## 5 Производственная функция и продукт фирмы

#### 5.1 Производство и производственная функция

Производство как процесс создания полезности — это деятельность человека, направленная на изготовление и реализацию благ с целью потребления. С этой точки зрения общей целью производства является удовлетворение человеческих потребностей. Целью производства как экономической задачи является выбор технологии с наименьшими затратами для получения максимальной прибыли, то есть фирма должна решать и минимизационную, и максимизационную задачи, которые можно объединить в единую задачу рационального ведения хозяйства. Последняя задача предполагает наиболее эффективное соединение всех факторов производства с конкретной целью — максимизацией прибыли.

В общем виде производственная функция выражается так:

$$Q = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \rightarrow \max, \tag{29}$$

где  $X_1, ..., X_n$  – факторы производства.

Двухфакторная модель будет иметь вид

$$Q=f(L;K), \tag{30}$$

где L – труд; K – капитал.

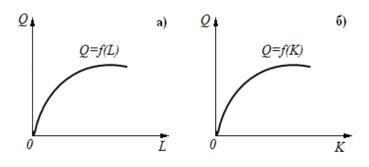


Рис. 66. Производственная функция

На рис. 66, *а* представлена функциональная зависимость объема производства от применяемого труда.

На рис. 66,  $\delta$  показана функциональная зависимость объема производства от применяемого капитала.

Можно выделить следующие свойства производственной функции:

- существует предел увеличения объема производства от дополнительного использования переменного фактора при прочих равных условиях;
- характер графика производственной функции объясняется уменьшающейся предельной производительностью факторов производства (закон Кларка) при прочих равных условиях;
  - факторы производства бывают взаимозаменяемыми и взаимодополняемыми;
- в длительном периоде, когда все факторы производства переменны, затраты на единицу продукции меньше, чем в коротком.

# 5.2 Общий, средний и предельный продукт фирмы

С производственной функцией связан ряд важных характеристик производства.

*Total Product* (*TP*) – общий продукт фирмы. Это вся продукция фирмы, произведенная с помощью всех задействованных ресурсов.

Average Product (AP) — средний продукт фирмы, характеризует производительность ресурсов. Средним продуктом n-го ресурса называется отношение объема продукции Q к объему использования этого ресурса  $x_n$ :

$$AP_{i} = \frac{TP}{X_{i}}; AP_{l} = \frac{TP}{X_{l}}; AP_{k} = \frac{TP}{X_{k}}$$
(31)

*Marginal product* (MP) — предельный продукт, показывает прирост продукции от дополнительной единицы применяемого ресурса, то есть если затраты n-го ресурса увеличились на единицу и вследствие этого выпуск продукта увеличился на какую-либо величину (при неизменных затратах прочих ресурсов), то прирост выпуска на какую-либо величину от прироста затрат данного ресурса будет определяться следующим отношением:

$$MP_n = \frac{\partial TP}{\partial X_n} \tag{32}$$

Предел этого отношения при стремящемся к нулю приросте используемого ресурса получил название предельного продукта данного ресурса:

$$MP_n = \lim_{\Delta x_n \to 0} \frac{\Delta TP}{\Delta X_n} \tag{33}$$

Графическая иллюстрация общего, среднего и предельного продукта представлена на рис. 67.

**График** *ТР*. На I участке: на отрезке OA темпы увеличения затрат больше, чем темпы увеличения продукции. На отрезке AB темпы увеличения затрат меньше, чем темпы увеличения продукции. На II участке на отрезке BC общий продукт увеличивается меньшими темпами, в точке C достигается тах продукта. На III участке на отрезке CD общий продукт уменьшается.

**График** AP. На I участке производительность факторов производства возрастает, а на II и III участках производительность труда и всех факторов уменьшается.

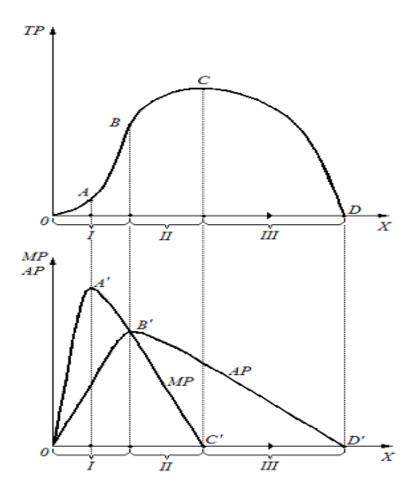


График МР. На отрезпредельный OA'продукт возрастает, на отрезке А'С' уменьшается, когда MP=0, TPпринимает максимальзначение. Ha I участке, когда MP > AP, производительность труда и других факторов растет. На II и III участках MP < AP, поэтому производительность труда и других факторов падает, то есть действует закон Кларка.

Рис. 67. Общий, средний и предельный продукт фирмы

# 5.3 Холм производства

График функции двух переменных невозможно изобразить на плоскости.

Графиком производственной функции служит поверхность холма производства, повышающаяся с увеличением каждой из координат L и K.

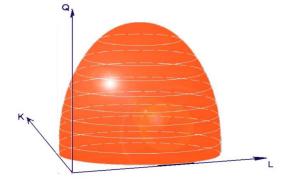


Рис. 68. Холм производства

Производственную функцию вида (30) можно представить в трехмерном декартовом пространстве (рис. 68).

Координаты  $(L \ u \ K)$  откладываются на горизонтальных осях и соответствуют затратам ресурсов (труда и капитала), а третья (Q) откладывается на вертикальной оси и соответствует выпуску продукта.

На рис. 69, a представлен вертикальный разрез холма производства плоскостью, параллельной оси K и соответствующей фиксированному значению второй координаты  $L=x_2^*$ .

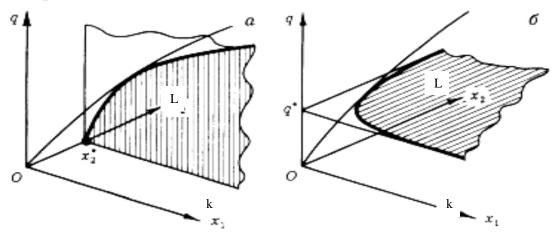


Рис. 69. Вертикальный и горизонтальный разрезы холма производства

Горизонтальный разрез холма производства объединяет варианты производства, характеризующиеся фиксированным выпуском продукта  $Q = q^*$  при различных сочетаниях затрат труда L и капитала K (рис. 69,  $\delta$ ). Изобразив горизонтальный разрез холма производства в системе координат с осями L и K, получим линии, отражающие различные объемы производства ( $Q_1$ :  $Q_2$ :  $Q_3$ :  $Q_4$ ).

Один и тот же объем выпуска продукции может быть достигнут при различной комбинации ресурсов, как показано на рис. 70.

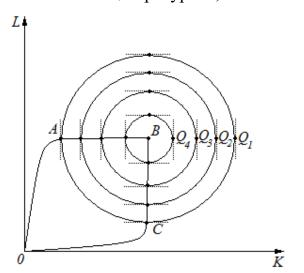


Рис. 70. Зона рациональной технологии

Однако задача рационального ведения хозяйства требует наиболее эффективной комбинации ресурсов, поэтому выделяется зона рациональной технологии *OABC*,

где данный объем производства достигается с наименьшими затратами труда и капитала.

Выделив отдельно зону рациональной технологии, получим карту изоквант (рис. 71).

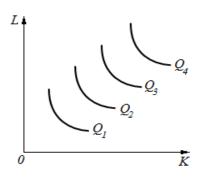


Рис. 71. Карта изоквант

Изокванта (от англ. quantity — количество), или линия равного объема, отражает фиксированный выпуск продукта при различных сочетаниях затрат труда L и капитала K. Изокванты аналогичны кривым безразличия из теории поведения потребителя.

Говоря о свойствах изоквант, можно отметить, что изокванта, лежащая выше и правее, отражает больший объем производства.

Изокванты имеют отрицательный наклон, поскольку уменьшение одного фактора требует вовлечения большего количества другого фактора, чтобы не сократился объем производства.

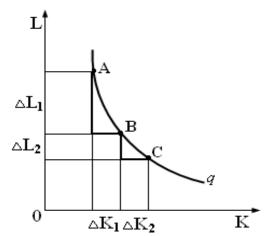


Рис. 72. Замещение ресурсов

При переходе от точки A к точке B по изокванте q происходит уменьшение затрат ресурса L с одновременным увеличением затрат K, так что при этом выпуск продукции остается без изменения, то есть имеет место замещение одного ресурса другим (рис. 72).

Вогнутость изоквант объясняется уменьшающейся предельной нормой технического замещения одного ресурса другим (  $\Delta K_1 = \Delta K_2$  ,  $a \Delta L_1 \succ \Delta L_2$  ).

Предельная норма технического замещения показывает, от какого количества одного ресурса следует отказаться при увеличении второго ресурса на единицу для достижения прежнего объема производства. Она находится по следующей формуле:

$$MRTS = -\frac{\Delta L}{\Delta K},$$
(34)

где (q = const). Характер линии изоквант зависит от заменяемости ресурсов. На рис. 73 изображены некоторые карты изоквант, характеризующие различные ситуации, возникающие при производственном потреблении двух ресурсов.

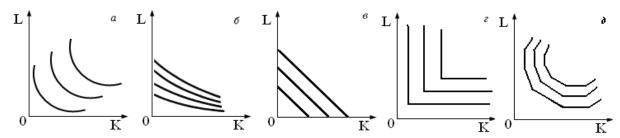


Рис. 73. Разновидности изоквант

На рис. 73, a изображена ситуация, в которой оба ресурса необходимы и ни один из них не может быть полностью замещен другим. В случае, представленном на рис. 73,  $\delta$ , первый ресурс может быть почти полностью замещен вторым. Данные изокванты будут отражать либо капиталоинтенсивную, либо трудоинтенсивную технологию производства. На рис. 73,  $\epsilon$ , изображено абсолютное взаимозамещение ресурсов. Случай, представленный на рис. 73,  $\epsilon$ , характеризуется абсолютной взаимодополняемостью ресурсов и наличием только одной комбинации факторов, то есть одной технологией. На рис. 73,  $\delta$ , изображена ломаная изокванта, которая отражает наличие различных комбинаций ресурсов и технологий.

#### 5.4 Изокоста и оптимум фирмы

Предприятие покупает ресурсы на рынках оборудования, рабочей силы, сырья и т.д. Расходы фирмы на приобретение ресурсов в двухфакторном случае описываются выражением

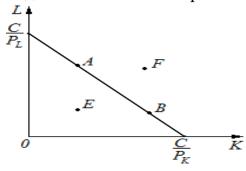
$$C = P_k K + P_L L, (35)$$

где C – расходы фирмы на приобретение ресурсов;

 $P_{k}$  — цена капитала;

 $P_L$  – цена труда.

Множество комбинаций ресурсов, расходы на покупку которых одинаковы, графически изображаются прямой, называющейся в теории производства *изокостой* (от англ. *cost* – затраты) – линией равных затрат (рис. 74). Это аналог бюджетной линии в теории поведения потребителя.



Точка  $C/P_L$  показывает, что все финансовые ресурсы фирма тратит на приобретение рабочей силы. Точка  $C/P_k$  показывает, что все финансовые ресурсы фирма тратит на приобретение фактора производства «капитал». Точка A и B показывают, что все финансовые ресурсы фирма тратит на приобретение труда и капитала в различных пропорциях.

#### Рис. 74. Изокоста

Точка E показывает, что не все финансовые ресурсы фирма тратит на приобретение ресурсов. Точка F показывает, что такое количество ресурсов фирме недоступно из-за ограниченности финансовых ресурсов.

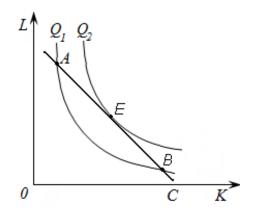
Уравнение изокосты имеет вид

$$L = \frac{C}{P_L} - \frac{P_k}{P_L} K \tag{36}$$

Наклон изокосты определяется соотношением цен  $P_k$  и  $P_{L}$ .

Фирма, осуществляющая расходы C и выступающая на рынках ресурсов как рациональный потребитель, заинтересована в приобретении наиболее эффективной комбинации ресурсов. Задача определения наилучшей комбинации ресурсов аналогична задаче нахождения потребительского оптимума.

В теории поведения потребителя в точке оптимума бюджетная линия касается кривой безразличия, соответственно и в точке, изображающей оптимальную комбинацию ресурсов, изокоста будет касаться изокванты.



В точке E у фирмы будет наиболее эффективная комбинация ресурсов при данном объеме финансовых ресурсов (рис. 75). В точке оптимума фирмы E предельная норма технического замещения  $MRTS_{kL}$ , отражающая наклон изокванты, и отношение цен  $\frac{P_k}{P_L}$ , отражающее наклон изокосты,

Рис. 75. Оптимум фирмы

Для оптимальной комбинации ресурсов должно выполняться следующее равенство:

совпадают.

$$MRTS_{kL} = -\frac{\Delta L}{\Delta K} = -\frac{P_k}{P_L}$$
 (37)

Значения предельных продуктов каждого из ресурсов при оптимальной их комбинации должны быть пропорциональны их ценам.

$$\frac{\Delta L}{\Delta K} = \frac{P_k}{P_L} = \frac{MP_k}{MP_L} \tag{38}$$

#### 5.5 Линия роста фирмы и отдача от масштаба производства

При увеличении финансовых возможностей фирмы изокоста сдвигается параллельно вправо вверх. Каждому объему финансовых ресурсов фирмы соответствует свой оптимум (рис. 76).

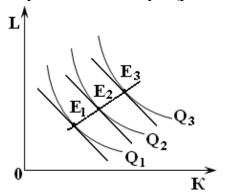
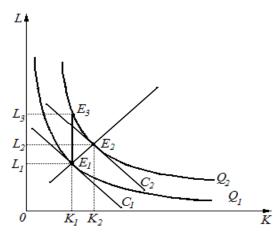


Рис. 76. Линия роста фирмы

Если соединить все точки оптимумов, то получим линию роста фирмы ( $E_1E_2E_3E_4$ ). Наклон линии роста фирмы на рис. 76 отражает склонность предприятия к капиталоемкой технологии.

Предприятие может в короткий срок увеличить потребление материалов и принять на работу требуемое количество работников, но не может увеличить производственные мощности.



В коротком периоде переменны только некоторые факторы производства, а в длительном периоде переменны все, что позволяет достичь наибольшей эффективности комбинации ресурсов.

 $E_1E_2$  – это линия роста фирмы в длительном периоде.

Рис. 77. Линия роста в коротком и длительном периодах

Эта линия показывает, что при финансовых ресурсах  $C_1$  фирма производит объем продукции  $Q_1$ , используя  $L_1$  единиц труда и  $K_1$  единиц капитала, а объем  $Q_2$  создается с помощью  $L_2$  единиц труда и  $K_2$  единиц капитала, при этом фирма вписывается в бюджет  $C_2$ .

В коротком периоде затраты фирмы на единицу продукции больше, чем в длительном. В этом периоде линия роста фирмы  $E_1E_3$  показывает, что тот же самый объем  $Q_2$  фирма может произвести, вовлекая уже  $L_3$  единиц труда, поскольку K = const. При этом фирме потребуется объем финансовых ресурсов больше, чем  $C_2$  (рис. 77).

В основе выбора размера фирмы лежит отдача от масштаба, поскольку более крупная фирма может получать эффект от масштаба. Однако чрезмерный размер фирмы может привести к противоположному результату. При малых объемах производства отдача от масштаба оказывается возрастающей: так как величина постоянных затрат остается неизменной, значительное увеличение выпуска продукта может быть достигнуто при относительно небольшом увеличении общих затрат ресурсов. При больших объемах отдача от масштаба оказывается убывающей вследствие снижения предельного продукта каждого ресурса.

Таким образом, выделяется три вида отдачи от масштаба: убывающая (рис. 78, a), возрастающая (рис. 78,  $\delta$ ) и постоянная (рис. 78,  $\delta$ ).

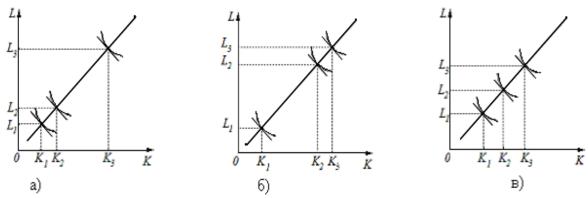


Рис. 78. Отдача от масштаба

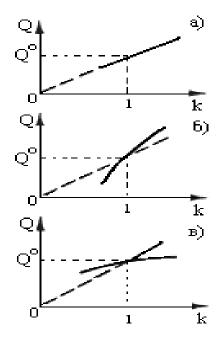
При убывающей от масштаба каждая последующая единица продукции производится с большими затратами, потому что производительность всех факторов производства уменьшается.

При возрастающей от масштаба каждая последующая единица продукции производится с меньшими затратами, потому что производительность всех факторов производства увеличивается.

При *постоянной отдаче* каждая последующая единица продукции производится с тем же объемом затрат, потому что производительность всех факторов производства постоянна.

Пропорциональное изменение расхода ресурсов изображается движением вдоль луча, который выходит из начала координат (рис. 79, a).

Увеличение расхода в k раз соответствует увеличению в k раз расстояния от начала координат. Кривые, пересекающие луч OA в различных точках, показывают, как при движении вдоль луча изменяется объем выпуска продукта.



Выбрав в качестве единицы длины расстояние от начала координат до исходной точки  $Q^0$ , можно построить график изменения объема выпуска в зависимости от масштабного коэффициента k. Рис. 79 иллюстрирует постоянную (а), возрастающую (б) и убывающую (в) отдачи от масштаба.

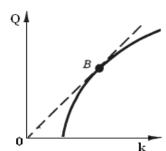
Рис. 79. Отдача от масштаба:

а – постоянная; б – возрастающая; в – убывающая

Таким образом, если предприятие хочет увеличить выпуск продукта в k раз, сохраняя пропорцию между объемами потребления ресурсов, то ему придется увеличить объем потребления каждого ресурса:

- в k раз, если отдача от масштаба постоянна;
- меньше, чем в k раз, если отдача от масштаба возрастает;
- больше, чем в k раз, если отдача от масштаба убывает.

Характер отдачи от масштаба в процессе функционирования фирмы меняется.



Характерная кривая представлена на рис. 80. Участок ниже точки B характеризуется возрастающей отдачей от масштаба, выше — убывающей. Около точки B отдача от масштаба приблизительно постоянна.

Рис. 80. Отдача от масштаба на различных участках кривой

На рис. 81 представлено изменение характера отдачи от масштаба на карте изоквант.

Сначала отдача от масштаба возрастает, затем она постоянна и наконец убывает, то есть расстояние между точками оптимума при увеличении объема выпуска продукции меняется в следующей последовательности: уменьшается, постоянно, увеличивается.

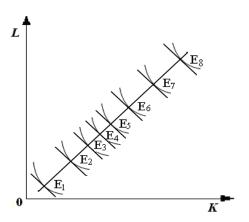


Рис. 81. Изменение характера отдачи от масштаба с увеличением объема выпуска продукции

## 5.6 Контрольные задания к разделу 5 второй части

1. Предприниматель приобрел 100 станков общей сложностью 300 тыс. дол. Средний срок их службы -10 лет. Через 6 лет стоимость подобных станков снизилась на 20%.

Определите величину материального и морального износа одного станка, а также его остаточную стоимость на начало седьмого года использования с учетом морального износа.

2. Стоимость основного капитала составляет 300 млн. руб. Средняя скорость его оборота — 5 лет. Оборотный капитал составляет 60 млн. р. и оборачивается 11 раз в год.

Определите время оборота всего капитала в целом и количество его оборотов за год.

3. Оборотный капитал составляет 800 тыс. дол., в том числе фонд заработной платы — 200 тыс. дол. Капитал, потраченный на покупку сырья, материалов, топлива, оборачивается за год 10 раз, а средства на заработную плату — 16 раз.

Найдите стоимость основного капитала, если его износ происходит за 10 лет, а продолжительность оборота всего капитала в целом составляет полгода.

4. Первоначальная стоимость автоматической линии 50 млн. р. На капитальный ремонт в течение всего срока службы было затрачено по 10 млн. 600 тыс. р., расходы по демонтажу составили 5 млн. 200 тыс. р., а остаточная стоимость — 800 тыс. р. Плановый срок службы этой линии 10 лет.