МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра математического обеспечения и применения ЭВМ

ОТЧЕТ

по практической работе №8
по дисциплине «Вычислительная математика»
Тема: Формула Гаусса

Студент гр. 7383 ____________________ Кирсанов А.Я.

Преподаватель ____________________ Сучков А.И.

Санкт-Петербург
2018

Цель работы.

В практической работе требуется, используя квадратурную формулу Гаусса наивысшего порядка точности, вычислить приближенное значение заданного интеграла.

Основные теоретические положения.

В квадратурной формуле Гаусса

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i),$$

где узлы $x_1, x_2, \ldots, x_n$ и коэффициенты $x_1, x_2, \ldots, x_n$ подобраны так, чтобы формула была точна для всех многочленов степени $2n-1$. Для приближенного вычисления интеграла по конечному отрезку $[a,b]$ выполняется замена переменной $t = (a+b)/2 + (b-a)x/2$. Тогда квадратурная формула Гаусса принимает вид

$$\int_{a}^{b} f(t)dt \approx \frac{b-a}{2} \sum_{i=0}^{n} A_i f(t_i), \tag{1}$$

где $t_i = (a+b)/2 + (b-a)x_i / 2$, x_i - узлы квадратурной формулы Гаусса, A_i - гауссовы коэффициенты, $i = 0,1,2,\ldots,n$.

Постановка задачи.

Порядок выполнения работы:

1) Составить программу-функцию для вычисления интеграла по формуле Гаусса.

2) Составить программу-функцию для вычисления значений подынтегральной функции.

3) Составить головную программу, содержащую обращение к вычислительным процедурам и осуществляющую печать результатов.

Выполнение работы.

В задании, согласно варианту, был вычислен интеграл

$$\int_0^1 \cos(x^2 + x + 1)dx. \qquad (2)$$

В головной программе составлены функции вычисления подынтегральной функции, а также интеграла по формуле Гаусса. Исходный код программы представлен в приложении А.

В табл. 1 представлены результаты работы программы расчета интеграла (2) по формуле Гаусса (1) для восьми узлов, точность вычисления и точное значение интеграла (2).

Значения узлов:

$X_1 = 0.96028986$, $X_8 = -0.96028986$, $A_1 = A_8 = 0.10122854$;

$X_2 = 0.79666648$, $X_7 = -0.79666648$, $A_2 = A_7 = 0.22238103$;

$X_3 = 0.52553242$, $X_6 = -0.52553242$, $A_3 = A_6 = 0.31370664$;

$X_4 = 0.18343464$, $X_5 = -0.18343464$, $A_4 = A_5 = 0.36268378$.

Таблица 1 – Результаты вычислений интеграла (2)

Результат работы программы	Точное значение интеграла (2)	Точность вычисления
-0.207842942	-0.207842943	1E-9

Выводы.

В данной работе с помощью квадратурной формулы Гаусса вычислено приближенное значение интеграла (2). Если подынтегральная функция достаточно гладкая, то формула Гаусса обеспечивает очень высокую точность при небольшом числе узлов. Так как функция косинуса является гладкой, этим можно объяснить высокую точность вычисления интеграла. Как видно из табл. 1, при восьми узлах интеграл вычислен с точностью до девяти знаков.

ПРИЛОЖЕНИЕ А
ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <iomanip>

using namespace std;
double F(double x);
double definite_integral(double a, double b);

int main()
{
    cout << setprecision(17) << definite_integral(0, 1) << endl;
    return 0;
}

double F(double x){
    return cos(pow(x,2) + x + 1);
}

double definite_integral(double a, double b){
    double Lezh[8] = {-0.96028986, -0.79666648, -0.52553242, -0.18343464,
0.18343464, 0.52553242, 0.79666648, 0.96028986};
    double A[8] = {0.10122854, 0.22238103, 0.31370664, 0.36268378,
0.36268378, 0.31370664, 0.22238103, 0.10122854};
    double res = 0;
    for(int i = 0; i < 8; i++){
        res += A[i]*F(0.5*(a+b+(b-a)*Lezh[i]));
    }
    return (b-a)/2*res;
}
```