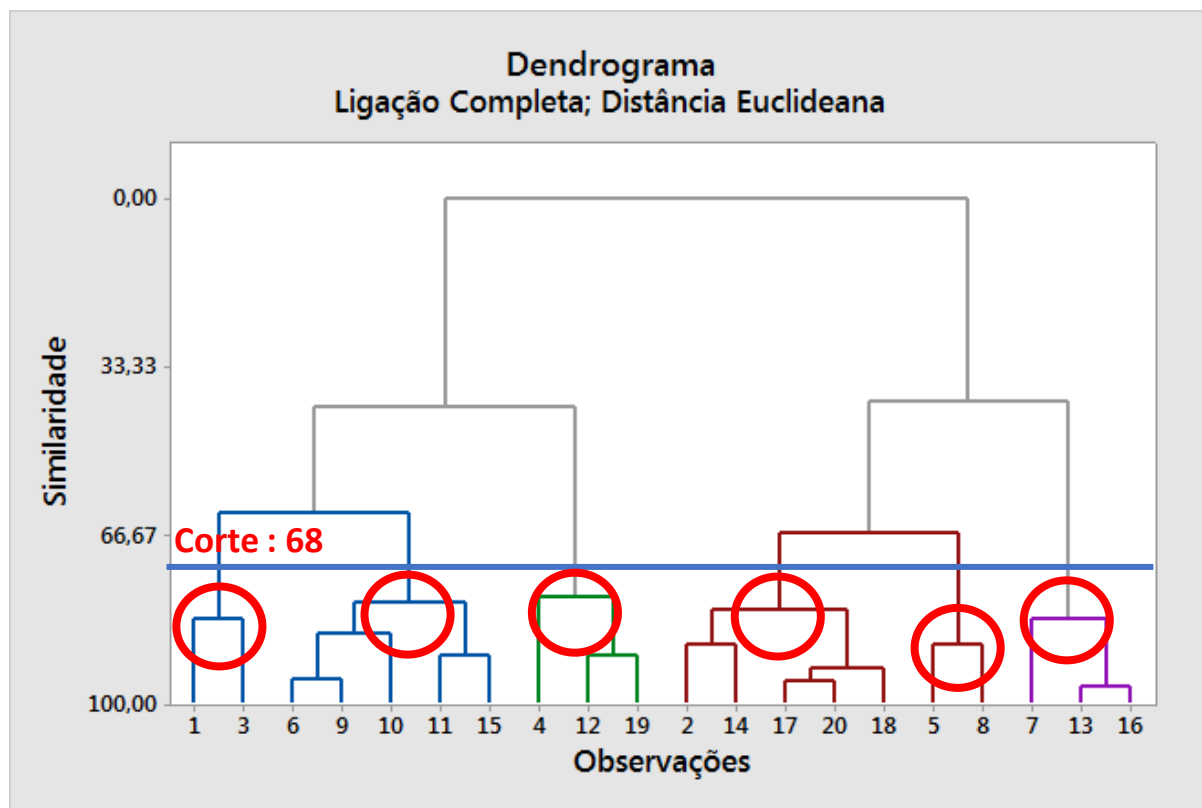


O agrupamento mais adequado é dado pelo **corte do dendrograma**, que corresponde a uma linha horizontal no dendrograma para especificar a quantidade de grupos.

O corte do dendrograma com similaridade igual a 45 geraria um agrupamento de **4 grupos**

4. Agrupamento Hierárquico

Algoritmos de agrupamento hierárquicos geralmente não requerem a definição prévia do número de *clusters*. O dendrograma pode ser usado para inferir o número adequado de agrupamentos.



O agrupamento mais adequado é dado pelo **corte do dendrograma**, que corresponde a uma linha horizontal no dendrograma para especificar a quantidade de grupos.

O corte do dendrograma com similaridade igual a 68 geraria um agrupamento de **6 grupos**

Técnicas para definição do corte:

- Critério de Mojena
- Método de Tocher
- RMSSTD (*Root Mean Square Standard Deviation*)

Não usam dendrograma

4. Agrupamento Hierárquico

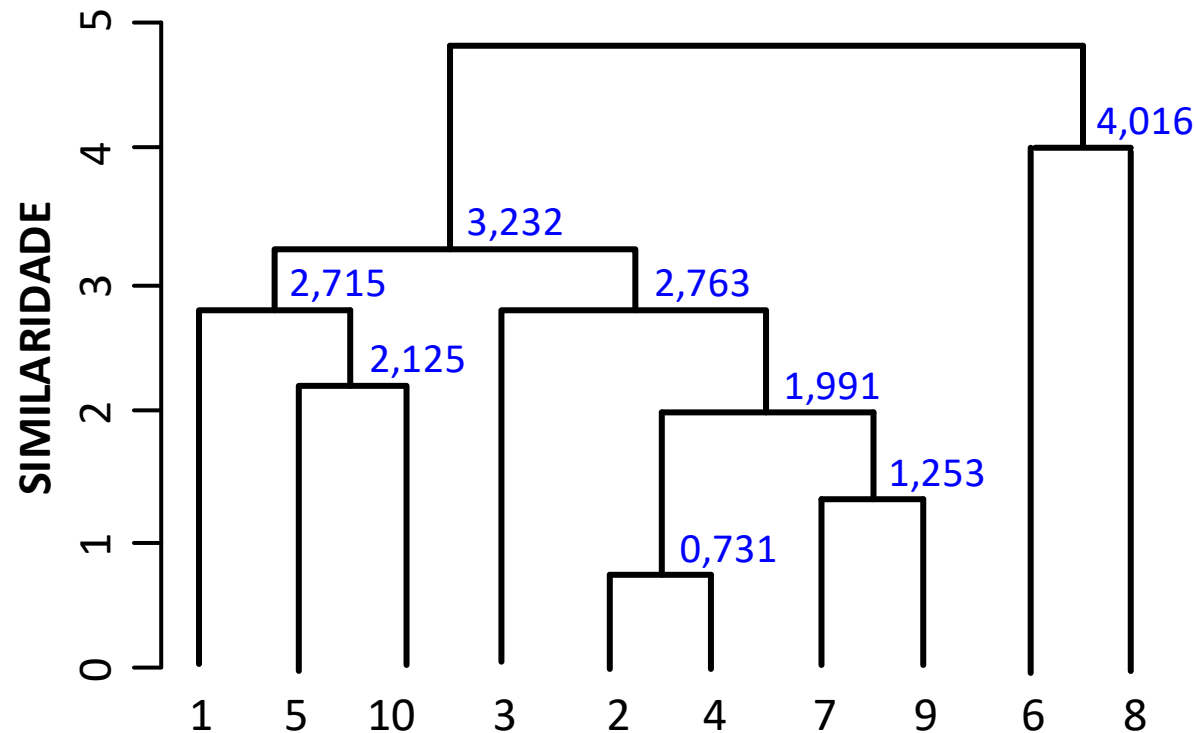
Determinação do Corte do Dendrograma – Critério de Mojena

$$P_{corte} = Média(PF) + DesvioPadrao(PF) * w$$

onde:

PF : Pontos de Fusão. Valor de similaridade onde os *clusters* se unem (linhas horizontais)

w : constante definida na literatura como 1,25 ou 2.



4. Agrupamento Hierárquico

Determinação do Corte do Dendrograma – Critério de Mojena

$$P_{corte} = Média(PF) + DesvioPadrao(PF) * w$$

onde:

PF : Pontos de Fusão. Valor de similaridade onde os *clusters* se unem (linhas horizontais)

w : constante definida na literatura como 1,25 ou 2.

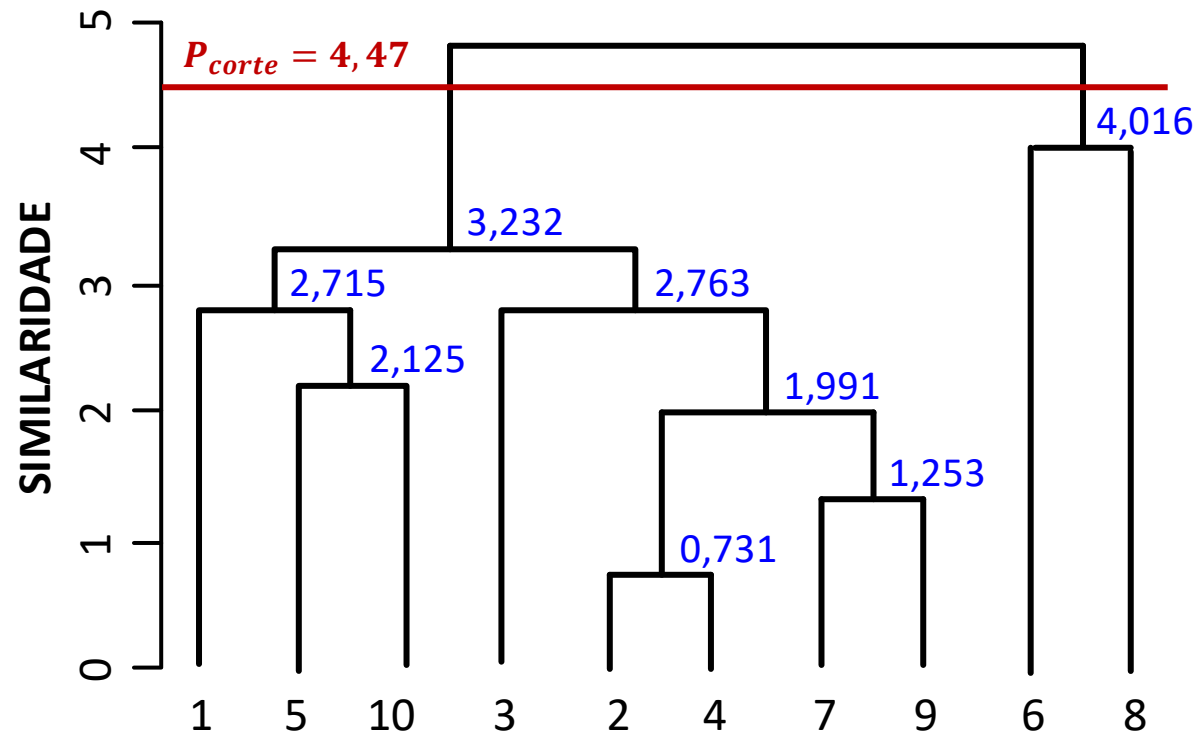
Exemplo:

PF = {0,733; 1,253; 1,991; 2,125; 2,715; 2,763; 3,232; 4,016}

$$P_{corte} = 2,35 + 1,06 \times 2$$

$$P_{corte} = 4,47$$

2 grupos



4. Agrupamento Hierárquico

Determinação do Corte do Dendrograma – Critério de Mojena

$$P_{corte} = Média(PF) + DesvioPadrao(PF) * w$$

onde:

PF : Pontos de Fusão. Valor de similaridade onde os *clusters* se unem (linhas horizontais)

w : constante definida na literatura como 1,25 ou 2.

Exemplo:

PF = {0,733; 1,253; 1,991; 2,125; 2,715; 2,763; 3,232; 4,016}

$$P_{corte} = 2,35 + 1,06 \times 2$$

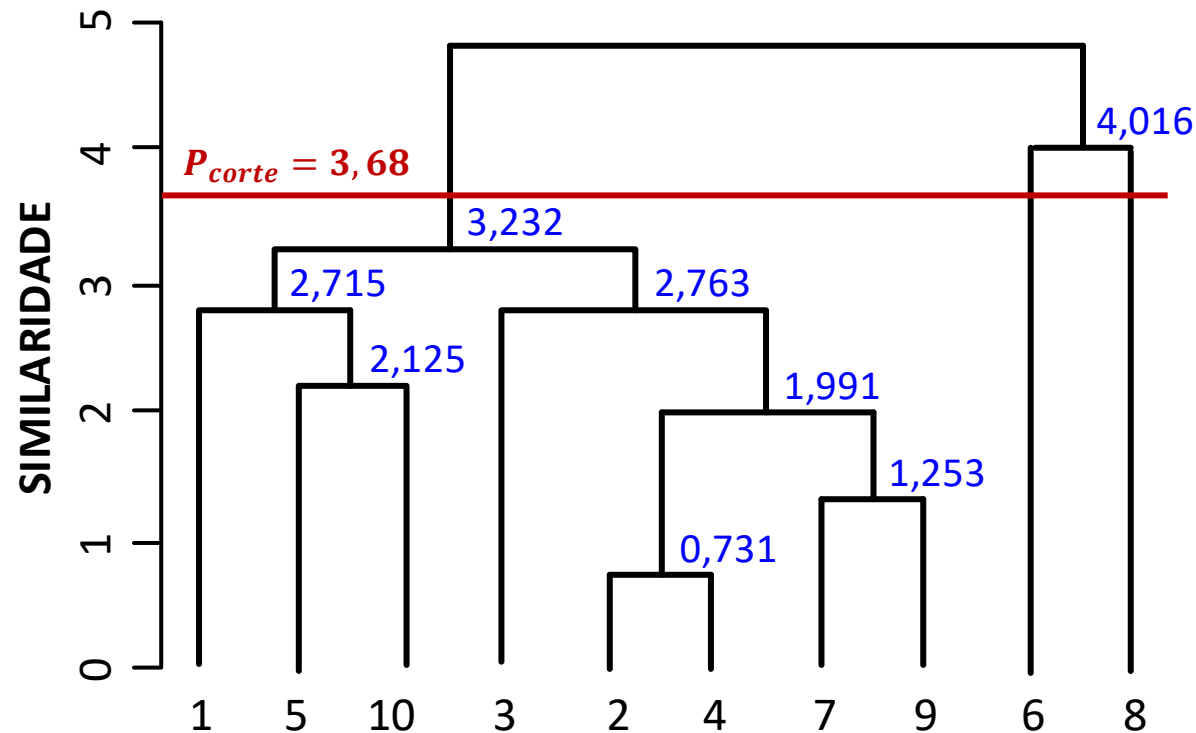
$$P_{corte} = 4,47$$

2 grupos

$$P_{corte} = 2,35 + 1,06 \times 1,25$$

$$P_{corte} = 3,68$$

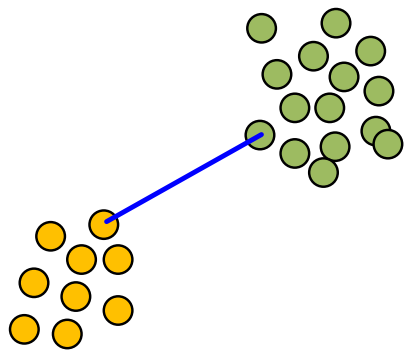
3 grupos



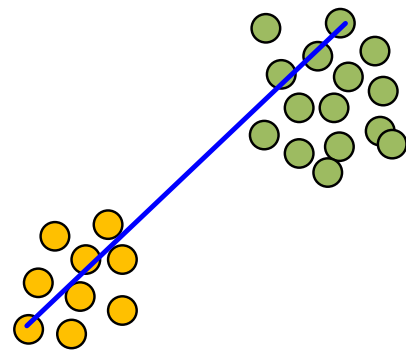
4. Agrupamento Hierárquico

Critérios de Ligação de Grupos

Os métodos aglomerativos são os mais adotados, se diferenciam no modo como definem a proximidade entre pares clusters:



Single Linkage



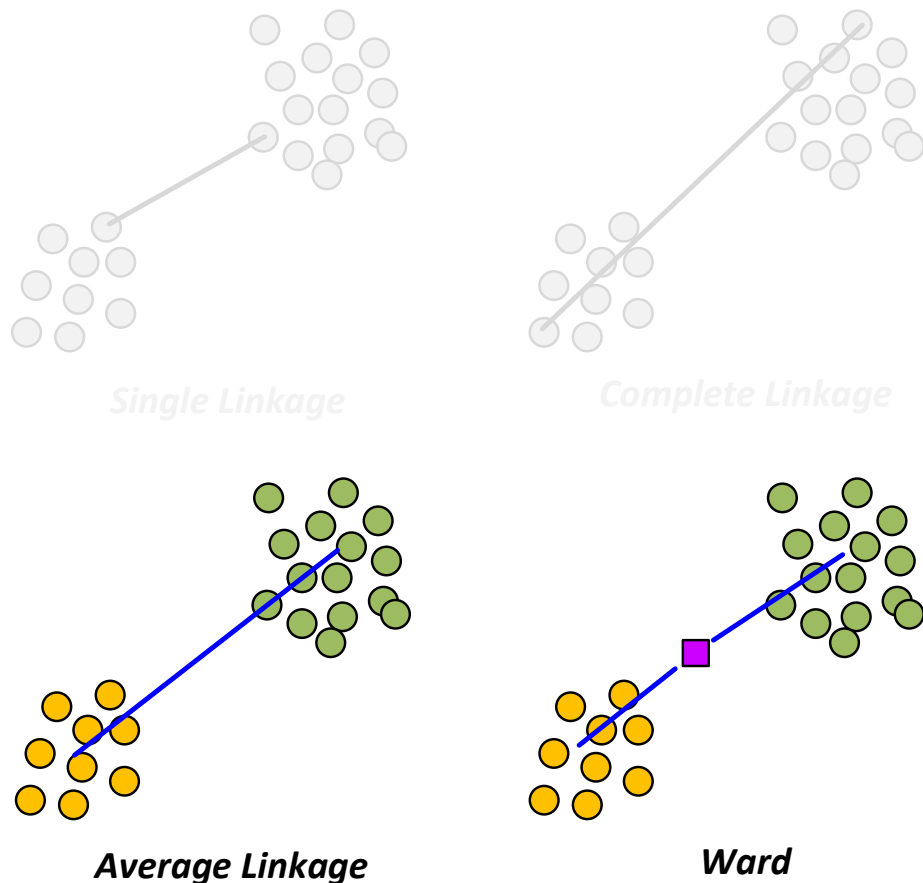
Complete Linkage

- **Single Linkage:** vizinho mais próximo. A proximidade corresponde a distância entre dois objetos mais próximos.
- **Complete Linkage:** a proximidade corresponde a de dois objetos mais distantes.

4. Agrupamento Hierárquico

Critérios de Ligação de Grupos

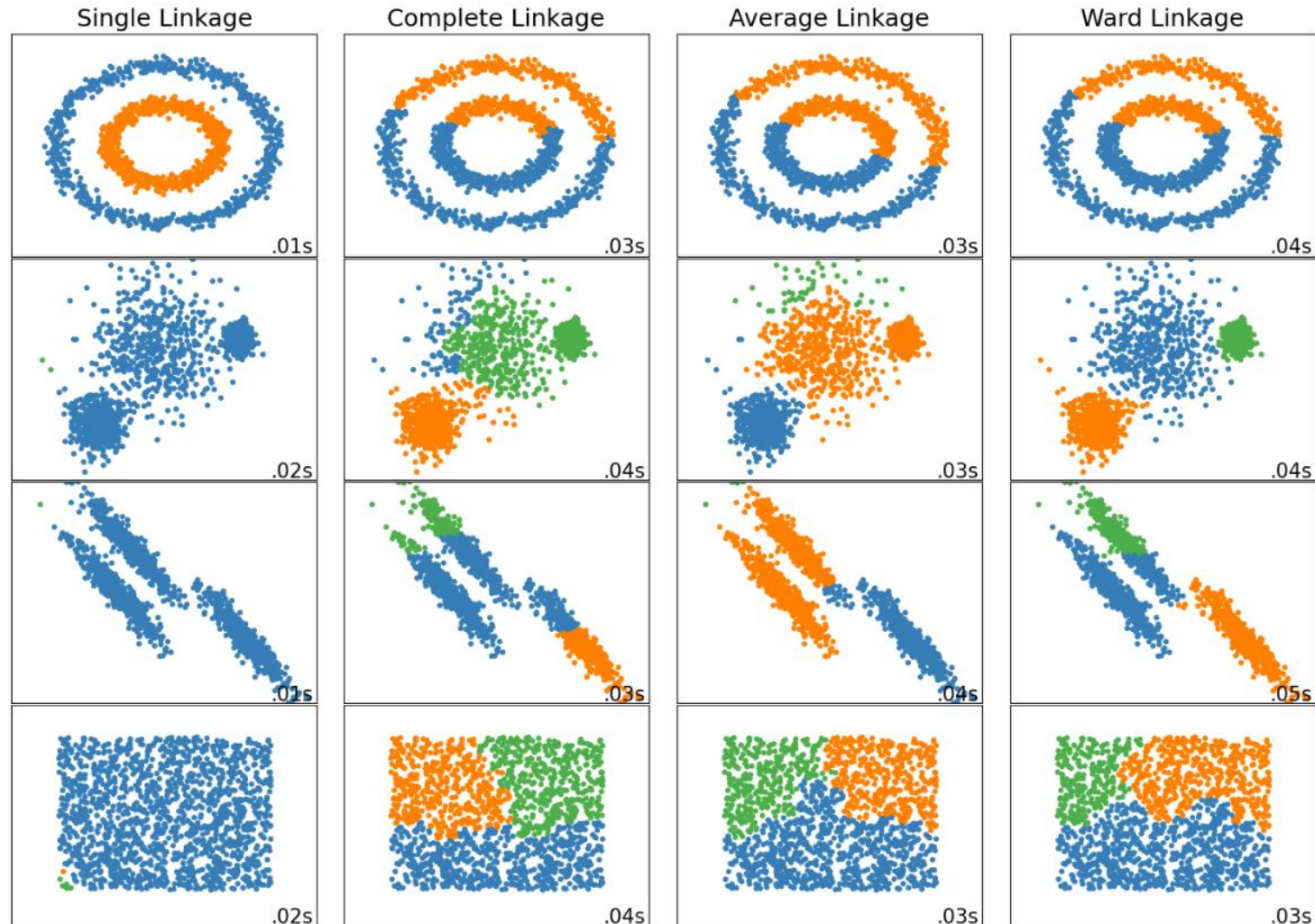
Os métodos aglomerativos são os mais adotados, se diferenciam no modo como definem a proximidade entre pares clusters:



- **Single Linkage:** vizinho mais próximo. A proximidade corresponde a distância entre dois objetos mais próximos.
- **Complete Linkage:** a proximidade corresponde a de dois objetos mais distantes.
- **Average Linkage:** ligação média entre grupos (*Unweighted Pair Group Method using Arithmetic averages*, UPGMA). A proximidade é a média de todas as proximidades entre os objetos dos clusters.
- **Ward:** ou aumento mínimo da soma de quadrados (Minimal Increase of Sum-of-Squares, MISSQ). Agrupa as distâncias menores e recalcula novas distâncias através do erro quadrático médio das distâncias entre os objetos.

4. Agrupamento Hierárquico

Resultados dos Critérios de Ligação de Grupos



5. Considerações sobre os Agrupamentos

Questões e demais aspectos relevantes na análise dos resultados do agrupamento:

- Os dados são de fato separáveis? Existem estruturas não-aleatórias nos dados?
- Qual o número ideal de *clusters*?
- Os *clusters* encontrados realmente correspondem a classes reais?
- Dados diversos agrupamentos para o mesmo conjunto de dados como definir o melhor?

5. Considerações sobre os Agrupamentos

Questões e demais aspectos relevantes na análise dos resultados do agrupamento:

- Os dados são de fato separáveis? Existem estruturas não-aleatórias nos dados?
- Qual o número ideal de *clusters*?
- Os *clusters* encontrados realmente correspondem a classes reais?
- Dados diversos agrupamentos para o mesmo conjunto de dados como definir o melhor?
- Quando se conhece os rótulos das classes, as medidas externas (ex. ARI, CRand etc) podem ser usadas para avaliar a qualidade dos agrupamentos, ou comparação entre métodos.
- A análise humana pode ser necessária quando não se conhece os rótulos de classe.
- Algoritmos de aprendizado supervisionado tipo caixa branca (ex. árvore de decisão) são úteis para o entendimento das regras consideradas no agrupamento.

Resumo

- Foram **revistos os conceitos** e as características do **aprendizado de máquina Não-Supervisionado** para a tarefa de **agrupamento** de dados.
- Foi **descrito o** funcionamento de um **modelo genérico Não-Supervisionado**, sendo detalhado o modo como é determinada a similaridade de novos objetos de dados até obtenção dos grupos.
- Descrita a **taxonomia** dos algoritmos de agrupamento.

Resumo

- Foram revistos os conceitos e as características do aprendizado de máquina Não-Supervisionado para a tarefa de agrupamento de dados.
- Foi descrito o funcionamento de um modelo genérico Não-Supervisionado, sendo detalhado o modo como é determinada a similaridade de novos objetos de dados até obtenção dos grupos.
- Descrita a taxonomia dos algoritmos de agrupamento.
- Foi explicado o **funcionamento dos algoritmos Particionais**, sendo dada ênfase para o método **K-Means** e suas etapas realizadas na sua execução.
- Foi explicado o **funcionamento dos algoritmos Hierárquicos**, seus tipos (**Aglomerativo** e **Divisivo**), os critérios de ligação de grupos (*Single*, *Complete*, *Average*, *Ward*), interpretação do dendrograma e métodos para definição da quantidade de grupos.
- Foram levantadas **questões relevantes para o sucesso** da tarefa de **agrupamento**.

Referências Bibliográficas

- [1] Huawei Technologies Co. Artificial Intelligence Technology - Official Textbooks for Huawei ICT Academy. Morgan Kaufmann, 3rd edition, 2023.
- [2] Marc Peter Deisenroth, A Aldo Faisal, and Cheng Soon Ong. Mathematics for Machine Learning. Cambridge University Press, 2020.
- [3] Aurélien Géron. Hands-on machine learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow. O'Reilly Media, Inc., 3rd edition, 2022.
- [4] Trevor Hastie, Robert Tibshirani, JeromeHFriedman, and JeromeHFriedman. The elements of statistical learning: data mining, inference, and prediction, volume 2. Springer, 2009.
- [5] Han Jiawei, Kamber Micheline, and Pei Jian. Data Mining: Concepts and Techniques. Morgan Kaufmann, 3rd edition, 2012.
- [6] Andreas C Müller and Sarah Guido. Introduction to Machine Learning with Python: a guide for data scientists. O'Reilly Media, Inc., 2016.
- [7] Shai Shalev-Shwartz and Shai Ben-David. Understanding Machine Learning: From theory to algorithms. Cambridge university press, 3rd edition, 2014.

Apoio

Projeto Residência 8 (TPA N° 068/SOFTEX/UNIFEI)

Este projeto é apoiado pelo Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovações, com recursos da Lei nº 8.248, de 23 de outubro de 1991, no âmbito do [PPI-Softex| PNM-Design], coordenado pela Softex.



Rafael de Magalhães Dias Frinhani
Universidade Federal de Itajubá
Instituto de Matemática e Computação
frinhani@unifei.edu.br



UNIFEI



Softex



**MCTI
FUTURO**

FUTURO DO TRABALHO. TRABALHO DO FUTURO

